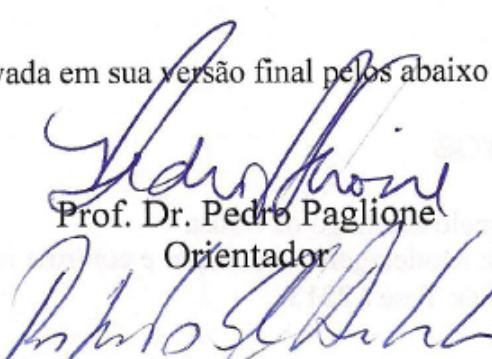


Tese apresentada à Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa do Instituto Tecnológico de Aeronáutica, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica, área de Mecânica e Controle de Vôo.

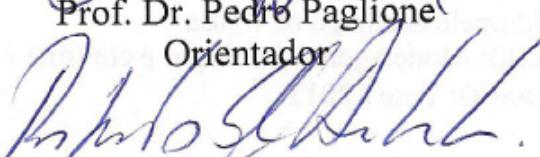
Marcelo Santiago de Sousa

**MODELAGEM, SIMULAÇÃO E CONTROLE NÃO LINEAR DE
AVIÕES MUITO FLEXÍVEIS**

Tese aprovada em sua versão final pelos abaixo assinados:


Prof. Dr. Pedro Paglione

Orientador


Prof. Dr. Roberto Gil Annes da Silva

Co-orientador

Prof. Dr. Celso Massaki Hirata
Pró-Reitor de Pós-Graduação e Pesquisa

Campo Montenegro
São José dos Campos, SP – Brasil
2013

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

Divisão de Informação e Documentação

Sousa, Marcelo S.

Modelagem, simulação e controle não linear de aviões muito flexíveis / Marcelo Santiago de Sousa. São José dos Campos, 2013.
Número de folhas no formato 389f.

Tese de doutorado – Curso de Engenharia Aeronáutica e Mecânica, área de Mecânica e Controle de Vôo – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2013. Orientadores: Prof. Dr. Pedro Paglione, Prof. Dr. Roberto Gil Annes da Silva.

1. Aviões Flexíveis. 2. Controle de vôo. 3. Simulação de vôo. 4. Controle não linear. 5. Regulador integrativo universal. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II. Modelagem, simulação e controle não linear de aviões muito flexíveis.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SOUSA, M.S. **Modelagem, simulação e controle não linear de aviões muito flexíveis.** 2013. 389f. Tese de doutorado em Mecânica e Controle de Vôo – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Marcelo Santiago de Sousa

TÍTULO DO TRABALHO: Modelagem, simulação e controle não linear de aviões muito flexíveis

TIPO DO TRABALHO/ANO: Tese / 2013

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias desta tese e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese pode ser reproduzida sem a sua autorização.

Nome do autor: Marcelo Santiago de Sousa

Endereço do autor: Rua Miguel Viana, 314, apto 301, Itajubá – MG, CEP: 37500-080

MODELAGEM, SIMULAÇÃO E CONTROLE NÃO LINEAR DE AVIÕES MUITO FLEXÍVEIS

Marcelo Santiago de Sousa

Composição da Banca Examinadora:

Prof.	Paulo Afonso de Oliveira Soviero	- ITA
Prof.	Pedro Paglione	- ITA
Prof.	Roberto Gil Annes da Silva	- IAE
Prof.	Flavio José Silvestre	- ITA
Prof.	Sebastião Simões da Cunha Junior	- UNIFEI
Prof.	André Luis da Silva	- UFABC
Dr.	Fernando José Moreira	- EMBRAER

ITA

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a **Santíssima Virgem Maria**, a **Nosso Senhor Jesus Cristo** e a **São José**, que têm dirigido minha vida pelo caminho certo.

Dedico este trabalho também ao meu pai *Hamilton Valério de Sousa (in memoriam)* que tenho certeza que já está no céu, ao lado dos Sagrados Corações de Jesus, Maria e José.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por tudo, principalmente por ter criado Nossa Senhora e São José.

Agradeço a Nossa Senhora e São José por sempre terem acreditado em Deus.

Agradeço aos Sagrados Corações de Jesus, Maria e José pelo amor que Eles têm por nós.

Agradeço a meu santo de devoção: São José, por toda ajuda recebida.

Agradeço a todas as pessoas que tem procurado conhecer e obedecer as mensagens de conversão, oração e penitência que Nossa Senhora tem comunicado em todas as suas aparições no mundo todo.

Agradeço a minha esposa Sandra, e a meus filhos Tobias, Breno e Ágata, presentes de Deus, pela alegria que eles têm trazido a minha vida.

Agradeço a minha mãe Dalva Santiago de Sousa por toda sua ajuda, cuidados e amor para comigo, e por ter me criado na santa fé católica.

E por fim, agradeço aos professores Pedro Paglione, Roberto Gil, Flávio Ribeiro, André Luis da Silva e ao doutor Weihua Su pela ajuda recebida durante o doutorado.

“...E lembrai-vos sempre:
Tudo o que acontece na vida
dos que amam a Deus,
concorre para o seu bem.”

São José, nas Aparições de Jacareí,
em 01/03/2009

RESUMO

Esta tese trata da modelagem, simulação e controle de vôo de aviões muito flexíveis. A metodologia de modelagem usada foi NFNS (*Non Linear Flight Dynamics – Non Linear Structural Dynamics*). A metodologia NFNS foi usada para implementar o modelo de um avião, que havia sido previamente implementado com a metodologia NFLS (*Non Linear Flight Dynamics – Linear Structural Dynamics*).

Foi realizada uma comparação entre as metodologias NFLS e NFNS com base em resultados de simulações feitas, e com base nas próprias considerações tecidas durante a modelagem.

Foram notadas diferenças entre as duas metodologias, particularmente com relação a modelagem aerodinâmica. As causas encontradas para estas diferenças indicam algumas melhorias necessárias na formulação aerodinâmica na metodologia NFNS.

Os efeitos de uma grande flexibilidade estrutural na dinâmica de vôo foram verificados, analisados, e explicações físicas para estes efeitos são propostas.

Por fim, leis de controle não linear com a técnica do regulador integrativo universal são implementadas. Os resultados obtidos demonstram a eficácia e robustez das leis de controle projetadas.

Palavras-chave: Avião Flexível, Modelagem, Simulação, Controle de Vôo, Controle Não Linear, Regulador Integrativo Universal, Controle por Estrutura Variável, Controle por Modos Deslizantes.

ABSTRACT

In this thesis, the modeling, simulation and flight control of very flexible airplanes are treated. The methodology used in the modeling process is NFNS (*Non Linear Flight Dynamics – Non Linear Structural Dynamics*). One aircraft modeled previously with the methodology NFLS (*Non Linear Flight Dynamics –Linear Structural Dynamics*) provided all the data necessary for the modeling with methodology NFNS.

Having the two models NFLS and NFNS, comparisons between both methodologies was done. This comparison was performed with base on the results obtained with simulations perfomed and on the considerations established during the modeling.

Differences between the two methodologies were noted and analyzed. The analysis made indicate some improvements necessary in the aerodynamic formulation.

The effects of high structural flexibility in flight dynamics were verified, and physical explanation for these effects were given.

Finally, the implementation of non linear flight control laws with the technique of universal integral regulator was made. The results obtained demonstrate the efficacy and robustness of this type of control laws.

Keywords: Flexible Airplane, Modeling, Simulation, Flight Control, Nonlinear Control, Universal Integral Regulator, Variable Structure Control, Sliding Mode Control.

Lista de Figuras

Figura 1.1- Modelo integrado esquemático da mecânica de vôo com influencia de aeroelasticidade	4
Figura 1.2 a) Avião Hélios (no solo) (SU, 2008), b) - Avião Hélios em vôo.....	5
Figura 1.3) Deformações estruturais observadas no Boeing 787: a) Vôo de cruseiro, b) Ultimate load.....	5
Figure 3.1 - Posição do elemento de massa dm.....	21
Figura 3.2 - Deformação de torção de um perfil tipo placa plana.....	26
Figura 3.3 - Exemplos de modos de vibração do avião.....	30
Figura 3.4- Sistema de eixos do corpo (origem no centro de massa).....	33
Figura 3.5- Ângulos de Euler φ , θ , Ψ	34
Figura 3.6 - Princípio usado na dedução das equações de movimento.....	43
Figura 3.7 - Exemplo de membro estrutural, elementos e nós	44
Figura 3.8 Deformações estruturais atuantes nos elementos estruturais.....	45
Figura 3.9- Sistemas de eixos do corpo e inercial.....	47
Figura 3.10 – Sistemas de eixos local e auxiliar.....	48
Figura 3.11– Vetores w_x , w_y e w_z	48
Figura 3.12 – Sistema de eixos da fuselagem rígida.....	55
Figura 3.13 : Ponto arbitrário a usado na definição do trabalho virtual.....	58
Figura 3.14 – Sistema de vigas simples.....	78
Figura 3.15- Sistema de vigas divididas.....	79
Figura 4.1 - Embraer 190	85
Figura 4.2 - Três vistas do avião NFLS, modelado no NASTRAN®.....	86
Figura 4.3 - Envergadura da asa e empenagem horizontal e corda da raiz da asa.....	92
Figura 4.4 - Vista lateral do avião e envergadura da empenagem vertical.....	94

Figura 4.5 – Uso do software FEMAP® para o cálculo do centro de gravidade do conjunto motor, nacelle.....	97
Figura 4.6- Centro de gravidade do motor e offset em relação ao nó a 33 % da envergadura..	98
Figura 4.6b – Cálculo da posição do nó a 33 % da semi-envergadura.....	99
Figura 4.6c – Cálculo do enflechamento na metade da corda.....	99
Figura 4.7 – Cálculo da massa da asa com o FEMAP®.....	106
Figura 4.8 - Cálculo do comprimento da viga representativa da asa.....	108
Figura 4.9 - Simplificação feita para o cálculo da área de cada seção da asa.....	109
Figura 4.10 - Distribuição de combustível na asa.....	117
Figura 4.11 – Cálculo da massa total da empennagem horizontal.....	122
Figura 4.12 – Cálculo da massa da empennagem vertical.....	123
Figura 4.13a- Determinação da massa da fuselagem (com a empennagem vertical).....	126
Figura 4.13b -Determinação da massa da fuselagem (com o combustível do stub).....	126
Figura 4.13c - Determinação da massa da fuselagem (sem a stub).....	126
Figura 4.13d- Determinação da massa da fuselagem (com a stub, sem trecho superior da fuselagem).....	127
Figura 4.13e - Determinação da massa da fuselagem (sem empennagem vertical).....	127
Figura 4.14- Determinação do centro de gravidade da fuselagem.....	128
Figura 4.15 – Análise do efeito das inércias na resposta ao doublet de profundor.....	130
Figura 4.16 – Análise do efeito das inércias na resposta ao doublet de aileron.....	131
Figura 5.1 – Sistema de coordenadas do aerofólio e componentes da velocidade.....	136
Figura 5.2– Avião NFNS modelado no Tornado.....	141
Figura 5.3 a) Distribuição de CL na asa b) Distribuição de CL na empennagem horizontal....	141
Figura 5.4 – Cálculo dos coeficientes $CL\alpha$, $Cm\alpha$	144
Figura 5.5- Geometria para a determinação do <i>downwash</i>	150
Figura 5.6 – Valores de $d\epsilon/d\alpha$ em função do alongamento, enflechamento e posição da empennagem horizontal.....	151

Figura 5.7 – Curva CL x α para o perfil NACA 2412.....	154
Figura 5.8a – Polar de arrasto do perfil NACA 2412	158
Figura 5.8b – Polar de arrasto do perfil NACA 0010	159
Figura 5.9 – Superfícies do profundo externo e interno.....	162
Figura 5.10- Áreas de referência usadas para o cálculo das derivadas de controle do profundo: a) metodologia NFLS, b) metodologia NFNS.....	165
Figura 5.11- Distribuição de $CL\delta p$ ao longo da envergadura.....	167
Figura 5.12 Coordenadas usadas na teoria de aerofólios com flaps	169
Figura 5-13 – Superfícies do aileron externo e interno.....	171
Figura 5-14- Áreas de referência consideradas para o cálculo das derivadas de controle do aileron interno e externo.....	173
Figura 5.15 - $CL\delta a$ ao longo da envergadura da asa.....	174
Figura 5.16- Guinada adversa devido ao aileron.....	176
Figura 6.1- Coordenadas dos pontos nas extremidades da seção.....	181
Figura 6-2- Representação da asa como um caixão com seções de área variável ao longo da envergadura.....	182
Figura 6-3 – Spars, seções com ribs (em vermelho) e seções sem ribs (em preto).....	183
Figura 6.4-a) Seção sem rib, (b) Seção com rib	183
Figura 6.5 – Diferentes tipos de nervura.....	184
Figura 6.6 – Geometria da longarina da semi-asa esquerda.....	185
Figura 6.7 – Geometria das nervuras da semi-asa esquerda.....	186
Figura 6.8a – Distribuição de rigidez da asa ao longo da envergadura.....	189
Figura 6.8b – Distribuição de rigidez da empenagem horizontal ao longo da envergadura...190	190
Figura 6.8 c – Distribuição de rigidez da empenagem vertical ao longo da envergadura.....	190
Figura 6.9 a – Rigidezes nos elementos da asa.....	191
Figura 6.9 b – Rigidezes nos elementos da empenagem horizontal.....	192

Figura 6.10 a – Inéncias ao longo da envergadura da asa.....	193
Figura 6.10 b – Inéncias ao longo da envergadura da empenagem horizontal.....	193
Figura 6.10 c – Inéncias ao longo da envergadura da empenagem vertical.....	194
Figura 7.1- Doublet de profundor nos aviões NFLS e NFNS.....	203
Figura 7.2 - Amortecimento aerodinâmico de oscilações da taxa de arfagem	204
Figura 7.3 - Doublet de profundor nos aviões NFNS com $CL_{\alpha_{HT}} = 0,379$ (vermelha) e $CL_{\alpha_{HT}} = 0,539$ (azul).....	206
Figura 7.4- Doublet de tração nos aviões NFLS (azul) e NFNS (vermelha).....	208
Figura 7.5- Doublet de aileron nos aviões NFLS e NFNS.....	209
Figura 7.6- Explicação física para o amortecimento da taxa de rolamento p.....	211
Figura 7.7a Doublet de leme (com passo de 1 s) nos aviões NFLS e NFNS	212
Figura 7.7b- Doublet de leme (com passo de 2 s)nos aviões NFLS e NFNS	213
Figura 7.8 - Geometria dos aviões flexível e muito flexível a 224,6m/s e 10000m: a) Vista em perspectiva, b) Vista frontal.....	219
Figura 7.9- Explicação física para o maior ângulo de ataque no avião flexível.....	222
Figura 7.10 - Doublet de profundor nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	224
Figura 7.11a- Deformações devido ao doublet no profundor nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	225
Figura 7.11b- Deformações devido ao doublet no profundor nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	226
Figura 7.11c- Deformações devido ao doublet no profundor nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	227
Figura 7.11d- Deformações devido ao doublet no profundor nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	227
Figura 7.11e- Deformações devido ao doublet no profundor nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	228
Figura 7.11f- Deformações devido ao doublet no profundor nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	228

Figura 7.11g- Deformações devido ao doublet no profundo nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	229
Figura 7.11h- Deformações devido ao doublet no profundo nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	229
Figura 7.11i- Deformações devido ao doublet no profundo nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	230
Figura 7.11j- Deformações devido ao doublet no profundo nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	230
Figura 7.12- Resposta da taxa de arfagem q , e das deformações ky nos elementos da asa e da empenagem horizontal direita ao doublet de profundor.....	231
Figura 7.13- Doublet de profundo nos aviões NFNS com asa flexível (vermelho) e com asa muito flexível (azul).....	233
Figura 7.14- Doublet de aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	234
Figura 7.15a- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	235
Figura 7.15b- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	235
Figura 7.15c- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	236
Figura 7.15d- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	236
Figura 7.15e- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	237
Figura 7.15f- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	237
Figura 7.15g- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	238
Figura 7.15h- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	238
Figura 7.15i- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	239
Figura 7.15j- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul).....	239

Figura 7.16- Resposta das deformações kx e ky da asa esquerda e direita ao doublet no aileron no avião NFNS muito flexível	240
Figura 7.17- Resposta das deformações kx e ky da asa direita, e da taxa de rolamento p ao doublet no aileron no avião NFNS muito flexível	242
Figura 7.18 – Redução de eficiência de aileron devido a flexão da asa	243
Figura 7.19 - Rajada ‘1-Cos’	244
Figura 7.20 - <i>Gust penetration effect</i>	248
Figura 7.21– Resposta de q, θ , kx e ky a rajada com $L_g = 150$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s.....	249
Figura 7.22 – Resposta de p, r, e ϕ a rajada com $L_g = 150$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s.....	250
Figura 7.23 – Resposta de q, θ , kx e ky a rajada com $L_g = 50$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s.....	251
Figura 7.24 – Resposta de p, r, e ϕ a rajada com $L_g = 50$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s.....	252
Figura 8.1 – Diagrama de Blocos do Regulador Integrativo Universal.....	256
Figura 8.2- Diagrama de blocos do sistema de controle de vôo do avião.....	257
Figura 8.3-Distribuição de velocidades no modelo da tesoura de vento.....	268
Figura 8.4 - Resposta longitudinal durante uma tesoura de vento –avião flexível, sem controlador.....	269
Figura 8.5 - Resposta látero-direcional durante uma tesoura de vento –avião flexível, sem controlador.....	269
Figura 8.6 -Controle longitudinal durante uma tesoura de vento – avião flexível.....	271
Figura 8.7 -Controle látero-direcional durante uma tesoura de vento – avião flexível.....	271
Figura 8.8 – Diagrama de blocos modificado – Adição do Amortecedor de Arfagem.....	272
Figura 8.9 -Controle longitudinal com amortecedor de taxa de arfagem durante uma tesoura de vento –avião flexível.....	273
Figura 8.10 -Controle látero-direcional durante uma tesoura de vento –avião flexível.....	274
Figura 8.11-Resposta longitudinal durante uma tesoura de vento – avião muito flexível, sem controlador.....	275
Figura 8.12 - Resposta látero-direcional durante uma tesoura de vento – avião muito flexível, sem controlador.....	275

Figura. 8.13-Controle longitudinal durante uma tesoura de vento – avião muito flexível.....	277
Figura 8.14 - Deflexão de profundor durante os 10 primeiros segundos de simulação.....	278
Figura 8.15 - Controle látero-direcional durante uma tesoura de vento – avião muito flexível.....	278
Figura 8.16 - Deflexão de aileron nos 10 primeiros segundos de simulação.....	279
Figura 8.17 - Resposta longitudinal a rajada – avião flexível.....	280
Figura 8.18 -Resposta látero-direcional a rajada – avião flexível.....	280
Figura 8.19-Resposta longitudinal a rajada – avião muito flexível.....	281
Figura 8.20-Resposta látero-direcional a rajada – avião muito flexível.....	282
Figura 8.21a- Doublet do ângulo de rolamento no avião NFNS flexível.	283
Figura 8.21b- Regulação da velocidade e altitude no avião NFNS flexível.....	284
Figura 8.21c- Deformações kx e ky dos primeiros elementos da asa direita durante a o doublet de ângulo de rolamento no avião NFNS flexível.....	284
Figura 8.22a- Doublet do ângulo de rolamento no avião NFNS muito flexível.....	286
Figura 8.22b- Regulação da velocidade e altitude no avião NFNS muito flexível	286
Figura 8.22c -Deformações kx e ky dos primeiros elementos da asa direita durante a o doublet de ângulo de rolamento no avião NFNS muito flexível.....	287
 Figura A.1– Cálculo de limitantes em \tilde{x}	307
Figura A.2– Calculando limites em $\tilde{x}^{(i)}$	308
Figura A.3– Condição de deslizamento	309
Figura A.4 -Interpretação gráfica das condições A.3 e A.10 (n=2).....	310
Figura A.5: <i>Chattering</i>	311
Figura A.6a Valores de $x_1 = \dot{x}, x_2 = \ddot{x}, x_d, s$, controle descontínuo em S.....	316
Figura A.6b- Erro de Rastreamento e sinal de controle u, controle descontínuo em S.....	317
Figura A.7- Camada Limite	318
Figura A.8a- Valores de $x_1 = \dot{x}, x_2 = \ddot{x}, x_d, s$, controle contínuo em s.....	319
Figura A.8b - Erro de Rastreamento e sinal de controle u, controle contínuo em s	320

Figura B.1 – Ação das leis de controle por modo deslizante ideal, lei de controle continua aproximada.....	325
Figura B.2 – Ação das leis de controle por modo deslizante ideal, lei de controle continua aproximada – Ampliação para se verificar melhor o erro estacionário.....	326
Figura B.3 – Ação das leis de controle por modo deslizante ideal, lei de controle continua aproximada, e controle com integrador convencional.....	327
Figura B.4 – Ação das leis de controle - Ampliação para se verificar melhor o erro estacionário.....	327
Figura B.5 – Ação das leis de controle por modo deslizante ideal, lei de controle continua aproximada, e controle com integrador convencional e integrador condicional.....	330
Figura B.6 - Ação das leis de controle - ampliação para se verificar melhor o erro estacionário	330
Figura C.1a Validação do integrador α -generalizado modificado.....	347
Figura C.1b. Validação do integrador α -generalizado modificado.....	348
Figura C.1c Validação do integrador α -generalizado modificado.....	348
Figura C.1d Validação do integrador α -generalizado modificado.....	349
Figura C.1e Validação do integrador α -generalizado modificado.....	349
Figura C.1f. Validação do integrador α -generalizado modificado.....	350
Figura C.1g. Validação do integrador α -generalizado modificado.....	350
Figura C.1h Validação do integrador α -generalizado modificado.....	351
Figura C.1i Validação do integrador α -generalizado modificado.....	351
Figura C.1j Validação do integrador α -generalizado modificado.....	352
Figura C.1k Validação do integrador α -generalizado modificado.....	352
Figura C.1l Validação do integrador α -generalizado modificado.....	353
Figura D.1 – Resposta de q, θ , kx e ky a rajada com $L_g = 150$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s.....	355
Figura D.2 – Resposta de p, r, e ϕ a rajada com $L_g = 150$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s.....	355
Figura D.3 – Resposta de q, θ , kx e ky a rajada com $L_g = 50$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s.....	356

Figura D.4 – Resposta de p, r, e ϕ a rajada com $L_g = 50$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s.....	356
Figura D.5a – Resposta do avião NFNS flexível a tesoura de vento, H= 500m, V=125,0m/s, sem controlador.....	358
Figura D.5b – Resposta do avião NFNS flexível a tesoura de vento, H= 500m, V=125,0m/s, sem controlador.....	358
Figura D.6a – Resposta do avião NFNS flexível a tesoura de vento, H= 500m, V=125,0m/s, com controlador.....	359
Figura D.6b – Resposta do avião NFNS flexível a tesoura de vento, H= 500m, V=125,0m/s, com controlador.....	360
Figura D.7a – Resposta do avião NFNS muito flexível a tesoura de vento, H= 500m, V=125,0m/s, com controlador.....	361
Figura D.7b – Resposta do avião NFNS muito flexível a tesoura de vento, H= 500m, V=125,0m/s, com controlador.....	362

Lista de Tabelas

Tabela 4.1a - Dados geométricos do avião modelado	87
Tabela 4.1b - Dados geométricos do avião modelado (continuação)	88
Tabela 4.2 - Geometria da asa e empenagem horizontal.	90
Tabela 4.3 – Geometria da Empenagem vertical.	94
Tabela 4.4- Valores de massas reportados	104
Tabela 4.5 -Estimativa inicial das massas de cada membro.	105
Tabela 4.6 - Valores das cordas, espessuras, área e massa distribuída ao longo da semi-envergadura da asa.....	110
Tabela 4.7- Cálculo das massas de combustível alocadas para cada nó.....	113
Tabela 4.8 - Cálculo da massa de combustível distribuída ao longo da asa.....	114
Tabela 4.9 - Cálculo da massa estrutural da asa distribuída ao longo da envergadura.....	115
Tabela 4.10 - Massa (por comprimento) do combustível ao longo da asa.....	118
Tabela 4.11- Distribuição do combustível ao longo da asa.....	119
Tabela 4.12 - Valores finais de massa por combustível.....	120
Tabela 4.13 - Massa distribuída da empenagem horizontal.....	123
Tabela 4.14 - Massa distribuída da empenagem vertical.....	124
Tabela 4.15 -Massa, CG e inércias de massa da fuselagem.....	128
Tabela 4.16 - Comparação entre os valores de massa total e inércia obtidos.....	129
Tabela 5.1 - Perfis aerodinâmicos usados em (DA SILVA, 2010).....	133
Tabela 5.2a -Derivadas de estabilidade definidas em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010).....	134
Tabela 5.2b- Derivadas de Controle definidas em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010).....	134
Tabela 5.3- Comparação dos valores obtidos na otimização realizada com os valores esperados da teoria de aerodinâmica.....	153

Tabela 5.4- Derivadas do controle profundo	162
Tabela 5.5 - Cálculo do $CL\delta p$ de cada nó na metodologia NFNS.....	167
Tabela 5.6 - Cálculo do $Cm\delta p$ de cada nó na metodologia NFNS.....	170
Tabela 5.7 - Derivadas de controle do aileron	172
Tabela 5.8 - Cálculo do $Cm\delta a$ de cada nó na metodologia NFNS.....	175
Tabela 5.9 - Derivadas de controle do leme na metodologia NFLS.....	177
Tabela 5.10 - Cálculo do $Cy\delta r$ de cada nó na metodologia NFNS.....	178
Tabela 5.11 - Cálculo do $Cn\delta r$ de cada nó na metodologia NFNS.....	178
Tabela 6-1- Espessuras da skin, spars, ribs e largura das seções.....	180
Tabela 6.2 - Rigidezes no elemento da empenagem vertical.....	192
Tabela 7.1 - Valores de ângulo de ataque, deflexão de profundor e manete a 224,6 m/s e 10000 m.....	200
Tabela 7.2– Derivadas de estabilidade validadas com as simulações dinâmicas feitas.....	217
Tabela 7.3- Comparaçao dos estados na condição de equilíbrio do avião rígida e do avião muito flexível.....	220

Lista de Abreviações e Acrônimos

$b/2$	Semi-envergadura
U	Velocidade do avião no eixo longitudinal do sistema de eixos do corpo
V	Velocidade do avião no eixo lateral do sistema de eixos do corpo
W	Velocidade do avião no eixo vertical do sistema de eixos do corpo
V_T	Velocidade do avião no eixo aerodinâmico
α	ângulo de ataque
α_0	ângulo de ataque para sustentação nula
θ	ângulo de atitude
ϕ	ângulo de rolamento
p	taxa de rolamento
q	taxa de arfagem
r	taxa de guinada
H	aircraft altitude
ρ	densidade do ar
δe	deflexão de profundor
δp	deflexão de profundor
δa	deflexão de aileron
δl	deflexão de leme
$\delta \pi$	deflexão na manete de combustível
L	Força de Sustentação
D	Força de Arrasto
CL	Coeficiente de Sustentação

CL_0	Coeficiente de Sustentação para ângulo de ataque nulo
Cm	Coeficiente de momento de arfagem
Cm_0	Coeficiente de Momento de arfagem para ângulo de ataque nulo
Cl	Coeficiente de momento de rolamento
Cl_β	Derivada de Cl com relação ao ângulo de derrapagem β
Cl_p	Derivada de Cl com relação a taxa de rolamento p
Cn	Coeficiente de momento de guinada
Cn_r	Derivada de Cn com relação a taxa de guinada r
CL_α	Derivada de CL (do avião todo) com relação ao ângulo de ataque
$CL_{\alpha_{asa}}$	Derivada de CL (da asa) com relação ao ângulo de ataque
$CL_{\alpha_{HT}}$	Derivada de CL (da empennagem horizontal) com relação ao ângulo de ataque
Cm_α	Derivada de Cm (do avião todo) com relação ao ângulo de ataque
$Cm_{\alpha_{asa}}$	Derivada de Cm (da asa) com relação ao ângulo de ataque
$Cm_{\alpha_{HT}}$	Derivada de Cm (da empennagem horizontal) com relação ao ângulo de ataque
Cm_q	Derivada de Cm (do avião todo) com relação a taxa de arfagem
$Cm_{\dot{\alpha}}$	Derivada de Cm com relação a derivada do ângulo de ataque $\dot{\alpha}$
CD	Coeficiente de Arrasto
CD_0	Coeficiente de Arrasto para a condição de sustentação nula
\bar{c}_{asa}	Corda média Aerodinâmica da Asa
\bar{c}_{HT}	Corda média Aerodinâmica da Empenagem Horizontal
\bar{c}_{VT}	Corda média Aerodinâmica da Empenagem Vertical

C_{FF}	Componente da matriz de amortecimento generalizada
C_{BF}	Componente da matriz de amortecimento generalizada
C_{BF}	Componente da matriz de amortecimento generalizada
C_{BB}	Componente da matriz de amortecimento generalizada
CG	Centro de gravidade do avião
lt	Distância do quarto de corda da empenagem horizontal ao CG
S_{ASA}	Área da Asa
S_{HT}	Área da Empenagem Horizontal
S_{VT}	Área da Empenagem Vertical
ε	vetor deformação
ε_x –	deformação extensional ao longo do eixo x da viga
k_x	deformação torsional em torno do eixo x da viga
k_y	deformação em flexão em torno do eixo y da viga
k_z	deformação em flexão em torno do eixo z da viga
J_{hb}	Jacobiano com derivada do vetor h com relação ao vetor b
J_{he}	Jacobiano com derivada do vetor h com relação ao vetor ε
h	vetor com a posição e orientação do nó
m	Massa do avião
M_i	Massa por unidade de envergadura na seção i
M_{FF}	Componente da matriz de massa generalizada
M_{BF}	Componente da matriz de massa generalizada
M_{BF}	Componente da matriz de massa generalizada
M_{BB}	Componente da matriz de massa generalizada
Me	Massa por unidade de envergadura no elemento e
NFLS	<i>Non Linear Flight Dynamics – Linear Structural Dynamics</i>

NFNS	<i>Non Linear Flight Dynamics –Non Linear Structural Dynamics</i>
R_F	Componente do vetor de força generalizada
R_B	Componente do vetor de força generalizada
δW	Trabalho virtual
y	Coordenada da seção no eixo y do avião
$\text{sgn}(\cdot)$	Função sinal
$\text{sat}(\cdot)$	Função saturação
μ	Camada limite
e	Erro de rastreamento
k_0	Ganho do integrador condicional
ρ_∞	Raio espectral do integrador α -generalizado
Δt	Passo de tempo do integrador α -generalizado
K	Ganho do controlador
η	Coordenada generalizada elástica na metodologia NFLS
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>

Sumário

Listas de Figuras.....	ix
Listas de Tabelas.....	xviii
Listas de Abreviações e Acrônimos.....	xx
Sumário.....	xxiv
1) Introdução.....	1
....1.1) Escopo	1
....1.2) Objetivos.....	9
2) Revisão Bibliográfica.....	10
....2.1) Derivação das equações de movimento.....	10
....2.2) Aplicações de Controle.....	15
3) Métodologias NFLS e NFNS.....	20
....3.1) Metodologia NFLS.....	20
....3.2) Metodologia NFNS.....	42
.....3.2.1) Coordenadas generalizadas e sistemas de eixos.....	44
.....3.2.2) Cálculo do trabalho virtual.....	53
.....3.2.2.1) Trabalho virtual das forças internas.....	53
.....3.2.2.2) Trabalho virtual interno nos elementos.....	66
.....3.2.2.3) Trabalho virtual externo.....	68
.....3.2.3) Equações da dinâmica de vôo.....	73
.....3.2.4) Cinemática dos membros estruturais.....	75
.....3.2.5) Equações da propagação do sistema de eixos do avião.....	80
.....3.2.6) Equações completas da dinâmica de vôo.....	81
4) Geometria e Distribuição de massa no avião NFNS.....	85

...4.1) Geometria.....	86
.....4.1.1) Geometria: Asa e Empenagem Horizontal.....	90
.....4.1.2) Geometria: Empenagem Vertical	93
.....4.1.3) Geometria: Fuselagem.....	95
.....4.1.4) Geometria: Motor.....	96
...4.2) Número de elementos e posição dos nós de cada membro.....	100
.....4.2.1) Asa.....	101
.....4.2.2) Empenagem Horizontal.....	102
.....4.2.3) Empenagem Vertical.....	103
...4.3) Massa, inércias e centro de gravidade.....	104
.....4.3.1) Estimativa inicial.....	104
.....4.3.2) Asas.....	105
.....4.3.3) Empenagem Horizontal.....	121
.....4.3.4) Empenagem Vertical.....	123
.....4.3.5) Fuselagem.....	125
.....4.3.6) Cálculo das massas e inércias totais do avião.....	129
5) Modelagem Aerodinâmica no avião NFNS.....	132
...5.1) Derivadas de Estabilidade.....	139
.....5.1.1) Derivada de Estabilidade $CL\alpha$	139
.........5.1.1.1) Asa e Empenagem Horizontal.....	139
.........5.1.1.2) Empenagem Vertical.....	156
.....5.1.2) Derivada de Estabilidade CD_0	157
.....5.1.3) Derivada de Estabilidade Cm_0 (perfil).....	160
...5.2) Derivadas de Controle.....	161
.....5.2.1) Derivadas de Controle $CL\delta p$, $Cm\delta p$	161
.....5.2.2) Derivadas de Controle $CL\delta a$, $Cm\delta a$	170
.....5.2.3) Derivadas de Controle $Cy\delta l$, $Cn\delta l$	176
...5.3) Modelo do motor.....	179
6) Modelagem Estrutural no avião NFNS.....	180

...6.1) Rigidez Estrutural.....	181
...6.2) Inéncias das Seções.....	192
...6.3) Amortecimento.....	195
7) Validação do modelo NFNS.....	197
...7.1) Comparaçao: NFNS x NFLS.....	199
.....7.1.1) Equilíbrio.....	199
.....7.1.2) Doublet de profundor.....	202
.....7.1.3) Doublet de tração.....	208
.....7.1.4) Doublet de aileron.....	209
.....7.1.5) Doublet de leme.....	212
...7.2) Simulações NFNS: Efeito da flexibilidade estrutural.....	217
.....7.2.1) Equilíbrio.....	220
.....7.2.2) Doublet de profundor.....	223
.....7.2.3) Doublet de aileron.....	233
.....7.2.4) Resposta a rajadas.....	244
8) Implementação de leis de controle.....	253
...8.1) Controle não linear.....	253
...8.2) Regulador Integrativo Universal.....	255
...8.3) Leis de Controle Projetadas.....	260
.....8.3.1) Rastreador de velocidade.....	260
.....8.3.2) Rastreador de altitude.....	262
.....8.3.3) Rastreador do ângulo de rolamento.....	263
.....8.3.4) Amortecedor da taxa de guinada.....	264
.....8.3.5) Amortecedor da taxa de arfagem.....	265
...8.4) Resultados.....	265
.....8.4.1) Resposta à tesoura de vento.....	267
.....8.4.2) Resposta à rajadas.....	279
.....8.4.3) Rastreador do ângulo de rolamento.....	282
9) Conclusões.....	288

Referência.....	293
Apêndice A: Controle por estrutura variável.....	303
Apêndice B: Regulador Integrativo Universal.....	321
Apêndice C: Integrador α -generalizado modificado.....	342
Apêndice D: Simulações adicionais.....	354

1. Introdução

O projeto e desenvolvimento de novos aviões sempre começa com a definição da missão que o novo avião deve cumprir. Vários requisitos de projeto e certificação devem ser atendidos. Alguns aviões que têm sido projetados possuem considerável flexibilidade estrutural. Esta flexibilidade é uma consequência da geometria, materiais e propriedades estruturais escolhidas durante o projeto, de forma que o avião cumpra a missão para a qual foi projetado.

Maior flexibilidade estrutural implica em maiores deformações estruturais, e como consequência alteração da geometria, da aerodinâmica do avião e da própria dinâmica de vôo do mesmo. Esta alteração da dinâmica de vôo devido à flexibilidade estrutural é um tema que tem sido muito estudado (SILVESTRE, 2007), (DA SILVA, 2012), (RIBEIRO, 2011), (SU, 2008), tanto para o próprio entendimento da dinâmica de vôo quanto para o projeto de leis de controle destes aviões.

1.1) Escopo

Esta tese trata da modelagem, simulação e controle de aviões muito flexíveis. Tradicionalmente a mecânica de vôo de aviões costuma ser dividida em diferentes disciplinas entre as quais: dinâmica de vôo e aeroelasticidade (NELSON, 1989), (ETKIN, 1996). A primeira disciplina considera a estrutura do avião como sendo rígida, e analisa itens como a estabilidade da dinâmica do avião em torno de pontos de equilíbrio, autoridade de controle para se comandar manobras ou mudar a condição de equilíbrio, estabilidade e controlabilidade do avião quando ele estiver sujeito à atuação de leis de controle em malha fechada, e qualidades de vôo. Por outro lado, a segunda disciplina considera a estrutura flexível e analisa

os efeitos da dinâmica estrutural, dos carregamentos aerodinâmicos não estacionários, das cargas de inércia e do acoplamento de todos estes efeitos. Esta disciplina está focada com a verificação da estabilidade aeroelástica e a definição da velocidade de flutter, que impõe um batente na velocidade de operação do avião.

Os modos naturais (dos graus de liberdade) de corpo rígido e da estrutura flexível costumam ter freqüências suficientemente afastadas, de forma que os efeitos da dinâmica de vôo de corpo rígido e da dinâmica estrutural não costumam sofrer mútuas interferências.

Atualmente estão sendo desenvolvidos aviões com maior flexibilidade estrutural, que tem como consequência uma maior aproximação dos modos naturais de corpo rígido e da dinâmica estrutural, fazendo assim com que haja interferência entre estas dinâmicas. Exemplos de situações em que pode ser verificado acoplamento entre a dinâmica estrutural e a dinâmica de vôo de corpo rígido são mostrados abaixo:

- Atualmente, devido a intensa competição na indústria aeronáutica, estão sendo desenvolvidos aviões com baixo peso estrutural, o que, por sua vez, implica em maior flexibilidade estrutural (SILVESTRE, 2007).
- Outro fato que pode aumentar a flexibilidade estrutural é o uso de fuselagens compridas, para que possam ser transportados mais passageiros (SILVESTRE, 2007).
- Recentes avanços nas tecnologias de sistemas de comunicação e sensores embarcados têm aumentado a necessidade de aviões que voem em grande altitude e possuam grande autonomia (*HALE airplane – High Altitude Low Endurance airplane*). Estes aviões precisam ter alto alongamento e baixo peso estrutural (SHEARER, 2006);
- Avanços na tecnologia de *unmanned aerial vehicles* (UAVs) têm incentivado o desenvolvimento deste tipo de aviões. Pelo fato de serem aviões não tripulados, podem ser executadas manobras com fatores de carga mais altos (SILVESTRE, 2007). Este fato tem

como consequência maior deformação estrutural, que pode certamente favorecer o acoplamento das dinâmicas de corpo rígido e estrutural.

Em todos os exemplos citados, nota-se que ocorre o aumento da flexibilidade estrutural, que por sua vez, leva à diminuição de algumas das freqüências dos modos naturais da dinâmica estrutural (SILVESTRE, 2007). E esta diminuição pode fazer com que a dinâmica estrutural passe a afetar a dinâmica de corpo rígido e vice-versa (SILVESTRE, 2007), (SHEARER, 2006).

A Figura 1.1 ilustra bem (de forma qualitativa) como ocorre o acoplamento entre a dinâmica de vôo (de corpo rígido) e a dinâmica estrutural. Quando uma manobra é comandada, ocorre uma variação do carregamento aerodinâmico, que afeta a dinâmica de vôo. Esta é a aproximação de corpo rígido. Simultaneamente, a variação do carregamento afeta a dinâmica estrutural, que tem como consequência uma alteração da geometria e da distribuição de massa, no caso de aviões flexíveis. A alteração da distribuição de massa tem como resultado a alteração das inércias, que afetam a dinâmica de vôo. E a alteração da geometria tem como consequência a alteração do carregamento aerodinâmico.

