

Ayudantes de clase

Introducción

1

- Red eléctrica: interconexión de componentes, que pueden ser pasivos o activos. No necesariamente debe estar expuesta la salida. La interconexión es arbitraria, aunque idealmente la red debe cumplir una función. En nuestro caso, esa función será filtros.
En cualquier punto de la red pueden aparecerse dos bornes. Entre los bornes tendrán las variables una tensión y una corriente. Una de ellas será independiente, y la otra quedará fijada por esta y por la red (dependiente).
• Si yo solo tengo dos bornes (un puerto) expuestos, solo puedo determinar una relación entre tensión y corriente de ese mismo puerto. A veces esa relación será una función excitación.

Otra característica de un puerto es que la corriente entrante a un borne tiene que ser igual a la corriente saliente por el otro borne.

Definiendo la función excitación $F(s) = \frac{R(s)}{E(s)}$ → respuesta / $E(s)$ → excitación
 $R(s)$ y $E(s)$ deben estar medidas en el mismo puerto. Tendrás dos casos particulares:

1. Si $E(s)$ es una tensión $V(s)$, $F(s)$ será una función admitancia $Y(s)$.
2. Si $E(s)$ es una corriente $I(s)$, $F(s)$ será una función impedancia $Z(s)$.

Resumen: Excitación: relación entre tensión y corriente en un mismo puerto.
↓ V independiente → $Y(s)$
↓ I independiente → $Z(s)$

- Si ahora tenemos dos (o más, pero vamos de a poco) puertos, podemos trazar relaciones entre tensiones y corrientes entre puertos. Estas relaciones serán funciones transferencia. Existen de 4 tipos:



Variable ind.	Variable dep.	Función
V_1	V_2	(T/T_V) Transferencia de tensión
V_1	I_2	Transadmitancia (Y)
I_1	V_2	(Z) Transimpedancia
I_1	I_2	(T/T_I) Transferencia de corriente

• Cuando mido con instrumentos ideales, surgen las condiciones de Puerto descarregado

(condiciones adicionales) debidas a la idealidad:

$$T_V = \frac{V_2}{V_1} \rightarrow$$

porque $R_L = \infty$

$$T_V = \frac{V_2}{V_1} \Big|_{I_2=0}$$

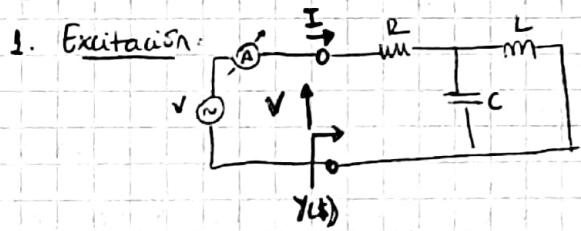
$$T_I = \frac{I_2}{I_1} \rightarrow$$

porque $R_L = 0 \Rightarrow T_I = \frac{I_2}{I_1} \Big|_{V_2=0}$

• Análogamente, $Y = \frac{I_2}{V_2} \Big|_{V_2=0}$, $Z = \frac{V_2}{I_1} \Big|_{I_2=0}$

-o-

Ejemplos:



$$\rightarrow Y(s) = \frac{I}{V} = \frac{1}{R + \frac{1}{sC}} = \dots = \frac{1}{R} \cdot \frac{s^2 + \frac{1}{sC}}{s^2 + s \frac{1}{RC} + \left(\frac{1}{LC}\right)} \rightarrow \omega_b^2$$

hay que operar

• Ceros de la función: analizamos el numerador:

$$|Y(j\omega)| = |Y(s)|_{s=j\omega} = \frac{-\omega^2 + \frac{1}{\omega C}}{\dots} \rightarrow \text{tendremos ceros complejos en } \pm \frac{1}{\sqrt{LC}} = \pm j\omega_0$$

• Polos: los polos estarán en una circunferencia de radio ω_0 . Si asumimos que serán complejos conjugados, tendrán la forma ($\alpha \pm j\beta$):

$$\begin{aligned} s^2 + s \frac{1}{RC} + \frac{1}{LC} &= (\beta + j\alpha)(\beta - j\alpha) \\ &= \beta^2 + \alpha^2 + (\alpha^2 + \beta^2) \end{aligned}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} = \alpha^2 + \beta^2$$

$$2\alpha = \frac{1}{RC}$$

$$\text{Llamando } Q = \omega_0 RC \rightarrow \frac{Q}{\omega_0} = LC \rightarrow 2\alpha = \frac{\omega_0}{Q}$$

• Q es el factor de calidad de un elemento capacitivo. Se define como la relación entre potencia reactiva y activa:

$$Q = \frac{P_R}{P_Q} = \frac{V^2}{X_C} \cdot \frac{R}{V^2} = \frac{R}{X_C} = \omega_0 C. \text{ Nos interesa particularmente } \omega = \omega_0.$$

- Una parametrización que valea a usar siempre:

$$\$^2 + \$ \frac{1}{RC} + \frac{1}{LC} = \$^2 + \$ \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2$$

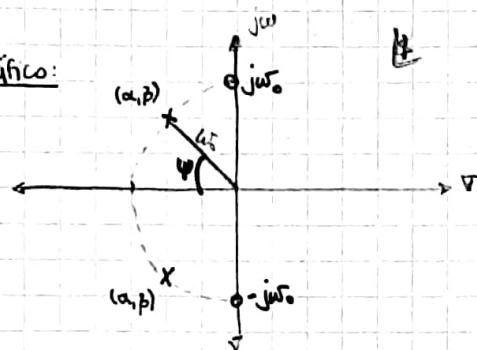
↳ general. En este caso,

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{R}{\omega_0 C}$$

$$\frac{1}{Q} = RC \rightarrow \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\omega_0}$$

- Gráfico:



→ Gráficamente se ve que:

$$\frac{2\alpha}{\omega_0} = 2 \cos(\psi) \quad (\text{multiplicando por 2 a ambos lados})$$

$$2\alpha = 2 \cos(\psi) \cdot \omega_0 = \frac{\omega_0}{Q}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{2 \cos(\psi)} \rightarrow \$^2 + \$ \omega_0 \cdot 2 \cos(\psi) + \omega_0^2$$

en la ecuación aparece la ubicación de los polos en las circunferencias.

→ Modificar el Q modifica el círculo sobre la circunferencia de radio ω_0 de los polos, respecto al eje R .

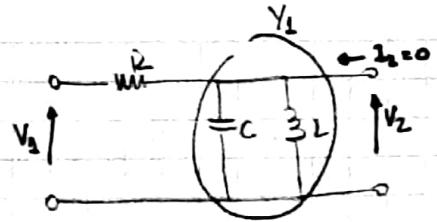
• Cuando los polos están sobre el eje $j\omega$, $\psi = \pi/2$ y $Q \rightarrow \infty$

• Cuando los polos están sobre el eje R , $\psi = 0$ y $Q = 1/2$

• $Q < 1/2$ implica raíces reales distintas. Ya no tiene sentido la ecuación con ψ .

• En $Q = 1/2$ tenemos una raíz doble.

2. Transferencia:

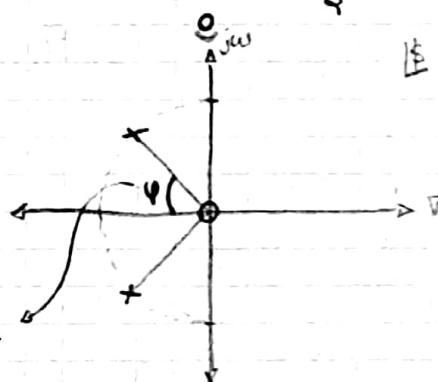


$$\rightarrow T = \left. \frac{V_2(s)}{V_s(s)} \right|_{I_2=0}$$

• Como $I_2 = 0$, tenemos un divisor de tensión

$$\Rightarrow Y_1 = \frac{1}{R} + \frac{1}{sL} \Rightarrow \frac{V_2}{V_s} = \frac{Y_2}{Y_1 + Y_2} = \frac{\frac{1}{sL}}{\frac{1}{sL} + \frac{1}{R} + \frac{1}{sC}} = \frac{\frac{1}{sL}}{\frac{1}{s^2} + \frac{1}{sC} + \frac{1}{sL}}$$

$$\rightarrow T = \frac{\frac{1}{sL}}{\frac{1}{s^2} + \frac{1}{sL} + \frac{1}{sC}} \quad \text{con } \left. \begin{array}{l} \frac{1}{sL} = \frac{1}{\omega C} \\ \omega^2 = \frac{1}{LC} \end{array} \right\} \quad \frac{1}{sL} = \frac{1}{\omega C} \rightarrow Q = RC\sqrt{\frac{1}{LC}} = R\sqrt{\frac{C}{L}} \quad (??)$$



• También hay un 0 en ∞.

$$2\cos \phi = \frac{1}{Q}$$

Algunas potencias de los divisores de tensión:

Normalización

- Muchas veces (pero no decir siempre) nos va a convenir reducir al máximo posible la cantidad de parámetros de una función excitación o transferencia, obviamente sin modificar su naturaleza. Para esto, recurriremos a la normalización.
- Hay varias formas de normalizar. Para este ejemplo, vamos a hacer un cambio de variable. Tomamos una transferencia pasabanda genérica:

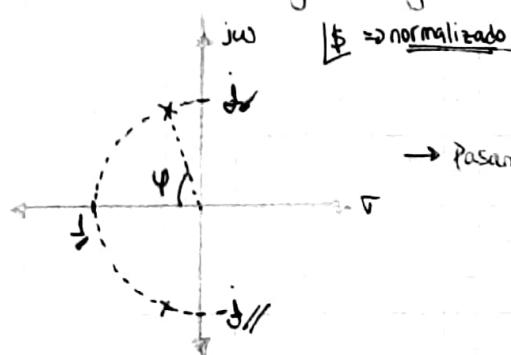
$$T(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

Realizaremos un cambio de variable $s = \frac{t}{\omega_0}$, de

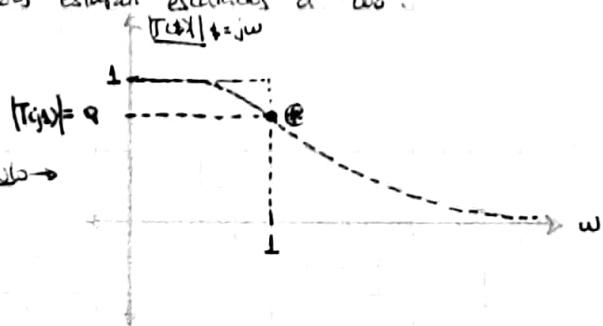
forma que la transferencia normalizada resultaría:

$$T(\frac{t}{\omega_0}) = \frac{1}{\frac{t^2}{\omega_0^2} + \frac{t}{\omega_0} + 1}, \text{ donde verás que aquí el único parámetro será } Q.$$

La transferencia y el diagrama de polos y ceros estarán escalados a ω_0 .



→ Pasamos al módulo →



$$\left| T(j\omega) \right|_{s=j\omega} = |T(j\omega)| = \sqrt{\frac{\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega \cdot \omega_0)^2}}$$

• En general, la transferencia en este punto

valdrá $3dB = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (o 6dB en potencia), que es lo que definimos como el ancho de banda del sistema.

Notar que tener un $Q > 1$ (normalizado) podría llevar a sobretensiones o sobrelcorrientes en $\omega = 1$ (normalizado). Esto no implica ganancias; es un fenómeno que surge de la resonancia entre capacitores e inductores.

