TS6

Se pide el diseño de un filtro notch pasa-altos que presente máxima planicidad, con una frecuencia de corte $f_c = 300Hz$ y un cero de transmisión en $f_0 = 100Hz$. El prototipo pasabajos debe atenuarse a 20dB/década en frecuencias mayores a la central.

- Prototipo pasabajos normalizado $\rightarrow \begin{cases} \Omega_c = 1 \\ \Omega_0 = 3 \end{cases}$

- Para determinar el orden se hizo la siguiente consideración. Los ceros de transmisión serán complejos conjugados. Si se diseñara un LP de orden 2, los polos (también complejos conjugados) se anularían con los ceros en frecuencias lejanas a la central, obteniendo una transferencia plana. Si se busca una pendiente de -20 dB/década en frecuencias mayores a la central, se necesitará agregar un polo en continua, que vendrá con un correspondiente cero en infinito, en el prototipo LP. Con esto en mente, se determinó que el orden del LPF debe ser 3.

Además, como no se pide una $\alpha_{máx}$, se decidió diseñar una transferencia de Butterworth ($\alpha_{máx} = 3db \rightarrow \varepsilon^2 = 1$).

- Con esto en mente, la transferencia prototipo resulta:

$$T_{LP}(p) = \frac{p^2 + \Omega_0^2}{p^3 + 2p^2 + 2p + 1} \begin{array}{l} \rightarrow \text{ceros complejos conjugados} \\ \rightarrow \text{transferencia Butterworth de orden 3} \end{array}$$

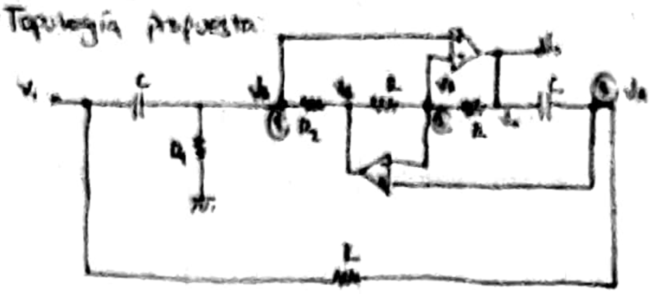
- Separando en secciones de 1ᵉʳ y 2ᵈᵒ orden se obtiene $T_{LP}(p) = \frac{1}{p+1} \cdot \frac{p^2 + \Omega_0^2}{p^2 + p + 1}$

- Aplicando el núcleo $p = 1/s$ para hallar la transferencia objetivo se obtiene:

$$T_{HP}(s) = \frac{1}{\frac{1}{s} + 1} \cdot \frac{(1/s)^2 + \Omega_0^2}{(1/s)^2 + 1/s + 1} = \frac{s}{s + 1} \cdot \frac{s^2 + \frac{1}{\Omega_0^2}}{s^2 + s + 1}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{HP}(s) = \frac{s}{s + 1} \cdot \frac{s^2 + \omega_0^{-2}}{s^2 + s + 1}}$$

• Topología propuesta



Nodo A $\rightarrow$ $V_A\,(sC + G_1 + G_2) = V_B\,G_2 + V_i\,sC$ (1)

Nodo B $\rightarrow$ $V_A\,2G = V_B\,G + V_o\,G$ (2)

Nodo C $\rightarrow$ $V_A\,(sC + G) = V_o\,sC + V_i\,G$ (3)

∘ Operando con (1) se obtiene: $V_B = V_A\,\dfrac{(sC + G_1 + G_2)}{G_2} - V_i\,\dfrac{sC}{G_2}$ (4)

• Operando con (3) se obtiene $V_A = V_o\,\dfrac{sC}{sC + G} + V_i\,\dfrac{G}{sC + G}$ (5)

∘ Reemplazando (4) y (5) en (2) y operando se llega a:

$$\boxed{T_{(s)} = \frac{V_o}{V_i} = \frac{s^2 + \dfrac{G(G_2 - G_1)}{C^2}}{s^2 + s\,\dfrac{G_1}{C} + \dfrac{G\,G_2}{C^2}}}$$

• Este circuito en cascada con un pasa-altos de 1er orden permite implementar la transferencia buscada.

• Implementación

∘ Sección de 2do orden:

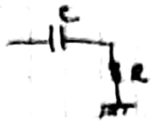
$$\begin{cases} \omega_0^2 = \dfrac{1}{R \cdot R_2 \cdot C} = 1 & (1) \\[2ex] \dfrac{\omega_0}{Q} = \dfrac{1}{R_1 C} = 1 & (2) \\[2ex] \omega_z^2 = \dfrac{\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right)}{RC} & (3) \end{cases}$$

∘ En (2), se fija $C = 1 \Rightarrow R_1 = 1$

∘ Con esto, en (1) se obtiene $R = \dfrac{1}{R_2}$ (4)

∘ Usando (4) en (3), se obtiene $\begin{cases} R = 1{,}12 \\ R_2 = 0{,}89 \end{cases}$

- Sección de 1er orden: se propone un RC:



$\rightarrow T(s) = \frac{s}{s + 1/RC}$

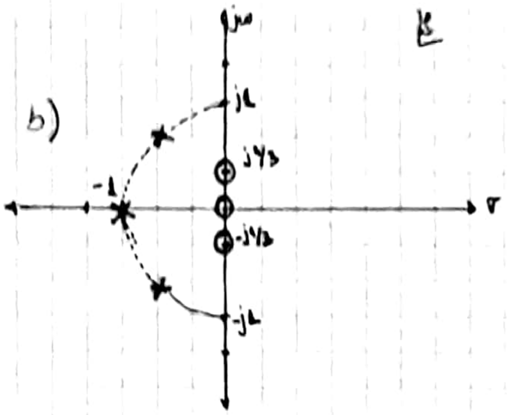
$\rightarrow \omega_0 = 1 = \frac{1}{RC} \Rightarrow \underline{C=1}, \underline{R=1}$

- Circuito final en LTSPICE. El resultado es el buscado.

Respuestas:

a) $H(s) = \frac{s}{s+1} \cdot \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + s + 1}$

b)



- Simulado en Python. Se adjunta script.

c) Sección de 2do orden (propuesta) $\begin{cases} R_1 = C = 1 \\ R = 1{,}12 \\ R_2 = 0{,}88 \end{cases}$

Sección de 1er orden: $\{ C = R = 1$

- Simulado en LTSpice. Se adjunta archivo.

d) Mientras que el circuito propuesto realiza una transferencia notch pasa-altos únicamente, el presentado en la figura 5.16 del libro de Schaumann permite realizar cualquier transferencia bicuadrática. El proceso de diseño es similar, pero la implementación final variará debido a que el circuito propuesto por Schaumann tiene más componentes, los cuales en una implementación de una bicuadrática en particular se pueden obviar.

Se incluyen los archivos de simulación en LTSpice del circuito de Schaumann. El diseño resultó:

$\begin{cases} R = C = 1 \text{ (normalizado en impedancia y frecuencia)}, \ \omega_0^2 = 1 \\ \omega_z^2 = \frac{1}{9} \rightarrow C = \frac{1}{2} \begin{cases} \rightarrow a = \frac{5}{9} \\ \rightarrow b = \frac{1}{18} \end{cases} \\ Q = 1 \end{cases}$