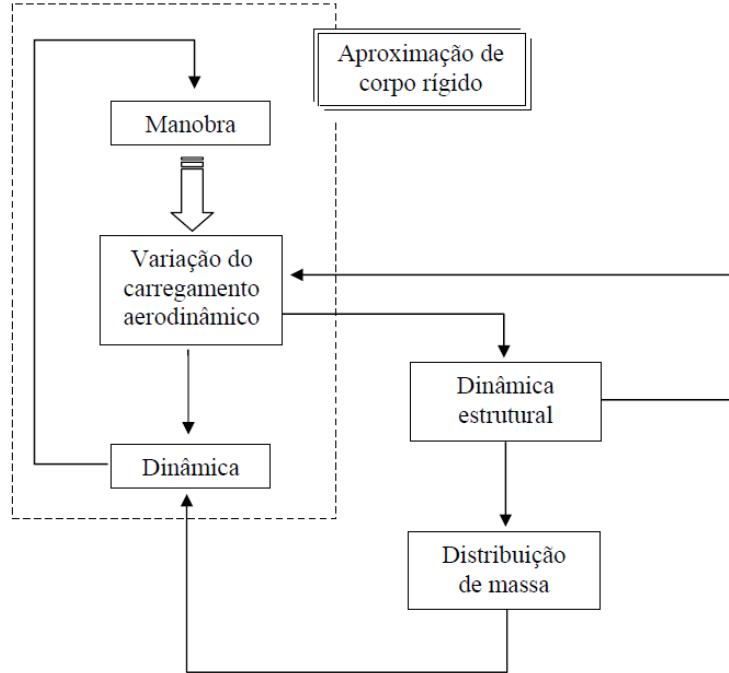


Figura 1.1 - Modelo integrado esquemático da mecânica de vôo com influência de aeroelasticidade (SILVESTRE, 2007)

Este acoplamento entre as dinâmicas de corpo rígido e estrutural já tem sido observado em alguns aviões, entre os quais podem ser citados o avião B-1 (WASZAK; DAVIDSON, 1987), o avião de pesquisa Hélios (SHEARER, 2006) (Figura 1.2), o avião Boeing 787¹ e o avião com configuração *Joined Wing* (SU, 2008). Deve ser dito que estes acoplamentos ainda não são muito bem compreendidos pelos especialistas em dinâmica de vôo e de aeroelasticidade (SHEARER, 2006).

¹ O avião comercial Boeing 787 (Figura 1.3) apresenta grandes deformações estruturais durante o vôo. Embora não tenha sido encontrada nenhuma referência escrita sobre a dinâmica de vôo deste avião, os resultados obtidos e publicados para os aviões flexíveis B-1, Hélios, Joined Wing permitem a conjectura de que as grandes deformações estruturais do Boeing 787 certamente influenciam também a dinâmica de vôo deste avião.



Figura 1.2- a) Avião Hélios (no solo) (SU, 2008), b) - Avião Hélios em vôo (RIBEIRO, 2011)

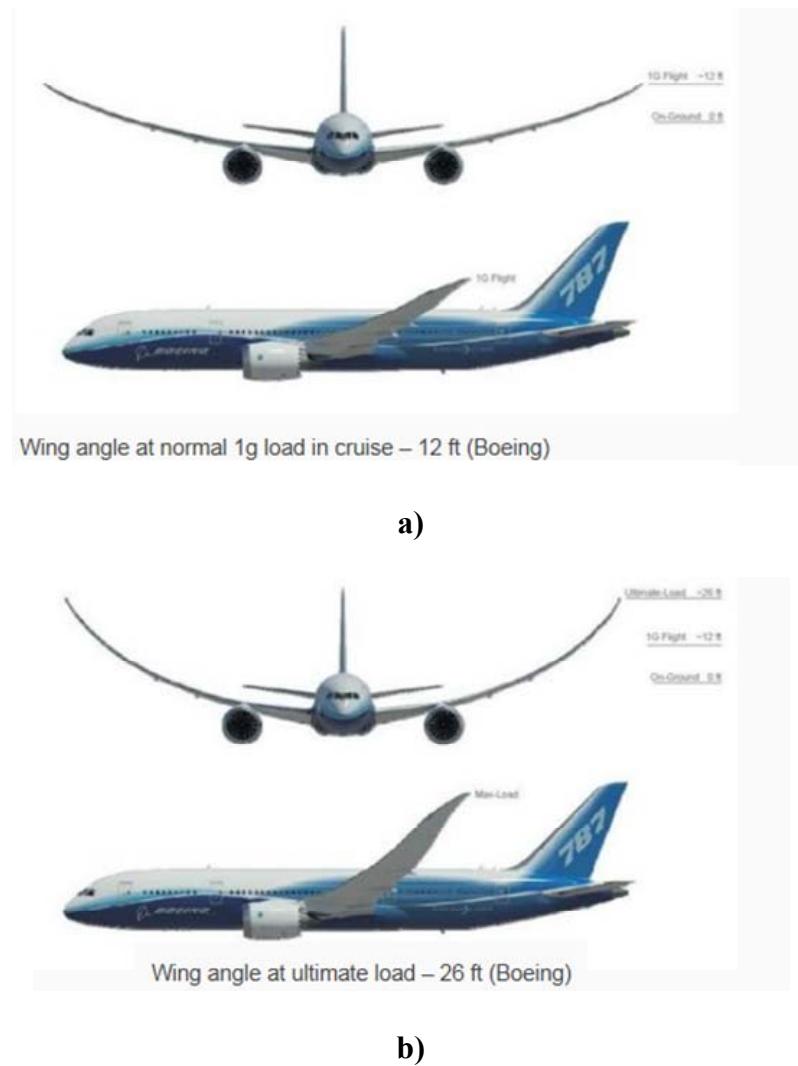


Figura 1.3) Deformações estruturais observadas no Boeing 787: a) Vôo de cruseiro, b) Ultimate load (AVIATION WEEK, 2011).

Este fato tem incentivado o desenvolvimento e implementação de modelos matemáticos que integrem os efeitos das dinâmica de vôo e estrutural. Diferentes metodologias de modelagem de aviões flexíveis têm sido implementadas ao longo dos anos, sendo que, entre estas, duas delas têm sido estudadas pelo grupo de mecânica e controle de vôo do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). São as metodologias **NFLS** (*NonLinear Flight Dynamics/ Linear Structural Dynamics*) (WASZAK; DAVIDSON, 1987), (WASZAK; SCHMIDT 1988), (SILVESTRE, 2007), (POGORZIELSKI, 2010), (GUIMARÃES NETO, 2008), (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), (DA SILVA, 2012) e **NFNS** (*NonLinear Flight Dynamics/ NonLinear Structural Dynamics*) (PATIL; HODGES; CESNIK, 1999), (BROWN, 2003), (SHEARER; CESNIK, 2005), (SU, 2008), (SU; CESNIK, 2008), (RIBEIRO, 2011), (RIBEIRO, et.al.,2012).

Uma vez que há diferentes metodologias com diferentes vantagens e desvantagens, é conveniente compará-las. Para isso, é importante modelar o mesmo avião nas diferentes metodologias, de forma que estas possam ser comparadas, fazendo-se necessários dados de aviões disponíveis. A comparação entre estas metodologias deve ser feita em três etapas:

- 1) Comparação da dinâmica de vôo. Nesta comparação é verificada a equivalência dos items do modelo que afetam a dinâmica de vôo, particularmente a distribuição de massa e de esforços aerodinâmicos estacionários ou quase estacionários;

- 2) Comparação da dinâmica estrutural. Esta comparação só é válida uma vez que os modelos de dinâmica de vôo dos aviões modelados com as diferentes metodologias forem equivalentes.

Uma vez que isto já foi verificado, a comparação da dinâmica estrutural permite a validação dos fatores de amortecimento e rigidezes dos elementos estruturais da aeronave, e também um refinamento na distribuição de massa ao longo do avião.

3) Comparação da resposta aeroelástica: uma vez que foi verificado que as dinâmicas de vôo e estrutural são equivalentes, pode ser feita esta comparação com o intuito de se comparar a distribuição de esforços aerodinâmicos não estacionários.

Estas comparações sugeridas permitiriam a verificação da possibilidade de se obter modelos equivalentes, ou de se quantificar as diferenças obtidas em função do nível de flexibilidade estrutural. Dependendo da precisão requerida nas análises feitas, pode-se escolher a metodologia de modelagem que será usada.

Nesta tese, as análises e comparações feitas ficaram focadas exclusivamente na dinâmica de vôo.

É difícil achar dados de aviões flexíveis na literatura, e também é difícil obter estes dados da indústria (POGORZIELSKI, 2010), (DA SILVA, 2012). Devido a esta dificuldade, em (DA SILVA, 2012), (DA SILVA; PAGLIONE, 2010) foram implementados modelos de aviões flexíveis, da categoria dos aviões comerciais Embraer 190/195, Boeing 737-200/300. Três aviões com valores crescentes de flexibilidade estrutural foram modelados. Estes aviões foram chamados de conf1, conf2, e conf3 (DA SILVA, 2012). Os dados do primeiro avião conf1 (que apresenta maior rigidez estrutural) foram escolhidos para serem analisados e usados como ponto de partida para se modelar o mesmo avião, mas na metodologia NFNS. Como neste trabalho, a comparação feita entre as metodologias NFLS e NFNS está focada na dinâmica de vôo, era conveniente modelar e analisar um avião com moderado nível de flexibilidade estrutural. Se fosse usado um avião com elevado nível de flexibilidade estrutural, os efeitos desta poderiam influenciar significativamente a dinâmica de vôo dos aviões, e a comparação da dinâmica de vôo seria seriamente afetada.

O desenvolvimento de aviões flexíveis tem requerido também a implementação de leis de controle mais sofisticadas, com o intuito de compensar efeitos da flexibilidade estrutural (COOK, et. al., 2011), (SHEARER, 2006). Aviões muito flexíveis possuem dinâmica

altamente não linear, e leis de controle linear podem não extrair todo o desempenho requerido destes aviões. Este fato tem incentivado a implementação de leis de controle não linear em aviões muito flexíveis.

Este trabalho apresenta o processo de implementação de um modelo de avião de transporte convencional com a metodologia NFNS, a partir dos dados do mesmo avião modelado com a metodologia NFLS, a comparação das metodologias NFLS e NFNS, e a implementação de leis de controle não linear para aviões muito flexíveis, modelados com a metodologia NFNS.

1.2) **Objetivos**

Os objetivos deste trabalho são:

- 1) a implementação do modelo de um avião de transporte convencional na metodologia NFNS, nos quais são usados os dados do mesmo avião modelado anteriormente na metodologia NFLS. Com base em pesquisas feitas, o autor desta tese e os orientadores não tem conhecimento de nenhum avião desta categoria, que foi modelado com a metodologia NFNS;
- 2) a comparação das metodologias de modelagem NFLS e NFNS, que até o presente momento não foi feita;
- 3) a definição e implementação de leis de controle não linear com a técnica do regulador integrativo universal para aviões muito flexíveis.

Até o presente momento não foram publicados na literatura trabalhos em que são verificados os items descritos acima.

A importância de se modelar aviões de transporte muito flexíveis está no fato de se estudar limites de flexibilidade estrutural permissíveis para tal tipo de avião.

A comparação entre as metodologias NFLS e NFNS permitirá concluir qual metodologia apresenta maior vantagem para o tipo de avião e condição de vôo analisados.

E a técnica do regulador integrativo universal ainda não foi usada para o controle de aviões muito flexíveis. A obtenção de bons resultados com esta técnica de um controle é uma prova de conceito, e servirá como um estímulo para o estudo mais aprofundado do uso desta técnica no controle de vôo de aviões muito flexíveis.

2. Revisão Bibliográfica

O assunto da modelagem da dinâmica de vôo de aviões flexíveis é muito extenso. Os seguintes itens apresentam uma revisão histórica de alguns trabalhos apresentados na literatura, particularmente dos resultados de pesquisas referentes às metodologias NFLS e NFNS. Também é apresentada uma revisão dos estudos relacionados ao projeto de leis de controle de aviões flexíveis.

2.1) Derivação das equações de movimento de aviões flexíveis

A necessidade de se integrar as disciplinas de dinâmica de vôo e aeroelasticidade foi verificada a muito tempo (TAYLOR, 1959), (COLLAR, 1946). Apesar disso, havia poucos esforços feitos, e com um escopo muito limitado. Isto ocorria devido ao fato de não haver recursos computacionais para se implementar todos os cálculos e simulações necessários (TUZCU, 2001). Além disso, o fato dos aviões possuírem alta rigidez estrutural fazia com que não houvesse acoplamento significativo entre a dinâmica de vôo de corpo rígido e estrutural. E, por fim, a separação tradicional das disciplinas de dinâmica de vôo e aeroelasticidade, permitia a obtenção de expressões analíticas que forneciam importantes informações, bem como propiciavam uma análise relativamente rápida do avião.

Um dos pioneiros a estudar a dinâmica de aviões flexíveis foi Milne, que estudou a estabilidade longitudinal e considerou a estrutura como um meio elástico contínuo constituído por um conjunto de vigas. A teoria das faixas foi usada para se calcular as cargas aerodinâmicas incrementais (MILNE, 1964). Três sistemas de eixos de referência foram usados e discutidos: Um que é fixo ao corpo não deformável, outro que é o sistema de “eixos médios”, cuja origem não está ligada em nenhum ponto do corpo e o sistema de eixos

principais. O sistema de eixos médios tem grande importância no estudo de aviões flexíveis por permitir o desacoplamento inercial das dinâmicas de corpo rígido e estrutural (POGORZIELSKI, 2010), se for considerada também a hipótese de pequenas deformações ou de modos flexíveis perpendiculares aos modos rígidos (WASZAK; SCHMIDT, 1988).

Depois de Milne, muitos estudos sobre dinâmica de vôo de aviões flexíveis foram feitos, e muitos deles com as seguintes hipóteses (POGORZIELSKI, 2010):

- a) As equações de movimento são escritas no sistema de eixos médio;
- b) Termos com acoplamento inercial são desconsiderados;
- c) A técnica de superposição modal é usada e os modos naturais (de corpo flexível) são conhecidos.
- d) O avião é considerada como um meio elástico contínuo;
- e) O tensor de inércia é constante.
- f) Os deslocamentos (deformações) e suas derivadas são colineares.
- g) Todas as deformações são pequenas e apenas a dinâmica estrutural LINEAR é considerada.

Com base nestas hipóteses, o sistema de eixos médio é aproximadamente coincidente com o sistema de eixos fixo ao avião, e o acoplamento entre as dinâmica estrutural e de vôo ocorre só através das forças externas.

(DUSTO, et al, 1974) esclarece que o sistema de eixos médio é usado para se definir as equações de movimento e o sistema de eixos aerodinâmico é usado para se definir o carregamento aerodinâmico. Em (CAVIN III; DUSTO, 1977), o princípio de energia de Hamilton é usado para se definir as equações de movimento, e como sugestão de trabalhos futuros, é recomendado que os termos de acoplamento inercial sejam considerados (POGORZIELSKI, 2010). Em (WASZAK; SCHMIDT, 1988) o princípio de Lagrange e as hipóteses básicas citadas acima são usadas para se deduzir as equações de movimento. A

teoria das faixas quase-estacionária bidimensional é usada para se definir as forças aerodinâmicas incrementais. (WASZAK; SCHMIDT, 1988) esclarecem bem as hipóteses usadas e definem um modelo bastante semelhante aos comumente usados na disciplina de dinâmica de vôo de aviões rígidos. Os efeitos da dinâmica estrutural na dinâmica de vôo de corpo rígido são modelados por coeficientes de influência, bastante similares às derivadas de estabilidade e controle usadas na disciplina de dinâmica de vôo.

Os livros texto de (ETKIN, 1996), (MCLEAN, 1990) usam uma abordagem semelhante para se definir graus de liberdade adicionais do corpo flexível.

(BUTTRILL, et.al., 1987) tentaram desenvolver um modelo mais preciso e não usaram a simplificação de se usar o sistema de eixos médio coincidente com o sistema de eixos fixo ao corpo não deformado. Após análises feitas, as conclusões tiradas são que o acoplamento inercial se torna importante quando as cargas aerodinâmicas são pequenas ou quando as taxas angulares possuem valores próximos às freqüências de vibração. Uma comparação entre os estudos de Buttril e Waszak foi apresentada em (WASZAK; BUTTRIL; SCHMIDT, 1992).

(SCHMIDT; RANEY, 2001) analisaram os efeitos da flexibilidade estrutural de grandes aviões em sua dinâmica de vôo. Eles usaram a mesma metodologia descrita em (WASZAK; SCHMIDT, 1988).

A aplicação da metodologia usada por Waszak (chamada aqui de NFLS: *NonLinear Flight Dynamics - Linear Structural Dynamics*) foi estendida em (SILVESTRE, 2007), (SILVESTRE; PAGLIONE, 2008). A dinâmica látero-direcional é modelada, e leis de controle do avião analisado são implementadas. Diferenças entre o modelo rígido e modelo flexível são observadas. São usados dados do avião B-1. Em (GUIMARÃES NETO, 2008) é usado um modelo de simulação muito similar ao usado em (SILVESTRE, 2007), mas o método de malhas em dipolo (*Doublet Lattice method*) é usado para se calcular as cargas aerodinâmicas incrementais. A mesma metodologia NFLS é implementada em

(POGORZIELSKI, 2010), mas com a teoria das faixas não estacionárias, e com o modelo de simulação de um planador, feito com material compósito. Nesta referência são comentados os resultados de estudos de alguns autores que questionam a validade das hipóteses usadas na metodologia NFLS. Um dos questionamentos feitos é o fato de se considerar pequenas deformações. Aviões muito flexíveis apresentam grandes deformações estruturais, e nestes casos, a hipótese de dinâmica estrutural linear perde sua validade. Os questionamentos com relação às hipóteses usadas na metodologia NFLS têm incentivado o desenvolvimento de outras metodologias de modelagem, nas quais a dinâmica estrutural é tomada como não linear.

Já foram desenvolvidas diferentes metodologias nas quais a dinâmica estrutural é não linear. Em (DRELA, 2008) um avião flexível é modelado estruturalmente como um conjunto de vigas não lineares, e o modelo aerodinâmico usa o método *vortex/source lattice* com *wind trailing vorticity* e correção de efeitos de compressibilidade com a equação de Prandtl-Glauert. Algumas simplificações foram feitas e o modelo pode ser usado para projeto preliminar de aviões.

Em (PATIL; HODGES, 2004) é analisada a importância de se considerar não linearidades aerodinâmicas e geométricas em asas de alto alongamento.

A dinâmica de vôo e a aerelasticidade de um avião HALE (*High Altitude Long Endurance*) foi estudada em (PATIL; HODGES; CESNIK, 1999). Os resultados obtidos mostram que **grandes deformações** da asa podem alterar o carregamento aerodinâmico, quando comparados com uma configuração inicial não deformada. E estes resultados podem ser observados apenas se é usado um modelo estrutural não linear.

A modelagem da dinâmica estrutural de aviões muito flexíveis com uma formulação baseada em deformações foi desenvolvida em (BROWN, 2003). Shearer e Cesnik estenderam o trabalho de Brown ao considerar as equações de aeroelasticidade não linear totalmente acopladas com as equações de dinâmica de vôo não linear (SHEARER, 2006), (SHEARER;

CESNIK, 2005). Há acoplamento inercial entre os graus de liberdade da dinâmica de vôo e da dinâmica estrutural. A metodologia usada por Shearer e Cesnik é chamada nesta tese de NFNS (*Non Linear Flight Dynamics- Non Linear Structural Dynamics*).

(TUZCU, 2001) usa uma metodologia de modelagem na qual as disciplinas de dinâmica de vôo e aeroelasticidade são integradas, mas ainda é considerada aeroelasticidade linear. Não é mais considerado o sistema de eixos médio. A metodologia de Tuzcu usa uma formulação desenvolvida por Meirovitch para espaçonaves flexíveis (MEIROVITCH, 1991), que depois foi aperfeiçoada pelo próprio Meirovitch para aplicação em aviões flexíveis (MEIROVITCH, 1997).

Raghavan também implementou um modelo matemático no qual a dinâmica de vôo e a aeroelasticidade acopladas de um avião muito flexível são estudadas, mas o modelo de simulação é válido **apenas** para aviões do tipo asa voadora, e com grande alongamento (RAGHAVAN, 2009).

Em (SU, 2008) a análise previamente feita por Shearer e Cesnik é estendida e o avião todo é muito flexível, incluindo também a fuselagem, ao invés de se ter **apenas** a asa e empennagens flexíveis. Su usa um modelo reduzido, não linear, com formulação baseada em deformações para implementar as equações da dinâmica estrutural não linear, *finite state two dimensional inflow theory* (PETERS; HSIEH, 2006), (PETERS; JOHNSON, 1994), (PETERS, KARUNAMOORTH; CAO, 1995) para calcular as cargas aerodinâmicas incrementais e o princípio de Hamilton (mecânica hamiltoniana) para obter as equações da dinâmica de vôo e dinâmica estrutural. Su e Cesnik implementaram esta metodologia para diferentes configurações de aviões: *Single Wing, Joined Wing, Blended Wing Body e Flying Wing*.

Ribeiro usou a metodologia NFNS e implementou um código de simulação numérica de aviões muito flexíveis, chamado AEROFLEX (RIBEIRO, 2011), (RIBEIRO, et.al., 2012).

Um avião tipo asa voadora foi estudado. Os resultados obtidos estão de acordo com aqueles apresentados em (BROWN, 2003).

De todas as metodologias citadas, duas já têm sido estudadas no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA): a metodologia NFLS e a metodologia NFNS. A metodologia NFLS apresenta uma formulação bastante semelhante à dinâmica de vôo convencional (avião rígido). E pode ser implementada facilmente pelos especialistas de dinâmica de vôo. Mas, considera algumas hipóteses que têm como consequência o desacoplamento inercial e a dinâmica estrutural linear, que podem não ser representativos de aviões **muito flexíveis**. A metodologia NFNS considera o acoplamento inercial e a dinâmica estrutural não linear, mas a formulação é muito diferente da comumente usada pelos especialistas de dinâmica de vôo, e o custo computacional é muito mais alto.

Um dos objetivos desta tese é comparar as metodologias NFLS e NFNS. Esta comparação é feita durante o próprio procedimento de modelagem, e depois com a comparação de resultados de simulações feitas no mesmo avião modelado nas diferentes metodologias.

2.2) Aplicação de leis de controle

Com relação à aplicação de leis de controle em aviões flexíveis, há diferentes técnicas de controle disponíveis na literatura:

- **controle ótimo:** (DA SILVA, 2012), (MCLEAN, 1978), (KUBICA, et.al., 1995);
- **controle robusto:** (LIVET; KUBICA; MAGNI, 1995), (JOSHI; KELKAR, 1996), (ALAZARD, 2002);
- **eigenstructure assignement:** (KUBICA, et.al., 1995);
- **redes neurais:** (LAVRETZKY; HENDERSON, 1999);

- **inversão dinâmica:** (GREGORY, 1999), (GREGORY, 2001);
- **controle por modos deslizantes:** (EDWARDS; SPURGEON; AKOACHERE, 2000).
- **Backstepping:** (HENRIQUEZ, 2011)

(MCLEAN, 1978) usa controle ótimo e teoria algébrica de controle por modelo de referência para suprimir os efeitos de turbulência na dinâmica de vôo e na resposta estrutural de um avião flexível.

(KUBICA, et.al., 1995) usam as técnicas de controle ótimo e *eigenstructure assignement* em uma otimização com vínculos para se estabilizar modos rígidos e flexíveis do avião e para se aumentar a robustez paramétrica.

(DA SILVA, 2012) usou técnicas de controle não linear ótimo quadrático com realimentação de saída e redes neurais para garantir que a dinâmica de um avião flexível rastreasse a dinâmica do mesmo avião, mas com alta rigidez estrutural. Este avião, com modelo de corpo rígido é o modelo de referência que o avião flexível deve rastrear.

Uma metodologia de controle robusto baseada em programação quadrática é aplicada no projeto de leis de controle de um avião flexível em (LIVET; KUBICA; MAGNI, 1995).

Técnicas de controle robusto tipo LQG são usados em (JOSHI; KELKAR, 1996) para controlar a dinâmica linear de um avião sujeito a efeitos aeroelásticos. Os modos elásticos não modelados são considerados como incertezas aditivas.

A aplicação de controle não linear por inversão dinâmica é apresentada em (GREGORY, 1999) para o controle da dinâmica longitudinal de grandes aviões flexíveis. A mesma autora apresenta uma tentativa inicial de estabelecer resultados de estabilidade global com o controle de aviões flexíveis através da técnica de inversão dinâmica (GREGORY, 2001).

Um sistema de aumento de controle da dinâmica lateral de um avião flexível com a técnica de síntese H₂ é desenvolvido em (ALAZARD, 2002).

Uma técnica de otimização *non-smooth* é usada para se definir os ganhos do controlador da dinâmica lateral de um avião em (SIMÕES; et, al, 2009).

A técnica de redes neurais é usada para se projetar a lei de controle de um avião flexível (LAVRETSKY; HENDERSON, 1999).

(EDWARDS; SPURGEON; AKOACHERE, 2000) usam a técnica de controle por modos deslizantes para se controlar a dinâmica de um avião flexível.

A técnica de backstepping foi usada em (HENRIQUEZ, 2011) para o controle da dinâmica de vôo de um avião flexível.

(SHEARER, 2006) usa a técnica de inversão dinâmica para se controlar a dinâmica longitudinal de um avião flexível, modelado com a metodologia NFNS, e técnicas de controle linear para o controle da dinâmica lateral do mesmo avião.

A técnica H^∞ é usada por (COOK, et.al., 2011) para o controle da dinâmica de aviões muito flexíveis, modelados com a metodologia NFNS.

O uso de técnicas de controle linear não tem permitido compensar todos os efeitos de grande flexibilidade estrutural em aviões flexíveis. Isto pode ser notado em alguns dos resultados apresentados em (COOK, et, al, 2011) e (SHEARER, 2006). A necessidade de se usar leis de controle não lineares para o controle de aviões muito flexíveis tem sido notada na comunidade aeronáutica. Existem muitas diferentes técnicas de controle não linear entre as quais podem ser citadas: redes neurais, *backstepping*, inversão dinâmica, controle por estrutura variável e regulador integrativo universal. Esta última técnica é desenvolvida a partir do controle por estrutura variável.

A técnica de redes neurais exige tempo para treinamento da rede e tempo para validação. Como foi observado nas simulações do avião modelado com a metodologia NFNS,

as simulações feitas neste avião são muito lentas. O treinamento e a validação da rede iria consumir muito mais tempo também. Esse fato inibiu o autor em tentar usar esta técnica. O uso da técnica de *backstepping* também consumiria muito tempo na implementação de leis de controle de vôo de aviões muito flexíveis. A técnica de inversão dinâmica tem apresentado resultados muito bons na literatura, permite a demonstração analítica de estabilidade, mas exige um detalhado conhecimento do modelo matemático do sistema controlado e não consegue compensar imprecisões no modelo e perturbações externas (SLOTINE; LI, 1991). Durante o desenvolvimento do modelo do avião NFNS (avião modelado com a metodologia NFNS), foi verificado a dificuldade no processo de modelagem, e o tempo requerido para tal atividade. Esperar obter o modelo matemático validado consumiria muito tempo. Aviões muito flexíveis provavelmente terão imprecisões no modelo matemático, que afetarão certamente a eficiência de leis de controle não linear definidas com a técnica de inversão dinâmica. A técnica de controle por estrutura variável permite a demonstração analítica de estabilidade e é capaz de compensar imprecisões no modelo e perturbações externas (SLOTINE; LI, 1991). Mas, possui a desvantagem de poder apresentar uma forte e permanente oscilação dos atuadores, conhecida como *chattering*. Este pode afetar a vida útil dos atuadores, e pode excitar modos de alta freqüência do sistema controlado (SLOTINE; LI, 1991), (SHEARER, 2006). Este fato é muito preocupante na implementação de leis de controle de aviões muito flexíveis. Além disso, a técnica do controle por estrutura variável ainda requer um conhecimento do modelo, e um conhecimento da imprecisão deste (SLOTINE; LI, 1991).

A técnica do regulador integrativo universal, desenvolvida a partir da técnica de controle por estrutura variável, possui as vantagens do controle por estrutura variável e minimiza as desvantagens desta mesma técnica de controle:

- 1) A estabilidade desta técnica de controle pode ser provada analiticamente;
- 2) Imprecisões no modelo e perturbações externas podem ser compensadas;
- 3) Não é requerido conhecimento detalhado do modelo. As únicas informações requeridas são o grau relativo do sistema e o ganho de alta freqüência (SESHAGIRI; KHALIL, 2005);
- 4) O *chattering* é minimizado ao se trocar a função sinal ($\text{sgn}(s)$) pela função saturação ($\text{sat}(s/\mu)$), e também ao se usar integração condicional. Maiores informações e explicações podem ser vistos nos Apêndices A e B desta tese.

Todos estes fatores são um incentivo para o uso desta técnica para se controlar a dinâmica de vôo de aviões flexíveis. Recentes publicações têm apresentado excelentes resultados no uso desta técnica para se controlar a aeronave F-16, que possui dinâmica altamente não linear (PROMTUM; SESHAGIRI, 2009), (SESHAGIRI; PROMTUN, 2008).

Com base nestas análises, o autor usou esta técnica para o controle de vôo do avião F-16 (SOUSA; PAGLIONE, 2012), e também para o controle da dinâmica de vôo dos aviões flexíveis B-1, cujo modelo matemático foi obtido de (WASZAK; SCHMIDT, 1988) e do avião tipo asa voadora, cujo modelo foi obtido de (RIBEIRO, 2011). Os resultados obtidos demonstraram a eficiência desta técnica de controle e encorajaram o autor a aplicá-la no avião modelado em (DA SILVA, 2012) e no avião modelado nesta tese. Por todos estes motivos, neste trabalho é apresentada a aplicação da técnica do regulador integrativo universal para o controle da dinâmica longitudinal e látero-direcional de aviões muito flexíveis, modelados com a metodologia NFNS.

3. Metodologias NFLS e NFNS

Este capítulo apresenta os fundamentos teóricos das metodologias de modelagem NFLS e NFNS.

3.1) Metodologia NFLS

A metodologia usada por (WASZAK; SCHMIDT, 1988), (SILVESTRE, 2007), (SILVESTRE; PAGLIONE, 2008) é chamada aqui de metodologia NFLS (*Non-Linear Flight Dynamics – Linear Structural Dynamics*).

A metodologia NFLS é vista como uma estensão da dinâmica de vôo clássica. Nesta metodologia, a dinâmica de vôo não linear e a dinâmica estrutural linear são consideradas.

A primeira hipótese usada na metodologia NFLS é que o avião é considerado um corpo elástico contínuo (**Hipótese 1**). Com esta hipótese é possível derivar as equações de movimento com o uso da equação de Lagrange e do princípio do trabalho virtual.

A dedução das equações de movimento requer o conhecimento das energias cinética e potencial de um elemento de massa arbitrário do corpo. E os valores destas energias requerem, por sua vez, o valor da posição deste elemento de massa ρdV (Figura 3.1).

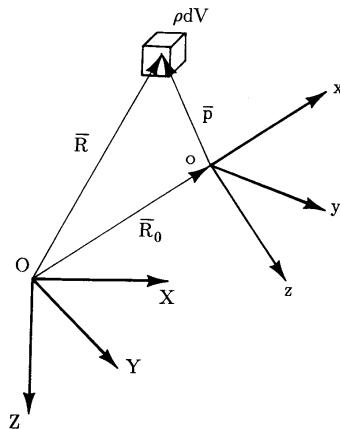


Figura 3.1 – Posição do elemento de massa dm (WASZAK, SCHMIDT, 1988)

No sistema de eixos apresentado na Figura 3.1, o eixo do sistema inercial X aponta para a frente, o eixo Y é perpendicular ao eixo X e aponta para a direita, e o eixo Z é perpendicular aos eixos X e Y, e aponta para baixo. Esta orientação do sistema de eixos é comumente usada na disciplina de dinâmica de vôo clássica. Mesma orientação é definida para o sistema de eixos do corpo oxyz, em que o eixo x (do corpo) é coincidente com o eixo da fuselagem e aponta para a frente.

A posição \vec{R} do elemento de massa ρdV com relação a um referencial inercial (a terra) é a soma do vetor posição \vec{p} (posição do elemento de massa ρdV com relação a um sistema local oxyz, com propriedades não definidas ainda) e do vetor \vec{R}_0 (posição do sistema de eixos local oxyz com relação ao sistema inercial OXYZ).

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{p} \quad (\text{eq 3.1})$$

A energia cinética do corpo é definida em (WASZAK; SCHMIDT, 1988) como :

$$T = \frac{1}{2} \int_V \frac{d\vec{R}}{dt} \cdot \frac{d\vec{R}}{dt} \rho dV \quad (\text{eq. 3.2})$$

Se o sistema de eixos local oxyz está girando em relação ao um sistema inercial com velocidade angular $\vec{\omega}$, e se cada elemento de massa é tratado como uma massa pontual (**Hipótese 2**), então:

$$\frac{d \vec{R}}{dt} = \frac{d \vec{R}_o}{dt} + \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} + \vec{\omega} \times \vec{p} \quad (\text{eq 3.3})$$

Onde: $\frac{\delta \vec{p}(t)}{\delta t}$ a derivada temporal do vetor \vec{p} com relação ao sistema de eixos local do corpo oxyz.

Substituindo a Equação 3.3, na Equação 3.2, obtém-se a seguinte equação para a energia cinética (WASZAK; SCHMIDT, 1988):

$$T = \frac{1}{2} \int_V \left\{ \frac{d \vec{R}_o}{dt} \cdot \frac{d \vec{R}_o}{dt} + 2 \frac{d \vec{R}_o}{dt} \cdot \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} + \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \cdot \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} + 2 \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{p}) + \right. \\ \left. (\vec{\omega} \times \vec{p}) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{p}) + 2(\vec{\omega} \times \vec{p}) \cdot \frac{d \vec{R}_o}{dt} \right\} \rho dV \quad (\text{eq 3.4})$$

Deve ser notado que os segundo, quarto, quinto e sexto componentes da Equação 3.4 possuem variáveis associadas ao movimento de corpo rígido e variáveis associadas a dinâmica estrutural. Ou seja, se estes termos não forem anulados, ocorrerá acoplamento inercial entre os graus de liberdade de corpo rígido e graus de liberdade de corpo flexível. Variações nos graus de liberdade de corpo rígido causarão variações nos graus de liberdade de corpo flexível, e vice-versa. Logicamente, este acoplamento inercial torna a resolução (integração numérica) das equações de movimento muito mais difícil.

A energia potencial é composta pela energia potencial gravitacional e pela energia potencial elástica. A energia potencial gravitacional é definida em (WASZAK, SCHMIDT, 1988) como:

$$U_g = - \int_V \vec{g} \cdot (\vec{R}_o + \vec{p}) \rho dV \quad (\text{eq 3.5})$$

onde \vec{g} é o vetor aceleração da gravidade, que é assumido uniforme ao longo do corpo (**hipótese 3**), e o sistema de eixos inercial é ligado a terra (**hipótese 4**).

A energia potencial elástica ou energia de deformação elástica é o trabalho feito na estrutura quando esta sofre deformações.

Usando o princípio de D'Alembert e considerando o vetor posição $\vec{p}(x, y, z)$ como a soma do vetor posição $\vec{p}_e(x, y, z)$ do elemento de massa não deformado mais seu deslocamento devido a deformação $\vec{p}_d(x, y, z, t)$, obtem-se a expressão da energia potencial elástica:

$$U_e = -\frac{1}{2} \int_V \frac{\partial^2 \vec{p}_d}{\partial t^2} \cdot \vec{p}_d \rho dV \quad (\text{eq 3.6})$$

Uma vez conhecida as energias cinética e potencial, poderia ser definida as equações de movimento com a equação de Lagrange, mas, o acoplamento inercial terá como consequência a obtenção de equações de movimento mais complexas e difíceis de se resolver numericamente. Este acoplamento inercial entre os graus de liberdade do corpo rígido e do corpo flexível pode ser minimizado se for escolhido um sistema de eixos do corpo conveniente e se for usado os modos de vibração livres do corpo.

Sistema de eixos médio

Durante o desenvolvimento das equações, pode ocorrer o acoplamento inercial entre os graus de liberdade rígidos e elásticos do corpo. Uma forma de diminuir este acoplamento é conseguida ao se usar um sistema de eixos local no corpo, que não está fixo em nenhum ponto. Este sistema de eixos é chamado de sistema de eixos médio (WASZAK; SCHMIDT, 1988). Neste sistema, **os momentos linear e angular (relativos) devido às deformações**

elásticas são nulos em todo instante de tempo (hipótese 5). A Equação 3.7 apresenta estas restrições.

$$\int_v \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \rho dV = 0 \quad (\text{eq 3.7a})$$

$$\int_v \vec{p} \times \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \rho dV = 0 \quad (\text{eq.3.7b})$$

De acordo com (WASZAK, SCHMIDT, 1988), (MILNE, 1964) este sistema move com o corpo, mas não está ligado a um ponto fixo no corpo.

As Equações 3.7a e 3.7b podem ser usadas para simplificar a equação da energia cinética (Equação 3.4), reescrita a seguir:

$$T = \frac{1}{2} \int_v \left\{ \frac{d \vec{R}_o}{dt} \cdot \frac{d \vec{R}_o}{dt} + 2 \frac{d \vec{R}_o}{dt} \cdot \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} + \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \cdot \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} + 2 \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{p}) + (\vec{\omega} \times \vec{p}) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{p}) + 2(\vec{\omega} \times \vec{p}) \cdot \frac{d \vec{R}_o}{dt} \right\} \rho dV$$

A substituição da Equação 3.7a permite anular o segundo termo da Equação 3.4, e a substituição da Equação 3.7b permite anular o quarto termo da Equação 3.4 (WASZAK, SCHMIDT, 1988):

$$\int_v \frac{d \vec{R}_o}{dt} \cdot \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \rho dV = \frac{d \vec{R}_o}{dt} \cdot \int_v \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \rho dV = \frac{d \vec{R}_o}{dt} \cdot 0 = 0 \quad (\text{eq 3.8a})$$

$$\int_v \frac{\delta \vec{p}^T}{\delta t} \cdot (\vec{\omega} \times \vec{p}) \rho dV = \int_v (\vec{p} \times \frac{\delta \vec{p}}{\delta t}) \cdot \vec{\omega} \rho dV \cong \int_v (0) \cdot \vec{\omega} \rho dV = 0 \quad (\text{eq 3.8 b})$$

Com isso, a expressão da energia cinética pode ser re-escrita como:

$$T = \frac{1}{2} \int_v \left\{ \frac{d \vec{R}_o}{dt} \cdot \frac{d \vec{R}_o}{dt} + \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \cdot \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} + (\vec{\omega} \times \vec{p}) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{p}) + 2(\vec{\omega} \times \vec{p}) \cdot \frac{d \vec{R}_o}{dt} \right\} \rho dV \quad (\text{eq. 3.9})$$

Note que até este ponto está sendo usado o sistema de eixos médio, que, por definição não está fixo a nenhum ponto do avião.