El máximo de transferencia se da para $\omega = 1 - \frac{1}{2Q^2}$

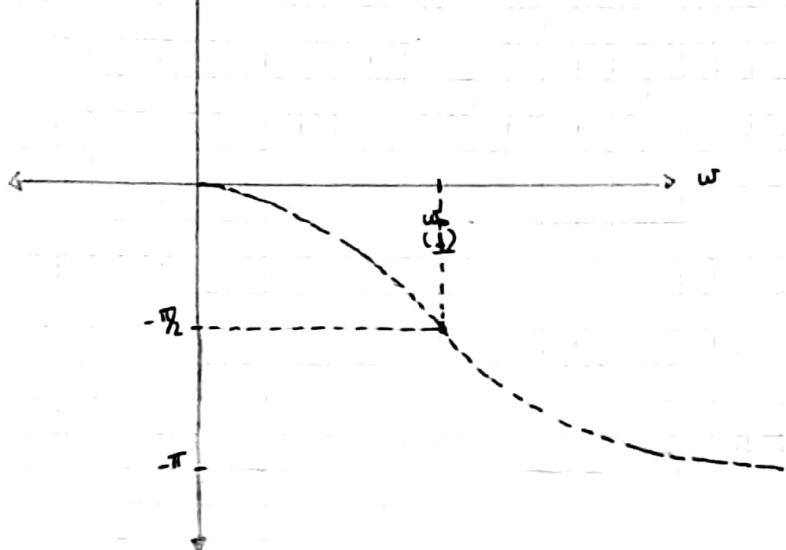
↓
surge de la fórmula

→ Pasando a base → $\varphi_f = \varphi_{num} - \varphi_{den} = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega \cdot w}{w_0^2 - \omega^2}\right)$

y en escala logarítmica

$$\varphi_f = \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega \cdot w}{w_0^2 - \omega^2}\right)$$

0 (en red) ↗ función signo de los



• Cuando tenemos que graficar q

nave una función de este tipo

términos de los operadores:

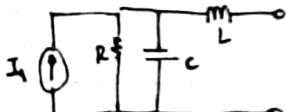
- 1) Recorriendo la forma típica (signo de los)
- 2) Método gráfico (el que usamos en el ejemplo).

- Notar que a medida que cambia q, cambia la pendiente de la fase. En particular,

▷ Si q disminuye, la curva es más suave

▷ Si q aumenta, la pendiente aumenta.

- De la misma forma en que podemos normalizar w_0, podemos normalizar los componentes circuitales. Ejemplo:

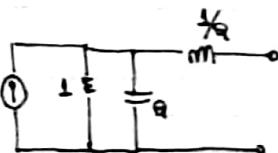
 $\rightarrow T_{Z(S)} = \frac{1/LC}{s^2 + s \frac{1}{LC} + \frac{1}{R^2}}$ Como dijiste que $w_0 = 1$

$$\rightarrow \frac{1}{LC} = 1 \rightarrow L = \frac{1}{C}$$

- Tomaremos como norma de impedancia el resistor de forma que $JL_2 = R \Rightarrow R = 1$

- Entonces $\frac{1}{LC} = \frac{1}{q} \Rightarrow C = q \Rightarrow L = \frac{1}{q}$

→ La red normalizada resulta:

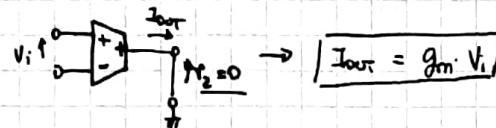


- ¿Cómo desnormalizamos? $\rightarrow \begin{cases} R = R_0 \cdot R_2 \\ C = \frac{q}{JL_2} \\ L = \frac{JL_2}{q} \end{cases}$

(respecto a impedancia, también se desnormaliza respecto a frecuencia).

OTA (Amplificador Operacional de Transconductancia)

- Un OTA es un amplificador pe a la salida tiene una corriente igual a la tensión de entrada por su Transconductancia g_m .

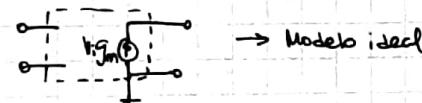


• Se lo dibuja así porque constructivamente el OTA es la primera etapa del opAmp.

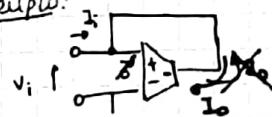
• La corriente de salida puede ser saliente o entrante. Esto se indica con un (+) o un (-), respectivamente, en la salida del OTA.

- El valor de la transconductancia g_m puede modularse imponiéndole una corriente de operación $I_{Q_{OTA}}$ con una fuente externa (Recordar que $g_m = \frac{\partial v}{\partial i_{DS}}$).

- Características ideales: un OTA ideal no tiene corriente en la entrada, y genera una corriente de salida $= g_m \cdot V_i$ como ya dijimos:



• Ejemplo:



$$\rightarrow \frac{V_i}{I} ? \rightarrow \text{Se ve que } I_i = -I_o$$

o $I_i = I_o$ si definimos I_o entrante

$$\rightarrow \text{Caso } I_o = g_m \cdot V_i$$

$$\rightarrow \frac{V_i}{I} = \frac{1}{g_m}$$

Fábio

Schawman
Cap 4

Transferencia de 2º orden con elementos activos

- La principal diferencia entre la implementación de una transferencia de 2º orden con elementos activos respecto a la misma con elementos pasivos es que podemos considerar una fase de 180° para toda frecuencia y una cierta ganancia. Esto se contempla multiplicando la expresión por un término $-H$:

$$T(s) = -H \cdot \frac{\omega_0^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \quad (\text{pasabajos}), \text{ donde } H \text{ será la ganancia}$$

NOTA

• ¿Cómo implementar una expresión para lograr ganancia con elementos activos?

Partidas de $T(s)$ y la definimos como una transferencia de tensión $\frac{V_L}{V_I}$; y quedas:

$$\frac{V_L}{V_I} = \frac{-H \frac{\omega_0^2}{s^2 + S \frac{\omega_0^2}{Q} + \omega_0^2}}{1} \rightarrow V_L \cdot S = -H V_I + V_L \cdot \frac{1}{S + \frac{1}{Q}}$$

lo llamamos V_B , de forma que

$$\rightarrow V_L = \frac{1}{S} \cdot V_B$$

$$\rightarrow \text{Seguimos operando: } V_B = (-H V_I + V_L) \cdot \frac{1}{S + \frac{1}{Q}}$$

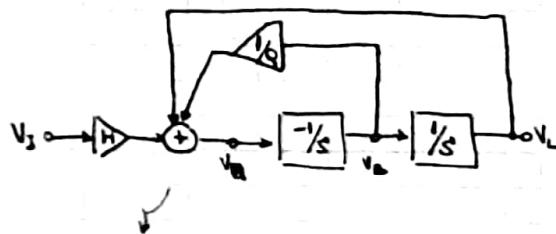
$$\rightarrow V_B \cdot S = -\left(H V_I + V_L + \frac{V_L}{Q}\right)$$

llamamos V_H , de forma que: $\rightarrow V_B = V_H \frac{1}{S}$

Entonces:

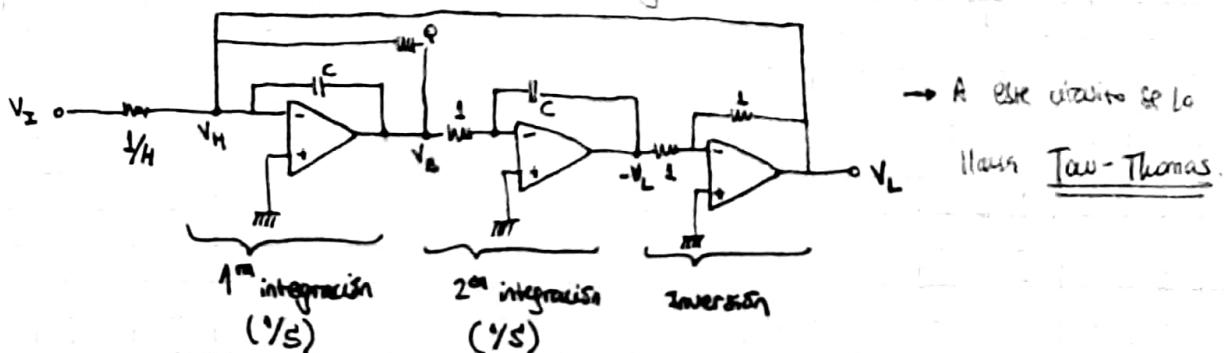
$$\begin{cases} V_H = V_I \cdot H + V_L + \frac{V_L}{Q} \\ V_B = V_H \cdot \frac{1}{S} \\ V_L = V_B \cdot \frac{1}{S} \end{cases}$$

→ En bloques,
esto es:



Este es el esquema conceptual del circuito Tau-Thomas.

→ La implementación circuital del diagrama será:



• Si normalizamos los capacitores ($C=1$), la frecuencia también estará normalizada $\omega_0=1$.

• Transferencia normalizada:

$$T_B(S) = \frac{-S K}{S^2 + S \frac{1}{Q} + 1}$$

(normalizada)

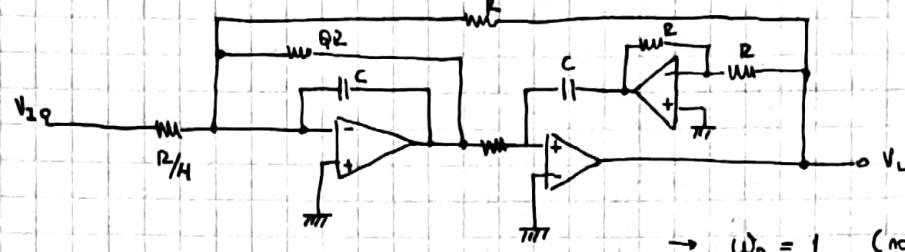
$$\text{donde } K = H \frac{\omega_0}{Q} = \frac{H}{Q}$$

• En video 3 - clase 2
esta el desarrollo

Transferencia polinómica:

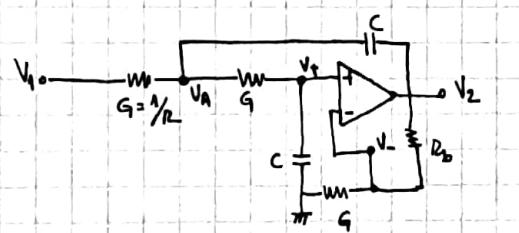
$$T_H(s) = \frac{s^2 \cdot H}{s^2 + s \frac{1}{\omega_0} + 1}$$

- Topología Ackerman-Masberg: es otra topología para implementar transferencias de 2º orden que incluye realimentación para mitigar la dispersión debida a los procesos de fabricación.



- Es otra forma de implementar la estructura de Tow-Thomson con K bandas desplazadas más arriba.

- Topología Sallen-Key: otra forma de implementar un pasa bajos:



$$\begin{cases} V_A(G+G+SC) - V_L SC - V_+ G = 0 \\ V_+ (G+SC) - V_A(G) = 0 \\ V_- (G+G_b) - V_L (G_b) = 0 \\ V_+ = V_- \end{cases}$$

→ desarrollando, llegamos a que:

$$\begin{cases} \omega_0^2 = \frac{1}{(RC)^2} \\ H = 1 + \frac{R_b}{R} \\ Q = \frac{1}{3-H} \end{cases}$$

Sensibilidad

- Es el estudio de las dependencias directas de una variable dependiente de sus variables independientes.
- La sensibilidad define el cambio relativo en la variable dependiente (una transferencia, por ejemplo) en función a un cambio relativo en una variable que considéremos independiente (una resistencia, por ejemplo).