Análise do sistema de eixos médio

Nas equações 3.7a,b, o vetor \vec{p} é composto pela posição do elemento de massa no avião não deformado \vec{p}_e e pelo deslocamento devido a deformação estrutural \vec{p}_d :

$$\vec{p} = \vec{p}_e + \vec{p}_d \quad (\text{eq.3.10})$$

Substituindo a Equação 3.10 nas Equações 3.7 a,b , e considerando que a derivada temporal de \vec{p}_e é zero, obtém-se as Equações 3.11a,b.

$$\int_v \frac{\delta(\vec{p}_e + \vec{p}_d)}{\delta t} \rho dV = \int_v \frac{\delta \vec{p}_d}{\delta t} \rho dV = 0 \quad (\text{eq.3.11a})$$

$$\int_v \vec{p} \times \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \rho dV = \int_v (\vec{p}_e + \vec{p}_d) \times \frac{\delta(\vec{p}_e + \vec{p}_d)}{\delta t} \rho dV = \int_v (\vec{p}_e + \vec{p}_d) \times \frac{\delta \vec{p}_d}{\delta t} \rho dV = 0 \quad (\text{eq.3.11b})$$

Deve ser notado que a derivada de \vec{p}_e é zero se o sistema de eixos usado está fixo em um ponto. Então, **no entendimento do autor**, a consideração de que a derivada temporal de \vec{p}_e é zero implica em uma hipótese adicional de que o sistema de eixos médio está ligado a um ponto fixo (**hipótese**), embora este não tenha sido definido ainda. **Esta hipótese 6 foi adicionada pelo autor desta tese.** Em (WASZAK; SCHMIDT, 1988) é considerado que a derivada de \vec{p}_e é zero, mas sem dizer que o sistema de eixos foi ligado a um ponto fixo. Por este motivo, foi necessário a consideração da hipótese 6, que estava implícita.

*Na metodologia NFLS são considerados apenas modos de vibração caracterizados por deslocamentos normais às superfícies sustentadoras (SILVESTRE, 2007). Esta é uma aproximação de pequenos deslocamentos, que permite a hipótese de pequenos deslocamentos (**hipótese 7**). Para estes modos de vibração, os deslocamentos \vec{p}_d e suas derivadas $\frac{\delta \vec{p}_d}{\delta t}$ são colineares (**hipótese 8**). Pode ser observado que a própria condição de que os deslocamentos e suas derivadas são colinareas implica em pequenas perturbações. Uma forma de visualizar esta idéia mais facilmente é com a consideração de deformação em torção.*

Deformação de Torção

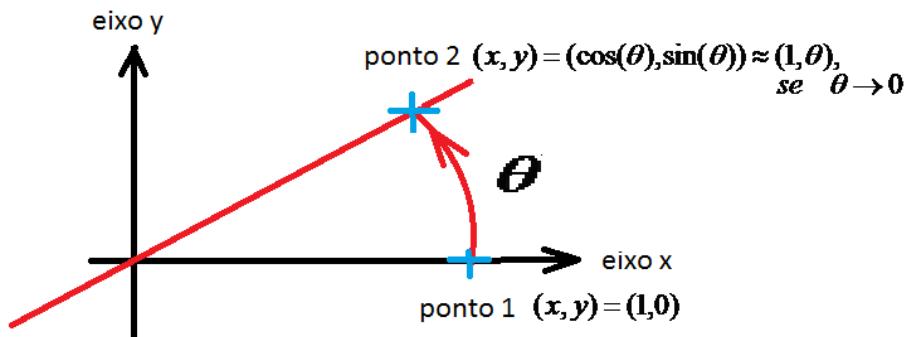


Figura 3.2- Deformação de Torção de um perfil tipo placa plana

Na Figura 3.2 é considerada uma torção de um perfil tipo placa plana. Durante a torção, o ponto 1 de coordenadas iniciais $(1,0)$ move-se para o ponto 2, de coordenadas $(\cos(\theta), \sin(\theta))$. Considerando pequenas deformações, o ângulo θ tende a zero, e as coordenadas do ponto 2 podem ser aproximadas por $(1, \theta)$. Neste caso, só ocorreu deslocamento do ponto 1 no eixo y . As coordenadas mudaram de $(1,0)$ para $(1,\theta)$. Note, que para só ocorrer deslocamento no eixo y (perpendicular à direção do perfil inicial, que estava no eixo x , foi necessário a condição de pequenas deformações.

Tendo sido esclarecido a idéia de deformações e derivadas de deformações colineares, pode-se reduzir a Equação 3.11 b a Equação 3.12:

$$\int_v \vec{p}_e \times \frac{\delta \vec{p}_d}{\delta t} \rho dV = 0 \quad (\text{eq.3.12})$$

Neste momento, deve ser lembrado que as Equações 3.11a e 3.12 foram obtidas das Equações 3.7a,b, que são iguais a zero, pela própria definição da Hipótese 5. Então, por definição, pelo próprio desenvolvimento das equações, e pela consideração das hipóteses feitas, percebe-se que as Equações 3.11a e 3.12 são iguais a zero.

As Equações 3.11a e 3.12 são conhecidas, já foram demonstradas (com a consideração das hipóteses feitas), mas podem ser ainda mais simplificadas, e o significado físico nestas equações já é conhecido: o momento linear e angular devido aos deslocamentos estruturais são nulos. A Equação 3.11a pode ser usada para simplificar mais a expressão da energia cinética (Equação 3.9)

*Se for considerado que a massa específica é constante (**Hipótese 9**), a Equação 3.11a pode ser reduzida a:*

$$\int_v \frac{\delta \vec{p}_d}{\delta t} \rho dV = \frac{\delta}{\delta t} \int_v \vec{p}_d \rho dV = 0 \quad (\text{eq 3.13})$$

Um significado físico para a Equação 3.13 é o fato dos deslocamentos estruturais não alterarem o centro de massa do avião.

Até agora, já foi admitido que o sistema de eixos está ligado a um ponto fixo no avião, mas não foi definido qual. A Equação 3.13 permite também a interpretação de que a origem do sistema de eixos do corpo está aproximadamente no centro de massa do avião. Por definição (HIBBELER, 2004), (WASZAK; SCHMIDT, 1988), o centro de massa de um corpo é definido como:

$$\bar{x}_{CM} = \frac{\int_v \vec{p} \rho dV}{\int_v \rho dV} = 0 \quad (\text{eq.3.14a})$$

Ao substituir a Equação 3.8 na Equação 3.12 a, obtem-se:

$$\bar{x}_{CM} = \frac{\int_v \vec{p}_e + \vec{p}_d \rho dV}{\int_v \rho dV} = \frac{\int_v \vec{p}_e \rho dV}{\int_v \rho dV} + \frac{\int_v \vec{p}_d \rho dV}{\int_v \rho dV} = 0 \quad (\text{eq.3.14b})$$

Se considerarmos que o centro de massa do avião não deformado não é alterado significativamente durante o vôo (**hipótese 10**), pode-se concluir que o primeiro termo da Equação 3.14b é igual a zero. Esta aproximação feita é válida para **aviões de transporte convencional**. Este fato é conhecido na indústria aeronáutica. Com esta simplificação, obtém-se: $\int_v \vec{p}_d \rho dV = 0$. E a partir da Equação 3.14b, pode-se validar a interpretação física da Equação 3.11a, de que os deslocamentos estruturais não alteram o centro de massa do corpo. Mas também pode-se concluir que a origem do sistema de eixos médio está muito próximo do centro de massa do avião. Então, a Equação 3.14a é verdadeira, e por consequência, tem-se que:

$$\int_v \vec{p} \rho dV = 0. \quad (\text{Eq. 3.15})$$

No entendimento do autor, a própria consideração deu que o sistema de eixos médio estava fixo a um ponto (hipótese 5) e a consideração de que o centro de massa do avião não deformado não se altera durante o vôo (hipótese 10) acabam “amarrando” o sistema de eixos médio a um sistema de eixos fixo ao corpo, cuja origem está no centro de massa.

A substituição da Equação 3.15 na Equação 3.9 permite anular o quarto termo desta equação:

$$\int_v (\vec{\omega} \times \vec{p}) \cdot \frac{d \vec{R}_o}{dt} \rho dV = \vec{\omega} \times \int_v \vec{p} \rho dV \cdot \frac{d \vec{R}_o}{dt} = 0 \quad (\text{eq. 3.16})$$

Então, a expressão da energia cinética é simplificada para:

$$T = \frac{1}{2} \int_v \left\{ \frac{d \vec{R}_o}{dt} \cdot \frac{d \vec{R}_o}{dt} + \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \cdot \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} + (\vec{\omega} \times \vec{p}) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{p}) \right\} \rho dV \quad (\text{eq. 3.17a})$$

A equação da energia cinética pode ser reescrita como:

$$T = \frac{1}{2} M \frac{d \vec{R}_o}{dt} \cdot \frac{d \vec{R}_o}{dt} + \frac{1}{2} \vec{\omega}^T [I] \vec{\omega} + \frac{1}{2} \int_V \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \cdot \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} dV \quad (\text{eq 3.17b})$$

onde: M é a massa do avião, [I] é o tensor de inércia, que sofre variações com o tempo devido a deformações estruturais. O uso da hipótese 7 permite a consideração de que o tensor de inércia é constante. Até agora, pode ser verificado o acoplamento inercial já foi bastante diminuído¹, mas ainda não anulado na expressão da energia cinética. Note, que o terceiro termo da Equação 3.17b ainda permite acoplamento inercial entre graus de liberdade de corpo rígido e da dinâmica estrutural.

A energia potencial gravitacional pode ser simplificada e reescrita como:

$$U_g = - \int_V \vec{g} \cdot (\vec{R}_o + \vec{p}) \rho dV = - \int_V \vec{g} \cdot \vec{R}_o \rho dV - \int_V \vec{g} \cdot \vec{p} \rho dV = - \vec{R}_o \cdot \vec{g} M \quad (\text{eq.3.18})$$

Modos de vibração livre:

O último termo da expressão da energia cinética ($\frac{1}{2} \int_V \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} \cdot \frac{\delta \vec{p}}{\delta t} dV$) ainda permite o acoplamento entre os graus de liberdade rígidos e elásticos do avião, uma vez que a posição \vec{p} é a soma da posição inicial não deformada \vec{p}_e mais o deslocamento \vec{p}_d . A forma usada para se anular este acoplamento é obtida através dos modos de vibração livre de um corpo que está sujeito às restrições do sistema de eixos médio “prático” (WASZAK; SCHMIDT, 1988).

¹ A hipótese do sistema de eixos médios junto das hipóteses citadas acima são usadas para anular o acoplamento inercial. A metodologia NFLS está centrada no anulamento do acoplamento inercial, conseguido através do sistema de eixos médio, e da consideração de pequenas deformações. No entendimento do autor, este fato já limita a metodologia NFLS ao permitir apenas a consideração de aviões com pequena flexibilidade estrutural.

Os modos de vibração livre formam um conjunto completo de funções ortogonais que são usadas para descrever quaisquer movimentos naturais do corpo (WASZAK; SCHMIDT, 1988), (BISMARCK, 1993).

Assumindo que os modos de vibração livres já foram determinados anteriormente (**hipótese 11**), os deslocamentos estruturais podem ser determinados pelos autovetores $\phi_i(x,y,z)$ e pelos deslocamentos generalizados $\eta_i(t)$ (WASZAK; SCHMIDT, 1988).

$$\vec{p}_d = \sum_{i=1}^{\infty} \vec{\phi}_i(x, y, z) \eta_i(t) \quad (\text{eq 3.19})$$

A Figura 3.3 apresenta exemplos de modos de vibração da estrutura de aviões:

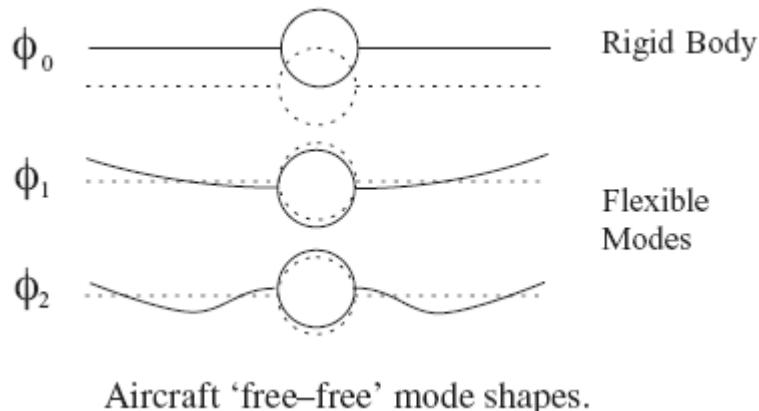


Figura 3.3– Exemplos de modos de vibração do avião (WRIGHT; COOPER, 2007)

Usando a Equação 3.19, as restrições do sistema de eixos médio (Equações 3.11a e 3.12) podem ser reescritas como:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{d\eta_i}{dt} \int_V \vec{\phi}_i \cdot \rho dV = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{d\eta_i}{dt} \int_V \vec{p}_e \times \vec{\phi}_i \cdot \rho dV = 0 \quad (\text{eq 3.20})$$

A Equação 3.20 localiza o sistema de eixos médio e pode ser interpretada como o fato de que os modos de vibração livres são ortogonais aos modos de translação e rotação do corpo rígido (WASZAK; SCHMIDT, 1988). **No entendimento do autor, a origem** do sistema de eixos médio “prático” já estava definida, *mas não sua orientação*. Esta se torna definida com a

Equação 3.20. A Equação 3.19 pode ser aplicada no último termo da expressão da energia cinética (Equação 3.17)

$$\int_v \frac{\vec{\delta p}}{\delta t} \cdot \frac{\vec{\delta p}}{\delta t} \rho dV = \int_v \frac{\vec{\delta p}_d}{\delta t} \cdot \frac{\vec{\delta p}_d}{\delta t} \rho dV = \int_v \sum_{i=1}^{\infty} \vec{\phi}_i(x, y, z) \frac{d\eta_i(t)}{dt} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \vec{\phi}_i(x, y, z) \frac{d\eta_i(t)}{dt} \rho dV$$

(eq. 3.21)

Usando o conceito de massa generalizada M_i (WASZAK; SCHMIDT, 1988):

$$M_i = \int_V \vec{\phi}_i \cdot \vec{\phi}_i \rho dV$$

(eq 3.22)

E a ortogonalidade dos diferentes modos de vibração livre (WASZAK; SCMMIDT, 1988):

$$\int_V \vec{\phi}_i \cdot \vec{\phi}_j \rho dV = 0$$

(eq 3.23)

É obtido:

$$\frac{1}{2} \int_v \frac{\vec{\delta p}}{\delta t} \cdot \frac{\vec{\delta p}}{\delta t} dV = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} M_i \dot{\eta}_i^2$$

(eq 3.24)

Onde:

$$\dot{\eta}_i = \frac{d\eta_i}{dt}(t)$$

Com a Equação 3.24, a expressão final da energia cinética é:

$$T = \frac{1}{2} M \frac{d\vec{R}_o}{dt} \cdot \frac{d\vec{R}_o}{dt} + \frac{1}{2} \vec{\omega}^T [I] \cdot \vec{\omega} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} M_i \dot{\eta}_i^2$$

(eq 3.25)

Na Equação 3.25, não há nenhum termo que contenha graus de liberdade de corpo rígido e graus de liberdade de corpo flexível. Isto quer dizer que não haverá acoplamento inercial entre os graus de liberdade de corpo rígido e os graus de liberdade da dinâmica estrutural. Isto foi possível devido ao uso das **onze hipóteses** feitas durante o desenvolvimento teórico. Mas, deve-se lembrar que o desenvolvimento está focado na consideração de pequenas deformações.

Usando as Equações 3.6 e 3.19, a expressão final da energia potencial elástica pode ser obtida (WASZAK; SCHMIDT, 1988):

$$U_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i^2 \eta_i^2 M_i \quad (\text{eq 3.26})$$

onde ω_i é a frequencia natural (*no vácuo, sem amortecimento*) do $i^{\text{ésimo}}$ modo considerado (WASZAK, SCHMIDT, 1988).

Após as expressões das energias cinética e potencial terem sido obtidas, a formulação lagrangeana pode ser usada para se obter as equações de movimento que descrevem a dinâmica de vôo de aviões flexíveis.

A aplicação da formulação lagrangeana deve ser usada com coordenadas generalizadas¹ que descrevem o movimento do corpo com relação a um sistema de eixos inercial, e as equações de movimento desejadas devem estar no sistema de eixos do corpo.

Para atender os requisitos do parágrafo anterior, é definido o vetor \vec{R}_0 . Este vetor é a posição da origem do sistema de eixos do corpo com relação ao sistema de eixos inercial (a terra), e pode ser escrito com suas componentes no sistema de eixos do corpo:

$$\vec{R}_0 = \hat{x}\hat{i} + \hat{y}\hat{j} + \hat{z}\hat{k} \quad (\text{eq 3.27})$$

onde: $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ são os vetores unitários nos eixos x,y e z do sistema de eixos do corpo.

A derivada do vetor \vec{R}_0 com relação ao tempo é:

$$\frac{d\vec{R}_0}{dt} = \frac{\partial \vec{R}_0}{\partial t} + \vec{\omega} \times \vec{R}_0 = U\hat{i} + V\hat{j} + W\hat{k} \quad (\text{eq 3.28})$$

onde $\vec{\omega}$ é a velocidade angular inercial (do corpo em relação a terra) do sistema de eixos do corpo:

$$\vec{\omega} = p\hat{i} + q\hat{j} + r\hat{k} \quad (\text{eq 3.29})$$

O sistema de eixos do corpo na dinâmica de vôo clássica é mostrado na Figura 3.4:

¹ As coordenadas generalizadas são independentes, por definição.

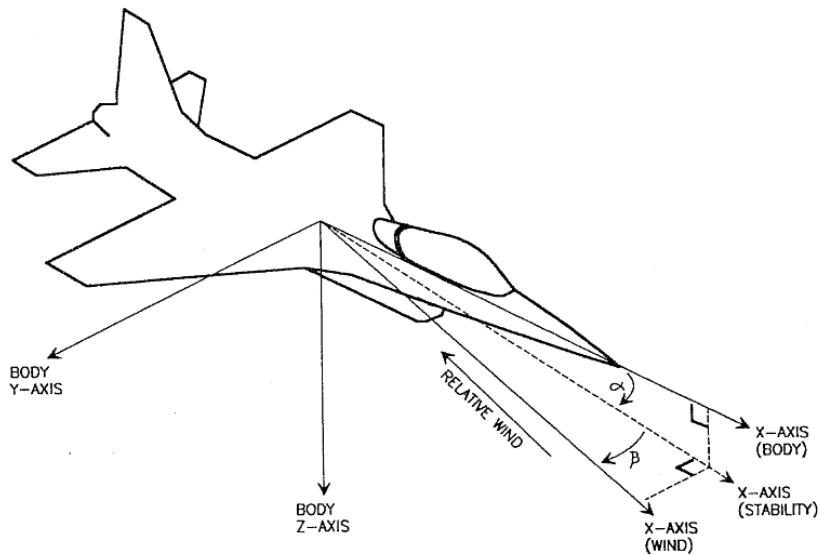


Figura 3.4- Sistema de eixos do corpo (origem no centro de massa) (LEWIS; STEVENS, 1992).

Na metodologia NFLS, a orientação do sistema de eixos do corpo com relação ao sistema de eixos inercial é definida com os ângulos de Euler: ϕ, θ, Ψ (WASZAK, 1988), (LEWIS; STEVENS, 1992).

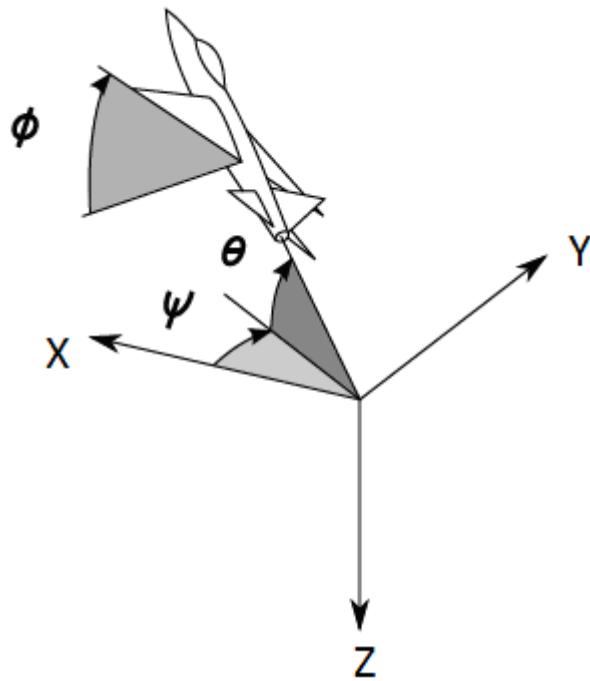


Figura 3.5- Ângulos de Euler ϕ , θ , Ψ (RIBEIRO, 2011¹)

Substituindo as Equações 3.28 e 3.29 na Equação 3.25, obtém-se:

$$T = \frac{1}{2}M(U^2 + V^2 + W^2) + \frac{1}{2}[p \quad q \quad r]I \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\infty} M_i \dot{\eta}_i^2 \quad (\text{eq 3.30})$$

De acordo (WASZAK, 1988), (LEWIS; STEVENS, 1992), as seguintes relações podem ser derivadas a partir das equações 3.29 e 3.30, e das equações de Euler. Estas últimas são usadas para relacionar p, q, e r com as derivadas dos ângulos de Euler:

¹ Em (RIBEIRO, 2011), os eixos do sistema inercial não definidos na Figura 3.6 pelas letras N (North), E (East), D. Aqui foi feita uma modificação nos nomes dos eixos para X, Y, Z. Isto foi feito manter coerência com os nomes dos eixos dados anteriormente.

$$\begin{aligned}
 U &= \dot{x} + qz - ry \\
 V &= \dot{y} + rx - pz \\
 W &= \dot{z} + py - qx \\
 p &= \dot{\phi} - \psi \sin(\theta) \\
 q &= \dot{\psi} \cos(\theta) \sin(\phi) + \dot{\theta} \cos(\phi) \\
 r &= \dot{\psi} \cos(\theta) \cos(\phi) - \dot{\theta} \sin(\phi)
 \end{aligned} \tag{eq 3.31}$$

Ao substituir-se a Equação 3.31 na Equação 3.30, é obtida a expressão da energia cinética em função das coordenadas generalizadas $x, y, z, \phi, \theta, \Psi, \eta_i$.

A equação da energia potencial gravitacional pode ser reescrita ao se considerar os ângulos de Euler:

$$U_g = -Mg(-x \sin(\theta) + y \sin(\phi) \cos(\theta) + z \cos(\phi) \cos(\theta)) \tag{eq 3.32}$$

Uma vez que as equações da energia cinética e potencial são conhecidas e estão em função das coordenadas generalizadas, a equação de Lagrange pode ser usada para se definir as equações de movimento do avião (WASZAK; SCHMIDT, 1988), (BISMARCK, 1993):

Equação de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \tag{eq 3.33}$$

As Equações 3.26, 3.30, 3.32 e 3.33 podem ser usadas para se definir as equações da dinâmica de vôo:

$$\begin{aligned} M[\dot{U} - rV + qW + g \sin(\theta)] &= Q_x \\ M[\dot{V} - pW + rU - g \sin(\phi) \cos(\theta)] &= Q_y \\ M[\dot{W} - qU + pV - g \cos(\phi) \cos(\theta)] &= Q_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{xx} \dot{p} - (I_{xy} \dot{q} + I_{xz} \dot{r}) + (I_{zz} - I_{yy})qr + (I_{xy}r - I_{xz}q)p + (r^2 - q^2)I_{yz} + \\ M[-g \cos(\theta)(y \cos(\phi) - z \sin(\phi)) + (\dot{W} + Vp - Uq)y - (\dot{V} + Ur - Wp)z] &= Q_\phi \\ I_{yy} \dot{q} - (I_{xy} \dot{p} + I_{yz} \dot{r}) + (I_{xx} - I_{zz})pr + (I_{xy}p - I_{yz}r)q + (p^2 - q^2)I_{xz} + \\ M[g(x \cos(\phi) \cos(\theta) + z \sin(\theta)) + (\dot{U} + Wq - Vr)z - (\dot{W} + Vp - Uq)x] &= [Q_\phi \cos(\phi) \sin(\theta) - \\ Q_\theta \sin(\phi) \cos(\theta) + Q_\psi \sin(\phi)] \sec(\theta) \\ I_{zz} \dot{r} - (I_{xz} \dot{p} + I_{yz} \dot{q}) + (I_{yy} - I_{xx})pq + (I_{xz}q - I_{yz}p)r + (q^2 - p^2)I_{xy} + \\ M[-g(x \sin(\phi) \cos(\theta) + y \sin(\theta)) + (\dot{V} + Ur - Wp)x - (\dot{U} + Wq - Vr)y] &= [Q_\phi \sin(\phi) \sin(\theta) + \\ Q_\theta \cos(\phi) \cos(\theta) + Q_\psi \sin(\phi)] \sec(\theta) \end{aligned}$$

$$\ddot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i = \frac{Q_{\eta_i}}{M_i}$$

(eq 3.34)

As equações de movimento só estarão totalmente definidas quando forem conhecidas as expressões das forças generalizadas Q_i . As forças generalizadas são definidas a partir do princípio do trabalho virtual (WASZAK; SCHMIDT, 1988), (BISMARCK, 1993):

$$Q_i = \frac{\partial}{\partial q_i} (\delta W) \quad (\text{eq. 3.35})$$

onde: δW é o trabalho associado com qualquer deslocamento virtual das coordenadas generalizadas.

As forças e momentos aerodinâmicos e propulsivos aplicados no avião são escritos como:

$$\begin{aligned}\vec{F} &= Q_x \hat{i} + Q_y \hat{j} + Q_z \hat{k} \\ \vec{M}_0 &= Q_\phi \hat{i} + Q_\theta \hat{j} + Q_\psi \hat{k}\end{aligned}\quad (\text{eq 3.36})$$

Onde: Q_x , Q_y , e Q_z são as componentes da força resultante atuantes nos eixos x, y e z do sistema de eixos do corpo.

Q_ϕ , Q_θ , e Q_ψ são os componentes do momento resultante nos eixos x, y e z do sistema de eixos do corpo. Os valores das forças Q_x , Q_y , e Q_z são mostrados nas Equações 3.37.

$$\begin{aligned}Q_x &= L \sin(\alpha) - D \cos(\alpha) \cos(\beta) + F_{ya} \cos(\alpha) \sin(\beta) + T_x \\ Q_y &= -D \sin(\beta) - F_{ya} \cos(\beta) + T_y \\ Q_z &= -L \cos(\alpha) - D \sin(\alpha) \cos(\beta) + F_{ya} \sin(\alpha) \sin(\beta) + T_z\end{aligned}\quad (\text{eq 3.37})$$

Nas Equações 3.37, L, D, e F_{ya} são a sustentação, o arrasto e a força aerodinâmica lateral aplicadas no avião. Estas forças aerodinâmicas são representadas no sistema de eixos aerodinâmico (LEWIS; STEVENS, 1992).

As forças T_x , T_y e T_z são as componentes da força de tração no sistema de eixos do corpo, α é o ângulo de ataque e β é o ângulo de derrapagem (Vide Figura 3.4).

O momento em torno da origem do sistema de eixos inercial é: $\vec{M}_0 + \vec{R}_0 \times \vec{F}$

Uma vez conhecidos os valores das forças e momentos no sistema de eixos inercial, pode-se calcular o trabalho virtual destas forças e momentos relativos ao sistema de eixos inercial:

$$\begin{aligned}\delta W &= Q_x \delta x + Q_y \delta y + Q_z \delta z + [Q_\phi + (yQ_z - zQ_y)] \delta \phi_B + [Q_\theta + (zQ_x - xQ_z)] \delta \theta_B + \\ &[Q_\psi + (xQ_y - yQ_x)] \delta \psi_B + \int_S \vec{P}(x, y, z) \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i \delta \eta_i dS\end{aligned}\quad (\text{eq.3.38})$$

Na Equação 3.38, o último termo é o trabalho feito pela distribuição de pressão de superfície $P(x,y,z)$, devido aos deslocamentos virtuais de cada coordenada generalizada elástica, e

$\delta\phi_B$, $\delta\theta_B$ e $\delta\psi_B$ são as rotações virtuais em torno de cada eixo do sistema de eixos do corpo.

De acordo com (WASZAK; SCHMIDT, 1988), as expressões para estas rotações virtuais são:

$$\begin{aligned}\delta\phi_B &= \delta\phi - \delta\psi \sin(\theta) \\ \delta\theta_B &= \delta\theta \cos(\phi) + \delta\psi \cos(\theta) \sin(\phi) \\ \delta\psi_B &= -\delta\theta \sin(\phi) + \delta\psi \cos(\theta) \cos(\phi)\end{aligned}\quad (\text{eq 3.39})$$

As expressões das forças generalizadas podem ser obtidas com as Equações 3.35, 3.38 e 3.39.

O uso das equações das forças generalizadas permite simplificar as equações de movimento 3.34. As equações simplificadas são:

$$\begin{aligned}M[\dot{U} - rV + qW + g \sin(\theta)] &= Q_X \\ M[\dot{V} - pW + rU - g \sin(\phi) \cos(\theta)] &= Q_Y \\ M[\dot{W} - qU + pV - g \cos(\phi) \cos(\theta)] &= Q_Z \\ I_{XX} \ddot{p} - (I_{XY} \dot{q} + I_{XZ} \dot{r}) + (I_{ZZ} - I_{YY})qr + (I_{XY}r - I_{XZ}q)p + (r^2 - q^2)I_{YZ} &= Q_\phi \\ I_{YY} \ddot{q} - (I_{XY} \dot{p} + I_{YZ} \dot{r}) + (I_{XX} - I_{ZZ})pr + (I_{XZ}p - I_{XY}r)q + (p^2 - q^2)I_{XZ} &= Q_\theta \\ I_{ZZ} \ddot{r} - (I_{XZ} \dot{p} + I_{YZ} \dot{q}) + (I_{YY} - I_{XX})pq + (I_{XZ}q - I_{YZ}p)r + (q^2 - p^2)I_{XY} &= Q_\psi \\ \ddot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i &= \frac{Q_{\eta i}}{M_i} \\ \dot{\phi} &= p + \tan(\theta)(q \sin(\phi) + r \cos(\phi)) \\ \dot{\theta} &= q \cos(\phi) - r \sin(\phi) \\ \dot{\psi} &= (q \sin(\phi) + r \cos(\phi)) / \cos(\theta) \\ \dot{H} &= U \sin(\theta) - V \cos(\theta) \sin(\phi) - W \cos(\theta) \cos(\phi) \\ \dot{p}_N &= U \cos(\theta) \cos(\psi) + V(-\cos(\phi) \sin(\psi) + \sin(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi)) + W(\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi)) \\ \dot{p}_E &= U \cos(\theta) \sin(\psi) + V(\cos(\phi) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi)) + W(-\sin(\phi) \cos(\psi) + \cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi))\end{aligned}\quad (\text{eq 3.40})$$

As seis últimas equações são as relações cinemáticas, constituídas das derivadas dos ângulos de Euler, da derivada da altitude H e das derivadas das coordenadas de posição do avião:

$$p_E, p_N.$$

As Equações 3.40 mostram que o acoplamento entre a dinâmica de vôo de corpo rígido e da dinâmica estrutural ocorrem apenas devido as forças generalizadas (WASZAK; SCHMIDT, 1988), (SILVESTRE, 2007), (GUIMARÃES NETO, 2008), (POGORZIELSKI, 2010).

As forças Q_X , Q_Y , e Q_Z e momentos Q_ϕ , Q_θ , e Q_ψ são compostos por forças e momentos quase estacionários (dinâmica de vôo clássica) e por cargas incrementais devido a flexibilidade estrutural. O cálculo das cargas aerodinâmicas incrementais, pode ser feito com três teorias diferentes: Teoria das faixas (PIERCE, 1988), (SILVESTRE, 2007), (POGORZIELSKI, 2010), (RIBEIRO, 2011), *Inflow states* (PETERS; HSIEH, 2006), (PETERS; JOHNSON, 1994), (PETERS; KARUNAMOORTH; CAO, 1995), (SU, 2008), (RIBEIRO, 2011) e *Doublet Lattice method* (BLAIR, 1994),(GIESING; KALMAN; RODDEN, 1971), (GUIMARÃES NETO, 2008), (DA SILVA, 2012).

Na metodologia NFLS, a flexibilidade estrutural altera as forças aerodinâmicas através da mudança do ângulo de ataque local $\Delta\alpha_s$. Apenas para exemplificar esta idéia, será considerada a variação do ângulo de ataque calculada com a teoria das faixas. A mudança no ângulo de ataque local ocorre devido aos deslocamentos estruturais de torção e flexão, como é mostrado na Equação 3.41. O primeiro termo está associado com a flexão da seção e o segundo termo com a torção (SILVESTRE, 2007).

$$\Delta\alpha_s = \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{u} \Phi_{z,i} | \dot{\eta}_i - \frac{\partial \Phi_{z,i}}{\partial x} | \eta_i \right] \quad (\text{eq.3.41})$$

Nesta equação, u representa a velocidade do ar que passa pelo painel considerado, $\Phi_{z,i}$ representa o autovetor do painel i , η_i representa a coordenada generalizada associada com o auto-vetor $\Phi_{z,i}$, o primeiro termo consiste na alteração do ângulo de ataque devido a deformação de flexão e o segundo a alteração no ângulo de ataque local devido a deformação de torção (SILVESTRE, 2007). Esta alteração no ângulo de ataque local altera a força de sustentação no painel considerado, uma vez que a sustentação é proporcional ao ângulo de ataque (ANDERSON, 2007):

$$CL = CL_\alpha(\alpha + \Delta\alpha_s) \quad (\text{eq.3.42})$$

Onde α é o ângulo de ataque que o escoamento local faz com o painel não deformado e $\Delta\alpha_s$ é a alteração no ângulo de ataque local devido a deformações de flexão e torção.

Se a Equação 3.41 for substituída na Equação 3.42, obtem-se:

$$CL = CL_\alpha(\alpha + \Delta\alpha_s) = CL_\alpha(\alpha) + CL_{\eta_i}(\eta_i) + CL_{\dot{\eta}_i}(\dot{\eta}_i) \quad (\text{eq.3.43})$$

Na Equação 3.43, CL_{η_i} e $CL_{\dot{\eta}_i}$ são coeficientes de influência que mostram o efeito das deformações de flexão e torção na força de sustentação local do painel considerado. As Equações 3.41 a 3.43 foram apresentadas para se esclarecer o efeito da dinâmica estrutural na dinâmica de vôo. O acoplamento entre estas dinâmicas é indireto, e ocorre apenas através das forças. Informações mais detalhadas a respeito do cálculo de coeficientes de influência podem ser vistos em (SILVESTRE, 2007), (WASZAK, SCHMIDT, 1988).

A dinâmica estrutural também sofre os efeitos devido a dinâmica de vôo do avião, e estes ocorrem devido às forças elásticas generalizadas, que são função das deformações

elásticas, de suas derivadas e das taxas de rolamento, arfagem e guinada de corpo rígido: p, q e r (SILVESTRE, 2007), (GUIMARÃES NETO, 2008), (DA SILVA, 2012).

As Equações 3.40 são muito similares às equações clássicas de dinâmica de vôo, e esta similaridade foi possível devido ao uso das onze hipóteses consideradas ao longo da dedução das equações de movimento. Se alguma das onze hipótese for desconsiderada, as equações de movimento se tornarão mais complexas. Ou seja, as hipóteses são obrigatórias.

3.2) Metodologia NFNS

A segunda metodologia estudada nesta tese é chamada aqui de NFNS (*Non Linear Flight Dynamics – Non Linear Structural Dynamics*). Esta é metodologia usada em (SHEARER, 2006), (SU, 2008), (RIBEIRO, 2011). A maior parte da dedução das equações de movimento foi retirada de (SU, 2008).

Em (SHEARER, 2006), (SU, 2008), (RIBEIRO, 2011), é apresentada a dedução das equações de movimento. Esta dedução também será apresentada nesta tese, mas antes de se apresentar a dedução, é explicado a forma como estas equações são obtidas (Figura 3.6). As equações de movimento são obtidas com o uso da mecânica hamiltoniana ou princípio de Hamilton (BRANDÃO, 1997). De acordo com (BRANDÃO, 1997), o princípio de Hamilton pode ser enunciado como:

“A variação da integral Lagrangeana adicionada à integral do trabalho virtual das forças ativas e não conservativas de um sistema entre dois instantes de tempo é nula, desde que as configurações inicial e final sejam prescritas.”

De acordo com um exemplo de aplicação na mesma referência, e em (SU, 2008), este princípio consiste em **somar o trabalho virtual de todas as forças internas e externas de todos elementos e fazer esta soma ser igual a zero**. A consideração de que os deslocamentos virtuais são arbitrários permite a obtenção das equações de movimento.

As forças internas incluem

- forças de inércia (forças devido a aceleração) da fuselagem rígida (se houver), dos membros elásticos (asa, empenagens e fuselagem, se esta for flexível), das

unidades rígidas (motores e tanques externos de combustível) ligadas a membros flexíveis,

- forças devido a deformações estruturais e taxas de deformação.

As forças externas incluem as forças e momentos aerodinâmicos, força peso e tração do motor.

A soma de todos os trabalhos virtuais e a consideração dos deslocamentos virtuais arbitrários permite a obtenção das equações de movimento (Figura 3.6). Basicamente esta é a idéia usada na dedução das equações de movimento.

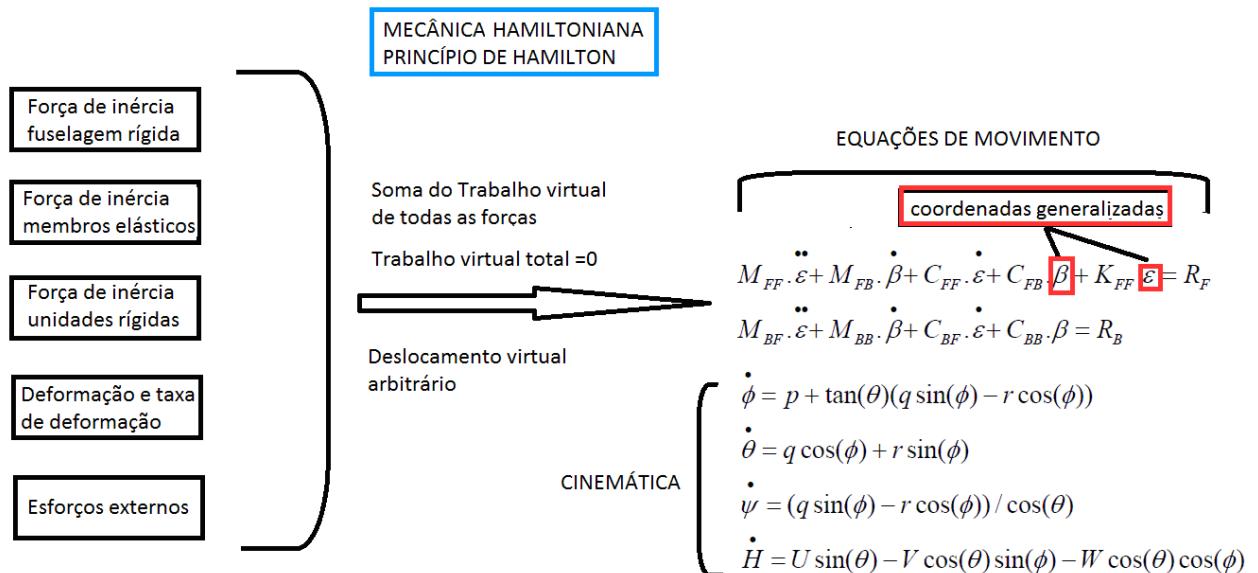


Figura 3.6 – Princípio usado na dedução das equações de movimento¹

Uma vez apresentada a idéia usada na dedução das equações de movimento, será apresentada a dedução propriamente dita.

¹ As equações e variáveis apresentadas na Figura 3.6 serão explicadas ao longo da dedução das equações de movimento.

3.2.1) Coordenadas generalizadas e sistemas de eixos

Na metodologia NFNS a asa e empenagens são modeladas estruturalmente como vigas. A fuselagem também pode ser modelada como uma viga, se for considerada flexível. Se for rígida pode ser modelada como uma unidade rígida ligada ao centro de gravidade da fuselagem.

Cada viga ou membro é formado por diferentes elementos, e cada elemento é formado por três nós: um interno, um intermediário e um externo (Figura 3.7). Os nós contém informação da posição e orientação do elemento. Na Figura 3.7 o membro é formado por 3 elementos: 1,2 e 3. E o elemento 1 é formado pelos nós 1-1, 1-2, 1-3. O membro 2 é formado pelos nós 2-1, 2-2, 2-3. E assim igualmente para o elemento 3. O vetor h_{11} contém as informações da posição e orientação do nó 1-1.

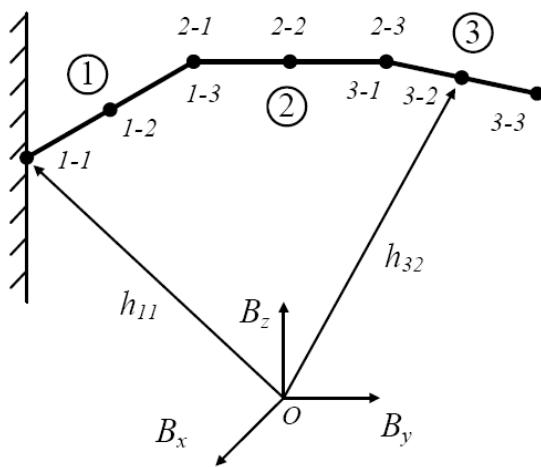


Figura 3-7: Exemplo de membro estrutural, elementos e nós (SU, 2008)

Cada elemento pode ter quatro deformações (uma extensão ε_x e três rotações k_x , k_y e k_z). A Figura 3.8 apresenta as deformações consideradas nos elementos. Apenas NÃO são consideradas deformações normais nos eixos y e z . *Isto quer dizer que os perfis aerodinâmicos mantêm sua geometria constante.* A posição dos nós é função da posição inicial não deformada e das deformações do elemento (SU, 2008).

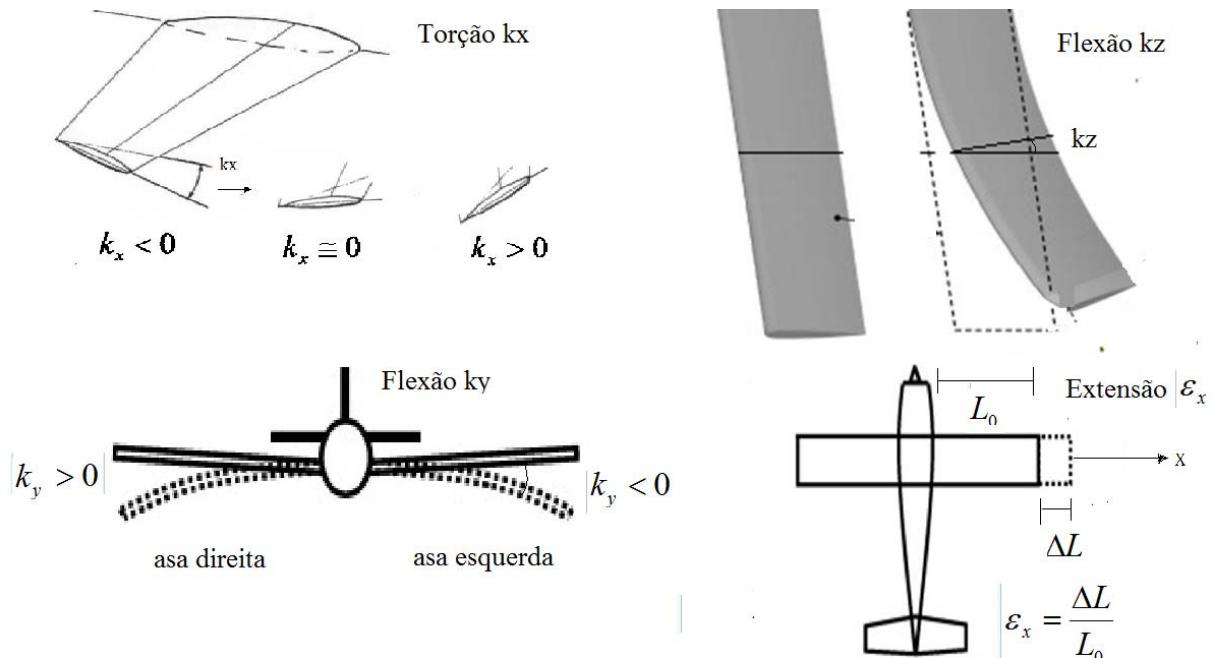


Figura 3.8 Deformações estruturais atuantes nos elementos estruturais

(AEROSPACEWEB,2000, SOFLA, et.al. ,2010)

As coordenadas generalizadas são os seis graus de liberdade correspondentes à posição e orientação do avião e as deformações de todos os elementos. O uso de deformações como graus de liberdade flexíveis é conhecido como *formulação baseada em deformações* (SHEARER, 2006), (SU, 2008). Nos cursos de graduação em engenharia, o conceito de deformação é ensinado nos cursos de resistência dos materiais, em que são considerados apenas situações estáticas, nas quais a estrutura está parada. Chama a atenção considerar uma formulação baseada em deformações, na qual são consideradas não só a deformação, como também suas derivadas primeira e segunda. Estas derivadas primeira e segunda são necessárias porque as forças de inércia dos elementos estruturais são função das derivadas

primeira e segunda das deformações, como será visto durante o desenvolvimento das equações. Nesta formulação, a deformação sofre variações lineares apenas localmente. Isto quer dizer que se um elemento i sofrer uma deformação ϵ , outro elemento j, localizado a uma **pequena** distância Δx do elemento i, sofrerá uma deformação $\epsilon+k\Delta x$. Se outro elemento m, localizado a uma distância Δy do elemento i, sendo que $\Delta y > \Delta x$, este elemento m sofrerá uma deformação diferente de $\epsilon+k\Delta y$. Este conceito das deformações sofrerem variações lineares, apenas localmente é um entendimento do autor, e dos orientadores.

A vantagem em se usar uma formulação baseada em deformações está no fato desta formulação permitir o acoplamento inercial entre os graus de liberdade de corpo rígido e de corpo flexível. O acoplamento é permitido uma vez que as deformações, as velocidades e acelerações das deformações têm como consequência uma alteração da geometria do avião, e uma redistribuição de massa com relação ao sistema de eixos do corpo. Esta mudança da geometria e redistribuição de massa ocorre através de uma transformação das deformações (representadas em um sistema de eixos local) em deslocamentos estruturais (representados no sistema de eixos global do corpo). Nesta transformação geométrica da deformação para deslocamentos, as deformações que variavam localmente de forma linear, poderão produzir variações não lineares nos deslocamentos, quando for feita uma análise da dinâmica estrutural não apenas localmente, mas globalmente (no avião todo).

Da mesma forma como na metodologia NFLS, devem ser definidos sistemas de eixos para que possa ser feita a modelagem da dinâmica do avião. De forma semelhante como na disciplina de dinâmica de vôo clássica, dois sistemas de eixos são usados: o sistema de eixos inercial e o sistema de eixos do corpo (Figura 3.9). O sistema de eixos inercial é usado para calcular a posição e orientação do avião. O sistema de eixos do corpo é usado porque as equações de movimento são integradas neste sistema de eixos (SU, 2008). A diferença na metodologia NFNS está na orientação dos sistemas de eixos. O sistema de eixos do corpo

segue a orientação da mecânica dos sólidos, ao invés da orientação da mecânica (dinâmica) de vôo clássica. Na metodologia NFNS o eixo x aponta na direção da asa direita, o eixo y aponta para a frente, e o eixo z é perpendicular aos eixos x e y e aponta “para cima”. Além dos três eixos já comentados, dois sistemas de eixos adicionais são ainda necessários: o sistema de eixos local e o sistema de eixos auxiliar (vide Figura 3.10).

O sistema de eixos aerodinâmico é usado para calcular as forças e momentos aerodinâmicos, mas, diferentemente do usado na metodologia NFLS, aqui o sistema aerodinâmico é um sistema definido localmente, em cada nó, como será visto adiante, no capítulo 5 (Figura 5.1) .

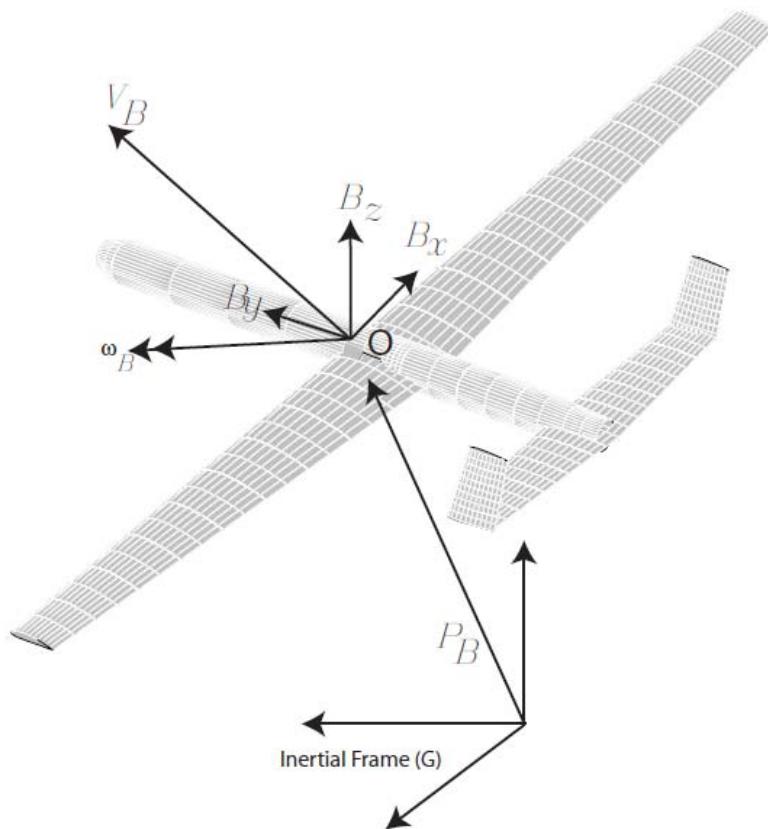


Figura 3.9– Sistemas de eixos do corpo e inercial (SHEARER, 2006)

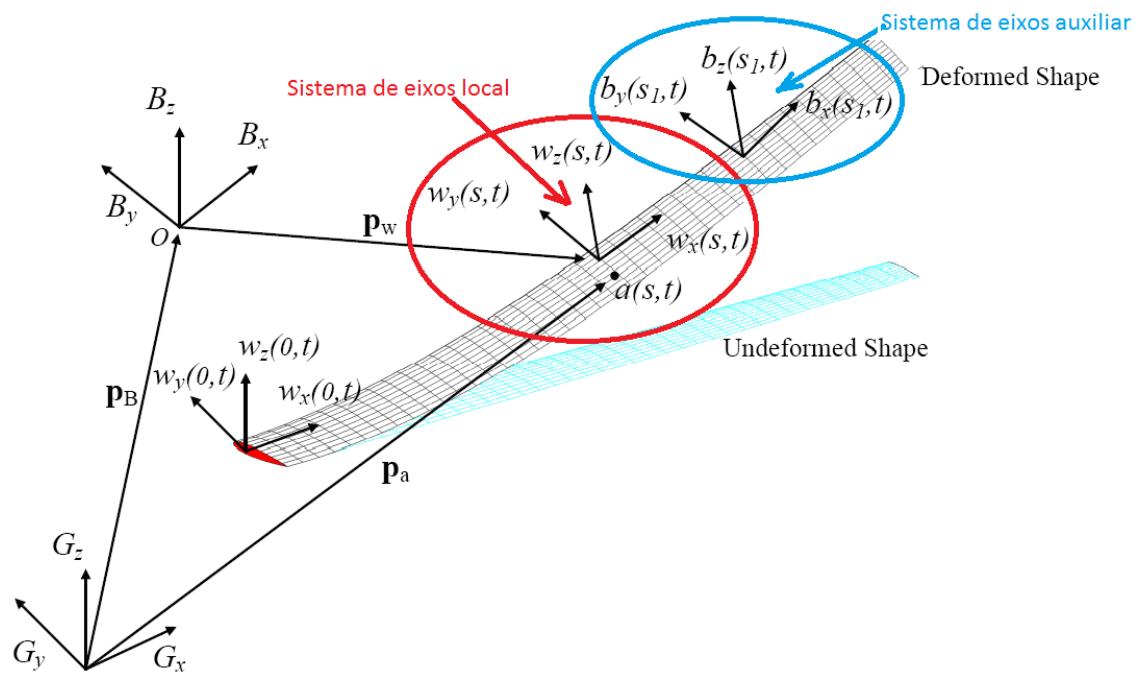


Figura 3.10 – Sistemas de eixos local e auxiliar (SU, 2008)

O sistema de eixos local é formado pelos vetores unitários w_x , w_y , w_z , que fornecem a orientação de cada nó dos elementos (Figura 3.11). Cada nó de cada elemento possui um sistema de eixos local. O vetor w_x (Figura 3.11) contém a direção do eixo de simetria da viga, w_y é perpendicular a w_x e aponta para o bordo de ataque da asa (viga), e w_z tem a direção do produto vetorial de w_x e w_y (BROWN, 2003).

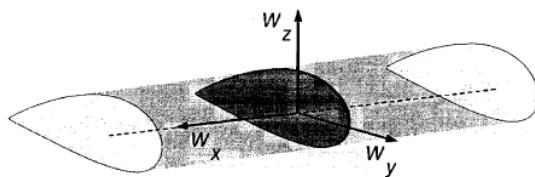


Figura 3.11– Vetores w_x , w_y e w_z (BROWN, 2003).

As componentes dos vetores w_x , w_y , w_z , são escritas em relação ao sistema de eixos do corpo. Por exemplo, w_x é escrito como:

$w_x = (w_{xx}, w_{xy}, w_{xz})$ onde w_{xx}, w_{xy}, w_{xz} são as componentes de w_x nos eixos x,y e z do corpo. O mesmo é válido para w_y e w_z : $w_y = (w_{yx}, w_{yy}, w_{yz})$, $w_z = (w_{zx}, w_{zy}, w_{zz})$.

O sistema de eixos auxiliar é usado para definir a posição e orientação de elementos rígidos conectados a estruturas flexíveis, como tanques de combustível externos e motores suportados pelas asas.

As equações de movimento são obtidas com o princípio de Hamilton (mecânica hamiltoniana) (BRANDÃO, 1997), (WIKIPEDIA, 2008a). **A dinâmica de corpo rígido é acoplada inercialmente com a dinâmica de corpo flexível.**

Os dados estruturais são obtidos em duas partes: Primeiro as propriedades das seções transversais (das vigas) são obtidas. Tendo as propriedades das seções, as propriedades dos elementos são calculadas com o uso de integração numérica (SU, 2008).

Na metodologia NFNS, a mecânica hamiltoniana, ou princípio de Hamilton (BRANDÃO, 1997), (WIKIPEDIA, 2008a) é usado para se obter as equações de movimento.

O primeiro passo na modelagem consiste no cálculo do trabalho virtual. Algumas variáveis que devem ser usadas nos cálculos do trabalho virtual são definidas a seguir:

A Figura 3.8 mostra as deformações que um elemento pode sofrer: extensão no eixo longitudinal da viga: ε_x , torção k_x e duas flexões k_y e k_z (em torno dos eixos w_y e w_z respectivamente). A Equação 3.44 apresenta o vetor de deformações de um elemento.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x \quad k_x \quad k_y \quad k_z] \quad (\text{eq. 3.44})$$

A posição absoluta de cada nó é obtida pela expressão $p(s) = p_B + p_w(s)$, onde p_B é a posição da origem do sistema de eixos do corpo, com coordenadas escritas no sistema de eixos do corpo (SU, 2008), e $p_w(s)$ é a posição do nó com relação a origem dos sistema de eixos do corpo. Esta posição é função da coordenada s (ao longo) da viga. Vide Figura 3.10.

A posição absoluta e orientação de cada nó é definido por um vetor h com dimensão 12 x 1 (Equação 3.45a). Três linhas são usadas para definir a posição absoluta p(s), três linhas correspondem ao vetor w_x , três linhas correspondem ao vetor w_y e as últimas três linhas

correspondem ao vetor w_z . Note que a posição absoluta $p(s)$ de cada nó não deve ser confundida com a posição de um ponto arbitrário p_a , na estrutura do avião (Vide Figuras 3.10 e 3.13).

$$h^T(s) = [p^T(s) \quad w_x^T(s) \quad w_y^T(s) \quad w_z^T(s)] \quad (\text{eq. 3.45a})$$

Este vetor $h(s)$ é dependente das deformações estruturais. Mudanças nos valores das deformações causarão mudanças nos valores da posição e orientação dos nós, e isto por sua vez produzirá mudanças nas propriedades de inércia, que são dependentes da geometria.

Em alguns casos, é necessário definir a posição do nó com relação ao sistema de eixos do corpo (*B frame*) (SU, 2008). Nestes casos, o nó será definido pelo vetor $h_r^T(s)$:

$$h_r^T(s) = [p_w^T(s) \quad w_x^T(s) \quad w_y^T(s) \quad w_z^T(s)] \quad (\text{eq. 3.45b})$$

A geometria do avião é definida em função do vetor h_r^T . O vetor h^T , definido no sistema de eixos inercial é usado para se calcular o jacobiano $J_{hb} = dh/d\beta$. Este jacobiano apresenta o efeito que mudanças nos graus de liberdade de corpo rígido produzem na posição e orientação dos nós. O jacobiano J_{hb} , é usado para se calcular a matriz que multiplica o vetor com os graus de liberdade de corpo rígido, e também para se calcular as forças e momentos atuantes nos elementos. Isto será visto mais adiante, nas Equações 3.81.

As coordenadas generalizadas são definidas pelo vetor q_c (SU, 2008). Este vetor é composto pelo vetor com deformações estruturais ε , composto por todas as deformações de todos os elementos do avião, e pelo vetor com a posição e orientação do corpo rígido definidas pelo vetor b (com componentes escritas no sistema de eixos do corpo):

$$q_c = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ p_B \\ \theta_B \end{bmatrix}, \quad \dot{q}_c = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \varepsilon \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot \\ V_B \\ \omega_B \end{bmatrix}, \quad \ddot{q}_c = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \varepsilon \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot \\ V_B \\ \omega_B \end{bmatrix} \quad (\text{eq. 3.46})$$

Onde: θ_B é a orientação do avião com relação ao sistema de eixos inercial;

V_B é a velocidade linear do avião no sistema de eixos do corpo;

ω_B é a velocidade angular do avião no sistema de eixos do corpo.

p_B e θ_B descrevem a posição e orientação de um sistema de eixos do corpo ligado a um ponto fixo do corpo. Este ponto não é necessariamente o centro de gravidade do avião (SU, 2008). Análises feitas por (RIBEIRO, 2011) permitiram a conclusão de que é conveniente, embora não obrigatório, que o sistema de eixos do corpo seja ligado ao centro de massa do avião. Isto evita complicações na análise dos resultados obtidos em simulações. Este é um entendimento do autor, que usou este conceito na modelagem do avião muito flexível.

As Equações 3.47 definem a relação do vetor $h(s)$, e de suas derivadas primeira e segunda, com as coordenadas generalizadas descritas nas Equações 3.46 (SHEARER, 2006), (SU, 2008). As derivadas primeiras são as velocidades lineares do nó considerado, e as derivadas segundas são a aceleração. A aceleração é usada para se calcular o trabalho virtual devido às forças de inércia. O valor do trabalho virtual calculado é fundamental para a obtenção das equações de movimento.

$$\delta h = J_{he} \delta \varepsilon + J_{hb} \delta b \quad \delta h_r = J_{he} \delta \varepsilon \quad (\text{eq.3.47a})$$

$$dh = J_{he} d\varepsilon + J_{hb} db \quad dh_r = J_{he} d\varepsilon \quad (\text{eq.3.47b})$$

$$\frac{dh}{dt} = J_{he} \frac{d\varepsilon}{dt} + J_{hb} \frac{db}{dt} = J_{he} \frac{d\varepsilon}{dt} + J_{hb} \beta \quad (\text{eq.3.47c})$$

$$\frac{dh_r}{dt} = J_{he} \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (\text{eq.3.47d})$$

$$\frac{d^2 h}{dt^2} = J_{he} \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \dot{J}_{he} \frac{d\varepsilon}{dt} + J_{hb} \dot{\beta} + \dot{J}_{hb} \beta \quad (\text{eq.3.47e})$$

$$\frac{d^2 h_r}{dt^2} = J_{he} \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \dot{J}_{he} \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (\text{eq.3.47f})$$

onde:

$$J_{h\varepsilon} = \frac{dh}{d\varepsilon} \quad \text{e} \quad J_{hb} = \frac{dh}{db} \quad (\text{eq.3.47g})$$

O jacobiano J_{hb} mostra o efeito de mudança na posição e orientação do corpo rígido na posição e orientação dos nós, e $J_{h\varepsilon}$ mostra o efeito das deformações estruturais ε na posição e orientação dos nós. As equações 3.47 mostram o efeito de mudanças das coordenadas generalizadas de corpo rígido e flexível na posição e orientação dos nós. Por exemplo, considere o avião da Figura 3.13: Se a asa não deformada não possuir diedro, torção nem enflechamento, o sistema de eixos local da asa não deformada estará orientado com o sistema de eixos do corpo. Se houver uma deformação estrutural da asa, sem haver mudança da orientação do avião como um todo, haverá uma rotação relativa do sistema de eixos local (*w frame*) em relação ao sistema de eixos do corpo (*B frame*). Isto pode ser visto na Figura 3.13: o sistema de eixos local da asa deformada está rotacionado em relação ao sistema de eixos do corpo. Quando a asa é deformada, não só a orientação do sistema de eixos local (*w frame*) é alterada, mas também sua posição. Ou seja, deformações estruturais causam mudanças no vetor $h(s)$. Considerações similares são válidas se houver alteração na posição e/ou orientação do sistema de eixos do corpo. Imagine o caso da asa não deformada, com um sistema de eixos local orientado inicialmente com o sistema de eixos do corpo. Se o avião mudar sua atitude, como, por exemplo, se for comandado um rolamento, ou uma subida, a orientação do sistema de eixos do corpo em relação ao sistema de eixos inercial será alterado, e a posição do sistema de eixos local em relação ao sistema de eixos inercial também será alterada. Em outras palavras, alterações na posição e orientação do avião causam alterações do vetor $h(s)$. Se o nó for definido em relação ao sistema de eixos do corpo, estas alterações nos graus de liberdade de corpo rígido não irão influenciar o vetor $h_r(s)$. Estas considerações feitas neste parágrafo visam esclarecer o sentido físico das Equações 3.47 e o efeito das coordenadas generalizadas na geometria do avião.

3.2.2) Cálculo do Trabalho virtual

Na metodologia NFNS, as equações de movimento são obtidas com a mecânica hamiltoniana ou princípio de Hamilton (BRANDÃO, 1997). O trabalho virtual devido a todas as forças internas e externas é calculado e somado. Depois disso, é considerado que o trabalho virtual total deve ser zero e que os deslocamentos virtuais são arbitrários. Com estas considerações são obtidas as equações de movimento. O fato de se usar métodos de energia ao invés de usar mecânica newtoniana simplifica muito a obtenção das equações de movimento, uma vez que está se analisando trabalho e energia, que são grandezas escalares. As próximas páginas apresentam o cálculo do trabalho virtual das forças internas e externas. As forças internas são as forças devido à aceleração ou forças de inércia, deformações estruturais e amortecimento estrutural (SU, 2008). Os esforços externos são as forças e momentos distribuídos e concentrados e a força da gravidade (SU, 2008). O cálculo do trabalho virtual das forças internas é apresentado primeiro e depois o trabalho virtual dos esforços externos.

3.2.2.1) Trabalho virtual das forças internas

As forças de inércia, e as forças devido a deformações internas e taxas de deformação são consideradas no cálculo do trabalho virtual devido às forças internas. Para um veículo completo, os membros elásticos e os corpos rígidos (fuselagem rígida e/ou membros não estruturais ligados a membros elásticos) devem ser considerados. Os próximos items tratam do cálculo do trabalho virtual das forças de inércia da fuselagem rígida, dos membros elásticos (asa, empenagens, e fuselagem se esta for flexível¹), das unidades rígidas ligadas a membros elásticos, e o trabalho virtual devido às deformações estruturais e suas taxas de deformação.

¹ Logicamente, se a fuselagem for flexível, não deve ser considerado o cálculo do trabalho virtual devido a fuselagem rígida.

FUSELAGEM RÍGIDA

Embora, a fuselagem do avião modelado em (DA SILVA, 2012) seja flexível, aqui foi considerado fuselagem rígida para simplificar os estudos iniciais do avião flexível, modelado com a metodologia NFNS.

A fuselagem não está apoiada em nenhum outro membro estrutural. Ao contrário, a asa e as empennagens estão ligadas na fuselagem. A fuselagem recebe forças nos apoios das superfícies flexíveis, mas não tem sua posição e orientação alteradas diretamente devido a deformações estruturais da asa, como acontece com motores e tanques externos ligados a asa, por exemplo. A fuselagem está sujeita a movimentos de corpo rígido. Desta forma, deve ser calculado o trabalho virtual devido às forças de inércia atuantes na fuselagem.

A Figura 3.12 mostra o sistema de eixos da fuselagem rígida. De acordo com esta figura (SU, 2008):

$$p_{CM} = p_B + p_{rcm} \quad (\text{eq.3.48})$$

onde: p_B e p_{rcm} são escritos no sistema de eixos do corpo (SU, 2008).

A velocidade do centro de massa é a derivada da posição do centro de massa (SU, 2008):

$$V_{CM} = \frac{dp_{CM}}{dt} = V_B + \omega_B \times p_{rcm} \quad (\text{eq.3.49a})$$

E a aceleração é a derivada da velocidade (SU, 2008):

$$a_{CM} = \frac{\partial V_{CM}}{\partial t} + \frac{\partial \omega_B}{\partial t} \times p_{rcm} + \omega_B \times (V_B + \omega_B \times p_{rcm}) \quad (\text{eq.3.49b})$$

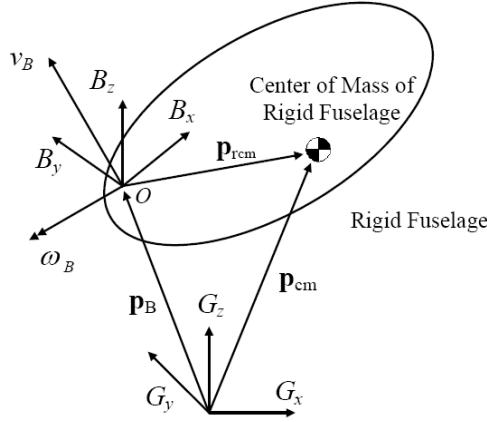


Figura 3.12 – Sistema de eixos da fuselagem rígida (SU, 2008)

A aceleração da origem do sistema de eixos do corpo B é obtida ao se considerar p_{rcm} igual a zero.

$$\mathbf{a}_B = \frac{\partial \mathbf{V}_B}{\partial t} + \boldsymbol{\omega}_B \times \mathbf{V}_B \quad (\text{eq.3.49c})$$

O trabalho virtual aplicado na fuselagem rígida é o produto escalar do deslocamento virtual e da diferença entre a força e a variação na quantidade de movimento (SU, 2008):

$$\delta W_{RB}^F = \delta p_B \cdot (-m_B \mathbf{a}_{CM} + \mathbf{F}_{RB}^{ext}) \quad (\text{eq.3.50a})$$

onde m_B é a massa da fuselagem rígida, e \mathbf{F}_{RB}^{ext} é a força externa resultante aplicada na origem do sistema de eixos do corpo B (SU, 2008).

Equação similar é obtida quando a rotação da fuselagem rígida é considerada (SU, 2008):

$$\delta W_{RB}^M = \delta \theta_B \left[-\frac{d(I_B \boldsymbol{\omega}_B)}{dt} - p_{rcm} \times (m_B \mathbf{a}_B) + M_{RB}^{ext} \right] \quad (\text{eq.3.50b})$$

Onde: M_{RB}^{ext} é o momento externo resultante aplicado na origem do sistema de eixos B do corpo e I_B é o tensor de inércia com relação a origem do sistema de eixos do corpo. I_B é obtido com o tensor de inércia no centro de massa e com o teorema dos eixos paralelos (SU, 2008):

$$I_B = I_{cm} + m_B [(p_{rcm} \cdot p_{rcm})I - p_{rcm} \otimes p_{rcm}] \quad (\text{eq.3.51})$$

onde: I é a matriz identidade com dimensão 3x3.

\otimes é o operador *outer product* (SU, 2008).¹

Substituindo as Equações 3.49 a,b,c nas Equações 3.50 a,b obtém-se o trabalho virtual devido a força e o momento (de inércia) resultantes:

$$\begin{aligned} \delta W_{RB}^F &= \delta p_B \cdot \left[-m_B \frac{dV_B}{dt} - m_B \frac{d\omega_B}{dt} \times p_{rcm} - m_B \omega_B \times (V_B + \omega_B \times p_{rcm}) + F_{RB}^{ext} \right] \\ \delta W_{RB}^M &= \delta \theta_B \cdot \left[-I_B \frac{d\omega_B}{dt} - \omega_B \times (I_B \cdot \omega_B) - p_{rcm} \times m_B \left(\frac{dV_B}{dt} + \omega_B \times V_B \right) + M_{RB}^{ext} \right] \end{aligned} \quad (\text{eq.3.52})$$

Uma forma de compactar esta equação é reescrever o produto vetorial de dois vetores como o produto de uma matriz *skew-simétrica* (SU-2008) e um vetor, como é mostrado nas Equações 3.53 a,b:

$$m \times n = \begin{bmatrix} \tilde{m} \end{bmatrix} \{n\} = \begin{bmatrix} 0 & -m_3 & m_2 \\ m_3 & 0 & -m_1 \\ -m_2 & m_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{n} \end{bmatrix}^T \{m\} = \begin{bmatrix} 0 & -n_3 & n_2 \\ n_3 & 0 & -n_1 \\ -n_2 & n_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} \quad (\text{eq.3.53a})$$

onde:

$$\begin{bmatrix} \tilde{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -m_3 & m_2 \\ m_3 & 0 & -m_1 \\ -m_2 & m_1 & 0 \end{bmatrix}, \{n\} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}. \quad (\text{eq.3.53b})$$

¹ O operador *outer product* \otimes faz o produto de dois vetores e tem como resultado uma matriz. Por exemplo, se for selecionado um vetor u de dimensão 4x1 e um vetor v de dimensão 3x1, e for feita a operação $u \otimes v$, será obtido o seguinte resultado (WIKIPEDIA, 2002b):

$$u \otimes v = uv^T = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1v_1 & u_1v_2 & u_1v_3 \\ u_2v_1 & u_2v_2 & u_2v_3 \\ u_3v_1 & u_3v_2 & u_3v_3 \\ u_4v_1 & u_4v_2 & u_4v_4 \end{bmatrix}$$

As Equações 3.54 (que usam a definição apresentada nas Equações 3.53) permitem simplificar as Equações 3.52 (SU, 2008):

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m_B I & m_B \tilde{p}_{rcm}^T \\ \tilde{m}_B \tilde{p}_{rcm} & I_B \end{bmatrix}, \quad C_{RB} = \begin{bmatrix} m_B \tilde{\omega}_B & m_B \tilde{\omega}_B \tilde{p}_{rcm}^T \\ \tilde{m}_B \tilde{p}_{rcm} \tilde{\omega}_B & I_B \tilde{\omega}_B \end{bmatrix}, \quad R_{RB}^{ext} = \begin{bmatrix} F_{RB}^{ext} \\ M_{RB}^{ext} \end{bmatrix}$$

(eq. 3.54)

Substituindo as Equações 3.54 nas equações 3.52, obtém-se as Equações 3.55a,b (SU, 2008).

$$\delta W_{RB} = [\delta p_B^T \quad \delta \theta_B^T] \left\{ -M_{RB} \begin{bmatrix} \frac{dV_B}{dt} \\ \frac{d\omega_B}{dt} \end{bmatrix} - C_{RB} \begin{bmatrix} V_B \\ \omega_B \end{bmatrix} + R_{RB}^{ext} \right\}$$

(eq.3.55a)

$$\delta W_{RB} = \delta b^T \left\{ -M_{RB} \frac{d\beta}{dt} - C_{RB} \beta + R_{RB}^{ext} \right\}$$

(eq.3.55b)

A Equação 3.55b apresenta o trabalho virtual aplicado na fuselagem rígida.

MEMBROS ELÁSTICOS

O cálculo do trabalho virtual em membros elásticos considera um ponto arbitrário **a**, mostrado e marcado com um círculo azul na Figura 3.13:

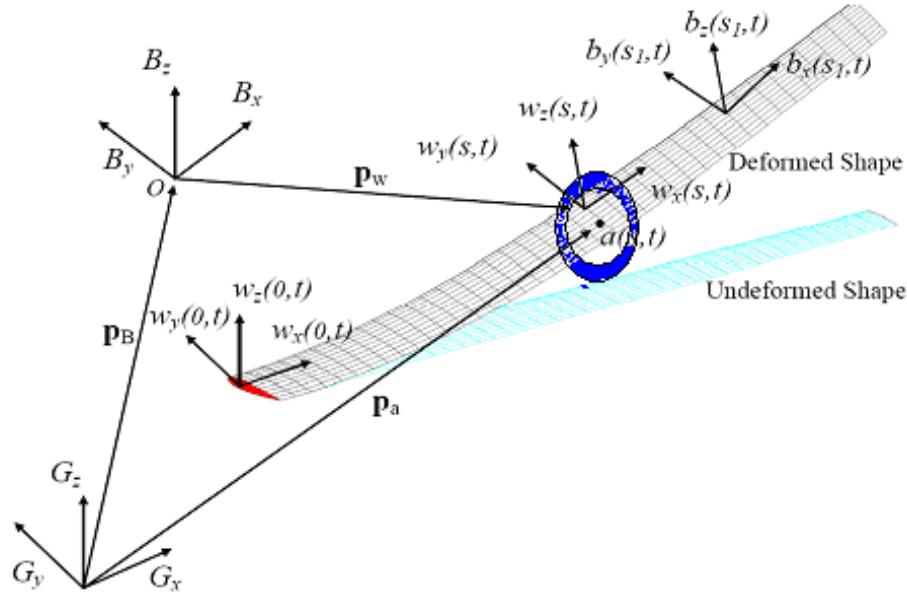


Figura 3.13 : Ponto arbitrário a usado na definição do trabalho virtual (Su,2008)

A posição do ponto a^1 na seção transversal da viga é definido pela Equação 3.56a (SU, 2008):

$$p_a = p_B + p_W + xw_x + yw_y + zw_z \quad (\text{eq.3.56a})$$

onde $[x; y; z]$ é o vetor posição do ponto a no sistema de eixos local (w).

A posição do ponto a pode ser escrita como um *offset* p_r do sistema de eixos do corpo B ou um *offset* do sistema de eixos local (w).

$$p_a = p_B + p_r = p + xw_x + yw_y + zw_z \quad (\text{eq. 3.56b})$$

onde: $p_r = p_W + xw_x + yw_y + zw_z$, e $p = p_B + p_W$ (eq.3.56c)

p é a posição absoluta do nó, tomada em relação ao referencial inercial.

¹ p_a é a posição do ponto arbitrário a. Não confundir este ponto com a posição dos nós definidos pelo vetor h , e também não confundir p_a com a posição absoluta do nó p .

A velocidade e aceleração do ponto **a** são obtidas com a primeira e segunda derivadas de p_a

(SU, 2008):

$$v_a = \frac{dp_B}{dt} + \frac{dp_r}{dt} + \omega_B \times p_r \quad (\text{eq.3.57a})$$

$$\begin{aligned} a_a &= \frac{d^2 p_B}{dt^2} + \frac{d^2 p_r}{dt^2} + \frac{d\omega_B}{dt} \times p_r + \omega_B \times \frac{dp_r}{dt} + \omega_B \times \left(\frac{dp_B}{dt} + \frac{dp_r}{dt} + \omega_B \times p_r \right) \\ &= \frac{d^2 p}{dt^2} + \frac{d\omega_B}{dt} \times p_r + \omega_B \times \frac{dp_r}{dt} + \omega_B \times \left(\frac{dp_B}{dt} + \frac{dp_r}{dt} + \omega_B \times p_r \right) \end{aligned} \quad (\text{eq.3.57b})$$

Substituindo a Equação 3.56a nas Equações 3.57, obtém-se (SU, 2008):

$$v_a = \frac{dp}{dt} + x \frac{dw_x}{dt} + y \frac{dw_y}{dt} + z \frac{dw_z}{dt} + \omega_B \times (p_w + xw_x + yw_y + zw_z) \quad (\text{eq.3.58a})$$

$$\begin{aligned} a_a &= \frac{d^2 p}{dt^2} + x \frac{d^2 w_x}{dt^2} + y \frac{d^2 w_y}{dt^2} + z \frac{d^2 w_z}{dt^2} + \frac{d\omega_B}{dt} \times (p_w + xw_x + yw_y + zw_z) \\ &\quad + \omega_B \times \left[\frac{dp_B}{dt} + \omega_B \times (p_w + xw_x + yw_y + zw_z) \right] + 2\omega_B \times \left(\frac{dp_B}{dt} + x \frac{dw_x}{dt} + y \frac{dw_y}{dt} + z \frac{dw_z}{dt} \right) \end{aligned} \quad (\text{eq.3.58b})$$

O trabalho virtual infinitesimal aplicado em um volume unitário é (SU, 2008):

$$\delta W_a = \delta p \cdot (-a_a \rho dA ds) \quad (\text{eq.3.59})$$

onde: ρ é a massa específica do elemento infinitesimal;

s é a posição do ponto (da seção) ao longo da viga;

ds é o comprimento infinitesimal do elemento;

dA é a área do elemento infinitesimal;

$$\delta p_a = \delta p + x \delta w_x + y \delta w_y + z \delta w_z \quad (\text{eq.3.60})$$

Substituindo as Equações 3.58 e 3.60 na Equação 3.59, obtém-se a Equação 3.61 (SU, 2008):

$$\begin{aligned} \delta W_a &= -(\delta p + x \delta w_x + y \delta w_y + z \delta w_z) \cdot \{ \ddot{p} + x \ddot{w}_x + y \ddot{w}_y + z \ddot{w}_z \\ &\quad + \dot{\omega}_B \times (p_w + xw_x + yw_y + zw_z) + \omega_B \times \left[\dot{p}_B + \omega_B \times (p_w + xw_x + yw_y + zw_z) \right] \} (\text{eq. 3.61}) \\ &\quad + 2\omega_B \times \{ \dot{p}_w + x \dot{w}_x + y \dot{w}_y + z \dot{w}_z \} \rho dA ds \end{aligned}$$

O trabalho virtual em uma coordenada específica s ao longo da viga, pode ser obtido ao integrar o trabalho virtual infinitesimal ao longo da seção transversal:

$$\delta W^{\text{int}}(s) = -\delta h^T(s) \{M(s) \begin{bmatrix} \ddot{p}_w(s) \\ \ddot{w}_x(s) \\ \ddot{w}_y(s) \\ \ddot{w}_z(s) \end{bmatrix} + M(s) \begin{bmatrix} I & \tilde{p}_w^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_x^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_y^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_z^T(s) \end{bmatrix} \dot{\beta} \} \\ + M(s) \begin{bmatrix} \tilde{w}_B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{w}_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{w}_B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & \tilde{p}_w^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_x^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_y^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_z^T(s) \end{bmatrix} \dot{\beta} + 2M(s) \begin{bmatrix} I & \cdot \\ 0 & \tilde{w}_x^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_y^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_z^T(s) \end{bmatrix} \dot{\beta} \} \quad (\text{eq.3.62a})$$

Na Equação 3.62a, I representa a matriz identidade de dimensão 3×3 , δh^T tem dimensão 1×12 , a matriz $M(s)$ tem dimensão 12×12 , e todos os vetores que seguem a matriz $M(s)$ têm dimensões 12×1 , 12×6 , 12×6 , e 12×6 , respectivamente. O vetor $\dot{\beta}$ tem dimensão 6×1 . Fazendo as multiplicações de matrizes pelos vetores da Equação 3.62a, obtém-se um escalar, que representa o trabalho virtual na seção de coordenada s . Ainda na Equação 3.62a, o vetor δh é descrito pela Equação 3.62b, e a matriz $M(s)$ é descrita pela Equação 3.62c:

$$\delta h^T = [\delta p^T \quad \delta w_x^T \quad \delta w_y^T \quad \delta w_z^T] \quad (\text{eq.3.62b})$$

$$M(s) = \int \rho \begin{bmatrix} 1 & x & y & z \\ x & x^2 & xy & xz \\ y & yx & y^2 & yz \\ z & zx & zy & z^2 \end{bmatrix} dA$$

Onde:

$$= \begin{bmatrix} mI^* & mr_x I^* & mr_y I^* & mr_z I^* \\ mr_x I^* & \left(\frac{I_{yy} + I_{zz} - I_{xx}}{2}\right)I^* & I_{xy} I^* & I_{xz} I^* \\ mr_y I^* & I_{yx} I^* & \left(\frac{I_{zz} + I_{xx} - I_{yy}}{2}\right)I^* & I_{yz} I^* \\ mr_z I^* & I_{zx} I^* & I_{zy} I^* & \left(\frac{I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}}{2}\right)I^* \end{bmatrix}_{12 \times 12}$$

(eq.3.62c)

Na Equação 3.62c, todos os termos estão multiplicados por I^* , que é uma matriz identidade de dimensão 3x3.

m é a massa por unidade de envergadura em cada seção transversal.