- Como la dependencia puede ser ^{mucho} más compleja, tomaremos únicamente el primer término (lineal), correspondiente a la derivada primera.

- Por ejemplo, en una topología Sallen-Key podemos estudiar la sensibilidad de G respecto de k :

- $Q = \frac{1}{3-k}$.

- $S_k^Q = \frac{k}{q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial k} = \frac{k}{q} \cdot \frac{1}{(3-k)^2} = k \cdot \frac{1}{(3-k)} \cdot \frac{1}{(3-k)^2} = \frac{k}{3-k} = \frac{k \cdot q}{q}$

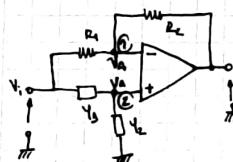
→ Esto nos indica que un cambio en k se ve amplificado en Q k veces.

- Definición matemática de sensibilidad:

$$S_x^y = \frac{x}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x}$$

Ajuntas de clase (doña):

- Vamos a analizar el circuito de la tarea semanal pero genérico:



→ Con esta topología, llegamos a una transferencia del tipo:

$$T_{AV}(s) = k \cdot \frac{s-a}{s+a}$$

⊗ Tips: no conviene nunca (o casi) analizar nodos de entrada ni de salida.

- Analizando el nodo ① tenemos: $V_A(G_1+G_2) - V_1 G_1 - V_2 G_2 = 0$ (1) (por nodos)
- Analizando el nodo ② tenemos: $V_A(G_1+G_2) - V_1 Y_1 = 0$ (2)

⊗ Por ejemplo:

P. Todo 1er orden:

$$\begin{cases} Y_1 = sC \\ Y_2 = G_2 \end{cases} \quad \begin{cases} V_A = G_3 \\ V_1 = sC \end{cases}$$

P. Todo 2do orden:

$$\begin{cases} Y_1 \Rightarrow \frac{G}{s^2 C} \\ Y_2 \Rightarrow \frac{G}{s C} \end{cases}$$

- En un filtro pasando donde no hayas frecuencias de corte porque el resultado sería que sea constante, la ato estará en la base. En particular, en la mitad del recorrido de fase (T_{12}) en el caso de la TS.

- Otra cosa que vale a ver más adelante para sus resultados interesantes:

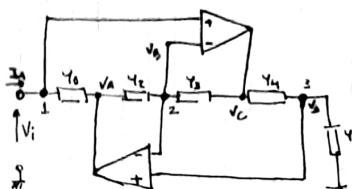
$$T_x = (1 + T_{AB}^2)/2 \rightarrow \text{¿Qué tipo de transferencia es?}$$

$$\rightarrow T_x = \frac{s}{s^2 + s\omega_0 + \omega_0^2} \rightarrow \text{Paso Bajo}$$

$$T_y = (1 - T_{AB}^2)/2 \rightarrow \text{misma pregunta}$$

$$\rightarrow T_y = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + s\omega_0 + \omega_0^2} \rightarrow \text{elimina banda Notch}$$

- GIC (generalized impedance converter) o anillo de Antoniou



• Nos interesa hallar las admittancias de

$$\text{entradas: } Y_i = \frac{I_i}{V_i}$$

• Primero, identificamos los nodos que vale a usar (en verde).

$$\text{En } \textcircled{1} \text{ tenemos: } V_i Y_1 - V_d Y_3 = I_d \quad (1)$$

$$\text{Siguiendo a la derecha, tenemos: } V_d = A(s) \cdot (V_d - V_b) \quad (2)$$

expresión genérica del
operador cuando no
sabemos si dada la
realimentación negativa

$$\text{En } \textcircled{2} \text{ tenemos: } V_d (Y_2 + Y_3) - V_d Y_2 - V_d Y_3 = 0 \quad (3)$$

$$\therefore V_d = A(s)(V_i - V_b) \quad (4)$$

$$\text{En } \textcircled{3}, \quad V_d (Y_4 + Y_5) - V_d Y_4 = 0 \quad (5)$$

• Como sabes no vale a tener realimentación negativa, podemos tomar $A(s) \rightarrow \infty$

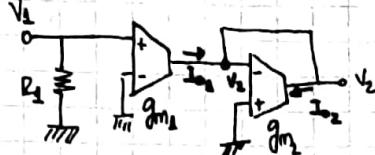
$$\text{y por lo tanto } V_i = V_b \text{ y } V_d = V_b$$

• En SymPy, podemos comprobar la realimentación negativa haciendo tender a $A(s) \rightarrow \infty$

a ∞ y comprobando que la transferencia No diverja.

Guía de Ejercicios

1) OTA



- Cuando el OTA esté $\boxed{\rightarrow}$, la corriente es saliente. Cuando esté al revés, es entrante.

Pide hallar transferencia e impedancia de entrada. Diseñar para $\frac{V_2}{V_1} = -70\text{dB}$ y $Z_{in} = 47\text{k}\Omega$

$$\bullet I_{o1} = V_1 \cdot g_{m1}$$

$$\bullet I_{o1} = I_{o2}$$

$$\bullet I_{o2} = V_2 \cdot g_{m2}$$



$$V_1 g_{m1} = V_2 g_{m2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{g_{m1}}{g_{m2}}}$$

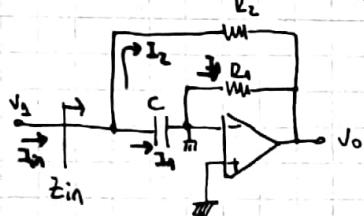
$$\Rightarrow \underline{g_{m1} = 10^4 \cdot g_{m2}}$$

En SPICE, el valor del OTA se configura el GM (valor que queremos dinámicamente)

$$\boxed{Z_{in} = R_1} \quad (\text{se ve simplemente}) \rightarrow \underline{R_1 = 47\text{k}\Omega}$$

$$\text{y } \underline{V_{bias} = -1}$$

3) 1.



$$\bullet I_1 = V_1 SC = -\frac{V_0}{R_1}$$

$$\bullet Z_{in} = \frac{V_1}{I_1}$$

$$\bullet I_2 = \frac{(V_1 - V_0)}{R_2}$$

$$\bullet V_0 = -V_1 SC R_2$$

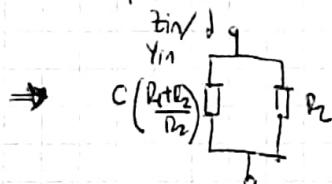
$$\bullet I_n = I_1 + I_2 = V_1 SC + \frac{V_1}{R_2} - \frac{V_0}{R_2} = V_1 \left(SC + \frac{1}{R_2} + \frac{SC R_2}{R_2} \right)$$

$$= V_1 \left(SC \frac{(R_1+R_2)+1}{R_2} \right) \Rightarrow Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{R_2}{SC(R_1+R_2)+1} = \frac{1}{SC \left(\frac{R_1+R_2}{R_2} \right) + \frac{1}{R_2}}$$

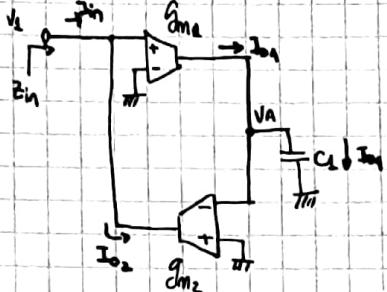
• Está bien pensado como admittancias:

$$Y_{in} = \frac{1}{Z_{in}} = SC \left(\underbrace{\frac{R_1+R_2}{R_2}}_{\text{capacitor}} + \underbrace{\frac{1}{R_2}}_{\text{resistor}} \right)$$

\Rightarrow en paralelo



¿Qué número de g_m es?



$$\circ I_{o2} = V_A \cdot g_{m2} = I_{in}$$

$$\circ V_A = I_{o1} \cdot \frac{1}{sC_1}$$

$$\circ I_{o1} = V_1 \cdot g_{m1}$$

$$\Rightarrow I_{in} = V_1 g_{m2} = \frac{I_{o1}}{sC_1} g_{m2} = \frac{V_1 g_{m1} g_{m2}}{sC_1}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{Z_{in}} = Z_{in} = \frac{sC_1}{g_{m1} g_{m2}}$$

(matemáticamente)

- Notar que Z_{in} se comporta como un inductor de valor $L = \frac{a}{g_{m1} g_{m2}}$.

A reemplazar un componente pasivo por una red activa que se comporta igual se lo denominó activar el circuito.

- Como el "inductor" activo está definido respecto a tierra, podemos reemplazar un inductor real por esta red siempre que uno de los terminales del mismo esté a tierra.

butterworth

- Biblio → Cap. 6 Schumann

- Videos

- Una transferencia de Butterworth es una función de aproximación que busca una máxima planicie en la banda de paso. Para lograr esto, recurriremos a aproximar mediante cambios de pendiente (derivadas) tendientes a 0.

- Partimos de: $|T_{Bw}|^2 = \frac{A(\omega^2)}{B(\omega^2)}$

Recordarás también que $|T_{Bw}|^2 = T_{Bw} \cdot T_{Bw}^*$

$$|T_{Bw}| \cdot e^{j\omega t} \quad |T_{Bw}| e^{-j\omega t}$$

Buscamos una T de este tipo (pasabajos)

La transferencia va a ser una función de tipo: $|T_{Bw}|^2 = \frac{1}{1 + |k(\omega^2)|^2} = \frac{A(\omega^2)}{B(\omega^2)}$

$$\rightarrow A(\omega^2) + A(\omega^2) |k(\omega^2)|^2 = B(\omega^2)$$

$$\rightarrow |k(\omega^2)|^2 = \frac{B(\omega^2) - A(\omega^2)}{A(\omega^2)}$$

- Para que la transferencia se corresponda con la de un pasabajos,

$$\begin{cases} A(\omega^2) = 1 \\ B(\omega^2) = B_0 + B_1 \omega^2 + \dots + B_n \omega^{2n} \end{cases}$$

dado que $\omega_0 = 1$

- Para que $|k(\omega^2)|^2$ sea una función suave: $\left. \frac{\partial |k(\omega^2)|^2}{\partial \omega^2} \right|_{\omega=0} = 0$

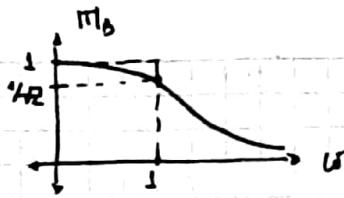
$$\rightarrow \left. \frac{\partial |k(\omega^2)|^2}{\partial \omega^2} \right|_{\omega=0} = B_2 + 2B_1 \omega^2 + \dots = 0 \Rightarrow B_2 = 0$$

Resumen: Si continuas analizando, llegarás a que todas las derivadas deben ser 0, excepto la de orden n , ya que si no $B(\omega^2)$ sería una constante.

Entonces: $B(\omega^2) = 1 + B_n \omega^{2n} = 1 + \varepsilon^2 \omega^{2n}$ cuando $B_n = \varepsilon^2$

$B(\omega^2)$ es una función de variosa planicie. En particular, cuando $B_n = 1$, es una transferencia de butterworth.

$$\Rightarrow |T(j\omega)|^2_{\text{Butterworth}} = \frac{1}{1 + \omega^{2n}}$$



- Notar que, independientemente del orden n , siempre $|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- A medida que aumenta n , la transferencia se acerca a la ideal.
- Sin embargo, también obtendremos transferencias más difíciles de implementar.
- ¿Dónde estarán las singularidades de una transferencia tipo butterworth?