$[r_x \ r_y \ r_z]$ é a posição do centro de massa da seção transversal no sistema de eixos local (w).

I_{ij} são as propriedades de inércia da seção.

Na Equação 3.60a, o termo $\begin{bmatrix} \ddot{p}_w(s) & \ddot{w}_x(s) & \ddot{w}_y(s) & \ddot{w}_z(s) \end{bmatrix}^T$ é a segunda derivada temporal de h_r . Estes termos (da Equação 3.62 a) podem ser escritos em função das variáveis independentes (vide Equações 3.47). Usando esta consideração e as Equações 3.63¹:

$$Jhb = \begin{bmatrix} I & \tilde{p}_w^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_x^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_y^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_z^T(s) \end{bmatrix}, \quad \dot{Jhb} = \begin{bmatrix} I & \dot{\tilde{p}}_w^T(s) \\ 0 & \dot{\tilde{w}}_x^T(s) \\ 0 & \dot{\tilde{w}}_y^T(s) \\ 0 & \dot{\tilde{w}}_z^T(s) \end{bmatrix}, \quad H_{hb} = \begin{bmatrix} \tilde{w}_B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{w}_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{w}_B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{w}_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & \tilde{p}_w^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_x^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_y^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_z^T(s) \end{bmatrix} \quad (\text{eq.3.63})$$

¹ Informações mais detalhadas a respeito de como as matrizes da Equação 3.63, e os jacobianos Jhb são obtidos podem ser encontradas em (SHEARER, 2006), (BROWN, 2003).

Pode-se simplificar a Equação 3.62a e obter a Equação 3.64:

$$\begin{aligned} \delta W^{\text{int}}(s) = & -[\delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \quad \delta \boldsymbol{b}^T] \left\{ \begin{bmatrix} J_{he}^T M(s) J_{he} & J_{he}^T M(s) J_{hb} \\ J_{hb}^T M(s) J_{he} & J_{hb}^T M(s) J_{hb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{\varepsilon}}(s) \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} \right. \\ & + \begin{bmatrix} J_{he}^T M(s) \dot{J}_{he} & 0 \\ J_{hb}^T M(s) \dot{J}_{he} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(s) \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & J_{he}^T M(s) H_{hb} \\ 0 & J_{hb}^T M(s) H_{hb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(s) \\ \beta \end{bmatrix} \\ & \left. + \begin{bmatrix} 0 & 2J_{he}^T M(s) \dot{J}_{hb} \\ 0 & 2J_{hb}^T M(s) \dot{J}_{hb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(s) \\ \beta \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (\text{eq. 3.64})$$

A Equação 3.64 mostra o trabalho virtual feito em cada seção do membro elástico.

Pode-se ver que o trabalho virtual em cada seção do membro elástico é função dos graus de liberdade de corpo rígido, de suas derivadas, bem como das deformações estruturais e das derivadas primeira e segunda destas.

UNIDADES RÍGIDAS LIGADAS A MEMBROS ELÁSTICOS

As unidades rígidas na metodologia NFNS são motores ou tanques externos. Estas unidades sofrem apenas movimentos de corpo rígido devido ao membro elástico (ao qual estão ligados) e devido a dinâmica de corpo rígido do avião. A derivação das equações do trabalho virtual dessas unidades é similar a derivação das equações do trabalho virtual do membro elástico (SU, 2008). A diferença está no sistema de eixos auxiliar usado (*b frame*) ao invés do sistema de eixos local (*w frame*).

$$\delta W_{rb}^{\text{int}} = -\delta(h^b)^T \{ M_{rb} \begin{bmatrix} \ddots \\ p_b \\ \ddots \\ b_x \\ \ddots \\ b_y \\ \ddots \\ b_z \end{bmatrix} + M_{rb} \begin{bmatrix} I & \tilde{p}_b^T \\ 0 & \tilde{b}_x^T \\ 0 & \tilde{b}_y^T \\ 0 & \tilde{b}_z^T \end{bmatrix} \dot{\beta} \\ + M_{rb} \begin{bmatrix} \tilde{w}_B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{w}_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{w}_B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{w}_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & \tilde{p}_b^T \\ 0 & \tilde{b}_x^T \\ 0 & \tilde{b}_y^T \\ 0 & \tilde{b}_z^T \end{bmatrix} \beta + 2M_{rb} \begin{bmatrix} I & \cdot \\ 0 & \tilde{p}_b^T \\ 0 & \tilde{b}_x^T \\ 0 & \tilde{b}_y^T \\ 0 & \tilde{b}_z^T \end{bmatrix} \beta \} \quad (\text{eq.3.65})$$

onde¹:

$$(h^b)^T = [p^T \quad b_x^T \quad b_y^T \quad b_z^T] \quad (\text{eq.3.66})$$

$$M_{rb} = \begin{bmatrix} m_{rb} & m_{rb} \cdot cg_x & m_{rb} \cdot cg_y & m_{rb} \cdot cg_z \\ m_{rb} \cdot cg_x & \left(\frac{Iyy_{cg} + Izz_{cg} - Ixx_{cg}}{2} \right) + m_{rb} \cdot cg_x^2 & Ixy_{cg} + m_{rb} \cdot cg_x \cdot cg_y & Ixz_{cg} + m_{rb} \cdot cg_x \cdot cg_z \\ m_{rb} \cdot cg_y & Iyx_{cg} + m_{rb} \cdot cg_y \cdot cg_x & \left(\frac{Ixx_{cg} + Izz_{cg} - Iyy_{cg}}{2} \right) + m_{rb} \cdot cg_y^2 & Iyz_{cg} + m_{rb} \cdot cg_y \cdot cg_z \\ m_{rb} \cdot cg_z & Izx_{cg} + m_{rb} \cdot cg_z \cdot cg_x & Izy_{cg} + m_{rb} \cdot cg_z \cdot cg_y & \left(\frac{Ixx_{cg} + Iyy_{cg} - Izz_{cg}}{2} \right) + m_{rb} \cdot cg_z^2 \end{bmatrix}_{12x12} \quad (\text{eq.3.67})$$

m_{rb} é a massa da unidade rígida, $[cg_x \quad cg_y \quad cg_z]$ é a posição do centro de massa da unidade rígida no sistema de eixos auxiliar (*b frame*). A matriz M_{rb} da Equação 3.67 é escrita de forma similar a matriz $M(s)$ na Equação 3.62c. A única diferença está no uso do teorema dos eixos paralelos, de forma a contabilizar o fato da unidade rígida estar deslocada em relação ao nó ao qual ela está ligada. A Equação 3.67 apresentada aqui é diferente da equação apresentada em (SU, 2008). Esta mudança foi feita pelo seguinte motivo:

Tomemos como exemplo o termo da segunda linha, segunda coluna das matrizes 3.62c e 3.67, que deve conter a integral do termo x^2 ao longo da área. Se for usada a definição das inércias

¹ Na Equação 3.67, todos os termos estão multiplicados por uma matriz identidade de dimensão 3x3, da mesma forma como na Equação 3.62c.

de área I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} , poderá notar-se que $\int \rho x^2 dA = \frac{I_{yy} + I_{zz} - I_{xx}}{2}$. Além disso o uso da expressão proposta aqui torna possível a reprodução de resultados apresentados em (BROWN, 2003).

A posição e orientação do nó no sistema de eixos auxiliar (b frame) pode ser obtida a partir de valores da posição e orientação do nó no sistema de eixos local (w frame), e de uma matriz de rotação (SHEARER, 2006), (SU, 2008)¹.

$$h^b = D^{bw} h \quad (\text{eq.3.68})$$

Onde: D^{bw} contém cossenos diretores em cada nó (SU, 2008). Usando as Equações 3.66, obtém-se a posição e orientação das unidades rígidas, e sua velocidade e aceleração também (no sistema de eixos auxiliar):

$$\begin{bmatrix} \bullet \\ p_b \\ \bullet \\ b_x \\ \bullet \\ b_y \\ \bullet \\ b_z \end{bmatrix} = D^{bw} \begin{bmatrix} \bullet \\ p_w \\ \bullet \\ w_x \\ \bullet \\ w_y \\ \bullet \\ w_z \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} I & \tilde{p}_b^T(s) \\ 0 & \tilde{b}_x^T(s) \\ 0 & \tilde{b}_y^T(s) \\ 0 & \tilde{b}_z^T(s) \end{bmatrix} = D^{bw} \begin{bmatrix} I & \tilde{p}_w^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_x^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_y^T(s) \\ 0 & \tilde{w}_z^T(s) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} I & \dot{\tilde{p}}_b^T \\ 0 & \dot{\tilde{b}}_x^T \\ 0 & \dot{\tilde{b}}_y^T \\ 0 & \dot{\tilde{b}}_z^T \end{bmatrix} = D^{bw} \begin{bmatrix} I & \dot{\tilde{p}}_w^T \\ 0 & \dot{\tilde{w}}_x^T \\ 0 & \dot{\tilde{w}}_y^T \\ 0 & \dot{\tilde{w}}_z^T \end{bmatrix}$$

$$\text{eq.3.68b}$$

A Equação 3.65 pode ser simplificada com o mesmo procedimento usado no cálculo do trabalho virtual do membro elástico (SU, 2008):

$$\begin{aligned} \delta W_{rb}^{\text{int}} = & -[\delta \varepsilon^T \quad \delta b^T] \left\{ \begin{bmatrix} J_{he}^T (D_{bw})^T M_{rb} D_{bw} J_{he} & J_{he}^T (D_{bw})^T M_{rb} D_{bw} J_{hb} \\ J_{hb}^T (D_{bw})^T M_{rb} D_{bw} J_{he} & J_{hb}^T (D_{bw})^T M_{rb} D_{bw} J_{hb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bullet \\ \varepsilon \\ \bullet \\ \beta \end{bmatrix} \right. \\ & + \begin{bmatrix} J_{he}^T (D_{bw})^T M_{rb} D_{bw} J_{he}^T & 0 \\ J_{hb}^T (D_{bw})^T M_{rb} D_{bw} J_{he}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}(s) \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & J_{he}^T (D_{bw})^T M_{rb} D_{bw} H_{hb} \\ 0 & J_{hb}^T (D_{bw})^T M_{rb} D_{bw} H_{hb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \beta \end{bmatrix} \quad (\text{eq.3.69}) \\ & \left. + \begin{bmatrix} 0 & 2J_{he}^T (D_{bw})^T M_{rb} D_{bw} J_{hb}^T \\ 0 & 2J_{hb}^T (D_{bw})^T M_{rb} D_{bw} J_{hb}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \beta \end{bmatrix} \right\} \end{aligned}$$

¹ A transformação inversa também é possível: A obtenção dos valores de posição e orientação do nó no sistema de eixos local a partir da posição e orientação do nó no sistema auxiliar.

Deve ser notado que a Equação 3.69 não é função da coordenada s, e é calculada apenas nos pontos onde há unidades rígidas ligadas aos membros elásticos.

DEFORMAÇÃO INTERNA E TAXA DE DEFORMAÇÃO INTERNA

O trabalho virtual devido a deformação interna é (SU, 2008):

$$\delta W^{\text{int}}(s) = -\delta \varepsilon(s)^T k(s)(\varepsilon(s) - \varepsilon^0(s)) \quad (\text{eq.3.70})$$

onde $\varepsilon^0(s)$ é a deformação inicial da viga (na condição de equilíbrio), e $k(s)$ é a rigidez estrutural na seção localizada na coordenada s ao longo da viga.

*Neste ponto, a Equação 3.70 apresenta uma hipótese (que está implícita), e não foi definida em (SHEARER, 2006), (SU, 2008): **Todas as forças aplicadas nos membros elásticos produzem tensões internas menores do que o limite elástico e do que a tensão de escoamento do material.** Isto deve ocorrer para que o material esteja no regime linear elástico (HIBBELER, 2010), e a Lei de Hooke seja válida (a tensão é linearmente proporcional a deformação). Desta forma, a expressão do trabalho virtual apresentada na Equação 3.70 é correta.*

O amortecimento também é considerado para melhor representar a dinâmica estrutural das vigas. O trabalho virtual devido ao amortecimento interno $c(s)$ é:

$$\delta W^{\text{int}}(s) = -\delta \varepsilon(s)^T c(s) \dot{\varepsilon}(s) \quad (\text{eq.3.71})$$

Onde o amortecimento interno é considerado ser proporcional a rigidez estrutural (SU, 2008) $c(s) = \alpha k(s)$. O parâmetro α é definido aqui como um fator de amortecimento.

3.2.2.2) Trabalho virtual interno nos elementos

Até agora, foi calculado o trabalho virtual interno em uma seção arbitrária com coordenada s (na viga), mas não o trabalho virtual no elemento. Para se obter o trabalho virtual em cada elemento, é necessário integrar o trabalho virtual na seção ao longo (do comprimento) do elemento. Esta integração é feita numericamente (BROWN, 2003), (SU,2008). É considerado que quase todas as propriedades variam linearmente entre o primeiro e o ultimo nó. As exceções são a rigidez k e o amortecimento c, que são considerados constantes em cada elemento. Para se implementar a integração numérica, é necessário conhecer as propriedades de cada nó (SU, 2008). A Equação 3.72 apresenta o trabalho virtual de um elemento de um membro elástico. Esta equação é obtida após integração discreta do trabalho virtual ao longo do elemento:

$$\delta W_e^{\text{int}} = -[\delta \varepsilon_e^T \quad \delta b^T] \left\{ \begin{bmatrix} J_{he}^T M_e J_{he} & J_{he}^T M_e J_{hb} \\ J_{hb}^T M_e J_{he} & J_{hb}^T M_e J_{hb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varepsilon}_e \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_{he}^T M_e \dot{J}_{he} & 0 \\ J_{hb}^T M_e \dot{J}_{he} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_e \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & J_{he}^T M_e H_{hb} \\ 0 & J_{hb}^T M_e H_{hb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_e \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2J_{he}^T M_e \dot{J}_{hb} \\ 0 & 2J_{hb}^T M_e \dot{J}_{hb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_e \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_e & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_e \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_e & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_e \\ b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_e & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{eq.3.72})$$

onde:

$$M_e = \frac{1}{2} \Delta s \begin{bmatrix} \frac{1}{4} M_1 + \frac{1}{12} M_2 & \frac{1}{12} M_1 + \frac{1}{12} M_2 & 0 \\ \frac{1}{12} M_1 + \frac{1}{12} M_2 & \frac{1}{12} M_1 + \frac{1}{2} M_2 + \frac{1}{12} M_3 & \frac{1}{12} M_2 + \frac{1}{12} M_3 \\ 0 & \frac{1}{12} M_2 + \frac{1}{12} M_3 & \frac{1}{12} M_2 + \frac{1}{4} M_3 \end{bmatrix}_{36 \times 36} \quad (\text{eq.3.73a})$$

$$\begin{aligned} K_e &= K \Delta s \\ C_e &= c \Delta s \end{aligned} \quad (\text{eq.3.73b})$$

- Δs é o comprimento do elemento considerado;
- K é a rigidez estrutural do elemento considerado. Na modelagem estrutural apresentada no capítulo 6, a rigidez K é definida como a média aritmética das rigidezes obtidas para os três nós do elemento. As matrizes K_e e C_e têm dimensão 4×4 .
- c o amortecimento interno no mesmo nó (SU, 2008).
- M_1, M_2 , e M_3 são as propriedades de inércia das seções transversais calculadas para os nós interno, intermediário e externo do elemento, respectivamente. Estas matrizes M_i foram obtidas na Equação 3.62a (SU, 2008).

Ainda na Equação 3.72 a, deve-se entender que os jacobianos J_{he} e J_{hb} do elemento são matrizes bloco diagonal formadas pelos mesmos jacobianos obtidos para os nós interno, médio e externo do elemento. A Equação 3.72 é válida quando a massa e rigidez estrutural do elemento variar de forma linearmente ao longo dos nós. Se esta consideração não for válida, torna-se necessário discretizar mais a estrutura de forma a atender a condição de linearidade.

A integração numérica é feita em cada elemento com o uso das seguintes expressões (BROWN, 2003):

$$\eta(s) = [z_1(s) \ z_2(s) \ z_3(s)] \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix}$$

$$z_1(s) = \frac{s_2 - s}{s_2 - s_1}, \quad z_2(s) = \frac{s - s_2}{s_2 - s_1}, \quad z_3(s) = 0; \quad (s_1 \leq s \leq s_2)$$

$$z_1(s) = 0, \quad z_2(s) = \frac{s_3 - s}{s_3 - s_2}, \quad z_3(s) = \frac{s - s_2}{s_3 - s_2}, \quad (s_2 \leq s \leq s_3)$$

Onde: $\eta(s)$ é o valor da propriedade η na coordenada s , e η_1, η_2, η_3 são os valores de η nos nós 1,2 e 3.

Obs:

1) Na integração feita, todas as propriedades variam linearmente ao longo do elemento;

2) Depois que a integração foi feita, o vetor h tem dimensão 36×1 , onde: $h = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix}_{36 \times 1}$, h_1 ,

h_2 e h_3 são os vetores com a posição e orientação dos nós 1,2 e 3.

3.2.2.3) Trabalho virtual externo

O trabalho virtual externo aplicado em um volume diferencial é calculado como (SU, 2008):

$$\delta W_e = \int_V \delta u(x, y, z) \cdot f(x, y, z) dV \quad (\text{eq.3.74})$$

onde: $\delta u(x, y, z)$ é o deslocamento virtual;

$f(x, y, z)$ é a força generalizada aplicada em um volume diferencial e inclui forças de gravidade, forças e momentos externos distribuídos (ex: forças e momentos aerodinâmicos) e forças e momentos externos pontuais (ex: força de tração do motor) (SU, 2008) .

Uma vez que as propriedades das seções do elemento são conhecidas, a integração da Equação 3.74 é simples porque é feita ao longo da coordenada s da viga. O trabalho virtual realizado pelas diferentes forças no elemento é apresentado nas Equações 3.75 a 3.80:

TRABALHO VIRTUAL DEVIDO A FORÇA DE GRAVIDADE

O trabalho virtual aplicado pela força de gravidade em uma seção (com coordenada s ao longo da viga) é calculado com a Equação 3.75:

$$\delta W = - \begin{bmatrix} \delta p_w^T & \delta w_x^T & \delta w_y^T & \delta w_z^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ mr_x \\ mr_y \\ mr_z \end{bmatrix} = -\delta h(s)^T N(s) g \quad (\text{eq.3.75})$$

onde g é aceleração da gravidade (escrita no referencial do corpo) e $N(s)$ é uma matriz associada com componentes de inércia de massas da seção transversal (SU, 2008). A matriz $N(s)$ contém a massa (por unidade de comprimento) da seção transversal, e os momentos causados por esta massa do nó, caso o centro de massa do nó esteja em posição diferente do nó.

O trabalho virtual externo no elemento é calculado com a integração da Equação 3.75 ao longo do elemento da viga :

$$\delta W = \int_{s=0}^{\Delta s} \delta h^T N(s) g ds = \delta h^T N_e g = \begin{bmatrix} \delta \epsilon_e^T & \delta b^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{he}^T \\ J_{hb}^T \end{bmatrix} N_e g \quad (\text{eq.3.76a})$$

onde:

$$N_e = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} N_1 + \frac{1}{6} N_2 \\ \frac{1}{6} N_1 + \frac{2}{3} N_2 + \frac{1}{6} N_2 \\ \frac{1}{6} N_2 + \frac{1}{3} N_3 \end{bmatrix} \quad (\text{eq.3.76b})$$

N_1 , N_2 , N_3 são as matrizes calculadas no nó interno, médio e externo do elemento considerado. Estas matrizes são calculadas com a Equação 3.76c (SU, 2008), (BROWN, 2003).

$$N(s) = \int_{A(s)} \begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} dA \quad (\text{eq. 3.76 c})$$

TRABALHO VIRTUAL DEVIDO A FORÇAS EXTERNAS DISTRIBUÍDAS:

O cálculo do trabalho virtual é feito com a hipótese de que as forças distribuídas e deslocamentos virtuais variam linearmente entre os nós (BROWN, 2003). Note que pode ser necessário adicionar mais elementos para tornar as simulações mais realistas.

$$\delta W = \int_{S=0}^{\Delta S} \delta p^T \cdot F^{dist}(s) = [\delta \varepsilon_e^T \quad \delta b^T] \begin{bmatrix} J_{pe}^T \\ J_{pb}^T \end{bmatrix} B_F F_{dist} \quad (\text{eq.3.77a})$$

$$\text{onde: } \delta p = \begin{bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \end{bmatrix}_{9x1}, \quad F_{dist} = \begin{bmatrix} F_{dist1} \\ F_{dist2} \\ F_{dist3} \end{bmatrix}_{9x1}, \quad B_F = \frac{1}{2} \Delta s \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}_{9x9} \quad (\text{eq.3.77b})$$

δp_i são os deslocamentos virtuais e F_{dist_i} são as forças por unidade de comprimento no nó i, e ambos são definidos com relação ao sistema de eixos do corpo (BROWN, 2003).

J_{pb} e J_{pe} representam a alteração na posição dos nós do elemento devido a variações nos graus de liberdade de corpo rígido e nas deformações atuantes no elemento.

As matrizes J_{pb} e J_{pe} **de um elemento** têm dimensão 9x6 e 9x4 respectivamente, e são obtidas a partir das matrizes J_{hb} e J_{he} . Neste caso, está sendo falado dos jacobianos do elemento, e não dos jacobianos do nó apenas. Informações detalhadas a respeito do cálculo destas matrizes podem ser encontradas em (BROWN, 2003), (SHEARER, 2006).

TRABALHO VIRTUAL DEVIDO A MOMENTOS EXTERNOS DISTRIBUÍDOS

O trabalho virtual aplicado pelos momentos externos distribuídos é obtido de forma similar às forças externas distribuídas (BROWN, 2003).

$$\delta W = \int_{s=0}^{\Delta s} \delta \theta^T(s) M^{dist}(s) ds = \delta \theta^T B_M M^{dist} = [\delta \varepsilon_e^T \quad \delta b^T] \begin{bmatrix} J_{\theta e}^T \\ J_{\theta b}^T \end{bmatrix} B_M M^{dist} \quad (\text{eq.3.78a})$$

onde: $\delta \theta = \begin{bmatrix} \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \\ \delta \theta_3 \end{bmatrix}_{9x1}$, $M_{dist} = \begin{bmatrix} M_{dist1} \\ M_{dist2} \\ M_{dist3} \end{bmatrix}_{9x1}$, $B_M = \frac{1}{2} \Delta s \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}_{9x9}$ (eq.3.78b)

$\delta \theta_1$, $\delta \theta_2$ e $\delta \theta_3$ representam as mudanças na orientação dos nós interno, médio e externo do elemento, escritas no sistema de eixos do corpo.

$J_{\theta b}$ e $J_{\theta e}$ representam a alteração na orientação dos nós do elemento devido a variações nos graus de liberdade de corpo rígido e nas deformações atuantes no elemento.

As matrizes $J_{\theta e}$ e $J_{\theta b}$ são obtidas a partir das matrizes J_{he} e J_{hb} . Informações detalhadas a respeito do cálculo destas matrizes podem ser encontradas em (BROWN, 2003), (SHEARER, 2006).

TRABALHO VIRTUAL DEVIDO A FORÇAS EXTERNAS PONTUAIS:

O trabalho virtual devido a forças externas pontuais é obtido ao multiplicar cada força externa pontual pelo seu correspondente deslocamento virtual.

$$\delta W = \sum_{i=1}^3 \delta p^T F^{pt} = [\delta \varepsilon_e^T \quad \delta b^T] \begin{bmatrix} J_{pe}^T \\ J_{pb}^T \end{bmatrix} F^{pt} \quad (\text{eq.3.79a})$$

onde: $\delta p = \begin{bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \end{bmatrix}_{9x1}$, $F^{pt} = \begin{bmatrix} F_1^{pt} \\ F_2^{pt} \\ F_3^{pt} \end{bmatrix}_{9x1}$ (eq.3.79b)

TRABALHO VIRTUAL DEVIDO A MOMENTOS EXTERNOS PONTUAIS:

O trabalho virtual devido a momentos externos pontuais é obtido de forma semelhante ao trabalho das forças externas pontuais:

$$\delta W = \sum_{i=1}^3 \delta \theta^T M^{pt} = [\delta \varepsilon_e^T \quad \delta b^T] \begin{bmatrix} J_{\theta\varepsilon}^T \\ J_{\theta b}^T \end{bmatrix} M^{pt} \quad (\text{eq.3.80a})$$

$$\text{onde: } \delta \theta = \begin{bmatrix} \delta \theta_1 \\ \delta \theta_2 \\ \delta \theta_3 \end{bmatrix}_{9 \times 1}, \quad M^{pt} = \begin{bmatrix} M_1^{pt} \\ M_2^{pt} \\ M_3^{pt} \end{bmatrix}_{9 \times 1} \quad (\text{eq.3.80b})$$

Nas equações apresentadas B_e, B_F, B_M, N_e são matrizes de influência que aparecem devido a integração numérica. $J_{h\varepsilon}, J_{hb}, J_{p\varepsilon}, J_{pb}, J_{\theta\varepsilon}, J_{\theta b}$ são jacobianos que relacionam os deslocamentos e rotações (h,p e θ) dos nós às coordenadas generalizadas ε e b (SU, 2008). A forma como são calculadas estas matrizes pode ser vista em (BROWN, 2003), (SHEARER, 2006).

Deve ser lembrado que a tração do motor é uma força pontual, mas fornece também um momento pontual. Nesta tese, a tração do motor é modelada no sistema de eixos auxiliar (b frame), porque o motor está ligado a asa flexível. Apesar disso, o valor da tração deve ser conhecido no sistema de eixos do corpo (B frame). Por este motivo, é necessário reescrever a força de tração como: $T^B = C^{Bb} T^b$ (SU, 2008),

onde T^B é a força de tração no sistema de eixos do corpo (B), e T^b é a força de tração do motor no sistema de eixos auxiliar (b frame).

$C^{Bb} = [b_x \quad b_y \quad b_z]$ é a matriz de rotação entre os sistema de eixos auxiliar e o sistema de eixos do corpo (B).

3.2.3) Equações da dinâmica de vôo

O trabalho virtual do avião completo é obtido com o princípio de Hamilton. A aplicação deste princípio requer a soma dos trabalhos virtuais internos e externos de todos os elementos flexíveis, da fuselagem rígida e das unidades rígidas acopladas aos elementos flexíveis (SU, 2008). A Equação 3.81 apresenta o trabalho virtual completo (SU, 2008).

$$\begin{aligned}
 \delta W = \delta W_{RB} + \sum (\delta W_e^{\text{int}} + \delta W_e^{\text{ext}}) = & \begin{bmatrix} \delta \varepsilon^T & \delta b^T \end{bmatrix} \left\{ - \begin{bmatrix} J_{he}^T M J_{he} & J_{he}^T M J_{hb} \\ J_{hb}^T M J_{he} & J_{hb}^T M J_{hb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varepsilon} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{RB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varepsilon} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} \right. \\
 & - \begin{bmatrix} J_{he}^T M \dot{J}_{he} & 0 \\ J_{hb}^T M \dot{J}_{he} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \beta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & J_{he}^T M H_{hb} \\ 0 & J_{hb}^T M H_{hb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \beta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 2J_{he}^T M \dot{J}_{hb} \\ 0 & 2J_{hb}^T M \dot{J}_{hb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \beta \end{bmatrix} - \\
 & \left. \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \beta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_{RB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \beta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K\varepsilon_0 \\ R_{RB}^{\text{ext}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_{he}^T \\ J_{hb}^T \end{bmatrix} N g + \begin{bmatrix} J_{pe}^T \\ J_{pb}^T \end{bmatrix} B_F F_{dist} + \right. \\
 & \left. \begin{bmatrix} J_{\theta\varepsilon}^T \\ J_{\theta b}^T \end{bmatrix} B_M M^{\text{dist}} + \begin{bmatrix} J_{pe}^T \\ J_{pb}^T \end{bmatrix} F^{\text{pt}} + \begin{bmatrix} J_{\theta\varepsilon}^T \\ J_{\theta b}^T \end{bmatrix} M^{\text{pt}} \right\}
 \end{aligned} \tag{eq.3.81}$$

Obs:

- A Equação 3.81 foi tirada de (SU, 2008). Esperava-se ver nesta expressão a componente do trabalho virtual devido a unidades rígidas acopladas a elementos flexíveis, calculada pela Equação 3.69. É recomendável que este componente do trabalho virtual seja checado em trabalhos futuros.
- Na Equação 3.81 deve-se entender que as matrizes jacobianas J_{hb} , J_{he} , matrizes de influência, matrizes de amortecimento e de rigidez de cada membro flexível são matrizes bloco diagonal formadas a partir de matrizes dos elementos constituintes do membro. As matrizes do avião completo são matrizes bloco diagonal formadas a partir das matrizes dos diferentes membros do avião. Igual procedimento é feito para montar a matriz de massa M do avião completo (SU, 2008)..

- As matrizes Jpb , $Jp\epsilon$, $J\theta b$, $J\theta\epsilon$ (os vetores de força e momento) de cada membro são obtidas a partir de empilhamento das matrizes (dos vetores de força e momento) de cada elemento. Igual procedimento é feito para definir as matrizes Jpb , $Jp\epsilon$, $J\theta b$, $J\theta\epsilon$ e vetores de força e momento do avião completo.
- O vetor de deformações do avião todo é constituído a partir dos vetores de deformações de todos os elementos flexíveis do avião. Então, por exemplo, se o avião todo tem 20 elementos flexíveis, o vetor deformação total terá dimensão $20*4x1=80x1$

As equações de movimento são obtidas a partir do princípio de Hamilton (BRANDÃO, 1997).

Como os deslocamentos virtuais $\delta\epsilon$ e δb são arbitrários, as equações de movimento relacionadas a dinâmica de vôo e a dinâmica estrutural são obtidas (SU, 2008):

$$\begin{bmatrix} M_{FF} & M_{FB} \\ M_{BF} & M_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\epsilon} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{FF} & C_{FB} \\ C_{BF} & C_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\epsilon} \\ \beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{FF} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_F \\ R_B \end{bmatrix} \quad (\text{eq.3.82a})$$

onde:

$$\begin{aligned} M_{FF}(\epsilon) &= J_{he}^T M J_{he}, & M_{FB}(\epsilon, b) &= J_{he}^T M J_{hb} \\ M_{BF}(\epsilon, b) &= J_{hb}^T M J_{he}, & M_{BB}(b) &= J_{hb}^T M J_{hb} + M_{RB} \end{aligned} \quad (\text{eq.3.82b})$$

$$\begin{aligned} C_{FF}(\epsilon) &= C + J_{he}^T M \dot{J}_{he} & C_{FB}(\epsilon, b) &= J_{he}^T M H_{hb} + 2J_{he}^T M \dot{J}_{hb} \\ C_{BF}(\epsilon, b) &= J_{hb}^T M \dot{J}_{he} & C_{BB}(b) &= C_{RB} + J_{hb}^T M H_{hb} + 2J_{hb}^T M \dot{J}_{hb} \end{aligned} \quad (\text{eq.3.82c})$$

$$K_{FF} = K \quad (\text{eq.3.82d})$$

$$\begin{bmatrix} R_F \\ R_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{he}^T \\ J_{hb}^T \end{bmatrix} N g + \begin{bmatrix} J_{p\epsilon}^T \\ J_{pb}^T \end{bmatrix} B_F F_{dist} + \begin{bmatrix} J_{\theta\epsilon}^T \\ J_{\theta b}^T \end{bmatrix} B_M M^{dist} + \begin{bmatrix} J_{p\epsilon}^T \\ J_{pb}^T \end{bmatrix} F^{pt} + \begin{bmatrix} J_{\theta\epsilon}^T \\ J_{\theta b}^T \end{bmatrix} M^{pt} + \begin{bmatrix} K_{FF} \epsilon_0 \\ R_{RB}^{ext} \end{bmatrix} \quad (\text{eq.3.82e})$$

Nas equações 3.82 a,b,c pode-se ver que os graus de liberdade de corpo rígido e de corpo flexível estão acoplados inercialmente. Durante o desenvolvimento das equações não

foi necessário fazer nenhuma hipótese restritiva com relação a pequenas deformações. Portanto, a metodologia NFNS permite grandes deformações, que causam grandes deslocamentos estruturais e estes por sua vez alteram as matrizes mostradas nas equações 3.82 b,c e as próprias forças e momentos atuantes no avião, mostradas na Equação 3.82 e. Com isto, pode-se ver que a metodologia NFNS permite a análise mais precisa dos efeitos de grandes deformações estruturais na dinâmica de voo de aviões muito flexíveis.

3.2.4) Cinemática dos membros estruturais

As equações de movimento são resolvidas com as coordenadas generalizadas ε e b . Os valores dos vetores h que contêm a posição e orientação dos nós são função de ε e b . Uma vez que o primeiro nó do elemento é conhecido, o vetor h dos outros nós do mesmo elemento pode ser determinado através das relações cinemáticas apresentadas nas Equações 3.83 a 3.85 (SU, 2008).

$$\begin{aligned}\frac{\partial p_w}{\partial s} &= [1 + \varepsilon_x] w_x(s) \\ \frac{\partial w_x}{\partial s} &= k_z w_y(s) - k_y w_z(s) \\ \frac{\partial w_y}{\partial s} &= k_x w_z(s) - k_z w_x(s) \\ \frac{\partial w_z}{\partial s} &= k_y w_x(s) - k_x w_y(s)\end{aligned}\tag{eq.3.83}$$

As Equações 3.83 pode ser reescrita em forma compacta (SU,2008):

$$\frac{\partial h_r(s)}{\partial s} = A(s) h_r(s)\tag{eq.3.84a}$$

$$\text{onde: } A(s) = \begin{bmatrix} 0 & 1 + \varepsilon_x(s) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_z(s) & -k_y(s) \\ 0 & -k_z(s) & 0 & k_x(s) \\ 0 & k_y(s) & -k_x(s) & 0 \end{bmatrix}_{12x12}\tag{eq.3.84b}$$

Cada componente da matriz $A(s)$ é multiplicada por um vetor identidade de dimensão 3x3. Nesta mesma Equação 3.84b deve-se entender que as deformações em cada elemento são espacialmente constantes, e sofrem variação com o tempo (SHEARER, 2006). A expressão de deformações em função da coordenada s , por exemplo: $\varepsilon_x(s)$ só visa mostrar que as deformações de diferentes elementos podem possuir valores diferentes no mesmo instante de tempo.

A solução da Equação 3.84a é (SU, 2008):

$$h_r(s) = e^{A(s-s_0)} h_{r0} = e^{G(s)} h_{r0} \quad (\text{eq.3.85})$$

onde h_{r0} é o vetor com a posição e orientação do primeiro nó do elemento.

O vetor h_r é escrito no sistema de eixos local (*w frame*).

Tendo a posição e orientação de um nó, é possível calcular a posição e orientação do próximo nó do mesmo elemento, onde os valores das deformações são espacialmente constantes (no elemento, mas variáveis ao longo do tempo).

$$h_{n2} = e^{\frac{1}{2}A_n \Delta s} h_{n1} = e^{G_n} h_{n1} \quad (\text{eq.3.86a})$$

$$h_{n3} = e^{\frac{1}{2}A_n \Delta s} h_{n2} = e^{G_n} h_{n2} \quad (\text{eq.3.86b})$$

onde h_{n1}, h_{n2} e h_{n3} são os vetores h do primeiro, segundo e terceiro nós do elemento, e a matriz A_n é constante, uma vez que as deformações são constantes. Se há mudança na posição e orientação inicial de um elemento para outro, a posição inicial do primeiro nó do elemento subsequente é calculada com a multiplicação de uma matriz de rotação pelo último nó do elemento anterior. Por exemplo, na Figura 3.14, a orientação do primeiro nó do segundo elemento (nós 2-1) é calculada a partir de uma rotação no terceiro nó do primeiro elemento

(nó 1-3). Outro exemplo de aplicação do que está sendo dito, é a modelagem de uma asa, cuja geometria varia ao longo da envergadura.

Veja Equações 3.87 a,b,c,d (SU, 2008).

$$h_{n1} = D^{nm} h_{m3} \quad .(eq.3.87a)$$

$$\text{onde } D^{nm} = \begin{bmatrix} I_{3x3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{xx}I_{3x3} & c_{xy}I_{3x3} & c_{xz}I_{3x3} \\ 0 & c_{yx}I_{3x3} & c_{yy}I_{3x3} & c_{yz}I_{3x3} \\ 0 & c_{zx}I_{3x3} & c_{zy}I_{3x3} & c_{zz}I_{3x3} \end{bmatrix} \quad (eq.3.87b)$$

e: $c_{xx}, c_{xy}, c_{xz}, c_{yx}, c_{yy}, c_{yz}, c_{zx}, c_{zy}, c_{zz}$ são as componentes da matriz c_{mn} , que é a matriz com cossenos diretores, entre os elementos m e n:

$$c_{mn} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\text{torção}) & \sin(\text{torção}) \\ 0 & -\sin(\text{torção}) & \cos(\text{torção}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\text{diedro}) & 0 & -\sin(\text{diedro}) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\text{diedro}) & 0 & \cos(\text{diedro}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\text{enflech.}) & \sin(\text{enflech.}) & 0 \\ -\sin(\text{enflech.}) & \cos(\text{enflech.}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (eq. 3.87c)$$

Na Equação 3.87 c, torção ou incidência é o ângulo de rotação no eixo x, diedro é o ângulo de rotação no eixo y, e enflechamento é o ângulo de rotação no eixo z.

$$\begin{aligned} c_{xx} &= c^{mn}(1,1) & c_{xy} &= c^{mn}(1,2) & c_{xz} &= c^{mn}(1,3) \\ c_{yx} &= c^{mn}(2,1) & c_{yy} &= c^{mn}(2,2) & c_{yz} &= c^{mn}(2,3) \\ c_{zx} &= c^{mn}(3,1) & c_{zy} &= c^{mn}(3,2) & c_{zz} &= c^{mn}(3,3) \end{aligned} \quad (eq.3.87d)$$

Quando o avião é modelado como um conjunto de membros, alguns elementos podem possuir o ultimo nó ligado a dois elementos diferentes. Por exemplo: Se a fuselagem é modelada como um membro, um nó de um elemento da fuselagem estará conectado a asa esquerda e direita, isto é, a dois elementos diferentes. Vigas com esta configuração são chamadas de sistema de vigas divididas (*Split Beam System*). E quando o ultimo nó de um

elemento está conectado somente a um outro elemento, a configuração é chamada de sistema de vigas simples (*Single Beam System*). A cinemática das duas configurações é explicada a seguir.

CINEMÁTICA DE UMA VIGA SIMPLES

A Figura 3.14 apresenta um membro com três elementos. A posição e orientação do nó 1-2 são função das deformações do elemento 1 e da posição e orientação do nó 1-1. E a posição e orientação do nó 1-3 são função das deformações do elemento 1 e da posição e orientação do nó 1-2, e assim sucessivamente até o nó 3-3. Estas relações são escritas nas Equações 3.88 a.

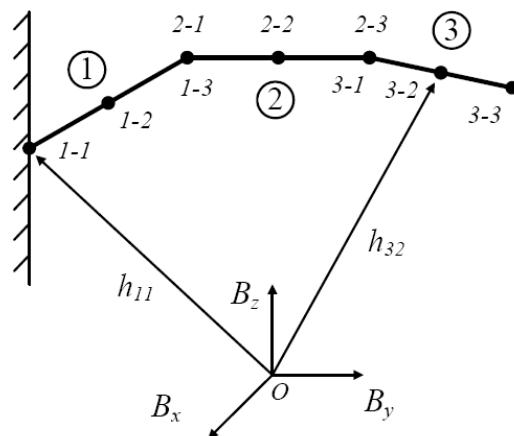


Figura 3.14 – Sistema de vigas simples

$$\begin{aligned}
 h_{11} &= h_0 & h_{12} &= e^{G_1} h_{11} & h_{13} &= e^{G_1} h_{12} \\
 h_{21} &= D^{21} h_{13} & h_{22} &= e^{G_2} h_{21} & h_{23} &= e^{G_2} h_{22} \\
 h_{31} &= D^{32} h_{23} & h_{32} &= e^{G_3} h_{31} & h_{33} &= e^{G_3} h_{32}
 \end{aligned} \tag{eq.3.88a}$$

Todas as relações entre a posição e orientação dos diferentes nós e as deformações dos elementos podem ser escritas em forma mais compacta como na Equação 3.88b (SU, 2008):

$$\begin{bmatrix} I & & & & & \\ -e^{G_1} & I & & & & \\ & -e^{G_1} & I & & & \\ & & -D^{21} & I & & \\ & & & -e^{G_2} & I & \\ & & & & -e^{G_2} & I \\ & & & & & -D^{32} & I \\ & & & & & & -e^{G_3} & I \\ & & & & & & & -e^{G_3} & I \\ 0 & & & & & & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \\ h_{31} \\ h_{32} \\ h_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{eq.3.88b})$$

CINEMÁTICA DE VIGAS DIVIDIDAS

A Figura 3.15 apresenta um sistema de vigas divididas:

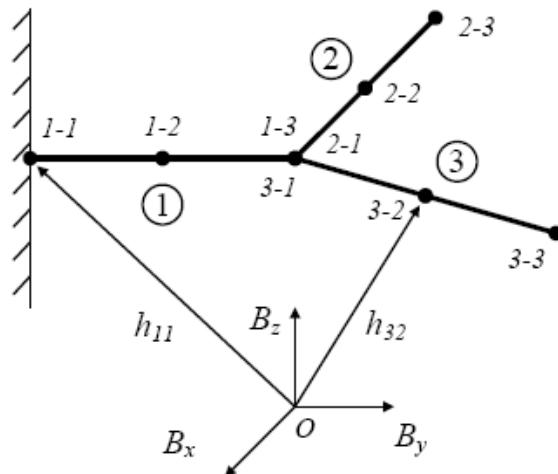


Figura 3.15 Sistema de vigas divididas

Neste sistema de vigas, as Equações 3.89a podem ser deduzidas:

$$\begin{aligned} h_{11} &= h_0 & h_{12} &= e^{G_1} h_{11} & h_{13} &= e^{G_1} h_{12} \\ h_{21} &= D^{21} h_{13} & h_{22} &= e^{G_2} h_{21} & h_{23} &= e^{G_2} h_{22} \\ h_{31} &= D^{31} h_{13} & h_{32} &= e^{G_3} h_{31} & h_{33} &= e^{G_3} h_{32} \end{aligned} \quad (\text{eq.3.89a})$$

A diferença entre as Equações 3.89a e 3.88a está no fato do primeiro nó do elemento 3 ser obtido depois de uma rotação do último nó elemento 1 ao invés do último nó do elemento 2 (SU, 2008).

$$\begin{bmatrix} I & & & & & \\ -e^{G_1} & I & & & & \\ & -e^{G_1} & I & & & \\ & & -D^{21} & I & & \\ & & & -e^{G_2} & I & \\ & & & & -e^{G_2} & I \\ & & -D^{31} & & 0 & I \\ & & & & & -e^{G_3} & I \\ & & 0 & & & & -e^{G_3} & I \\ 0 & & & & & & & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \\ h_{31} \\ h_{32} \\ h_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ h_{23} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{eq.3.89b})$$

A posição e orientação dos diferentes nós pode ser obtida se as deformações dos diferentes elementos for conhecida.

3.2.5) Equações de propagação do sistema de eixos do avião:

Há dois modos de se definir a propagação do sistema de eixos do avião ao longo do tempo: pode ser usado ângulos de Euler ou quaternions (LEWIS; STEVENS, 1992). Quaternions tem sido muito usado na metodologia NFNS (SHEARER, 2006, SU, 2008). Em (RIBEIRO, 2012) e neste trabalho foi usado ângulos de Euler para definir a orientação do avião. A motivação para isso é que, muitos aviões flexíveis que tem sido desenvolvidos não realizarão manobras nas quais o ângulo de atitude chegue perto de 90 deg. Com isso não ocorrerá problemas numéricos devido a este ângulo de atitude. Além disso, o uso de ângulos de Euler já é muito usado na metodologia NFLS e na dinâmica de vôo tradicional. Toda mudança que aproxime a metodologia NFNS da dinâmica de vôo clássica será certamente bem vindas por todos os que já estão familiarizados com a dinâmica de vôo clássica.

$$\begin{aligned}
 \dot{\phi} &= p + \tan(\theta)(q \sin(\phi) + r \cos(\phi)) \\
 \dot{\theta} &= q \cos(\phi) - r \sin(\phi) \\
 \dot{\psi} &= (q \sin(\phi) + r \cos(\phi)) / \cos(\theta)
 \end{aligned} \tag{eq.3.90a}$$

As equações da posição do avião em relação ao sistema de eixos inercial são escritas da mesma forma como na metodologia NFLS:

$$\begin{aligned}
 \dot{H} &= U \sin(\theta) - V \cos(\theta) \sin(\phi) - W \cos(\theta) \cos(\phi) \\
 \dot{p}_N &= U \cos(\theta) \cos(\psi) + V(-\cos(\phi) \sin(\psi) + \sin(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi)) + \\
 &\quad W(\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi)) \\
 \dot{p}_E &= U \cos(\theta) \sin(\psi) + V(\cos(\phi) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi)) + \\
 &\quad W(-\sin(\phi) \cos(\psi) + \cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi))
 \end{aligned} \tag{eq.3.90b}$$

Na metodologia NFNS, as coordenadas generalizadas de corpo rígido são escritas em uma ordem diferente da usada na metodologia NFLS. A motivação para isso é o fato do eixo x na metodologia NFNS corresponder ao eixo y da metodologia NFLS e vice-versa:

$$\beta = [v \ u \ w \ q \ p \ r]$$

3.2.6) Equações completas da dinâmica de vôo:

O conjunto completo das equações de movimento na metodologia NFNS é apresentado nas Equações 3.91 :

$$\begin{aligned}
& M_{FF} \ddot{\varepsilon} + M_{FB} \dot{\beta} + C_{FF} \dot{\varepsilon} + C_{FB} \dot{\beta} + K_{FF} \varepsilon = R_F \\
& M_{BF} \ddot{\varepsilon} + M_{BB} \dot{\beta} + C_{BF} \dot{\varepsilon} + C_{BB} \dot{\beta} = R_B \\
& \dot{\phi} = p + \tan(\theta)(q \sin(\phi) - r \cos(\phi)) \\
& \dot{\theta} = q \cos(\phi) + r \sin(\phi) \\
& \dot{\psi} = (q \sin(\phi) - r \cos(\phi)) / \cos(\theta) \\
& \dot{H} = U \sin(\theta) - V \cos(\theta) \sin(\phi) - W \cos(\theta) \cos(\phi) \\
& \dot{p}_N = U \cos(\theta) \cos(\psi) + V(-\cos(\phi) \sin(\psi) + \sin(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi)) - \\
& W(\sin(\phi) \sin(\psi) + \cos(\phi) \sin(\theta) \cos(\psi)) \\
& \dot{p}_E = U \cos(\theta) \sin(\psi) + V(\cos(\phi) \cos(\psi) + \sin(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi)) - \\
& W(-\sin(\phi) \cos(\psi) + \cos(\phi) \sin(\theta) \sin(\psi))
\end{aligned} \tag{eq. 3.91}$$

As hipóteses assumidas durante a dedução das equações de movimento com a metodologia NFNS são apresentadas a seguir:

- a) O sistema de eixos inercial é ligado a terra;**
- b) O vetor aceleração da gravidade é uniforme ao longo do corpo;**
- c) O avião é modelado como um conjunto de corpos (vias e unidades rígidas) interconectados;**
- d) Os valores das massas, rigidezes, amortecimentos e inércias distribuídas estão disponíveis;**
- e) Todas as forças aplicadas produzem tensões internas menores do que o limite de elasticidade e da tensão de escoamento.**

O fato de se representar a estrutura com um número finito de nós pode ser considerado uma restrição. Outra restrição significativa é o fato de se representar a estrutura por vigas. Isto

faz com que informações de área e volume sejam perdidas. A asa e empenagens deixam de ser representadas por arranjos que refletem sua tridimensionalidade e são reduzidas a uma representação em linha. Uma consequência observada, que reflete esta perda de informação é que o avião modelado em (DA SILVA, 2012) apresentava flutter, que surgia em regiões muito localizadas do avião, como parte do caixão da asa, por exemplo. Quando a mesmo avião foi modelado com a metodologia NFNS, que representa a asa por viga, houve a perda desta informação.

Em (SU, 2008), (HODGES, YU, 2007), é apresentado o método VABS, que permite primeiro calcular as propriedades de área das seções de vigas, e depois integrar estas propriedades ao longo do comprimento da viga. Nestas referências é comentado que é feita uma simplificação, mas que mesmo assim, é possível obter resultados precisos.

O fato é que, após estas observações, nota-se que não há um consenso entre os pesquisadores de dinâmica estrutural de aviões flexíveis. Este assunto, a validade e representatividade dos diferentes modelos estruturais ainda é um tema de pesquisa. Como foi falado na introdução desta tese, depois que for feita a comparação da dinâmica de vôo do mesmo avião modelado nas metodologias NFLS e NFNS, é importante comparar-se a dinâmica estrutural, com o intuito de verificar qual modelo estrutural deve ser usado para o tipo de avião e condição de vôo analisados.

As hipóteses de pequenas deformações, das deformações e suas derivadas serem colineares não foram necessárias durante a dedução das equações de movimento. Há acoplamento inercial entre as coordenadas generalizadas do corpo rígido e da dinâmica estrutural. Por estas razões, se o modelo estrutural da metodologia NFNS é suficientemente representativo do avião analisado, esta metodologia pode ser considerada mais realista e completa do que a metodologia NFLS. A desvantagem da metodologia NFNS é o maior custo computacional exigido para se rodar as simulações de vôo. Por maior custo computacional,

entenda-se recursos computacionais como memória RAM usada durante as simulações, e também tempo para se rodar as simulações. Por exemplo: uma simulação de vôo pode consumir 30 s com o avião modelado com a metodologia NFLS, e 20 minutos com o mesmo avião modelado com a metodologia NFNS.

4. Geometria e distribuição de massa no avião NFNS

O avião modelado na metodologia NFNS possui geometria semelhante ao avião Embraer-190 (Figura 4.1), e seus dados foram tirados de (DA SILVA, 2012), (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), (DA SILVA, 2010). Os mesmos dados de entrada (geometria, distribuição de massa, coeficientes aerodinâmicos) das referências (DA SILVA, 2012), (DA SILVA; PAGLIONE, 2010) foram usados. Os itens modelados foram a geometria, distribuição de massa, inércias, centro de gravidade do avião, coeficientes aerodinâmicos, modelo do motor, e dados estruturais.

Na metodologia NFNS, foi usado o programa de simulação de vôo de aviões flexíveis: AEROFLEX (RIBEIRO, 2011), (RIBEIRO, et.al.,2012). O processo de modelagem consistiu em fornecer os dados do avião modelado em (DA SILVA, 2012) para o programa AEROFLEX. Este programa foi implementado usando programação orientada a objeto (RIBEIRO, 2011). Isto facilitou muito a implementação do modelo do avião na metodologia NFNS, e permitiu diminuir o tempo das simulações feitas.



Figura 4.1 – Embraer 190 (SMARTCOCKPIT, 2011)

4.1) Geometria

Os dados geométricos do avião modelado em (DA SILVA, 2012), (DA SILVA; PAGLIONE, 2010) são apresentados nas Tabelas 4.1a, 4.1b, e uma representação com as 3 vistas do avião feita no software NASTRAN® é apresentada na Figura 4.2¹.

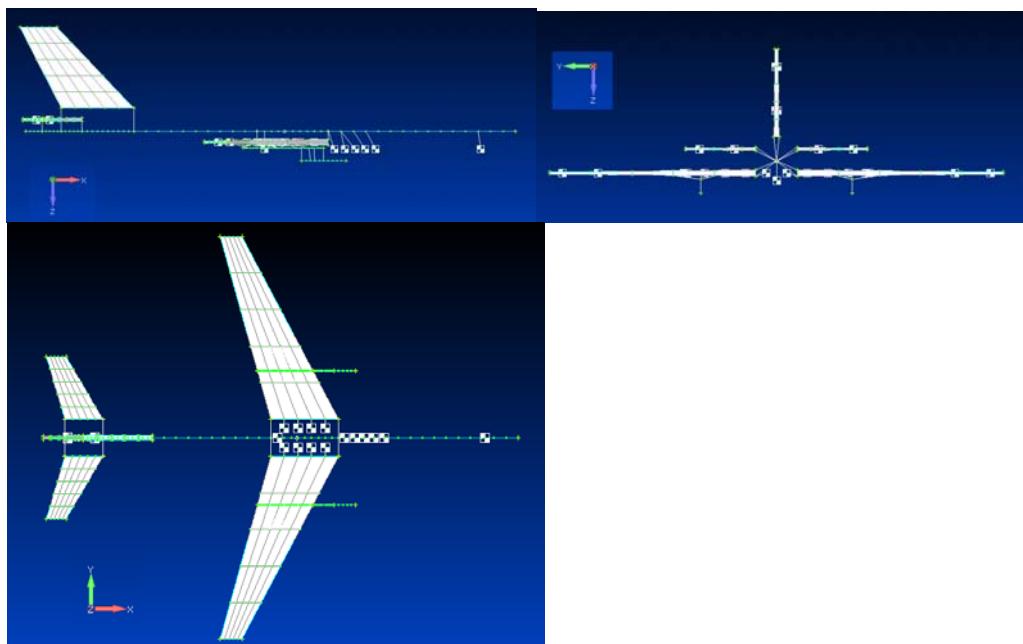


Figura 4.2 – Três vistas do avião NFLS, modelado no NASTRAN®

¹ Em (DA SILVA, 2012), (DA SILVA, PAGLIONE, 2010) são apresentados 3 configurações de aviões com diferentes níveis de rigidez estrutural. O avião desta referência usado nesta tese é o avião com maior rigidez estrutural: (conf 1). O motivo para esta escolha foi explicado na introdução desta tese.
O modelo em Nastran® também pode ser lido e analisado com o software FEMAP®.

Tabela 4.1a – Dados geométricos do avião modelado (DA SILVA; PAGLIONE, 2010)

Parâmetro	Descrição	valor
l	Comprimento do avião	33m
r_f	Raio da seção transversal da fuselagem	1.5m
S_w	Área em planta da asa	95m^2
A_w	Alongamento da asa	8.5
b_w	Envergadura da asa	28.4m
\bar{c}_w	Corda média aerodinâmica da asa	3.67m
$\Lambda_{c/4w}$	Enflechamento do quarto de corda da asa	25°
λ_w	Afilamento da asa	0.3
Γ_w	Diedro da asa	0°
i_w	Incidência da asa	3°
z_w	Distância do $\frac{1}{4}$ da corda da raiz da asa até o centro da seção transversal da fuselagem	-0.75m
S_{HT}	Área em planta da empennagem horizontal	26m^2
A_{HT}	Alongamento da empennagem horizontal	5
b_{HT}	Envergadura da empennagem horizontal	11.4m
\bar{c}_{HT}	Corda média aerodinâmica da empennagem horizontal	2.43m
$\Lambda_{c/4HT}$	Enflechamento do quarto de corda da empennagem horizontal	27.5°
λ_{HT}	Afilamento da empennagem horizontal	0.45
L_{HT}	Distância do quarto de corda da empennagem horizontal até o centro de gravidade do avião, ao longo do eixo da fuselagem	15m
Γ_{HT}	Diedro da empennagem horizontal	0

Tabela 4.1b - Dados geométricos do avião modelado (continuação)

i_{HT}	Incidência da empunagem horizontal	0
z_{HT}	Distância do quarto de corda da empunagem horizontal até o centro da seção transversal da fuselagem	15m
S_{VT}	Área em planta da empunagem vertical	$20m^2$
A_{VT}	Alongamento da empunagem vertical	1.5
b_{VT}	Envergadura da empunagem vertical	5.48m
\bar{c}_{VT}	Corda média aerodinâmica da empunagem vertical	3.79m
$\Lambda_{c/4VT}$	Enflechamento do quarto de corda da empunagem vertical	40°
λ_{VT}	Afilamento da empunagem vertical	0.5
L_{VT}	Distância do centro aerodinâmico da empunagem vertical até o centro de gravidade do avião, ao longo do eixo da fuselagem	13.5m
d_{wt-at}	Distância da ponta do aileron externo até a ponta da asa	0
b_a / b_w	Razão entre envergadura dos ailerons a envergadura da asa	0.3
b_{ai} / b_a	Razão entre envergadura do aileron interno a envergadura total dos ailerons	0.6
b_{ao} / b_a	Razão entre envergadura do aileron externo a envergadura total dos ailerons	0.4
d_{htt-pt}	Distância da ponta do profundor externo até a ponta da empunagem horizontal	0
b_p / b_{HT}	Razão entre envergadura do profundor a envergadura da empunagem horizontal	1
b_{pi} / b_p	Razão entre envergadura do profundor interno a envergadura total da empunagem horizontal.	0.6
b_{po} / b_p	Razão entre envergadura do profundor externo a envergadura total da empunagem horizontal.	0.4
d_{vtt-lt}	Distância da ponta do leme superior até a ponta da empunagem vertical	0
b_p / b_{VT}	Razão entre envergadura do leme a envergadura da empunagem vertical	1
b_{ll} / b_l	Razão entre envergadura do leme inferior a envergadura total da empunagem vertical	0.6
b_{lu} / b_l	Razão entre envergadura do leme superior a envergadura total da empunagem vertical.	0.4

A maior parte das rotinas do programa AEROFLEX podem ser usadas para cada membro do avião: semi-asa direita, semi-asa esquerda, empenagem horizontal direita, empenagem horizontal esquerda, empenagem vertical. Estes membros citados são nomeados como membros A,B,C,D,E respectivamente.

A fuselagem em (DA SILVA, 2012), (DA SILVA; PAGLIONE, 2010) foi considerada flexível, mas, nesta tese foi considerada rígida. Esta consideração inicial foi feita com o intuito de simplificar o processo de modelagem. Em futuras versões do avião modelado no AEROFLEX, será considerada fuselagem flexível.

Cada membro é modelado estruturalmente como uma viga e é localizado no eixo elástico, que foi considerado estar na metade da corda da seção. Os dados de entrada descritivos da geometria dos membros são: envergadura, enflechamento, diedro, afilamento e incidência, que são basicamente os parâmetros da forma em planta da asa, além da posição inicial do primeiro nó do membro (semi-asa ou empenagem), e a informação da localização deste ponto na corda da raiz do membro (semi-asa ou empenagem). Esta informação é definida pela fração da semi-corda em que está o nó inicial. Exemplo: Se o parâmetro $a=-0,5$, o ponto inicial está a 25% da corda da seção. Se $a=0$, o ponto inicial está na metade da corda. Se $a = 0,5$, o nó está a 75 % da corda. A alteração do parâmetro a não altera a posição da asa, mas altera o ponto de junção da viga da asa com a fuselagem, e o ponto de transmissão de força. E este ponto, por sua vez afeta características de estabilidade longitudinal da aeronave, e também a resposta da estrutura do avião aos esforços externos aplicados. Este é o entendimento adquirido pelo autor durante o processo de modelagem, e análise de resultados de simulações feitas.

No AEROFLEX, e na metodologia NFNS, cada membro é modelado estruturalmente como uma viga. Como as vigas estão localizadas no eixo elástico, e como este foi suposto

estar na metade da corda, o parâmetro a é igual a zero e o programa localiza as forças aerodinâmicas na metade da corda (vide Figura 4.3).

As vigas representativas da asa e empenagem foram modeladas no eixo elástico, considerado estar na metade da corda. E a posição do centro de massa de cada perfil foi estimada estar na metade da corda também. Com isso o eixo elástico e o eixo de massa são coincidentes. De acordo com (WRIGHT; COOPER, 2007), a flexão e a torção das vigas não estarão acopladas nesta situação. Então uma flexão das asas e empenagens não irá produzir torção, e torção não irá produzir flexão. Uma vez que não há acoplamento da torção e flexão no avião modelado, será muito difícil a ocorrência de flutter neste avião.

As forças aerodinâmicas atuam no quarto de corda das seções. Uma vez que as vigas estão modeladas na metade da corda, as forças e momentos aerodinâmicos devem ser transladados para a metade da corda. Isto será comentado com mais detalhes nos próximos itens.

4.1.1) Geometria: Asa e empenagem horizontal

A geometria da asa e empenagem é definida pelos parâmetros contidos na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Geometria da asa e empenagem horizontal.

Parâmetros	Asa (direita)	Empenagem horizontal
Envergadura (m)	28,4	11,4
Enflechamento (deg)	25	27,5
Afilamento (-)	0,3	0,45
Área (m ²)	95	26
Incidência da asa (deg)	3	0
Diedro (deg)	0	0
Corda raiz (m)	5,1463	3,1458
Corda média Aerodinâmica (m)	3,67	2,43
Posição (% da semi-corda)	0,00	0,00
Posição absoluta (m)	1,14	-14,68

Os valores apresentados na Tabela 4.2 foram tirados de (DA SILVA; PAGLIONE, 2010) e do modelo em Nastran® implementado em (DA SILVA, 2012)

A posição absoluta de cada nó é definida em relação à posição do centro de gravidade do avião, onde está a origem do sistema de eixos do corpo definido em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010). O centro de gravidade do avião está localizado 15,55 m atrás do ponto mais dianteiro do nariz do avião (DA SILVA, 2012).

Os valores dos diedros da semi-asa esquerda e da semi-asa direita diferem de 180 deg.

Os valores de enflechamento para as duas semi-asas são iguais.

O valor da envergadura (para a asa e a empenagem horizontal) é a distância da ponta da semi-asa esquerda a ponta da semi-asa direita, passando pela fuselagem. Com isso, a corda da raiz não é a corda da junção asa-fuselagem, e sim a corda que passa pelo eixo longitudinal do avião. Vide Figura 4.3.

Para se achar a corda da raiz, foram feitos prolongamentos das linhas do bordo de ataque e do bordo de fuga, e foram anotados os pontos nos quais estes prolongamentos encontravam o eixo longitudinal do avião¹.

¹ Em (DA SILVA, 2012) a asa (e empenagens) começam na junção asa-fuselagem (empenagem-fuselagem). Estas superfícies não atravessam a fuselagem, embora as áreas em planta da asa e empenagens levem em conta a parte destas superfícies contidas na fuselagem. Nesta tese a asa e empenagem são consideradas estar ligadas a pontos que passam pelo eixo de simetria da fuselagem. Em outras palavras, a asa e empenagens passam pela fuselagem. Esta é uma diferença nos modelos. Futuras versões do modelo do avião irão considerar o fato da asa e empenagens começarem a partir da junção da asa-fuselagem (empenagem-fuselagem).

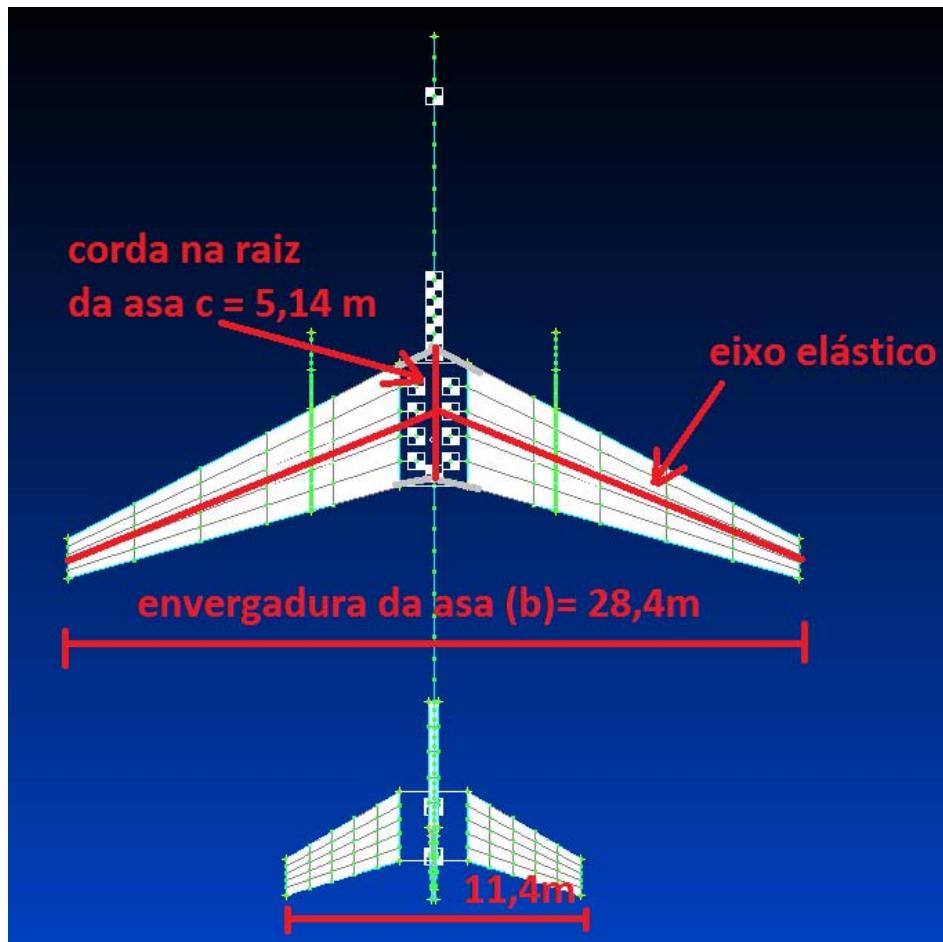


Figura 4.3 – Envergadura da asa e empenagem horizontal e corda da raiz da asa

A Figura 4.3 apresenta uma vista em planta da asa, com valores de envergadura da asa e da empenagem horizontal, da corda da raiz da asa, e com o eixo elástico da asa, sobre o qual a viga é modelada. O eixo elástico passa pela metade da corda de todos os perfis da asa.

O cálculo da corda para cada seção ao longo da envergadura é feito com a seguinte fórmula, tirada de (WIKIPEDIA, 2002a):

$$c(y) = \frac{2S_w}{(1+\lambda)b} \left[1 - \frac{2(1-\lambda)}{b} y \right] \quad (\text{Eq.4.1})$$

onde:

- b é a envergadura da asa,
- y é a posição local da seção com valores entre $-b/2$ e $b/2$,

- S_w é a área de referência da asa (empenagem horizontal),
- λ é o afilamento da asa (empenagem horizontal).

Os valores obtidos para corda do nó da raiz, e corda na ponta coincidem com os valores apresentados no modelo estrutural do avião feito no software Nastran®.

O valor da posição absoluta do nó é definido como a posição da metade da corda da seção. Os valores da posição do nó da raiz foram definidos com base na geometria do modelo em Nastran®.

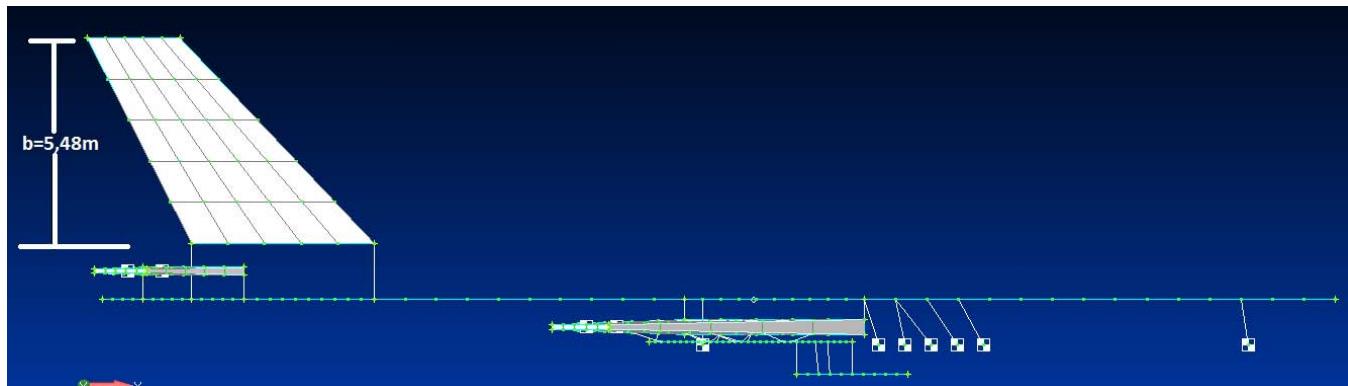
4.1.2) Geometria: Empenagem vertical:

A Tabela 4.3 apresenta os parâmetros que definem a geometria da empennagem vertical (DA SILVA; PAGLIONE, 2010).

As análises feitas na empennagem vertical mostram que a envergadura desta foi definida de forma diferente do que a envergadura da asa e empennagem horizontal.

Tabela 4.3 – Geometria da Empenagem vertical.

Parâmetros	Empenagem vertical
Envergadura (m)	5,48
Enflechamento (deg)	40,0
Afilamento (-)	0,5
Área (m ²)	20
Torção da asa (deg)	0
Diedro (deg)	90
Corda raiz (m)	4,91
Corda média Aerodinâmica (m)	3,79
Posição (% da semi-corda)	0,0
Posição absoluta (m)	-11.55

**Figura 4.4 - Vista lateral do avião e envergadura da empennagem vertical**

A envergadura da asa (e da empennagem horizontal) é a distância de ponta a ponta de asa (empennagem horizontal), passando pela fuselagem. Como só há uma superfície da empennagem vertical, era esperado que a envergadura da empennagem vertical fosse a distância da ponta da empennagem vertical até o eixo de simetria da fuselagem. Mas, os dados apresentados na Tabela 4.1 e no modelo em Nastran®, mostram que a envergadura da

empenagem vertical foi definida como a distância da ponta da empenagem vertical até a corda da raiz da empenagem vertical, que fica na junção empenagem vertical-fuselagem (vide Figura 4.4). Com isso, a Equação 4.1 não pode mais ser usada para se definir a corda de cada seção da empenagem vertical. Ao invés da Equação 4.1, foi usada uma interpolação linear para se definir a corda local de cada seção. Para esta interpolação linear foram definidos dois vetores, obtidos a partir da geometria apresentada na Figura 4.4:

- Um vetor com os valores da corda na raiz e corda na ponta da empenagem vertical:
- $\text{Vet_c}_{\text{vt}} = [4.91 \ 2.53]$
- E um vetor com os valores da posição vertical da corda da raiz ($\text{env_VT}=0,00 \text{ m}$) e com a posição vertical da corda na ponta ($\text{env_VT}=5,48 \text{ m}$):

$$\text{vet_env_VT} = [0 \ 5.48]$$

Para se fazer esta interpolação numérica foi usada a rotina `interp1` do software MATLAB®.

$$c = \text{interp1}(\text{vet_env_VT}, \text{Vet_c}_{\text{vt}}, y)$$

Esta interpolação foi feita para se calcular a corda local de cada seção ao longo da envergadura da empenagem vertical.

4.1.3) Fuselagem

Embora, a fuselagem definida em (DA SILVA, 2012) seja flexível, aqui, a fuselagem do avião foi modelada como um corpo rígido¹. No programa AEROFLEx, a fuselagem foi modelada como um ponto material localizado no centro de gravidade da fuselagem. Os valores para a massa total e centro de gravidade da fuselagem são 24828 kg e -0,38m, respectivamente. A obtenção destes valores é explicada no item 4.2 desta tese.

¹ Foi considerada fuselagem rígida para simplificar a modelagem do avião. Futuras versões do modelos terão fuselagem flexível.

4.1.4) Motor

O motor é uma unidade rígida e foi modelado como uma massa concentrada ligada ao nó da seção da asa que fica a 33 % da semi-envergadura da mesma. Esta informação foi tirada de (DA SILVA; PAGLIONE, 2010) e do modelo em Nastran®, implementado em (DA SILVA, 2012).

Os dados de entrada do motor são a massa do mesmo e a posição (*offset*) em relação ao nó da asa que está a 33 % da semi-envergadura da asa.

Este *offset* é calculado da seguinte forma: A soma da posição do nó inicial da seção a 33% da semi-envergadura mais o *offset* dever ser igual a posição absoluta do centro de gravidade do motor, que é obtido a partir do modelo no software NASTRAN®.

De acordo com (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), a massa dos dois motores é 4300 kg e das duas nacelles é de 850 kg. Então, a massa total dos dois motores mais as duas naceles é de 5150 kg. E a massa de cada conjunto motor-nacelle para cada asa é $5150\text{kg}/2 = 2575\text{ kg}$. A posição do centro de gravidade foi definida com uso do software FEMAP® (NASTRAN®) (Vide Figura 4.5).

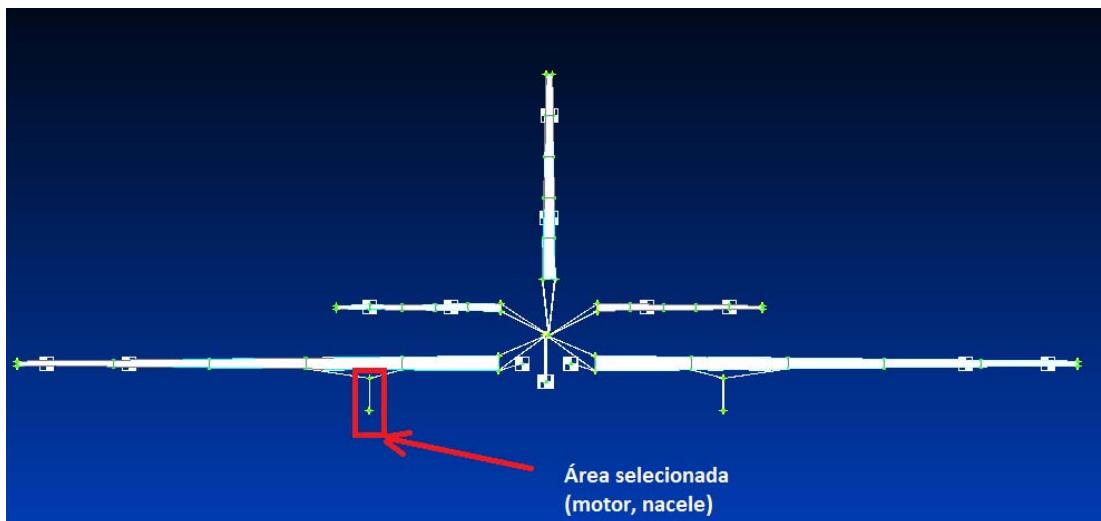


Figura 4.5 – Uso do software FEMAP® para o cálculo do centro de gravidade do conjunto motor, nacelle.

A massa total do conjunto motor-nacelle foi de 2580 kg e as coordenadas do centro de gravidade foram $(x_{cg}, y_{cg}, z_{cg}) = (2,4\text{m} ; -4,74\text{m}; 1,93\text{m})$. O centro de gravidade do motor está 2,4 m a frente, 4,74 m ao lado e 1,93 m abaixo do centro de gravidade do avião.

A Figura 4.6a apresenta dois sinais “+” em vermelho. Um localiza a posição do centro de gravidade do motor, e o outro localiza a posição do nó estrutural a 33 % da semi-envergadura da asa. A distância entre estes pontos é o *offset* do centro de gravidade do motor em relação ao nó ao qual o motor está ligado. É este valor do offset que deve ser informado ao programa AEROFLEX, particularmente na rotina node.m.

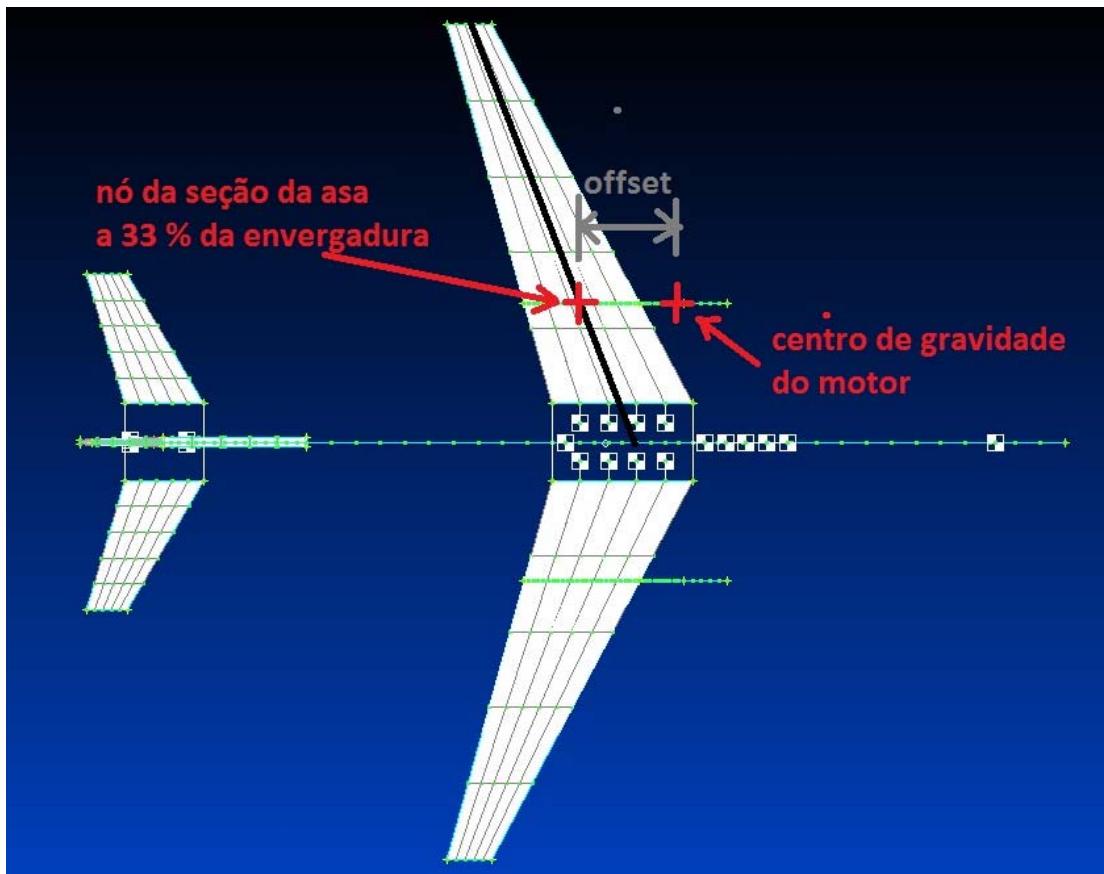


Figura 4.6a - Centro de gravidade do motor e offset em relação ao nó a 33 % da envergadura.