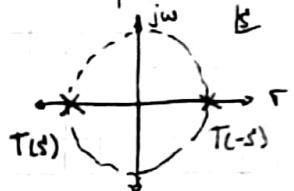
• Tomemos como ejemplo el caso de orden 3: $|T_3(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+\omega^6}$

$$\rightarrow |T_3(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+(\frac{\omega}{j})^2} = \frac{1}{1-\omega^2} \rightarrow |T_3(s)|^2 = \frac{1}{1-s^2}$$

\rightarrow No habrá ceros
 Los polos serán reales; tendremos uno en $\bar{s}=1$ y otro en $\bar{s}=-1$

$$\rightarrow |T_3(s)|^2 = \frac{1}{(s+1)(s-1)} ; \text{ Sabemos que } |T_3(s)|^2 = |T_3(s)||T_3(-s)|$$

\rightarrow ¿Cuál polo corresponde a cuál función? \Rightarrow Para que la función sea estable, el polo debe caer en el semiplano izquierdo $\Rightarrow T(s) = \frac{1}{s+1}$



• Si repetimos el análisis para un orden 2, obtendremos: $|T(s)|^2 = \frac{1}{1+s^4}$

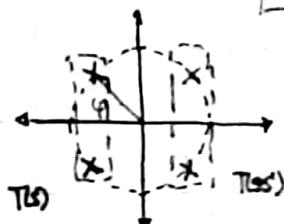
$$\rightarrow s^4 = -1$$

\hookrightarrow Los polos estarán en la circunferencia unitaria en ángulos

$$\theta_k = \frac{\pi + 2k\pi}{4}$$

\rightarrow Tendremos 4 polos

$$\begin{cases} \theta_1 = \frac{\pi}{4} \\ \theta_2 = \frac{3\pi}{4} \\ \theta_3 = \frac{5\pi}{4} \\ \theta_4 = \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$



$$\rightarrow \psi = \frac{\pi}{4} \rightarrow \vartheta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\rightarrow T_2(s) = \frac{1}{s^2 + s^2 + 1}$$

• Recapitulando: para hallar la transferencia de un butter de orden n , debemos hallar la posición de los polos de $|T(s)|^2$, quedarnos con los del semiplano izquierdo para que la función sea estable, hallar Ψ y con él, Φ , y finalmente hallar la transferencia.

los polos estarán siempre sobre la circunferencia unitaria, separados entre sí π/n rad, y estando la primera a $\pi/2n$ rad del eje $-j\omega$.

Además, si el orden es impar, tendremos un polo en el eje $-j\omega$.

Apuntes de clase 3 (17/04)

- Hasta ahora, lo que hicimos fue modificar los parámetros Ψ y ω_0 de un filtro para obtener cierta transferencia. A partir de aquí, cambia el paradigma: buscaremos una transferencia que cumpla con determinadas requisitos, y en función de ello hallar los parámetros necesarios para sintetizarla.
- Un tipo de función que se suele buscar sintetizar es una de máxima planicidad. Esto implica que todas las derivadas excepto la de mayor orden serán nulas.
- Realizando el desarrollo para una transferencia pasabordes, como vimos en los videos, llegamos a la siguiente expresión: $|T(s)|^2|_{s=j\omega} = \frac{1}{1 + \zeta^2 \omega^{2n}}$. Con una $T(s)$ que cumpla con cero, tendremos una transferencia de máxima planicidad.
En particular, para $\zeta^2 = 1$ tenemos una transferencia de Butterworth.
- La suavidad de la curva (que es lo que define la máxima planicidad) está definida en el origen. La función será monótonamente decreciente.
- Una característica de este tipo de transferencias es que, independientemente del orden, $|T(s)|^2 = 1/2$.

R) Detalle que me dijiste de ayer: tanto la aproximación de máx. planicidad como las otras que veremos buscan aproximar una transferencia ideal, de tipo Bode (físicamente irrealizable).

- Tenemos distintas formas de representar la transferencia:

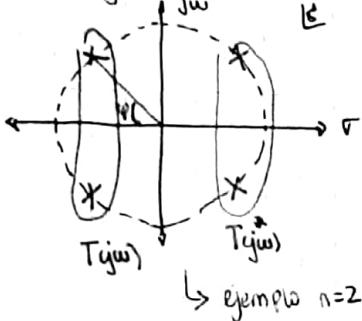
$$T(j\omega) = \underbrace{Re(j\omega)}_{\text{cartesiana}} + j \underbrace{Im(j\omega)}_{\text{polar}} = |T(j\omega)| \cdot e^{j(\varphi_{T(j\omega)})}$$

→ A partir de la forma polar podemos relacionar nuestra transferencia $T(s)$ con la función de aproximación $|T(j\omega)|^2$. ¿Cómo?

$$\rightarrow |T(j\omega)|^2 = T(j\omega) \cdot T(j\omega)^* = T(s) \cdot T(-s)$$

- La función de aproximación $|T(j\omega)|^2$ impone una configuración de polos donde estos estarán equiespaciados angularmente. Importante: esto lo impone la función!!

También es importante recordar que $|T(j\omega)|^2 = T(j\omega) \cdot T(j\omega)^*$, lo cual implica que la configuración de polos estará "espejada", porque incluye los de las dos funciones.



En realidad, la función no nos dice qué polos corresponden $T(j\omega)$ y cuáles a $T(j\omega)^*$. Nosotros elegimos que los del semiplano izquierdo correspondan a $T(j\omega)$ para que $T(s)$ sea estable.

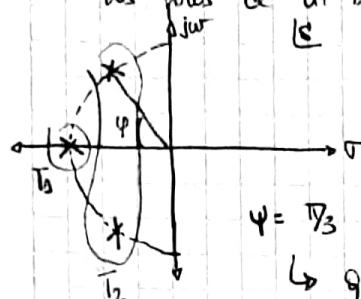
- Detalle: No es lo mismo un butter de orden 2 en cascada con uno de orden 3, que un butter de orden 3. ¿Por qué? porque en el primer caso los polos no estarán equiespaciados, y por lo tanto la configuración no se corresponde con una transferencia de sistemas planicidad.

- En sistemas butter, a medida que aumenta el n , aumenta el θ .

- Los polos serán lo que nos permita encontrar la $T(s)$. ¿Cómo? → A través de la inclinación respecto a $-\pi$, ψ , que está relacionada con $\theta \rightarrow \theta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \psi$

• Ejemplo: Diseñar una red que responda como filtro de orden 3. ($L_p = 1$, $\omega_0 = 1$)

→ Los polos de un Buffer de orden 3 ~~se~~ se calculan de la siguiente forma.



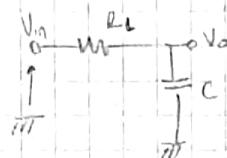
$$\bullet T_1(s) = \frac{1}{s+1}$$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2 + s + 1)}$$

$$\bullet T_2(s) = \frac{1}{s^2 + s + 2\cos(\pi/3) + 1}$$

sección de sos
1º orden (second order section)

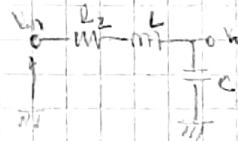
→ Para T_1 propuesto:



$$\rightarrow T_1(s) = \frac{1}{LC} \frac{1}{s + \frac{1}{\sqrt{LC}}} \rightarrow RC = 1$$

$$R = \frac{1}{C}$$

→ Para T_2 propuesto:



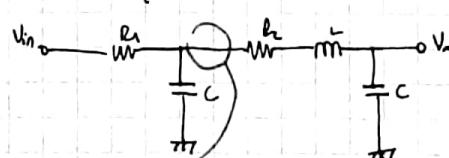
$$\rightarrow T_2 = \frac{\frac{1}{s}}{\frac{1}{LC} + sL + R} = \frac{\frac{1}{s}}{\frac{1}{3C} + s \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{s}}{s^2 \cdot \frac{1}{3C} + s \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3}}$$

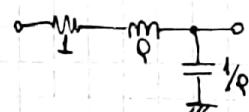
$$\frac{1}{s^2 \cdot \frac{1}{3C} + s \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = \frac{3}{s^2 + s + 1}$$

$$\frac{1}{s^2 + s + 1} = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$$\rightarrow \text{Si } C = 1 \Rightarrow \begin{cases} R_1 = 1 \\ L = 1 \\ R_2 = 1 \end{cases}$$



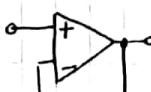
Otra forma para la sos que habíamos visto en clase:



→ En este caso no cambia mucho porque

$$Q = 1.$$

Ojo acá: Si conectamos directamente, no estamos cumpliendo con que la transferencia sea en vacío ($I_2 = 0$). Debemos colocar un buffer entre secciones:



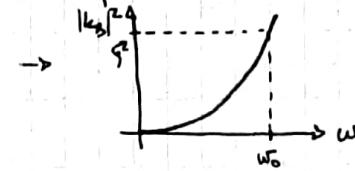
Chebyshev

Vídeos (clase 4),

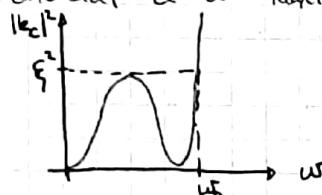
- Recordando Butter.: teníamos una función de aproximación $|k_{BUTTER}|^2$ que buscábamos

sería lo más plana posible en la banda de paso:

$$|T_B(w)|^2 = \frac{1}{1 + k_B w^2} = \frac{1}{1 + \xi^2 w^{2n}}$$



lo que vamos a buscar con una aproximación de Chebyshev es una función que oscile en la banda de paso, de forma de distribuir homogéneamente el error (respecto a la respuesta ideal) para que este acortado en toda la banda de paso, "diferencia de el máximo planicie donde es creciente.



→ Esto ademas nos va a ofrecer mejor roll-off.

- ¿Cómo será $|k_C|^2$? → Dom: de 0 a 1
Im: de -1 a 1 } Una función trigonométrica cumple con esto

→ Usaremos funciones trigonométricas.

$$\rightarrow |k| = \xi \cdot y = \xi \cdot \cos(n\pi x), \text{ con } x = \arccos(\omega)$$

↳ de esta forma, acotando x de 0 a 1.

$$\Rightarrow |k| = \xi \cdot \cos(n \cos^{-1}(\omega)), \quad 0 \leq \omega \leq 1$$

→ Esto en la banda de paso. Y fuera de ella? Hay que modificarla para que

aplique $\forall \omega$: $|k| = \xi \cdot \cos(n \cosh^{-1}(\omega))$, $\forall \omega$

la llamamos $C_n(\omega) \Rightarrow |T_C(w)|^2 = \frac{1}{1 + C_n^2(\omega)}$

- Ahora, necesitamos para poder implementar la función necesitamos que sea polinómica, no trigonométrica. Usando una regla de composición polinómica del coseno, llegamos a:

$$\cos(n \cosh^{-1}(\omega)) = 2^{n-2} \cdot \omega^n - \frac{n}{2!} 2^{n-3} \cdot \omega^{n-2} + \dots$$

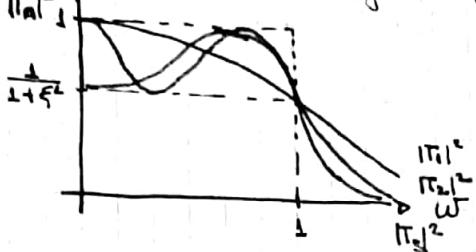
De esta forma,

$$\left\{ \begin{array}{l} C_0(\omega) = 1 \\ C_1(\omega) = \omega \\ C_2(\omega) = 2\omega^2 - 1 \\ C_3(\omega) = 4\omega^3 - 3\omega \end{array} \right.$$

$$\vdots$$

$$C_n(\omega) = 2n\omega \cdot C_{n-1}(\omega) - (n-1)\omega^n$$

- La transferencia tendrá la siguiente forma:

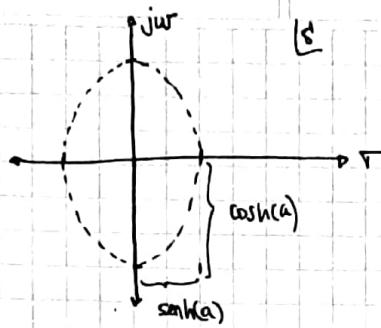


- Para $\omega=0 \rightarrow \cos^{-1}(0) = \pi/2$
 $\rightarrow \cos(n\pi/2) \xrightarrow[n \text{ par}]{} 1 \quad p/n \text{ par}$
- Para $\omega=1 \rightarrow \cos^{-1}(1) = 2k\pi$
 $\rightarrow \cos(n2k\pi) = 1 \quad \forall n$
- En valores intermedios, tendremos una oscilación para $n > 1$, para $n=1$, tendremos una función monótonamente decreciente

- A medida que aumenta n , tenemos más oscilación y máIOR rolloff.
- Una buena regla empírica es que la función tendrá los mismos centros de selenoides y/o "tocará" los bordes de la zona de corte muerto tantas veces como sea el orden.

- De la misma forma que con las funciones de máxima planitud, para poder implementar circuitalmente una función de Chebyshev necesitamos conocer su configuración de polos y ceros. El desarrollo matemático está en el Schumann, apartado 7.3 (pág. 284). No lo repito porque es largo y tedioso. La conclusión es que los polos estarán localizados sobre una elipse, y las coordenadas serán:

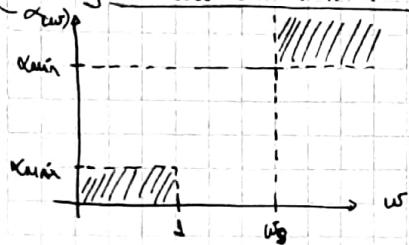
$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_k = \operatorname{senh}(a) \cdot \sin\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) \\ w_k = \operatorname{cosh}(a) \cdot \cos\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) \end{array} \right., \text{ con } \left\{ \begin{array}{l} k = 1, 2, \dots, n \\ a = \frac{1}{n} \operatorname{senh}^{-1}\left(\frac{1}{\xi}\right) = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{1}{\xi} + \sqrt{\frac{1}{\xi^2} + 1}\right) \end{array} \right. , \text{ tantos polos como sea el orden, lógicamente}$$



• ¿Cómo diseñamos un filtro Chebyshev?

→ Lo que se nos dará como requerimiento es el máximo ripple en la banda de paso, atenuación

y la atenuación mínima en la banda de rechazo:



$$\rightarrow \alpha_{max} = \frac{1}{|T|} = \sqrt{1 + \xi^2} \quad [\text{veces}]$$

$$= 10 \log(1 + \xi^2) \quad [\text{dB}]$$

$$\Rightarrow \xi^2 = 10^{\frac{\alpha_{max}/10 - 1}{2}}$$

$$\rightarrow [c_n(w)] = 10 \log(1 + c_n^2(w)) = 10 \log(1 + \xi^2 \cosh^2[n \cosh^{-1}(w_0)])$$

abiendo ~~se~~ podrás despejar n , la recomendación es hallarlo por iteración.

→ De esta forma, obtenemos n y ξ . A partir de esto, podemos:

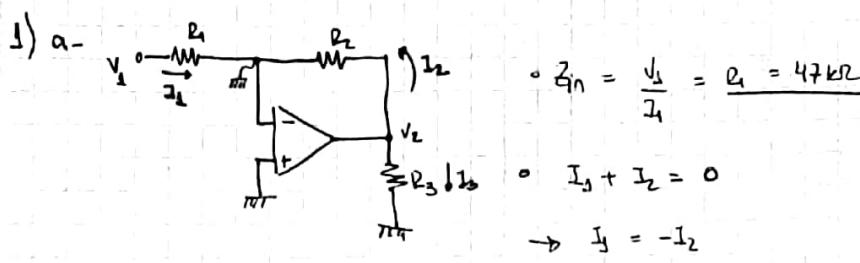
- Método del Schenemann
- Calcular $a \rightarrow$ hallar la ubicación de los polos
 - Hallar w_0 y ϕ para cada par de polos complejos conjugados como:
- $$\begin{cases} w_0^2 = \Gamma_n^2 + w_n^r{}^2 \\ Q_n = \frac{1}{2 \cos \phi_n} \end{cases}$$

Propuesto por la cátedra → obtener $|T_p(w)|^2 = \frac{1}{1 + C_n^2(w)}$ → conociendo el C_n a partir de la

fórmula recursiva, podemos hallar las raíces del polinomio

$$\rightarrow \frac{1}{1 + C_n^2(w)} \Big|_{w=\frac{1}{\sqrt{1+C_n^2(w)}}} = T(s) \cdot T(-s) \Rightarrow \text{hallamos } T(s) \text{ y sintetizamos}$$

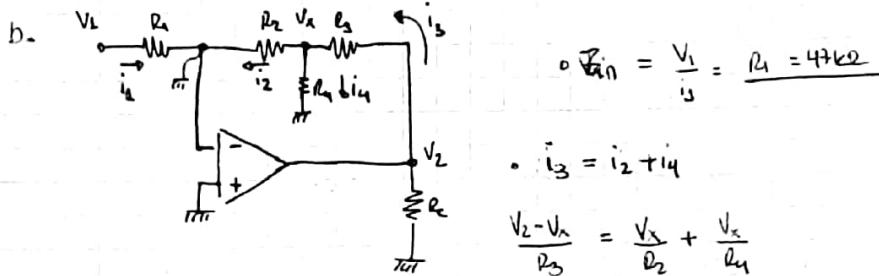
Guía 1 - Amps.



$$\rightarrow \frac{I_1}{R_1} = -\frac{V_2}{R_2} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$\rightarrow \left| \frac{V_2}{V_1} \right| = \frac{R_2}{R_1} = 70 \text{ dB} = 10^4 \text{ veces} \Rightarrow R_2 = 47 k\Omega \cdot 10^4$$

$\hookrightarrow [?]$ Es un valor demasiado grande



$$\rightarrow \frac{V_2}{R_3} = V_x \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) = V_x \left(\frac{R_3 + R_2 R_4 + R_2 R_3}{R_2 R_3 R_4} \right)$$

$$\rightarrow V_x = \frac{V_2 \cdot R_2 R_4}{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4}$$

$$\therefore i_1 = -i_2 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} = -\frac{V_x}{R_2} = -\frac{V_2}{R_2} \cdot \frac{R_2 R_4}{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4}$$

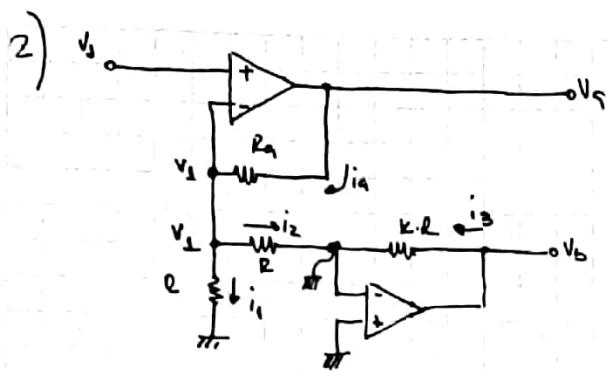
$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = -\frac{(R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4)}{R_2 \cdot R_4} = 10^4 \text{ veces}$$

$$\rightarrow \frac{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4}{R_4} = 47 k\Omega \cdot 10^4 \text{ veces}$$

$$\therefore \text{Si } R_2 = R_3 = R_4 = R \rightarrow \frac{3R}{R} = 47 k\Omega \cdot 10^4 \rightarrow \frac{R}{1} = 47 k\Omega \cdot 10^4$$

\hookrightarrow de nuevo, muy grande

c- Hecho en clase.



$$\bullet \quad i_a = i_1 + i_2$$

$$\frac{V_a - V_1}{R_g} = 2 \frac{V_1}{R}$$

$$\frac{V_b}{R} = \left(\frac{2}{R} + \frac{1}{R_g} \right) V_1 \rightarrow V_a = V_1 \left(\frac{2R_g}{R} + 1 \right)$$

$$\bullet \quad i_3 + i_2 = 0 \rightarrow i_3 = -i_2$$

$$\frac{V_b}{kR} = -\frac{V_1}{R} \rightarrow V_b = -V_1 \frac{kR}{R} = -k \cdot V_1$$

$$\Rightarrow V_{ab} = V_a - V_b = V_1 \left(\frac{2R_g}{R} + 1 + k \right) = \frac{2 \cdot R \cdot (k+1)}{R} + 1 + k = 2k$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{V_{ab} = 2k}}$$

3) 1- Z_{in} estará determinada por el paralelo entre R_1 y $R_2 + R_1 \rightarrow$ será capacitiva (no pura).

Recordatorio:

2. Z_{in} será R_1 en serie con $C_1 \rightarrow$ capacitiva no pura.

3)

1	2
3	4

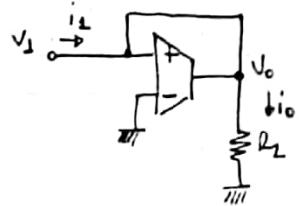
3. Z_{in} será C_2 en serie con $R_2 \rightarrow$ capacitiva no pura

4. Z_{in} será $(R_1 + R_2) \rightarrow$ resistiva pura.

• Habrá que desarrollar matemáticamente para verificarlo (!)

4) • si se toma la salida entre R_1 y R_2 , $V_o = \frac{V_1}{2}$.

Se propone:



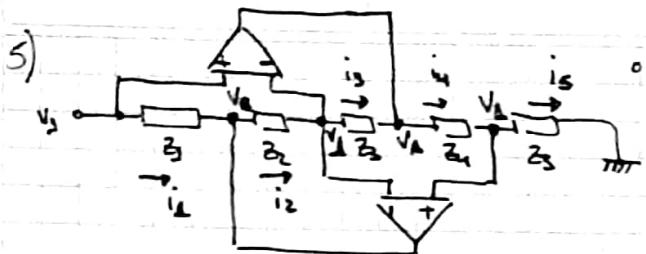
$$i_0 = g_m V_1$$

$$\rightarrow V_o = i_0 \cdot R_2 = g_m \cdot V_1 \cdot R_2$$

$$\rightarrow g_m \cdot R_2 = \frac{1}{2}$$

→ Se modula el OTA para lograr $\underline{\underline{g_m = 100 \mu S}} \Rightarrow \underline{\underline{I_{max} = 0,7 \mu A}}$

→ Simular (!)