O cálculo do valor do *offset* requer o conhecimento do nó inicial a 33 % da semi-envergadura. Este cálculo foi feito da seguinte forma: O nó inicial da asa (na raiz) está 1,14 m a frente do sistema de eixos do avião (que está no centro de gravidade do avião).

A medida que são analisadas seções cada vez mais em direção a ponta da asa, o nó de cada seção está em posições cada vez mais para trás do nó inicial na raiz da asa.

A linha preta na Figura 4.6b mostra todos os nós estruturais ao longo da asa. Todos sempre estão localizados na metade da corda local. A linha preta representa o eixo elástico.

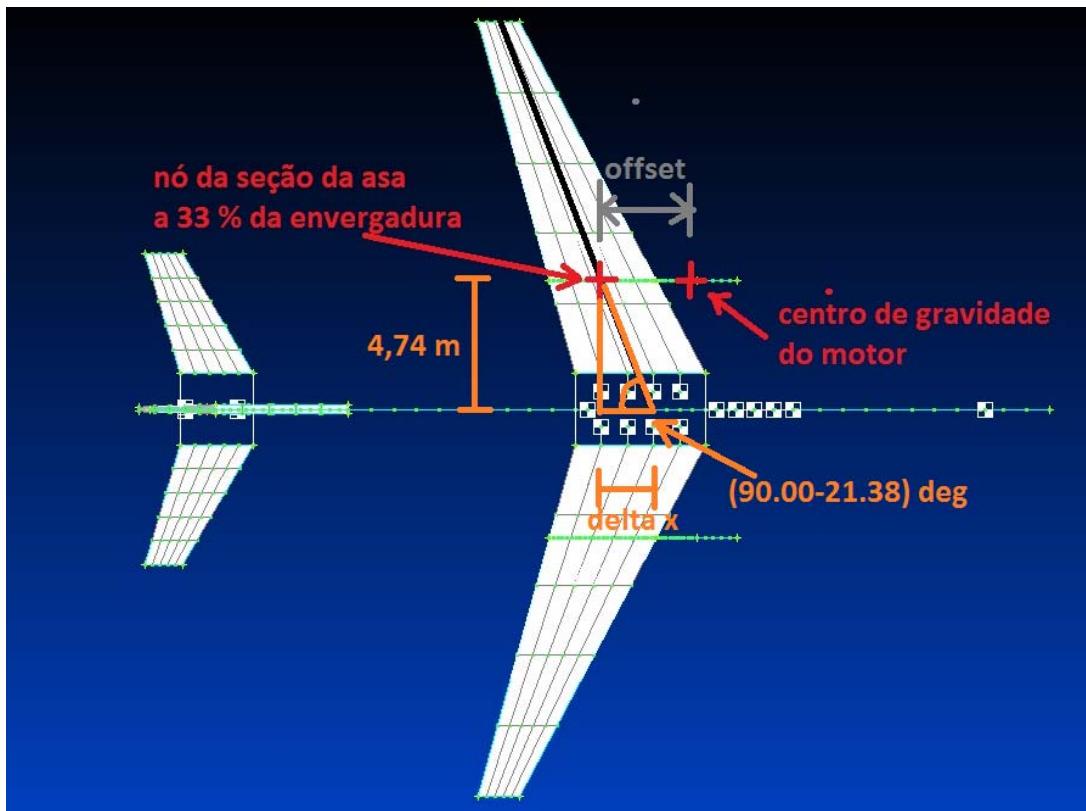


Figura 4.6b – Cálculo da posição do nó a 33 % da semi-envergadura.

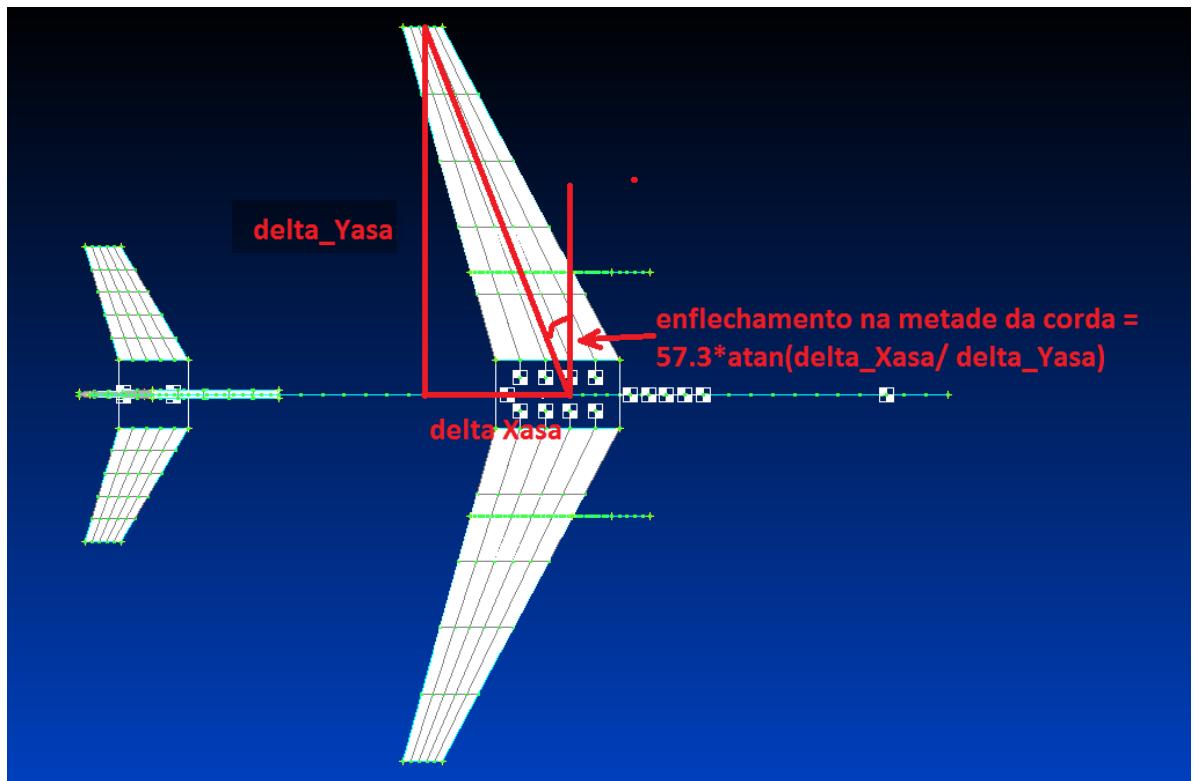


Figura 4.6c – Cálculo do enflechamento na metade da corda.

O triângulo laranja apresentado na Figura 4.6b apresenta as informações requeridas para o cálculo da posição do nó a 33% da semi-envergadura ($y=4,74$ m).

Deve ser lembrado que o valor de enflechamento da asa definido na Tabela 4.1 (25 deg) corresponde ao enflechamento do quarto de corda aerodinâmico e não ao enflechamento da metade da corda. O valor do enflechamento da metade da corda foi calculado como 21,3844 deg, e este valor foi obtido a partir da geometria do avião apresentada na Figura 4.6c. O ângulo de 68.6156 deg foi calculado com base no valor do enflechamento da metade da corda das seções da asa = 21.3844 deg. O ângulo de 68.6156 deg (que está no triângulo) é a diferença entre 90 deg e o enflechamento de 21.3844 deg.

O cateto oposto do triângulo corresponde ao valor da posição lateral do motor: 4,74 m. O cateto adjacente do triângulo é igual a:

$$\Delta x = \frac{\Delta y}{\tan(68,6156/57,3)} = \frac{4,74}{2,54} = 1,7874m$$

Isto quer dizer que a posição x do nó a 33 % da semi-envergadura ($X_{33\%}$) é igual a posição do nó na raiz da asa (1,14 m) subtraído do $\Delta x=1,7874$ m. Portanto a posição do nó é:

$X_{33\%} = 1,14 - 1,7874$ m = -0,6474 m. (valor negativo porque o nó está mais para trás do que o centro de gravidade do avião). O offset é então calculado como:

$$X_{33} + offset = 2,4 \Rightarrow offset = 2,4 - (-0,6474) \Rightarrow offset = 3,0474m$$

Então o offset vale +3.0474 m. O motor está localizado 3.0474 m a frente do nó que está a 33 % da semi-envergadura da asa.

4.2) Número de elementos, posição dos nós para cada membro

Este item contém a definição do número de nós em cada membro.

4.2.1) Asa

A Tabela 4.1b apresenta informações relativas a geometria do aileron. O aileron é usado em 30% da semi-envergadura da asa. A distância da ponta do aileron externo a ponta da asa é nula. Então os dois ailerons são usados entre 70 % e 100 % da semi-envergadura da asa. O aileron interno é usado em 60 % da faixa de envergadura usada pelos ailerons, e os ailerons externos usam 40 % do intervalo. Isto quer dizer que o aileron interno usa $0,60 \cdot 30\% = 18\%$ da semi-envergadura da asa, e o aileron externo usa $0,4 \cdot 30\% = 12\%$ da semi-envergadura da asa. As frações da semi-envergadura da asa sem aileron, com aileron interno com aileron externo, podem ser definidas pelo seguinte vetor com frações da semi-envergadura: $\text{Vet_ds}=[0\ 0,7\ 0,88\ 1,0]$. O primeiro intervalo entre 0 e 0,7 corresponde ao trecho da asa sem aileron, o segundo intervalo correspondente a $[0,7 \text{ a } 0,7+0,18]=[0,7\ 0,88]$ corresponde ao trecho da asa no qual foi instalado o aileron interno. Já o terceiro intervalo $[0,88\ 1,00]$ corresponde ao trecho da asa ocupado pelo aileron externo. Devido a presença dos ailerons interno e externo, pode-se notar a necessidade de se definir pelo menos quatro nós ao longo da asa, consistindo nas seguintes posições ao longo do eixo x (na metodologia NFNS): $[0\ 0,7\ 0,88\ 1,0]$.

Se considerarmos também a instalação do motor a 33% da semi-envergadura, nota-se a necessidade de mais um nó. Com isso o vetor com as posições dos nós é definido como:

$$\text{Vet_ds}=[0\ 0,33\ 0,7\ 0,88\ 1,0].$$

Um maior número de nós pode aumentar a precisão do modelo matemático quando for considerado distribuição das forças aerodinâmicas e massas. Com o intuito de melhorar a distribuição de massas e forças aerodinâmicas foi adicionado mais um nó na metade da semi-envergadura. Com isso o vetor “final” com as posições dos nós das semi-asas é definido como:

Vet_ds=[0 0,33 0,5 0,7 0,88 1,0]. Então há seis nós e cinco elementos em cada semi-asa.

4.2.2) Empenagem horizontal

Na empennagem horizontal foram considerados apenas 2 elementos e três nós. As posições dos nós relativas a semi-envergadura da empennagem horizontal são: [0 0,6 1,0]. Estes intervalos foram considerados porque em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), é definido a presença de dois profundos para a empennagem horizontal: o profundo interno, que está em 60 % da semi-envergadura exposta da empennagem, e o profundo externo, que está em 40% da semi-envergadura exposta. Em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), o profundo interno é usado para controlar a dinâmica de corpo rígido, e o profundo externo é usado para controle de modos flexíveis simétricos do avião. Por este motivo foi feito o seccionamento das superfícies de controle.

Aqui o profundo foi usado apenas para o controle da dinâmica rígida do avião. Com o intuito de não perder muita informação na modelagem das forças aerodinâmicas devido a deflexão de profundor, foi feito particionamento semelhante da empennagem horizontal, mas com uma ligeira diferença: foi considerado que o profundo interno está em 60% da semi-envergadura **total** da empennagem, incluindo o trecho que passa “dentro” da fuselagem e o profundo externo está em 40% da semi-envergadura total da empennagem. Estes mesmos intervalos foram considerados na implementação do modelo no programa AEROFLEX. O motivo para considerar a semi-envergadura total, ao invés de apenas semi-envergadura exposta, foi a consideração de que seria necessário acrescentar mais um elemento para cada lado da empennagem, que ficaria no trecho que passa dentro da fuselagem. Neste elemento adicional, o profundo não produziria forças e momentos aerodinâmicos. Foi suposto que o ganho de informação com este maior detalhamento não compensaria o maior custo

computacional em se adicionar mais dois elementos e, consequentemente, mais oito variáveis (deformações) associadas a estes elementos.

4.2.3) Empenagem vertical

Na empenagem vertical foi considerado apenas um nó com o intuito de simplificar o modelo matemático. Em (DA SILVA, 2012), foi feito um particionamento do leme de forma a usar o leme inferior para controle da dinâmica rígida do avião, e leme superior para controle dos modos flexíveis do avião. Então, de forma equivalente a empenagem horizontal, poderiam ser considerados dois elementos para a empenagem vertical, com o intuito de não perder informação com relação as forças e momentos aplicados pelo leme. Apesar deste fato, foi decidido usar apenas um elemento para simplificar o modelo matemático, diminuir o número de estados e o tempo necessário para se rodar as simulações. Foi considerado que a remoção de um elemento da empenagem vertical não iria afetar tanto a precisão dos resultados, como a remoção de um elemento da asa ou empenagem horizontal. Esta foi uma suposição, que deve ser validada em estudos futuros.

Pelos motivos comentados no parágrafo anterior, foi decidido usar apenas um elemento (com dois nós) para a empenagem vertical. Os nós estão localizados nas seguintes frações da semi-envergadura da empenagem vertical :[0 1.0].

4.3) Massa, Inéncias, e centro de gravidade:

A definição dos valores de massas, e inéncias e centro de gravidade foi feita em duas etapas: uma estimativa inicial das massas da asa, empenagens, e fuselagem, seguido de um refinamento dos cálculos, até que fossem obtidos valores mais precisos das massas, inéncias e centro de gravidade do avião todo. O que se requer com a distribuição de massa é obter um avião com a mesma massa, posição do centro de gravidade e inéncias de massa do avião modelado em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), (DA SILVA, 2012).

4.3.1) Estimativa inicial

A Tabela 4.4 apresenta os valores de massas relatados em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010)

Tabela 4.4- Valores de massas reportados

Massa total do avião	45000 kg
Massa da fuselagem	4800 kg
Asa	5600 kg
Empenagens	1060 kg
Trem de pouso	2100 kg
Nacelles	850 kg
Motores	4300 kg
Controles de vôo (atuadores)	1000 kg
Equipamento fixo, com exceção dos atuadores	4650 kg
Combustível da asa	6900 kg
Combustível da fuselagem	2950 kg
Passageiros	7300 kg
Bagagem	2450 kg
Tripulação	810 kg
Fluidos (<i>trapped fluids</i>)	230 kg

Com base nestes dados foi feita uma estimativa preliminar das massas de cada membro do avião. Os valores de massas estimados inicialmente são apresentados na Tabela 4.5:

Tabela 4.5 –Estimativa inicial das massas de cada membro.

membro	Massa dos componentes (kg)	Massa total (kg)
fuselagem	$4800 + 2100/3 + 4650 + 2450 + 810 + 230 + 2950 + 7300 + 1000$	24890
asas	$5600 + 2/3 * 2100 + 5150 + 6900$	19050
empenagens	1060	1060
Total (Avião)		45000

Para o cálculo da massa total da fuselagem foi considerada a massa da própria fuselagem (4800 kg), o combustível da fuselagem (2950 kg), os passageiros (7300 kg), as bagagens (2450 kg), a tripulação (810 kg), os fluidos dos sistemas (230 kg), os equipamentos (4650 kg), 1/3 do peso do trem de pouso ($1/3 * 2100$ kg, onde este 1/3 corresponde ao trem de pouso do nariz), e a massa dos sistemas de controle de vôo¹ (1000 kg). A massa total da asa consiste na soma da massa da estrutura da asa (5600 kg), a 2/3 da massa do trem de pouso ($2/3 * 2100$ kg), ao combustível da asa (6900 kg), e a massa do conjunto motor-nacelle (5150 kg). A massa total das empenagens foi apenas o valor reportado na Figura 7 (1060 kg).

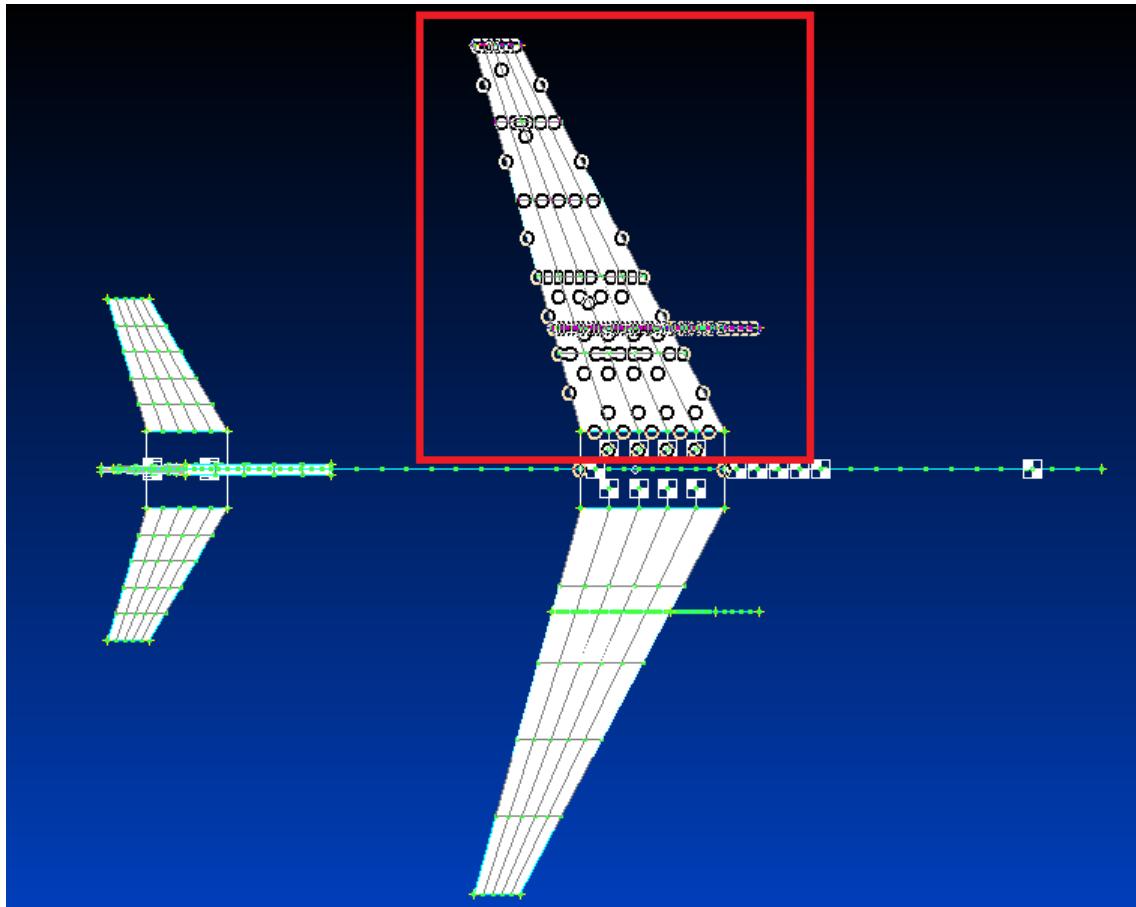
A soma das massas totais da asa, fuselagem e empenagens é 45000 kg.

4.3.2) Asas

A Figura 4.7 apresenta o cálculo da massa da asa feito com o FEMAP®.

O valor da massa total para cada semi-asa foi de 9095 kg, e isto corresponde a 18188 kg para a asa total. A diferença entre o peso estimado inicialmente de 19050 kg e o valor obtido com o FEMAP® (18188 kg) é de 862 kg.

¹ Em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), este item foi referido como *flight controls*. O autor entendeu que se tratava de sistemas, e por isso usou esta massa na fuselagem. Na verdade trata-se dos atuadores que estão na asa e empenagens. Versões futuras do modelo irão considerar esta massa na asa e empenagens, ao invés de considerá-la na fuselagem.



Center of Gravity in CSys 0					
Mass		X=	0.440284	Y=	4.137043
Structural	= 7678.852	Z=	1.145914		
NonStructural	= 1415.734	X=	-1.258441	Y=	5.875235
Total Mass	= 9094.586	Z=	0.75		
		X=	0.175847	Y=	4.407623
		Z=	1.084283		

Figura 4.7 – Cálculo da massa da asa com o FEMAP®

Na Figura 4.7 pode-se ver que a massa da asa está mais concentrada perto da raiz da asa e que o centro de gravidade da asa está localizado a 31% da semi-envergadura da asa (4,4m/14,2m). Com isso pode-se inferir que, se fosse considerada massa distribuída uniformemente ao longo da asa, o centro de gravidade do avião estará mais deslocado para trás do que o apresentado na Figura 4.7, e isto certamente levaria a aviões com diferentes níveis de estabilidade longitudinal nas metodologias NFLS e NFNS. Com o intuito de se ter um modelo mais realista e preciso na metodologia NFNS, é necessário fazer uma distribuição

da massa da asa ao longo da envergadura. Esta distribuição da massa da asa foi feita em etapas, que são descritas a seguir:

1- Retirar o peso do motor e colocá-lo em um ponto fixo

Retirando a massa do motor, a massa de cada semi-asa passou a ser $(18188 - 5150)/2 = 6519$ kg. O peso do motor foi adicionado em um ponto localizado 3,04 m a frente do nó a 33 % da semi-envergadura da asa, como já foi comentado anteriormente.

2- Distribuição da massa da asa ao longo da envergadura.

A metodologia NFNS, usada no programa AEROFLEX requer o cálculo da massa distribuída (por unidade de envergadura) para cada elemento considerado. Antes de se determinar a massa distribuída, é necessário calcular o comprimento da viga representativa da asa. A Figura 4.8 mostra como foi feito este cálculo. Nesta figura, a hipotenusa do triângulo representa a viga, que representa a estrutura da asa. O ângulo de 21.38 deg é o enflechamento da metade da corda da asa. A distância de 14.2 m é a envergadura da semi-asa. E o comprimento da viga é calculado por trigonometria. Neste cálculo são usados os valores da envergadura da semi-asa e do enflechamento.

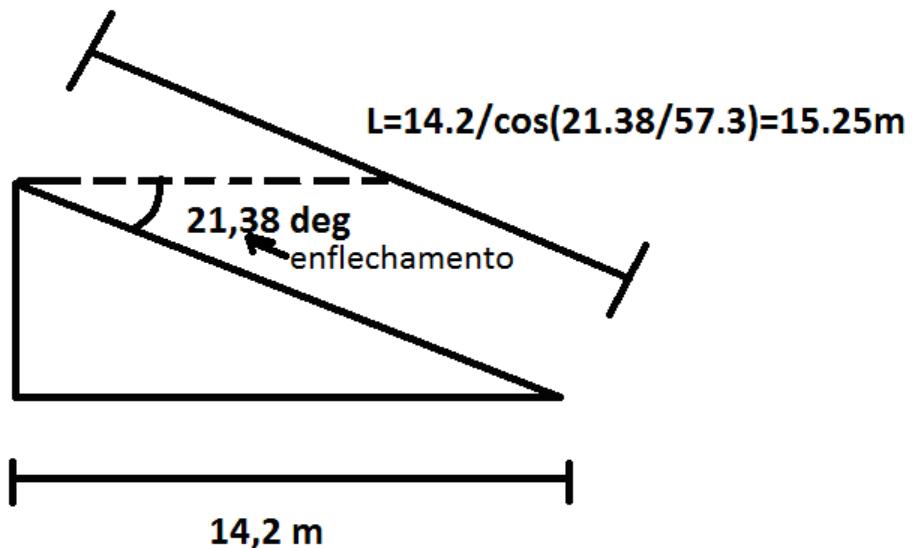


Figura 4.8 – Cálculo do comprimento da viga representativa da asa

Se a massa fosse uniformemente distribuída ao longo da envergadura, o valor de massa a ser usada no modelo seria:

$$\text{massa_distribuída} = \frac{6519\text{kg}}{14,2/\cos(21,3844/57,3)\text{m}} = \frac{6519\text{kg}}{15,25\text{m}} = 427,48\text{kg/m}$$

Como a distribuição da massa não é uniforme, devem ser calculadas as massas distribuídas para os nós ao longo da envergadura, sendo que os nós internos possuirão valores maiores de massa distribuída e os nós externos terão valores menores de massa distribuída, uma vez que as áreas das seções transversais são cada vez menores a medida que estas se aproximam da ponta da asa.

As seções internas da asa (mais próximas a fuselagem) possuem maior área. Considerando que a estrutura do material da asa é feita do mesmo material, pode-se esperar fisicamente que as seções da asa mais internas possuirão maior peso estrutural. Além disso, em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), é relatado que o combustível está na *stub* e nas seções da asa que estão entre a primeira e terceira nervuras (*ribs*). Este fato reforça a necessidade de se distribuir a massa ao longo do comprimento da viga (asa). Um parâmetro usado para a

distribuição da massa foi a área de cada seção da asa. Cada seção foi considerada como sendo um retângulo de comprimento igual a corda e a altura igual a espessura. Vide Figura 4.9. Em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010) os dados necessários para o cálculo da corda de cada seção são apresentados, e também os valores das espessuras do perfil na junção da asa com a fuselagem, e na ponta da mesma.

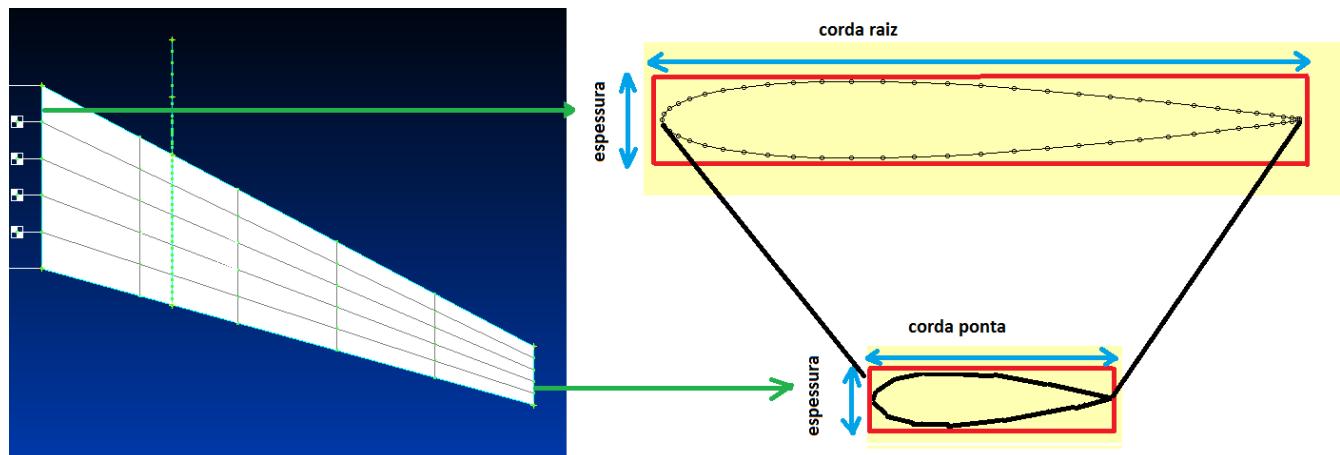


Figura 4.9 – Simplificação feita para o cálculo da área de cada seção da asa

Com base nestes valores foi feito o cálculo da corda e espessura de cada seção da asa em 10 nós espaçados igualmente. Para cada posição ao longo da envergadura foram calculadas a corda e a espessura. Estes cálculos foram feitos através de interpolações lineares entre a corda na junção asa-fuselagem e a corda na ponta de asa. A corda e a espessura no eixo da fuselagem foram obtidas através de extração linear. Os valores das cordas, espessuras e áreas de cada seção são apresentados na Tabela 4.6. Nesta Tabela também é apresentado o cálculo da massa distribuída para cada nó ao longo da semi-envergadura. Nesta Tabela e em outras que serão apresentadas, a coordenada s representa a fração da semi-envergadura. Por exemplo, se $s=0$, o nó está na raiz da asa, se $s=0,5$, o nó está na metade da semi-envergadura da asa, e, se $s=1$, o nó está na ponta da asa.

Tabela 4.6 – Valores das cordas, espessuras, área e massa distribuída ao longo da semi-envergadura da asa

Coordenada s	Corda(m)	Espessura (m)	Área da seção (m ²)	Massa por comprimento (kg/m) =413,82*área
0	5,15	0,43	2,21	915,3912912
0,11	4,75	0,39	1,88	776,6631106
0,22	4,35	0,36	1,57	649,3234187
0,33	3,95	0,33	1,29	533,3759771
0,44	3,54	0,29	1,04	427,6094186
0,55	3,15	0,26	0,81	335,6506522
0,66	2,75	0,22	0,61	253,8730995
0,77	2,34	0,19	0,44	182,7063394
0,89	1,94	0,15	0,30	123,8522391
1	1,54	0,12	0,18	76,38939291

O valor da massa distribuída ao longo de cada seção foi calculado da seguinte forma.

Inicialmente foi determinado o valor da massa distribuída uniformemente ao longo do *comprimento* da viga que representa a asa. O valor obtido foi 427,48 kg/m. Depois, em função dos valores das áreas de cada seção, foi feito o cálculo de uma área média de todas as seções. O valor obtido foi 1,03 m². Ao dividir-se o valor da massa distribuída uniformemente pela área média, foi calculado o valor da massa dividida pelo comprimento dividido pela área. O valor obtido foi $427,48/1,033 \text{ kg/m}^3 = 413,83 \text{ kg/m}^3$. De fato, o que foi calculado foi a densidade da asa. O produto da densidade da asa pela área de cada seção (quarta coluna da Tabela 4.6) fornece o valor da massa por unidade de comprimento para cada seção considerada. Estes valores são apresentados na quinta coluna da Tabela 4.6. Deve ser notado que se for tirada uma média dos valores apresentados na quinta coluna, o valor obtido será

427,48 kg/m. E se este valor é multiplicado pelo comprimento da viga (que representa a asa estruturalmente), o valor obtido é a massa total de cada asa.

Basicamente, a consideração física feita é que a massa distribuída em cada seção é função linear da área da seção.

A distribuição de massa obtida ainda não é representativa do modelo implementado em (DA SILVA, 2012), (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), visto que nestas referências, o peso do combustível da asa estava quase todo concentrado perto da raiz. Então uma nova distribuição foi feita, para levar em consideração a distribuição do combustível ao longo da asa.

3- Calcular e retirar a massa de combustível que está distribuída ao longo da asa.

Para se retirar a massa de combustível que está distribuída ao longo da asa, deve-se primeiro calcular a quantidade de combustível que está alocada em cada seção da asa. Antes de se apresentar o cálculo feito, será apresentado um exemplo para se esclarecer melhor a idéia usada nos cálculos:

*Exemplo: Considere uma asa formada por 3 elementos, com massa total de 1000 kg, sendo que 50% da massa da asa está no primeiro elemento, 30% no segundo elemento e 20 % do terceiro elemento. Ou seja, $0,5*1000 = 500$ kg estão no primeiro elemento, $0,3*1000 = 300$ kg estão no segundo elemento e $0,2* 1000 = 200$ kg estão no terceiro elemento. Considere também que 300 kg dos 1000 kg da asa são massa de combustível. Então, fazendo a consideração de que a distribuição da massa de combustível pelos elementos corresponde a mesma distribuição da massa total da asa pelos elementos, tem-se que 50% da massa de combustível está no primeiro elemento, 30% está no segundo elemento e 20 % está no terceiro elemento. Com isso, $0,5*300 = 150$ kg de combustível está no primeiro elemento,*

$0,3*300 = 90 \text{ kg}$ está no segundo elemento e $0,2*300 = 60 \text{ kg}$ está no terceiro elemento. Note que a soma de $150+90+30$ corresponde aos 300 kg de combustível. Se estes 300 kg de combustível forem retirados da asa, haverá $500-150=350 \text{ kg}$ de massa estrutural no primeiro elemento, $300-90=210 \text{ kg}$ no segundo elemento e $200-60= 140 \text{ kg}$ de massa estrutural no terceiro elemento. A soma destes valores é 700 kg que corresponde a massa estrutural da asa ($1000 - 300$) kg. Uma vez retirado esta massa de combustível, ela pode ser readicionada ao longo de seções específicas da asa. Este exemplo foi apresentado apenas para explicar melhor a idéia dos cálculos feitos e apresentados neste item.

Os cálculos feitos são apresentados nas Tabelas 4.7 a 4.9. Em (DA SILVA; PAGLIONE) o valor da massa de combustível total da asa é 6900 kg. Então a massa de combustível de cada asa é 3450 kg. Este valor foi multiplicado pela razão (de massa local/massa total) da terceira coluna da Tabela 4.7, e os resultados são apresentados na quarta coluna da tabela 4.7

A massa de combustível está distribuída ao longo da asa. Como não havia sido feita nenhuma consideração inicial sobre a distribuição do combustível, a distribuição foi feita da mesma forma como a distribuição apresentada na Tabela 4.6. Cada seção da asa contém uma massa de combustível proporcional a sua área.

A quinta coluna da Tabela 4.6 apresenta o valor da massa por unidade de comprimento para cada seção da asa. Então, para se refazer a distribuição de combustível na asa, seria necessário calcular quanto de combustível estava alocado para cada seção da asa e subtrair este valor, para depois adicioná-lo somente em seções próximas a raiz da asa.

Se todos os valores da quinta coluna da Tabela 4.6 forem somados, obtém-se o valor de 4274,8 kg/m. Ao dividir os valores da quinta coluna da Tabela 4.6 pelo valor de

4274,8kg/m, obtém-se a fração F, que mostra a porcentagem da massa (distribuída) que está em cada nó. Estes valores são apresentados na terceira coluna da Tabela 4.7.

A segunda coluna da Tabela 4.7 contém as massas (por comprimento) para cada seção da asa. A terceira coluna da Tabela 4.7 contém a razão entre a massa (distribuída) de cada seção pela massa total (distribuída) da asa. Note que a soma de todos os valores na terceira coluna é igual a 1. A consideração que está sendo feita é que a fração da massa total de combustível alocada para cada seção da asa é a mesma fração F da massa distribuída da asa alocada para o nó. Então para se determinar a massa de combustível em cada nó, basta multiplicar a massa de 3450 kg de combustível pela fração F, e então obtém-se os valores apresentados na quarta coluna da Tabela 4.7.

Tabela 4.7– Cálculo das massas de combustível alocadas para cada nó.

Coordenadas	Massa distribuída (kg/m)	$F = \frac{\text{massa}}{4274,8}$	Massa de combustível em cada nó = 3450F (kg)
0	915,3912912	0,214134886	738,7653557
0,11	776,6631106	0,181682596	626,8049573
0,22	649,3234187	0,151894384	524,0356239
0,33	533,3759771	0,124771128	430,4603914
0,44	427,6094186	0,100029457	345,1016274
0,55	335,6506522	0,078517804	270,886424
0,66	253,8730995	0,059387813	204,8879561
0,77	182,7063394	0,042739975	147,4529146
0,89	123,8522391	0,028972403	99,95478916
1	76,38939291	0,017869554	61,64996059

Note que os valores da quarta coluna da Tabela 4.7 ainda estão em kg, e é necessário os valores de massa de combustível por unidade de envergadura em (kg/m). O cálculo da massa distribuída de combustível é apresentado na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Cálculo da massa de combustível distribuída ao longo da asa

Coordenada s	massa_combustível (kg)	massa/L(kg/m)
0	738,7653557	546,41
0,055	X	507,92
0,11	626,8049573	469,44
0,165	X	430,95
0,22	524,0356239	395,62
0,275	X	360,29
0,33	430,4603914	328,12
0,385	X	295,95
0,44	345,1016274	266,61
0,495	X	237,27
0,55	270,886424	211,76
0,605	X	186,24
0,66	204,8879561	163,55
0,715	X	140,87
0,77	147,4529146	121,12
0,825	X	101,38
0,88	99,95478916	85,05
0,94	X	68,72
1	61,64996059	52,39

A segunda coluna da Tabela 4.8 mostra que 738,76 kg de combustível estão entre a seção da asa na raiz (eixo da fuselagem) e a seção a 11 % da semi-envergadura, 626,80 kg estão entre as seções a 11 e 22 % da semi-envergadura, e assim para todas as outras seções.

Se considerarmos um elemento entre as seções com $s=0$ e $s=0,11$, este elemento terá a massa

$$\text{distribuída de } \frac{738,76\text{kg}}{0,11*15,25\text{m}} = 507,92\text{kg/m} . \text{ Aqui foi dividido a massa total pelo comprimento}$$

do elemento. Como este valor representa a massa distribuída média do elemento, este valor é representativo do nó médio do elemento (entre $s=0$ e $s=0,11$). Este nó médio está na posição $s=0,055$. Este valor está sublinhado em amarelo na segunda linha, terceira coluna da Tabela 4.8. Todos os outros valores sublinhados de amarelo foram obtidos de forma semelhante. Os outros valores da terceira coluna, não sublinhados foram obtidos por interpolação linear. Uma vez conhecido a massa da asa distribuída ao longo da envergadura (Tabela 4.6) e a massa de combustível distribuída ao longo da envergadura (Tabela 4.8), pode-se calcular e subtrair a massa de combustível da massa da asa, e calcular a massa estrutural distribuída da asa. Vide Tabela 4.9¹.

Tabela 4.9 – Cálculo da massa estrutural da asa distribuída ao longo da envergadura.

Coordenada s	Massa local (kg/m)	massa combustível (kg/m)	Massa local sem combustível (kg/m)
0	915,40	546,41	368,98
0,11	776,66	469,44	307,22
0,22	649,32	395,62	253,70
0,33	533,38	328,12	205,25
0,44	427,61	266,61	161,00
0,55	335,65	211,768	123,90
0,66	253,87	163,55	90,32
0,77	182,71	121,12	61,58
0,89	123,85	85,05	38,80
1	76,39	52,39	24,00

¹ A Tabela 4.9 apresenta os resultados obtidos ao se retirar o combustível que estava distribuído ao longo da envergadura da asa, para depois readicionará-lo nas mesmas posições definidas em (DA SILVA, 2010). Posteriormente foi percebido que os cálculos teriam sido mais simples, se a massa de combustível houvesse sido retirada junto com a massa do motor. Os resultados obtidos seriam os mesmos. Contudo o autor decidiu manter estas tabelas porque foi a forma usada para se calcular a distribuição de massa ao longo da envergadura da asa.

A Tabela 4.9 mostra que 546,41 kg/m dos 915,40 kg/m da massa na primeira seção correspondem ao combustível que havia inicialmente sido posto naquela seção. A massa estrutural era apenas 368,98 kg/m (apresentado na quarta coluna da Tabela 4.9). O mesmo vale para as outras seções da asa.

4- Readicionar o combustível seções mais próximas da raiz

Uma vez que foi retirada a massa de combustível da asa, deve-se readicioná-la nas seções corretas, como é relatado em (DA SILVA, 2010). A massa de combustível foi distribuída na asa da seguinte forma (DA SILVA, 2010):

40 % do combustível está na *stub*, e outros 30 % em cada asa. Isto quer dizer que 20 % estão no stub da asa esquerda, 20 % no stub da asa direita, 30 % na asa esquerda, 30 % na asa direita. Destes 30 % em cada asa, 60 % estão entre a primeira e segunda nervura (*rib*), e 40 % entre a segunda e terceira nervura. Então $0,60 \times 30\% = 18\%$ do combustível total da asa está entre a primeira e segunda nervura, e $0,4 \times 30\% = 12\%$ está entre a segunda e terceira nervura de cada semi-asa.