Se desarrolla la admittance:

$$\bullet i_s = V_3 \cdot Y_5$$

$$\bullet i_4 = (V_4 - V_3) Y_4$$

$$\rightarrow i_s = i_4 \rightarrow V_3 Y_5 = (V_4 - V_3) Y_4 \rightarrow V_4 = V_3 \left(\frac{Y_4 + Y_5}{Y_4} \right)$$

$$\bullet i_3 = (V_3 - V_2) Y_3 = \left(V_2 - V_1 \left(\frac{Y_4 + Y_5}{Y_4} \right) \right) Y_3 = V_2 \left(\frac{Y_3 Y_4 - Y_3 Y_4 - Y_3 Y_5}{Y_4} \right) = -V_2 \left(\frac{Y_3 Y_5}{Y_4} \right)$$

$$\therefore i_2 = (V_B - V_1) Y_2$$

$$\rightarrow i_3 = i_2 \rightarrow -V_1 \frac{Y_3 Y_5}{Y_4} = V_B Y_2 - V_1 Y_2 \rightarrow V_B = V_1 \left(1 - \frac{Y_3 Y_5}{Y_4 Y_2} \right)$$

$$\bullet i_2 = (V_B - V_3) Y_2 = V_1 \left(1 - \frac{Y_3 Y_5}{Y_4 Y_2} \right) Y_2 = V_1 \frac{Y_1 Y_3 Y_5}{Y_2 Y_4}$$

$$\Rightarrow Z_{in} = \frac{V_1}{i_2} = \frac{Y_2 Y_4}{Y_1 Y_3 Y_5} = \frac{Z_2 Z_3 Z_5}{Z_1 Z_4}$$

$$a- \begin{cases} Z_1 = R_1 = 1\text{k}\Omega \\ Z_2 = C_1 = 1\mu\text{F} \quad (1/\omega) \\ Z_3 = R_2 = 1\text{k}\Omega \\ Z_4 = R_3 = 1\text{k}\Omega \\ Z_5 = R_4 = 1\text{k}\Omega \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_{in} = \frac{\frac{1}{\omega} R_2 R_4}{\frac{1}{\omega} \cdot R_3} = \frac{S C_1 R_2 R_4}{R_3} = S C_1 R_2 R_4 = S \cdot G_1 R_2$$

• calculo porque son =

$$= \$$$

b- Hacemos en clase.

$$c- \begin{cases} Z_1 = 1/S C_1, C_1 = 1\mu\text{F} \\ Z_2 = R_1 \\ Z_3 = 1/S C_2, C_2 = 1\mu\text{F} \\ Z_4 = R_3 \\ Z_5 = R_4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z_{in} = \frac{\frac{1}{S C_1} \cdot \frac{1}{S C_2} \cdot R_4}{R_1 \cdot R_3} = \frac{1}{S^2 C_1 C_2 R_1} = \frac{1}{S^2 \cdot 10^{-8}}$$

• calculo porque son =

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

$$= \$$$

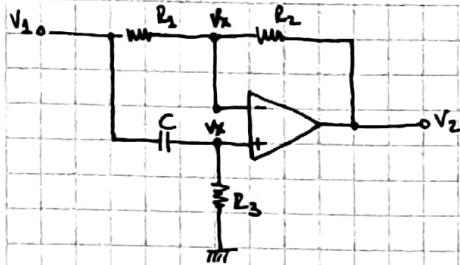
$$= \$$$

$$= \$$$

Tarea Semanal 1

HOJA N° 1

FECHA



$$1. \frac{V_A - V_x}{R_1} = \frac{V_x - V_2}{R_2} \rightarrow V_x = V_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2} + V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (1)$$

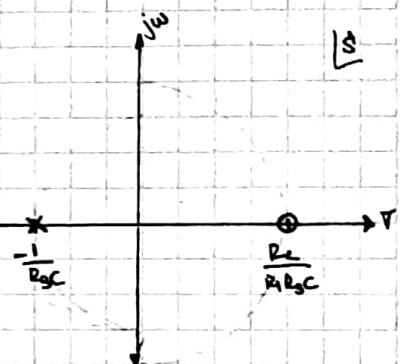
$$\circ V_x = V_1 \frac{\frac{R_1}{R_1 + R_2}}{1 + \frac{1}{sC}} = V_1 \frac{sCR_1}{sCR_1 + 1} = V_x \quad (2)$$

$$(1) \text{ y } (2) \Rightarrow V_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2} + V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = V_1 \frac{sCR_1}{sCR_1 + 1}$$

$$\Rightarrow V_1 \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{sCR_1}{sCR_1 + 1} = -V_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$V_1 \frac{1}{R_1} \cdot \frac{sCR_1 - R_2}{sCR_1 + 1} = V_2 \Rightarrow$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{R_1} \frac{sCR_1 - R_2}{sCR_1 + 1} = \frac{s - \frac{R_2}{R_1 R_C}}{s + \frac{1}{R_1 R_C}}$$



2. Es un filtro pasatodo. Ref.: Schumann, Tabla 3.1 (fig. 77). (T_f)

$$3. \omega_L = R_3, \omega_H = \frac{1}{CR_3} \Rightarrow$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{s - \frac{R_2}{R_1}}{s + 1}$$

$$\begin{cases} R_{2n} = 1 & R_{2n} = \frac{R_2}{R_3} \\ C_n = 1 & R_{1n} = \frac{R_1}{R_3} \end{cases}$$

○ Circuitariamente, la frecuencia $\frac{1}{CR_3}$ representa

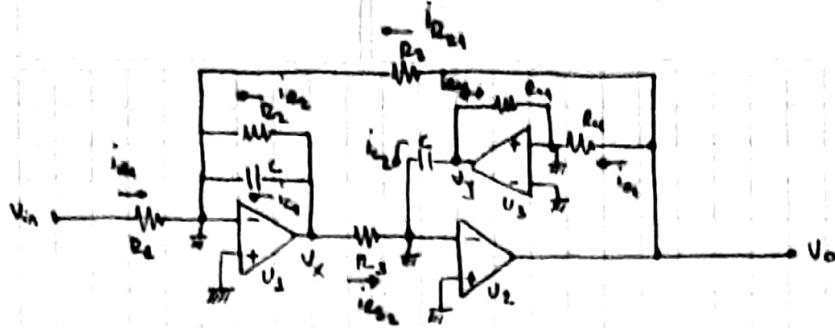
4. Incluir gráfico de Spyder. Consideración: se toma $R_{2n} = 1$ y $C_n = 1$ ($R_1 = R_2 = R_3$).

5. Incluir gráfico de Spyder.

6. Se observa en la respuesta en frecuencia que el circuito cambia la fase de la señal de entrada sin modificar su módulo. Si se quisiera generar un cambio de fase determinado a una frecuencia dada sin alterar el módulo a ninguna frecuencia, se podrían diseñar los valores de este circuito con ese fin.

NOTA

Tarea Semanal 2



• Transferencia

• Por conveniencia, se usó la conductancia

$$\left\{ \begin{array}{l} G_1 = \frac{1}{R_1} \\ G_2 = \frac{1}{R_2} \\ G_3 = \frac{1}{R_3} \\ G_4 = \frac{1}{R_4} \end{array} \right.$$

$$• i_{G_1} = i_{G_4} \rightarrow V_o \cdot G_4 = -V_x \cdot G_1 \Rightarrow V_o = -V_x \quad (1)$$

$$• i_{G_2} = -i_{G_3} \rightarrow V_x \cdot G_2 = -V_x \cdot G_3 \Rightarrow V_x = \underline{\underline{2V_o \frac{G_2}{G_3}}} \quad (2)$$

$$• i_{G_1} = -(i_{G_3} + i_{G_2} + i_{G_4}) \rightarrow V_x \cdot G_1 = -(V_o \cdot G_3 + V_x \cdot G_2 + V_x \cdot G_4) \quad (3)$$

• Aplicando (1) en (2), y luego (2) en (3), se obtiene:

$$V_{in} \cdot G_0 = -V_o \cdot \left(G_3 + \frac{G_2 \cdot G_1}{G_3} + \frac{(G_2)^2}{G_3} \right)$$

$$\rightarrow \frac{V_o}{V_{in}} = -G_0 \cdot \frac{1}{\left(\frac{(G_2)^2}{G_3} + \frac{G_2 \cdot G_1}{G_3} + G_3 \right)} = -\frac{G_1 G_3}{C^2} \cdot \frac{1}{s^2 + \frac{G_2}{C} s + \left(\frac{G_2}{C}\right)^2} = -\frac{G_1}{G_3} \cdot \frac{\left(\frac{G_2}{C}\right)^2}{s^2 + \frac{G_2}{C} s + \left(\frac{G_2}{C}\right)^2}$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{V_o}{V_{in}} = -\frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{\left(\frac{1}{R_2 C}\right)^2}{s^2 + \frac{1}{R_2 C} s + \left(\frac{1}{R_2 C}\right)^2}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = \frac{1}{R_2 C} \\ Q = \frac{R_2}{R_3} \cdot \frac{1}{R_2 C} = \frac{R_2}{R_3 C} \\ |H| = \frac{R_3}{R_1} \quad (H = T_{(s=0)}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = 10 \text{ rad/s} \\ Q = 3 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \omega_0 = \frac{1}{R_2 C} = 10 \Rightarrow C = \frac{1}{10 R_2} \quad \text{Defino } R_3 = 10 k\Omega \rightarrow C = 100 \mu F$$

$$\rightarrow Q = \frac{R_2}{R_3} = 3 \Rightarrow R_2 = 30 k\Omega$$

$$• H = 20 \text{ dB} = 10 \rightarrow \frac{R_3}{R_1} = 10 \Rightarrow R_1 = 1 k\Omega$$

• Como R_4 no influye en la transferencia, se le da un valor arbitrario para la simulación $\Rightarrow R_4 = 10 k\Omega$

• Normalización: Defino $\left\{ \begin{array}{l} R_2 = R_3 = 10k\Omega \\ L_{\text{m}} = \frac{1}{R_3 C} = 1 \text{ rad/s} \end{array} \right.$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R_1 = 0,1 \\ R_2 = 3 \\ R_3 = 1 \\ R_4 = 1 \\ C = 1 \end{array} \right.$$

• Sensibilidad: $S_x^y = \sum_j \frac{\partial y}{\partial x}$

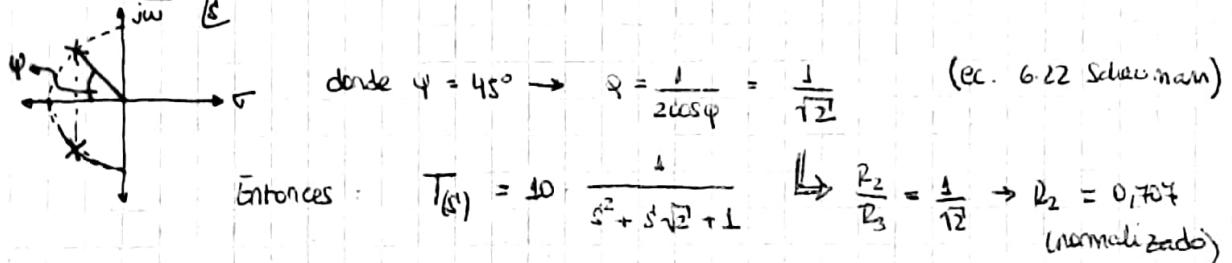
1. $S_{C_0}^{w_0} = \frac{C}{w_0} \cdot \frac{\partial w_0}{\partial C}; \quad w_0 = \frac{1}{R_3 C} \rightarrow \frac{\partial w_0}{\partial C} = -\frac{1}{R_3 C^2} \Rightarrow S_{C_0}^{w_0} = \frac{C}{(R_3 C)^2} = -1$

$$P = \frac{R_2}{R_3}$$

2. $\frac{\partial Q}{\partial R_2} = \frac{1}{R_3} \rightarrow S_{R_2}^Q = \frac{R_2}{P} \cdot \frac{1}{R_3} = \frac{R_2}{\frac{R_2}{R_3}} \cdot \frac{1}{R_3} = 1$ ④ Agregar conclusión en Jupyter

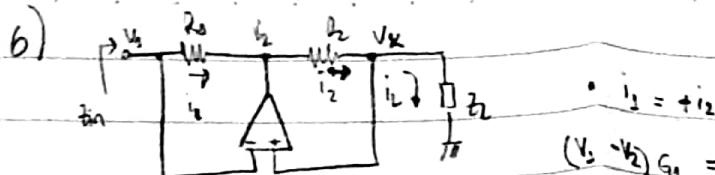
3. $\frac{\partial Q}{\partial R_3} = -\frac{R_2}{R_3^2} \rightarrow S_{R_3}^Q = \frac{R_3}{P} \cdot -\frac{R_2}{R_3^2} = \frac{R_3}{\frac{R_2}{R_3}} \cdot -\frac{R_2}{R_3} = -1$

- Butterworth: Los polos para una transferencia tipo Butterworth deben ser:



Entonces: $T(s) = 10 \frac{1}{s^2 + s\sqrt{2} + 1} \Rightarrow \frac{R_2}{R_3} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow R_2 = 0,707$
(normalizado)

- Pasabanda: hay que obtener la salida V_2 a la salida de V_1 .



$$i_3 = +i_2$$

$$(V_1 - V_2)G_1 = (V_2 - V_3)G_2$$

$$V_1(G_1 + G_2) = V_2(G_2 + G_3) \rightarrow V_3 = V_2 ?$$

$$i_2 = i_L$$

$$V_2 - V_3 G_2 = V_2 Y_L$$

$$V_2 (G_2 \cancel{G_3}) = V_2 (G_2 + Y_L)$$

$$V_3 = V_2 \frac{G_2}{G_2 + Y_L}$$

$$(V_1 - V_2)G_1 = (V_2 - V_3)G_2 = V_2 \left(1 - \frac{G_2}{G_2 + Y_L} \right) G_2$$

$$V_3 G_3 = V_2 \left(G_2 - \frac{G_2^2}{G_2 + Y_L} + G_2 \right)$$

$$V_3 G_3 = V_2 \left(\frac{G_2^2 + G_2 Y_L - G_2^2 + G_2 G_2 + G_2 Y_L}{G_2 + Y_L} \right)$$

$$\rightarrow V_3 = V_2 \frac{G_2 (G_2 + Y_L)}{G_2 Y_L + G_2 G_2 + G_2 Y_L}$$

$$\rightarrow i_1 = (V_3 - V_2)G_1 = V_2 \frac{G_1 - G_1^2 G_2 - G_1^2 Y_L G_2}{G_2 Y_L + G_2 G_2 + G_2 Y_L} \cdot \frac{G_1 G_2 Y_L}{G_2 Y_L + G_2 G_2 + G_2 Y_L}$$

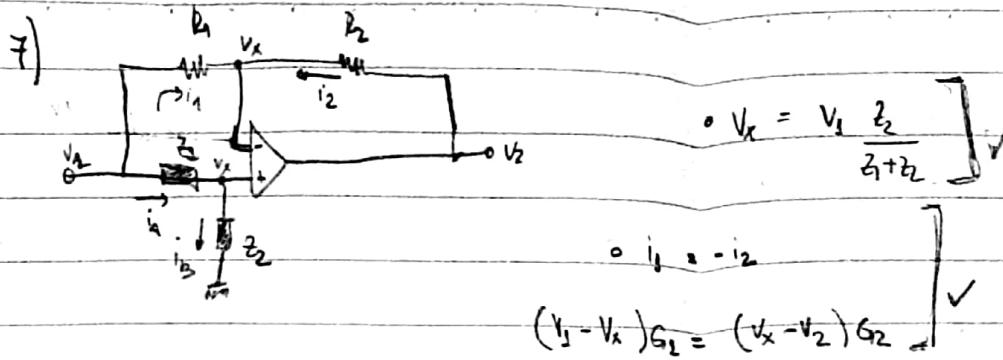
$$= V_2 \frac{G_1 G_2 Y_L}{G_2 G_2 + G_2 Y_L + G_2 Y_L}$$

$$\Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{G_1 G_2 Y_L}{G_2 G_2 + G_2 Y_L + G_2 Y_L} \rightarrow \text{una vez se da la ecuación}$$

de transformación de impedancia

$$\frac{\frac{1}{R_1 Z_L}}{\frac{1}{R_1 Z_L} + \frac{1}{R_2 Z_L} + \frac{1}{R_3 Z_L}} = \frac{\frac{1}{R_1 Z_L}}{\frac{1}{R_1 Z_L} + \frac{1}{R_2 Z_L} + \frac{1}{R_3 Z_L}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1 Z_L} + \frac{1}{R_2 Z_L} + \frac{1}{R_3 Z_L}} \rightarrow \text{pone las impedancias en serie y lo invierte.}$$

Dato Proporcionar.



$$V_1 G_1 - V_1 \left(\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) (G_1 + G_2) = -V_2 G_2 \quad (*)$$

$$V_1 \left(\frac{G_1 Z_1 + G_1 Z_2 - (G_1 + G_2) Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) = -V_2 G_2$$

$\rightarrow G_1 Z_2 !!$

$$\rightarrow V_1 \frac{Z_2 (G_1 G_2 - 1)}{Z_1 + Z_2} = -V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = -\frac{Z_2 (G_1 G_2 - 1)}{Z_1 + Z_2} = -\frac{Z_2 (G_1 G_2 - 1)}{Z_1 + Z_2}$$

a- $Z_1 = \frac{1}{SC}$, $Z_2 = R \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{-R/RC + 1}{\frac{1}{SC} + 1} = \frac{\frac{R}{RC} - 1}{\frac{1}{SC} + 1} \rightarrow \frac{R}{RC} = \frac{1}{SC} \Rightarrow \frac{1}{S} = \frac{RC}{R + RC}$

$(*) \quad (V_1 - V_x)G_1 = (V_x - V_2)G_2 \rightarrow V_1 G_1 - V_x G_1 - V_x G_2 = -V_2 G_2$

$$\rightarrow V_1 G_1 - V_1 \left((G_1 + G_2) \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) = -V_2 G_2$$

$$\rightarrow V_1 \left(G_1 - (G_1 + G_2) \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) = -V_2 G_2$$

$$V_1 \left(\frac{G_1 Z_1 + G_1 Z_2 - G_1 Z_2 - G_2 Z_2}{Z_1 + Z_2} \right) = -V_2 G_2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = -\frac{1}{G_2} \frac{(G_1 Z_1 - G_2 Z_2)}{Z_1 + Z_2} = \frac{Z_2 - \frac{G_1}{G_2} Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

a- $Z_1 = \frac{1}{SC}, Z_2 = R \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{R - \frac{R}{RC} SC}{\frac{1}{SC} + R} = \frac{R}{RC} \cdot \frac{1 - \frac{1}{R} \frac{1}{RC}}{1 + \frac{1}{RC}} = \frac{R}{RC} \cdot \frac{RC - 1}{RC + 1} \rightarrow \text{Añí va!}$

\downarrow es la TSI

$$b - z_1 = \frac{1}{sc} + R = \frac{scR + 1}{sc} \Rightarrow \frac{V_L}{V_1} = \frac{z_2 - z_1 \frac{R_B}{R_A}}{z_2 + z_1}$$

$$z_2 = \frac{1}{\frac{1}{R} + sc} = \frac{R}{scR + 1}$$

$$= \frac{\frac{R}{sc+1} - \frac{scR+1}{sc} \frac{R_B}{R_A}}{\frac{R}{sc+1} + \frac{scR+1}{sc}} = \frac{scR - (sc+1)^2 R_B}{sc + (sc+1)^2} = \frac{(-s^2(sc)^2 - 2sc + 1)R_B}{sc(s^2(sc)^2 + 2sc + 1 + sc)}$$

$$= \frac{-s^2(\frac{R_B}{sc})^2 + s^2(\frac{scR+1}{sc}) - \frac{R_B}{R_A}}{s^2(sc)^2 + 3sc + 1} = \frac{\frac{R_B^2}{sc}}{\frac{sc^2}{sc+1}} \cdot \frac{-s^2 + s(\frac{R_B^2}{sc} - \frac{R_B}{sc}) - \frac{1}{(sc)^2}}{s^2 + s \frac{3}{sc} + \frac{1}{(sc)^2}}$$

$$\frac{\frac{R_B^2}{sc}}{\frac{sc^2}{sc+1}} \cdot \frac{s^2 - sc + \frac{1}{(sc)^2}}{s^2 + s \frac{3}{sc} + \frac{1}{(sc)^2}}$$

\Rightarrow Verificar !!

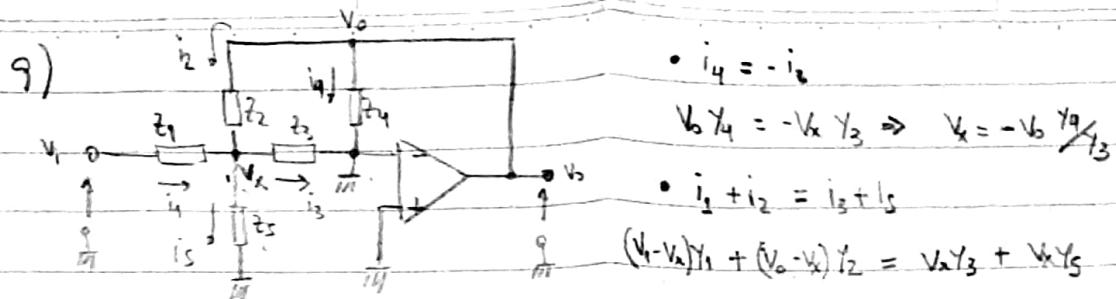
10)



$$I = \frac{V_1}{R}$$

$$V_2 = I \cdot \frac{R}{sc+1} = \frac{sc \cdot V_1 \cdot R}{sc+1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{sc \cdot R}{sc+1} = \frac{sc}{sc + \frac{1}{R}}$$



$$\rightarrow V_x Y_1 - V_x Y_3 + V_0 Y_2 - V_x Y_2 = V_x Y_3 + V_0 Y_5$$

$$V_x Y_1 = V_x Y_3 + V_0 Y_3 + V_0 Y_5 - V_0 Y_2 + V_x Y_2 !$$

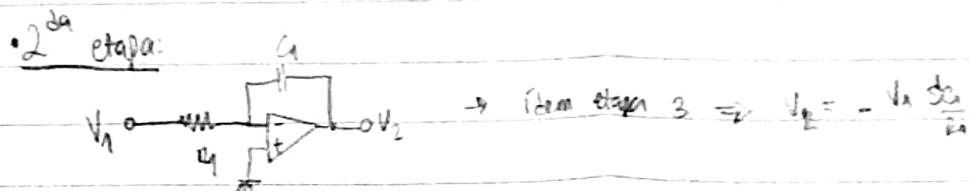
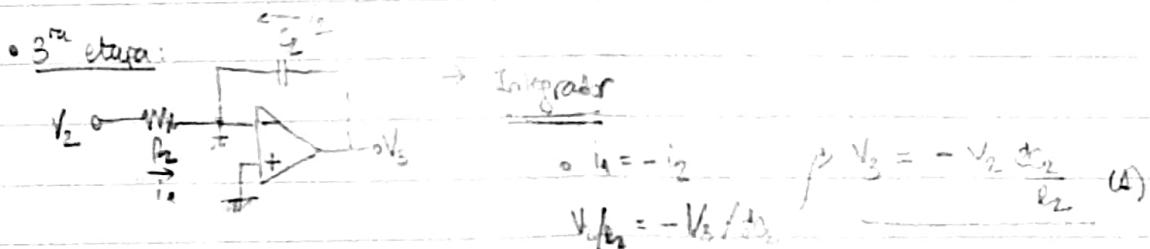
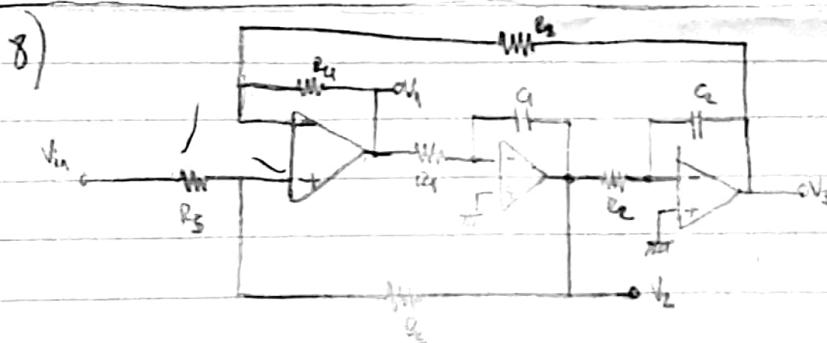
$$V_x Y_1 = V_x (Y_1 + Y_3 + Y_5) - V_0 Y_2 = -V_0 \frac{Y_4}{Y_3} (Y_1 + Y_3 + Y_5) - V_0 Y_2 = -V_0 \left(\frac{Y_4 Y_1 + Y_2 Y_3 + Y_3 Y_5 + Y_4 Y_5}{Y_3} \right)$$

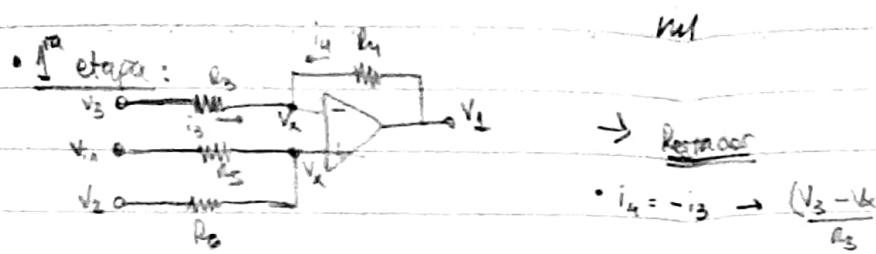
generico

$$\rightarrow \frac{V_0}{V_3} = - \frac{Y_4 Y_3}{Y_4 Y_1 + Y_2 Y_3 + Y_4 Y_5 + Y_3 Y_4 + Y_4 Y_5} = \frac{1}{R_2 R_3} \quad S^2 G_1 / R_1 + \frac{1}{R_2 R_3} + S^2 G_2 + \frac{1}{R_3} \cdot S G_2 + \frac{S G_1}{R_2}$$

comparando con el de la respuesta

$$\Rightarrow \frac{V_0}{V_3} = - \frac{\frac{1}{G_1 G_2 R_1 R_3}}{S^2 + \frac{1}{R_1 R_2} + \frac{1}{R_2 R_3} + \frac{1}{R_3} \cdot \frac{1}{G_1 G_2 R_1 R_3}} \quad \text{Respuesta}$$





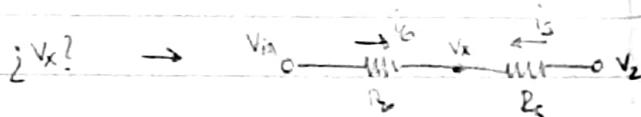
Ref

→ Resto de

$$\bullet i_4 = -i_3 \rightarrow \frac{(V_3 - V_x)}{R_3} = \frac{(V_1 - V_x)}{R_4}$$

$$\rightarrow -\frac{V_1}{i_4} = \frac{V_3}{R_3} - \frac{V_x}{R_4} - \frac{V_x}{R_3} = \frac{V_3}{R_3} + V_x \left(\frac{R_3 + R_4}{R_3 \cdot R_4} \right)$$

$$V_1 = V_x \frac{R_3 + R_4}{R_3} - \frac{V_3 R_4}{R_3}$$



$$\rightarrow i_6 = -i_5$$

$$\frac{V_{in} - V_x}{R_6} = \frac{V_x - V_2}{R_5} \rightarrow \frac{V_{in}}{R_6} + \frac{V_2}{R_5} = V_x \left(\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_5} \right) = V_x \left(\frac{R_5 + R_6}{R_5 R_6} \right)$$

$$\rightarrow V_x = V_{in} \frac{R_6}{R_5 + R_6} + V_2 \frac{R_6}{R_5 + R_6}$$

$$\Rightarrow V_1 = V_{in} \cdot \underbrace{\frac{R_5 (R_3 + R_4)}{R_3 (R_5 + R_6)}}_{K_1} + V_2 \underbrace{\frac{R_6 (R_3 + R_4)}{R_3 (R_5 + R_6)}}_{K_2} - \underbrace{V_3 \frac{R_4}{R_3}}_{K_3}$$

$$\rightarrow \text{Entradas: } V_2 = -V_1 \frac{S G_2}{R_2} = (-V_3 K_3 - V_{in} K_1 - V_2 K_2) \frac{S G_2}{R_2}$$

$$\oplus V_3 = -V_2 \frac{S G_2}{R_2}$$

$$V_2 + V_2 \frac{S^2 G_2 K_2}{R_2} + V_2 K_2 \frac{S G_2}{R_2} = V_{in} K_1 \frac{S G_2}{R_2}$$

$$V_2 = \frac{V_{in} K_1 \frac{S G_2}{R_2}}{1 + S^2 \frac{G_2 K_2}{R_2} + \frac{S G_2}{R_2}}$$

$$V_3 = -V_2 \frac{S G_2}{R_2} = -V_{in} K_1 \frac{S^2 G_2}{R_2} \frac{1}{S^2 \frac{G_2 K_2}{R_2} + S \frac{G_2}{R_2} + 1}$$

$$\rightarrow V_1 = V_{in} K_1 + V_{in} K_1 \frac{S G_2}{R_2} + \frac{V_{in} K_1 S^2 G_2}{R_2} \frac{1}{S^2 \frac{G_2 K_2}{R_2} + S \frac{G_2}{R_2} + 1} + \frac{V_{in} K_1 S^2 G_2}{R_2} \frac{1}{S^2 \alpha + S b + c}$$

$$V_1 = V_{in} (K_1) \left(\frac{S^2 G_2 + S G_2 + 1}{S^2 + S b + c} \right)$$

TS3

$$\xi^2 = 10^{\frac{0,259}{20}} - 1 = 0,259$$

$$n = \log\left(\frac{10^{0,259} - 1}{10^{0,259} + 1}\right) = 2,92 \Rightarrow n=3$$

$$2 \log\left(\frac{w_t}{w_p}\right)$$

$$|T_3(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + |k(j\omega)|^2}$$

$$\text{m) } |k(j\omega)|^2 = \frac{B(\omega^2) - A(\omega^2)}{A(\omega^2)} \quad \text{para } A=1$$

$$\rightarrow |k(j\omega)|^2 = B_2\omega^2 + B_4\omega^4 + B_6\omega^6 \quad \text{mit } B_2 = 1$$

$$B(\omega^2) = 1 + \xi^2\omega^2 = 1 + \xi^2\omega^6$$

$$T(s) = \frac{1}{s^3 + as^2 + bs + c}$$

$$|T_3(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \xi^2\omega^6}$$

$$T(s) = \frac{1}{(s^3 + as^2 + bs + c)^2} = \frac{1}{s^6 + as^4 + bs^2 + c^2}$$

$$|H_3(j\omega)|^2 = T_{(s)} \cdot T_{(-s)} \Big|_{s=j\omega}$$

$$\Rightarrow T_{(s)} \cdot T_{(-s)} = |T_3(j\omega)|^2 \Big|_{s=j\omega} = \frac{1}{1 + \xi^2\omega^6} = \frac{1}{1 + \xi^2(-\xi^3)^6} = \frac{1}{1 + \xi^2\xi^{18}} = \frac{1}{1 + \xi^{18}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{1 + \xi^{18}} = \frac{1/\xi^3}{\xi^3 + \xi^{12}} = \frac{c}{\xi^3 + a\xi^6 + b\xi^9 + c} = (-\xi^3 + a\xi^6 + b\xi^9 + c)$$

$$= \frac{c}{-\xi^{18} + a\xi^{15} - b\xi^{12} + c + \cancel{-\xi^{15} + a\xi^{12} - b\xi^9 + c} + \cancel{a\xi^6 - b\xi^3 + c}}$$

$$j^6 = -1$$

152423
j⁴ = 1
j² = -1
j = i
j² = -1
j³ = -j
j⁵ = 1
j⁷ = j
j⁸ = -1

$$\begin{aligned}
 |T(s)|^2 &= \frac{1}{1 + \xi^2 \cdot \left(\frac{s^2}{\xi^2} - 3\right)} = \frac{1}{1 + \xi^2 \cdot (-\xi^2)^3} = \frac{1}{1 - \xi^2 s^6} = \frac{1/\xi^2}{1/\xi^2 - s^6} \\
 &= \frac{c}{s^3 + as^2 + bs + c} \cdot \frac{c}{-s^3 + as^2 - bs + c} = \frac{c^2}{-s^6 + a^2 s^4 - 2bs^4 - b^2 s^2 + 2acs^2 + c^2} \\
 &= \frac{c^2}{s^6 + (a^2 - 2b)s^4 + (2ac - b^2)s^2 + c^2} = \frac{1/\xi^2}{1/\xi^2 - s^6}
 \end{aligned}$$

$$\rightarrow c = 1/\xi = 3,86$$

$$\rightarrow a^2 - 2b = 0 \rightarrow a^2 = 2b \rightarrow b = \frac{a^2}{2}$$

$$\rightarrow 2ac - b^2 = 0 \quad \rightarrow 2ac - \frac{a^2}{2} = 0$$

$$1,72a - \frac{a^2}{2} = 0 \quad \rightarrow a = 0 \rightarrow b = 0$$

$$a \left(1,72 - \frac{a}{2} \right) = 0 \quad \rightarrow 15,44 = a \rightarrow b = 119,26$$

Tengo 2 posibles $T(s)$:

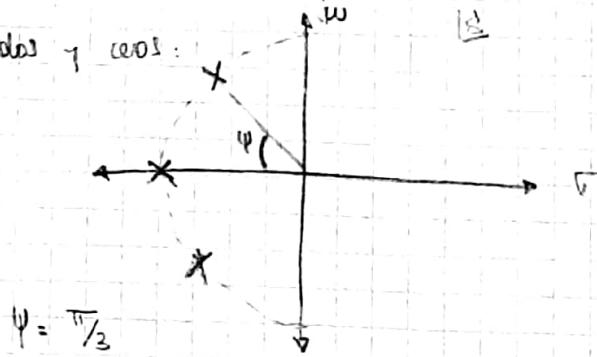
$$T(s) = \frac{1}{s^3 + 3,86} \rightarrow \text{punto simple real} \Rightarrow \text{DESCRIPCION}$$

$$T(s) = \frac{1}{s^3 + 15,44s^2 + 119,26s + 3,86} \Rightarrow \text{un punto simple real}$$

o punto de ejes complejos conjugados

\rightarrow PASAR EN W.P.O.

Puntos en ejes:



$$\psi = \pi/2$$