Resumidamente: Em cada semi-asa 20 % do combustível total (1380 kg) estão na stub, 18 % (1242 kg) estão entre a primeira e segunda nervuras, e 12% (828 kg) estão entre a segunda e terceira nervuras. Vide Figura 4.10.

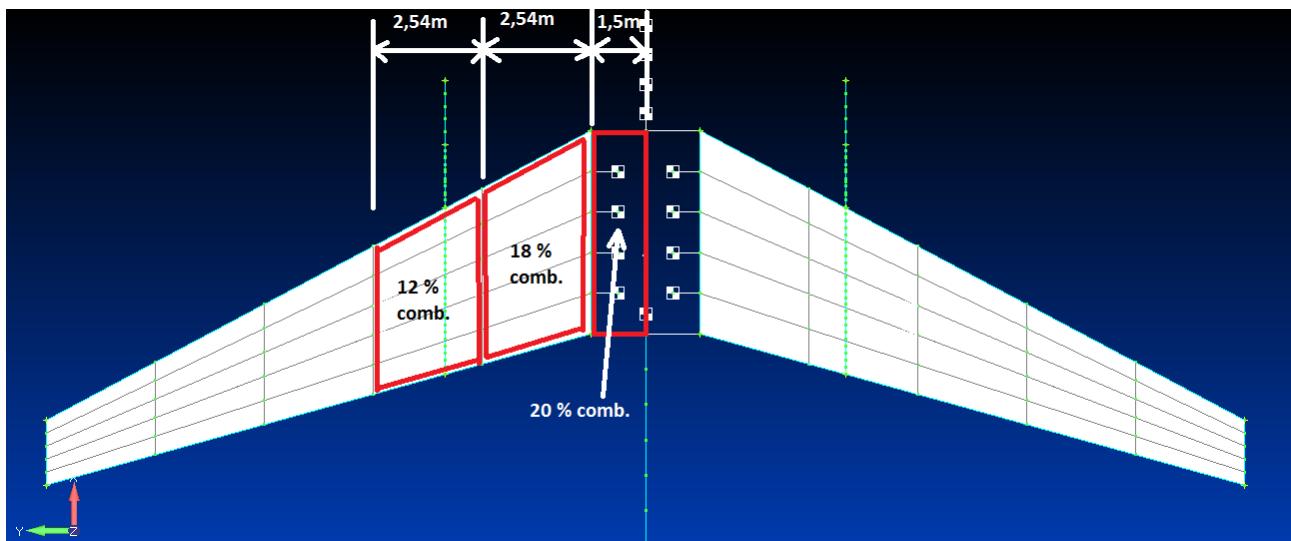


Figura 4.10 – Distribuição de combustível na asa

Somando todos estes valores para as duas semi-asas, é obtido 6900 kg, que é a massa total de combustível da asa. A Tabela 4.10 apresenta a distribuição de massa de combustível na stub, entre a primeira e a segunda nervuras, e entre a segunda e a terceira nervuras.

A primeira nervura está na junção asa-fuselagem, na posição $y=1,5\text{m}$, a segunda nervura está na posição $y=4,04\text{ m}$ e a terceira nervura está na posição $y = 6,58\text{ m}$. Estas posições laterais foram obtidas com a consideração feita em (DA SILVA, 2010) de que há seis nervuras igualmente espaçadas. Desta informação, sabe-se que a distância entre duas nervuras sucessivas é de 2,54 m. A posição lateral da primeira nervura é igual ao raio da fuselagem, definido em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010). Com o valor da posição lateral da primeira nervura e da distância entre nervuras sucessivas, foram obtidos os valores das posições laterais da segunda e terceira nervuras. Estes valores poderiam ser obtidos diretamente do modelo em Nastran® ou FEMAP®. A primeira coluna da Tabela 4.10 apresenta os intervalos mostrados na Figura 4.10. A segunda coluna apresenta a coordenada s do nó mais externo de cada intervalo, isto é, apresenta as coordenadas s da primeira, segunda e terceira nervura. Estes valores são importantes para saber em quais seções será readicionado o combustível. O comprimento de cada intervalo correspondente a stub, e aos intervalos entre a primeira e a segunda nervuras, e entre a segunda e a terceira nervuras, foi feita ao se dividir as distâncias

de $1,5/2,54/2,54$ m pelo cosseno do enflechamento na metade da corda ($21,38\text{deg}$). Fazendo esta conta foram obtidos os valores da quarta coluna da Tabela 4.10. Ao se dividir os valores de massa da terceira coluna, pelo comprimento (quarta coluna), foram obtidos os valores de massa distribuída na quinta coluna da Tabela 4.10.

Tabela 4.10 – Massa (por comprimento) do combustível ao longo da asa

Intervalo da semi-envergadura	Coordenada s	Massa total (kg)	comprimento do intervalo (m)	Massa/comprimento (kg/m)
0 – 1,5 m (stub)	0,105634	1380	1,61	856,6719382
1,5 – 4,04 (1 ^a e 2 ^a rib)	0,284507	1242	2,73	455,3177624
4,04 – 6,58 m(2 ^a -3 ^a rib)	0,46338	828	2,73	303,5451749

Uma vez conhecido o valor da massa de combustível por comprimento nos intervalos selecionados, foi vista uma forma de readicionar o combustível nos intervalos corretos, ou próximos dos citados na Tabela 4.10. Para isso, deveria ser escolhido o nó (a seção) no qual seria adicionado esta massa distribuída. As massas distribuídas de outros nós seriam obtidos por interpolação.

A massa de combustível da stub (1380 kg) foi adicionada na posição $s= 0,055$ (Vide Tabela 4.11) . A massa de 1242 kg foi adicionada na posição $s = 0,275$ (valor mais próximo de 0,28) e a massa de 828 kg foi adicionada na posição $s=0,44$ (valor mais próximo de 0,46). Estes valores estão sublinhados de amarelo na segunda coluna da Tabela 4.11. A terceira coluna apresenta os valores de massa distribuída. Os valores sublinhados em amarelo são os mesmos valores de massa distribuída calculados anteriormente. A partir da posição $s=0,495$, a

massa distribuída de combustível é nula. Os valores da massa distribuída para os outros intervalos foram obtidos por interpolação linear. Particularmente, para a raiz da asa ($s=0$) foi feita uma extrapolação linear.

Tabela 4.11- Distribuição do combustível ao longo da asa

Coordenada s	Massa de combustível (kg)	Massa por comprimento (kg/m)
0	X	957,01
0,055	1380	856,67
0,11	X	756,33
0,165	X	655,99
0,22	X	555,66
0,275	1242	455,32
0,33	X	404,73
0,385	X	354,14
0,44	828	303,55
0,495	X	0
0,55	X	0

Os valores da Tabela 4.11 correspondentes a posições $s=[0, 0,11, 0,22, 0,33, 0,44, 0,55]$ foram adicionados aos valores da asa sem combustível (última coluna da Tabela 4.9). Os valores da asa sem combustível, do combustível em cada seção, e da massa da asa com combustível são apresentados na Tabela 4.12.

Tabela 4.12 – Valores finais de massa por combustível¹

Coordenadas	Massa local Sem combustível	Massa de combustível redistribuído (kg/m)	Massa total com combustível redistribuído (kg/m)
0	368,9791203	957,0104821	1325,99
0,11	307,2271795	756,3333942	1063,561
0,22	253,7041564	555,6563063	809,3605
0,33	205,2531983	404,7268999	609,9801
0,44	160,9979707	303,5451749	464,5431
0,55	123,8952253	0	123,8952
0,66	90,31829241	0	90,31829
0,77	61,58371169	0	61,58371
0,89	38,80201166	0	38,80201
1	23,99559698	0	23,9956

Antes de se prosseguir com os cálculos de distribuição de massa, devem ser enfatizadas as diferenças entre a modelagem feita aqui e a modelagem feita em (DA SILVA, 2012):

- 1) Em (DA SILVA, 2012), a massa de combustível é inserida como elemento pontual fixado no elemento flexível. Aqui foi inserida na densidade do elemento flexível.
- 2) Em (DA SILVA, 2012), a massa de combustível do stub está agregada a fuselagem.

Aqui ela é considerada como parte das semi-asas.

¹ Os nós da semi-asa considerados estão nas coordenadas $s=[0\ 0,33\ 0,5\ 0,7\ 0,88\ 1,0]$. São seis nos, ao invés de 10 nós apresentados na Tabela 4.12. Os valores das massas distribuídas nos seis nós são obtidos por interpolação dos valores da Tabela 4.12. Alguém poderia questionar porque os valores da Tabela 4.12 não foram calculados apenas para os seis nós considerados para o avião. O uso de uma tabela com mais pontos permite a possibilidade de se adicionar mais elementos na asa em estudos futuros, e neste caso, permite uma interpolação linear mais precisa.

- 3) Em (DA SILVA, 2012), a estrutura flexível da asa começa na junção asa-fuselagem.
 Aqui ela começa no eixo de simetria da fuselagem.
- 4) Em (DA SILVA, 2012) a fuselagem é flexível. Aqui é considerada rígida.

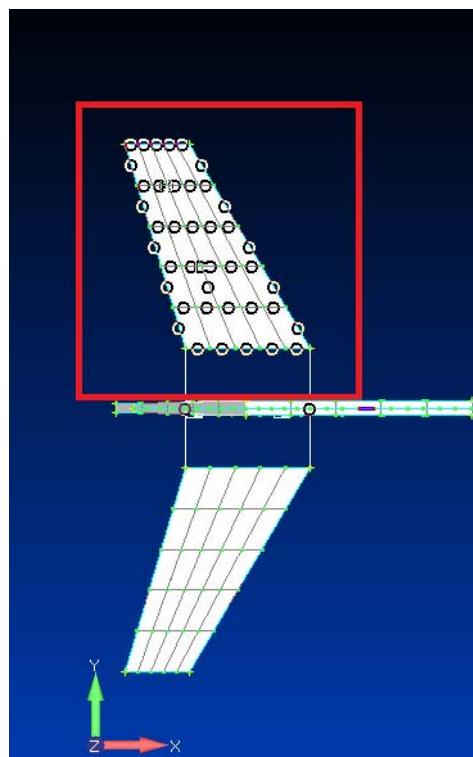
Estas diferenças podem afetar significativamente a dinâmica estrutural do avião, particularmente os modos de vibração estrutural. Apesar das diferenças observadas, o foco inicial desta modelagem era analisar a **dinâmica de vôo do avião**. Particularmente, com relação a distribuição de massa, procurou-se reproduzir os dados apresentados em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010) de forma a obter os mesmos dados de massa total, centro de gravidade e inércias do avião todo. Na Tabela 4.16 do item 4.3.6 pode-se ver que os valores obtidos estão bem próximos dos valores em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010). Então, do ponto de vista da dinâmica de vôo, exclusivamente, as diferenças citadas acima não afetaram significativamente a modelagem do avião.

4.3.3) Empenagem Horizontal

O cálculo da massa distribuída da empennagem horizontal foi feito de forma semelhante ao cálculo da massa distribuída da asa.

Inicialmente foi realizado o cálculo da massa da empennagem horizontal. Este cálculo foi feito com o software FEMAP®. O valor determinado foi de 385,5 Kg, e é apresentado na Figura 4.11.

O valor do enflechamento do quarto de corda da empennagem horizontal é de 27,5 deg, mas, o enflechamento da metade da corda da empennagem horizontal é de 22,11 deg. Este valor foi obtido através dos dados do modelo estrutural do avião no software FEMAP®.



Mass		Center of Gravity in CSys 0		
Structural =	283.7674	X=	-16.07119	Y= 3.350719 Z= -0.75
NonStructural=	101.7246	X=	-15.79296	Y= 3.031788 Z= -0.75
Total Mass =	385.492	X=	-15.99777	Y= 3.266559 Z= -0.75

Figura 4.11 – Cálculo da massa total da empenagem horizontal.

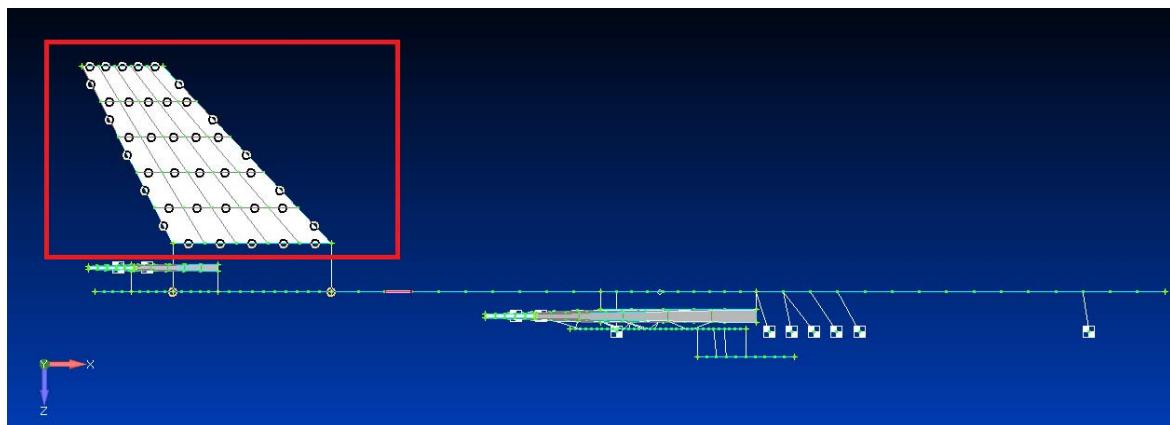
Durante o cálculo de distribuição de massa, a empenagem horizontal foi dividida em três elementos, e quatro nós. As cordas, espessuras, e áreas de cada seção, e a massa distribuída de cada elemento foram calculados da mesma forma como na asa. Os resultados são apresentados na Tabela 4.13:

Tabela 4.13 – Massa distribuída da empenagem horizontal¹

Coordenadas	Corda(m)	Espessura(m)	Área (m ²)	170,92*área (kg/m)
0	3,1458	0,2	0,62916	107,53
0,33	2,569067	0,166667	0,428178	73,18
0,66	1,992333	0,133333	0,265644	45,40
1	1,4156	0,1	0,14156	24,19

4.3.4) Empenagem Vertical

O cálculo da distribuição de massa para a empenagem vertical foi feito da mesma forma como para a empenagem horizontal. Inicialmente foi calculada a massa da empenagem vertical com o FEMAP®, e foi obtido o valor de 769,2 Kg. Vide Figura 4.12.

**Figura 4.12 – Cálculo da massa da empenagem vertical**

¹ Os nós da empenagem horizontal estão na raiz da empenagem, a 60 % da semi-envergadura e na ponta da empenagem. Os valores da massa distribuída nestas posições específicas são obtidos através de interpolação linear dos valores apresentados na Tabela 4.13.

Foram considerados dois elementos e três nós para o cálculo da massa distribuída ao longo da envergadura.

As cordas e espessuras da raiz e da ponta da empenagem vertical foram obtidos de (DA SILVA; PAGLIONE 2010). Os valores da corda e espessura para o nó intermediário $s=0,5$ foram obtidos por interpolação linear. Estes valores são apresentados na Tabela 4.14. O cálculo da massa distribuída da empenagem vertical foi feito de forma semelhante àquele feito para a asa e para a empenagem vertical. Basicamente a massa distribuída para cada seção é função linear da área da seção.

Tabela 4.14 – Massa distribuída da empenagem vertical

Coordenadas	Corda(m)	Espessura(m)	Área(m^2)	100,41*área (kg/m)
0	5,0355 (4.91)	0,33	1,661715	166,8528
0,5	3,77	0,25	0,944438	94,83102
1	2,52	0,17	0,4284	43,01564

*Na Tabela 4.5, a massa das empenagens tinha sido estimada como 1060 Kg. O valor obtido para as duas empenagens foi de aproximadamente 1540 Kg. Houve uma diferença em torno de 580 kg do valor estimado inicialmente. Esta diferença ocorreu porque na estimativa inicial das massas, a massa de 1000 kg do item *flight controls* (Tabela 4.4), foi toda adicionada na fuselagem (Vide Tabela 4.5). Este item *Flight Controls* dizia respeito aos atuadores, e então, uma boa parte deste valor devia ter sido considerado nas empenagens horizontal e vertical. Esta é a justificativa para a diferença. Contudo, os cálculos de distribuição de massa não foram afetados, porque em passos posteriores do cálculo, a massa total das empenagens foi determinada com o software FEMAP®. Deve ser enfatizado que na*

distribuição de massa, não foi considerado o refinamento nos cálculos de se considerar os atuadores como massas pontuais ligadas aos elementos flexíveis representativos da asa e empenagens. Isto será feito em versões posteriores do avião NFNS.

4.3.5) Fuselagem

A fuselagem foi modelada como um corpo rígido. Uma vez que a fuselagem foi modelada como um corpo rígido, a fuselagem foi modelada (no AEROFLEX) como um ponto material com massa da fuselagem e localizado no centro de gravidade da fuselagem. O valor estimado inicialmente para a massa da fuselagem foi de 24890 Kg (vide Tabela 4.4). Após a distribuição de massa feita para as asas e empenagens, a massa total do avião apresentou valor diferente de 45000 Kg. Possíveis causas para esta diferença na massa total podem ter sido pequenos erros de interpolação numérica na massa distribuída, pequenos erros no readicionamento da massa de combustível e o próprio fato da massa das empenagens possuir valor diferente do estimado inicialmente. Estas diferenças foram compensadas com a modificação da massa da fuselagem. A massa da fuselagem necessária para que a massa total do avião seja 45000 Kg foi de 24828 Kg. Houve uma diferença de 62 Kg em relação ao valor previsto inicialmente.

O centro de gravidade e as inércias de massa da fuselagem foram obtidos com o uso do software FEMAP®. Ou seja, é selecionado um trecho do modelo e é calculada a massa, centro de gravidade e inércias dos trechos selecionados. A complicação em se determinar o centro de gravidade da fuselagem está no fato de que dependendo do ângulo selecionado, pode ser selecionada também a massa da empenagem vertical (Figura 4.13a), da stub (Figura 4.13b), ou outras massas já contabilizadas anteriormente. Ou ainda, parte da massa da fuselagem pode não ser considerada (Figura 4.13 c, d).

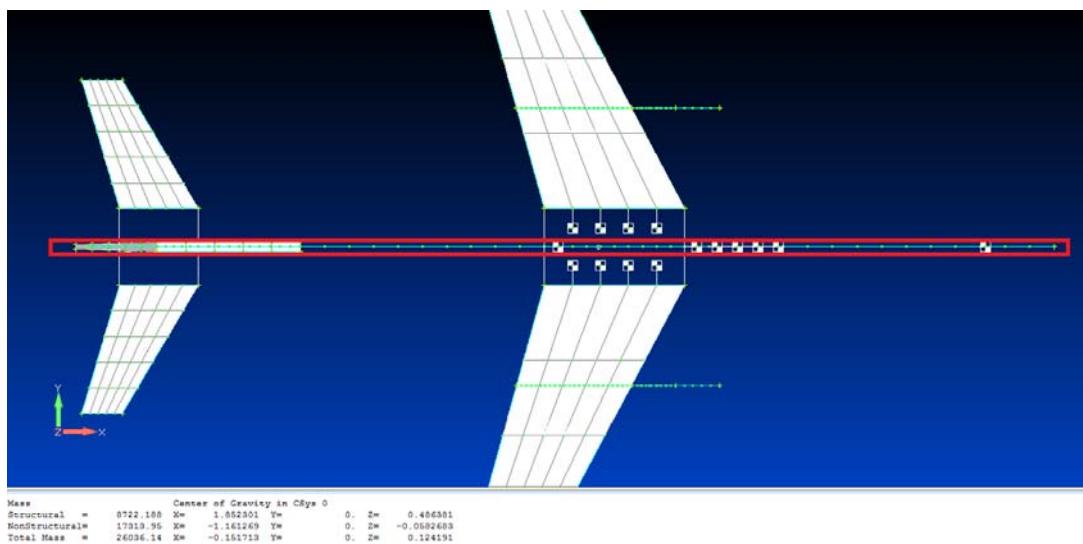


Figura 4.13 a- Determinação da massa da fuselagem (com a empenagem vertical)

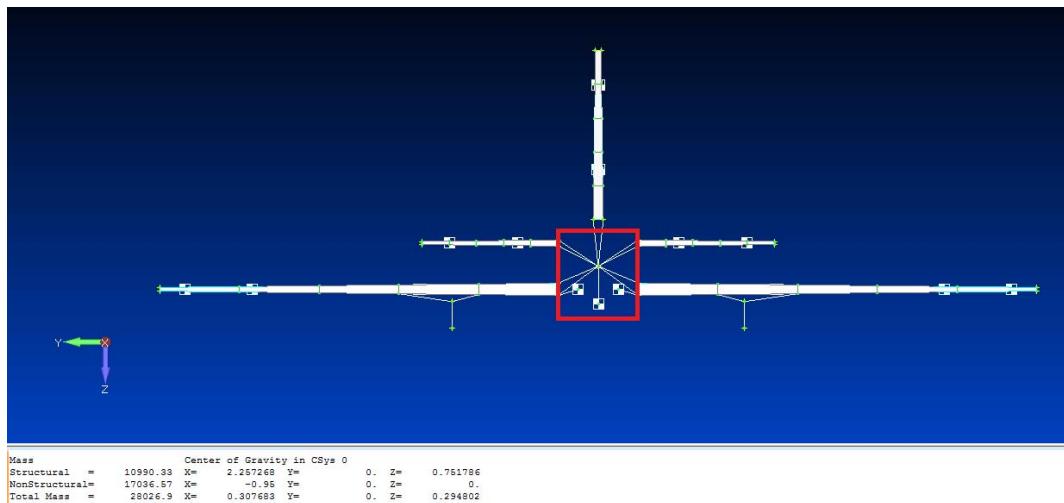


Figura 4.13 b- Determinação da massa da fuselagem (com o combustível do stub)

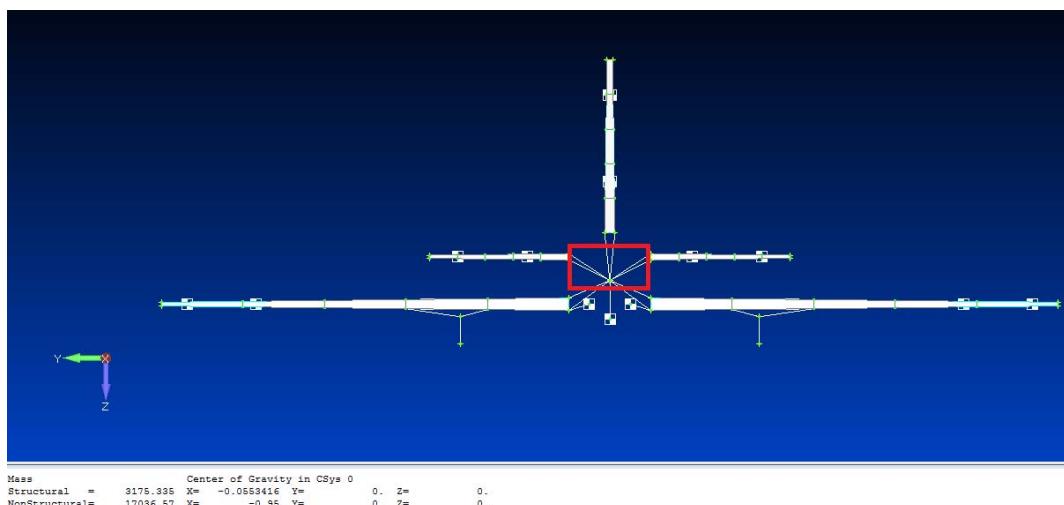


Figura 4.13c - Determinação da massa da fuselagem (sem a stub)



Figura 4.13d- Determinação da massa da fuselagem (com a stub, sem trecho superior da fuselagem)

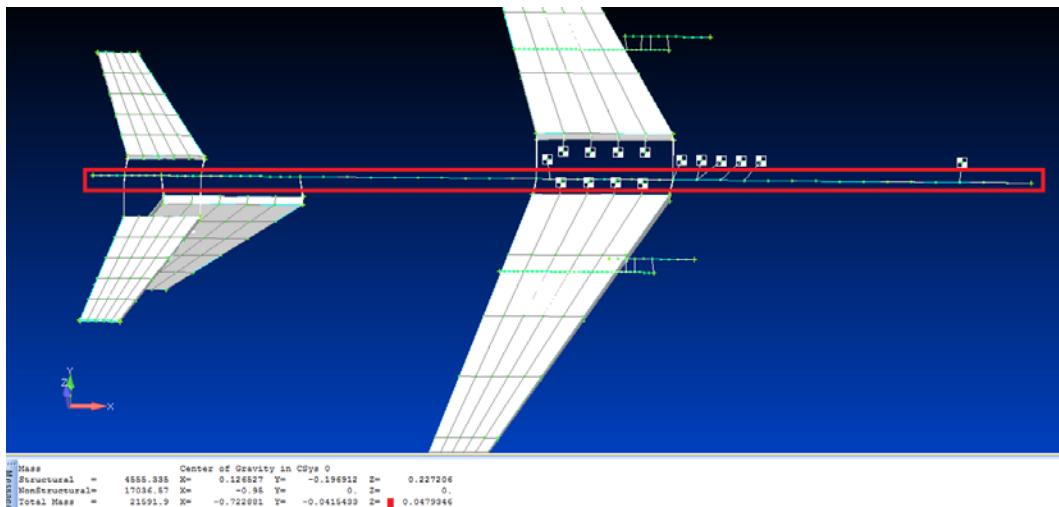


Figura 4.13e - Determinação da massa da fuselagem (sem empenagem vertical).

Para cada cálculo da massa apresentado nas Figuras 4.13 a,b,c,d,e, foi obtido um valor de massa e um valor do centro de gravidade. Estes valores foram plotados em um gráfico apresentado na Figura 4.14. A massa total da fuselagem já foi definida como 24828 Kg. A determinação do centro de gravidade foi feita graficamente, ao procurar na Figura 4.14 qual centro de gravidade corresponde a massa de 24828Kg. O valor obtido foi de -0,38 m.

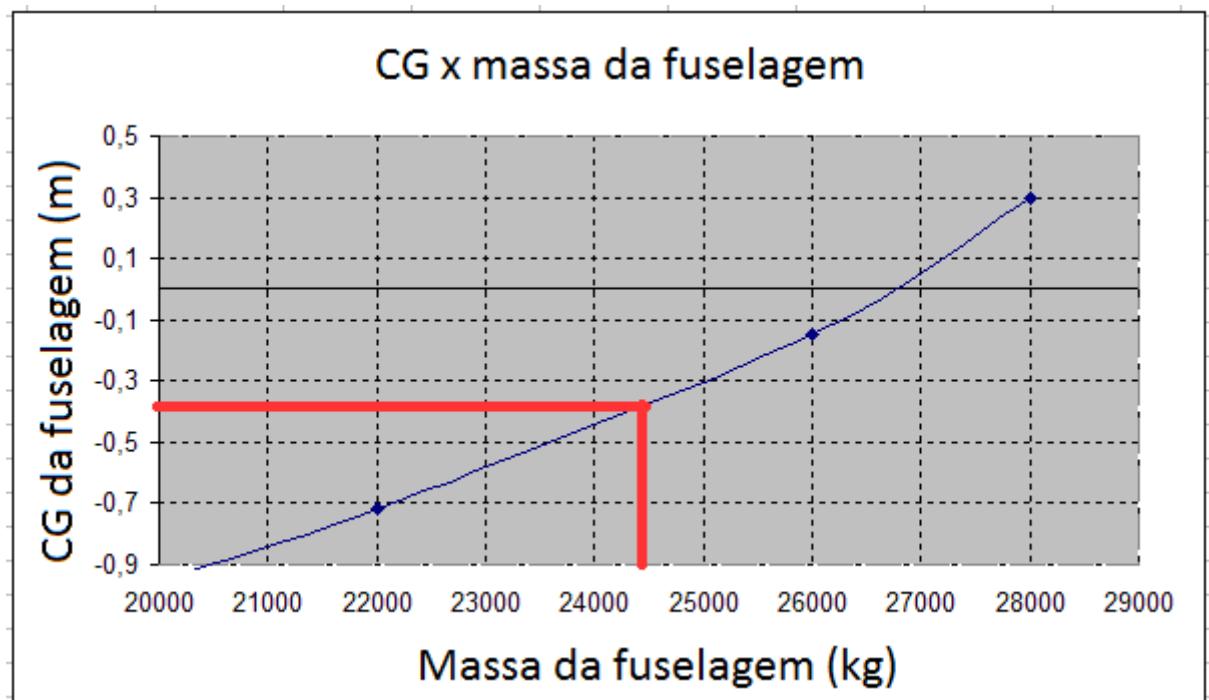


Figura 4.14- Determinação do centro de gravidade da fuselagem.

Os valores das inércias de massa da fuselagem foram definidos com o software FEMAP®, de forma semelhante ao centro de gravidade. Os valores da massa, centro de gravidade e inércias de massa da fuselagem são apresentados na Tabela 4.15.

Tabela 4.15 –Massa, CG e inércias de massa da fuselagem

Massa (Kg)	24628
Posição do cg (m)	-0,38
I _{xx} (Kg*m ⁴)	1973300
I _{yy} (Kg*m ⁴)	6719,2
I _{zz} (Kg*m ⁴)	1968500

4.3.6) Cálculo da massa e inércia totais do avião

Os valores finais de massa total do avião e inércias de massa obtidos no AEROFLEX são apresentados na Tabela 4.16, e os valores apresentados em (DA SILVA, 2012) também são apresentados nesta tabela para comparação.

Tabela 4.16 – Comparaçao entre os valores de massa total e inércia obtidos

	Valor obtido	<i>Avião NFLS (DA SILVA, 2010)</i>	Erro porcentual (%)
Massa (Kg)	45000	<i>45000</i>	0
I_{xx} (I_{yy}) (Kg^*m^4)	$2,38*10^6$	<i>$2,53*10^6$</i>	5,9
I_{yy} (I_{xx}) (Kg^*m^4)	$0,488*10^6$	<i>$0,554*10^6$</i>	11,9
I_{zz} (Kg^*m^4)	$2,79*10^6$	<i>$3,01*10^6$</i>	7,3
I_{yz} (I_{xz}) (Kg^*m^4)	$0,44*10^5$	<i>$-1,06*10^5$</i>	-56,0

Deve ser lembrado que o eixo x na metodologia NFLS corresponde ao eixo y na metodologia NFNS, e vice-versa. Portanto a inércia I_{xx} da metodologia NFNS corresponde a inércia I_{yy} na metodologia NFNS. Esta primeira inércia é a inércia de arfagem. Por este motivo a primeira coluna da Tabela 4-16 refere-se a parâmetros como I_{xx} (I_{yy}).

O mesmo é válido para a inércia de rolamento (terceira linha da Tabela 4.16). I_{yy} na metodologia NFNS corresponde a I_{xx} na metodologia NFLS. E o produto de inércia I_{yz} na metodologia NFNS corresponde a I_{xz} na metodologia NFLS.

Ao comparar-se os resultados da Tabela 4.16, percebe-se que as inércias de arfagem e guinada e rolamento apresentam um desvio porcentual da ordem de 10%, que, a primeiro

momento, pode ser considerado como uma diferença não significativa. Com o intuito de quantificar o efeito destas diferenças na dinâmica de vôo do avião, foram feitas simulações no avião NFLS (DA SILVA, 2012), com os valores de inércia obtidos nesta referência e com os valores de inércia obtidos aqui. As Figuras 4.15 e 4.16 mostram a resposta do avião modelado em (DA SILVA, 2012) a doublets de profundor e aileron, respectivamente. Na figura 4.15 são apresentados gráficos da deflexão de profundor δp , taxa de arfagem q , altitude H e velocidade V . Na Figura 4.16 são apresentados gráficos da deflexão de aileron δa , taxa de guinada r , taxa de rolamento p e ângulo de rolamento ϕ . As curvas pretas (referencia) mostram os resultados obtidos com as inércias definidas em (DA SILVA, 2012) e as curvas vermelhas (calculado) mostram os resultados obtidos com as inércias calculadas aqui. Pode-se ver que as diferenças nas inércias não causaram efeito na resposta do avião a comandos de profundor, mas afetaram um pouco a dinâmica lateral do avião. Pode-se notar, na Figura 4.16, uma diferença de 1 deg no ângulo de rolamento máximo após doublet de aileron. Isto ocorreu devido a diminuição na inércia de rolamento. O avião com menor inércia de rolamento apresentou maior rolamento, como era esperado.

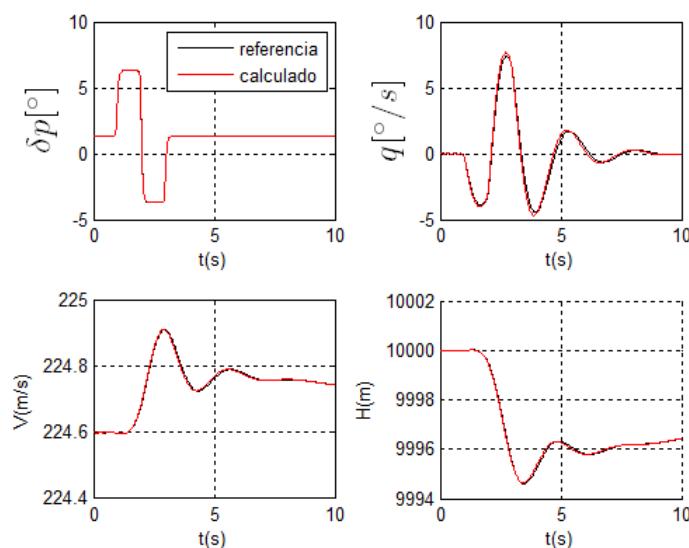


Figura 4.15 – Análise do efeito das inércias na resposta ao doublet de profundor.

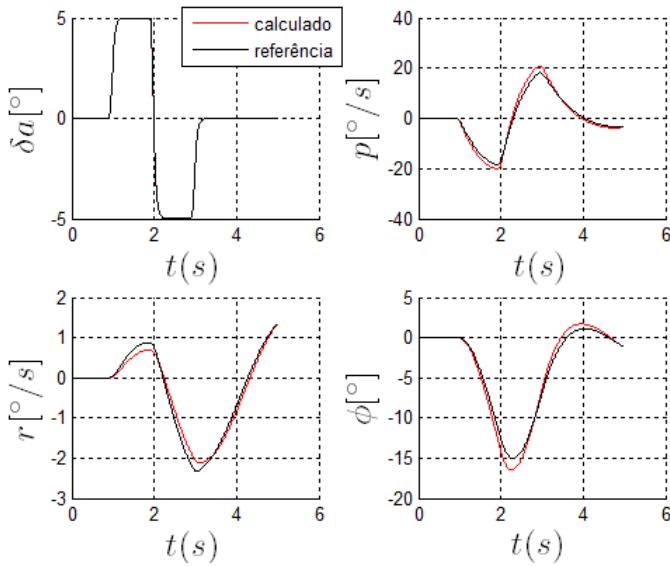


Figura 4.16 – Análise do efeito das inéncias na resposta ao doublet de aileron.

Ainda na Tabela 4.16, a diferença de sinal entre os produtos de inércia I_{yz} (I_{xz}) ocorre devido a orientação do eixo z ser diferente nas metodologias NFLS (para baixo) e NFNS (para cima). O desvio porcentual calculado foi de 56 %. De acordo com (ROSKAM, 1994), um menor produto de inércia poderia causar um dutch-roll mais amortecido, mas após simulações feitas no avião modelado em (DA SILVA, 2012), não se notou um efeito significativo do produto de inércia na estabilidade e controlabilidade do avião. Este resultado pode ser visto na Figura 4.16.

Até este ponto a geometria do avião e suas propriedades de massa, inércia e CG já foram modeladas. Ainda falta implementar o modelo aerodinâmico e estrutural do avião. Isto é visto nos próximos capítulos.

5. Modelagem Aerodinâmica do avião NFNS

A diferença do modelo aerodinâmico usado nas metodologias NFLS e NFNS está no fato da metodologia NFLS dividir os carregamentos aerodinâmicos em duas partes:

- Uma parte que lida com o carregamento aerodinâmico quase estacionário, de corpo rígido, descrito pelas Equações 5.1, e pelas derivadas de estabilidade e de controle apresentadas nas Tabelas 5.2a, 5.2b. Estes carregamentos estacionários representam as forças e momentos resultantes em torno do centro de gravidade do avião;
- Outra parte que lida com o carregamento aerodinâmico incremental, calculado após integração das forças incrementais atuantes ao longo de todos os painéis que definem a asa e empenagens (DA SILVA, 2012).

Na metodologia NFNS, não há esta divisão entre carregamento “quase estacionário” e carregamento incremental. Além disso, todo o carregamento aerodinâmico precisa ser particionado entre a asa e empenagens, e distribuído ao longo destas superfícies.

Como já foi falado em outros capítulos, o foco desta tese está na modelagem do avião com a metodologia NFNS, e na análise e verificação da dinâmica de vôo deste avião. Nestes estudos iniciais, não houve a preocupação de se analisar a dinâmica estrutural/ resposta aeroelástica do avião. Por este motivo, a modelagem aerodinâmica apresentada nesta tese consistiu em distribuir os esforços aerodinâmicos estacionários definidos em (DA SILVA, 2012) ao longo da envergadura da asa e empenagens, de forma que este carregamento distribuído seja equivalente ao carregamento aerodinâmico ESTACIONÁRIO definido naquela referência. O Carregamento aerodinâmico incremental definido em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), (DA SILVA, 2012) não foi considerado nesta tese. É importante também

distribuir o carregamento aerodinâmico incremental ao longo das asas e empenagens. Isto será feito em versões posteriores do avião NFNS.

Antes de se começar a modelagem, deve ser visto o modelo aerodinâmico estacionário, de corpo rígido em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010). Este modelo aerodinâmico de corpo rígido é resumido pelas Equações 5.1¹, e pelas Tabelas 5.1 e 5.2. As Equações 5.1 apresentam as forças e momentos aerodinâmicos definidos em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), mas considerando-se apenas aerodinâmica quase-estacionária. E as Tabelas 5.1 e 5.2 apresentam os perfis aerodinâmicos usados e os valores das derivadas de estabilidade e de controle.

$$\begin{aligned}\bar{L} &= \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left[C_{Lo} + C_{L\alpha} \alpha + \frac{\bar{C}_w}{2V_\infty} (C_{Lq} q + C_{L\dot{\alpha}} \dot{\alpha}) + C_{L\delta pi} \delta_{pi} + C_{L\delta po} \delta_{po} + C_{L\delta aa_i} \delta_{aa_i} + C_{L\delta aao} \delta_{aao} + C_{L\delta asi} \delta_{asi} + C_{L\delta aso} \delta_{aso} \right] \\ \bar{D} &= \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left[C_{Do} + C_{D\alpha} \alpha + \frac{\bar{C}_w}{2V_\infty} C_{Dq} q + C_{D\dot{\beta}} \dot{\beta} + C_{D\delta pi} \delta_{pi} + C_{D\delta po} \delta_{po} + C_{D\delta aa_i} \delta_{aa_i} + C_{D\delta aao} \delta_{aao} + C_{D\delta asi} \delta_{asi} + C_{D\delta aso} \delta_{aso} \right] \\ \bar{Y} &= \frac{1}{2} \rho V^2 S_w \left[C_{Yp} \beta + \frac{\bar{b}_w}{2V_\infty} (C_{Yp} p + C_{Yr} r + C_{Y\dot{\beta}} \dot{\beta}) + C_{Y\delta ll} \delta_{ii} + C_{Y\delta lu} \delta_{lu} + C_{Y\delta aa_i} \delta_{aa_i} + C_{Y\delta aao} \delta_{aao} \right] \\ \bar{L}_r &= \frac{1}{2} \rho V^2 S_w b_w \left[C_{l\beta} \beta + \frac{\bar{b}_w}{2V_\infty} (C_{lp} p + C_{lr} r + C_{l\dot{\beta}} \dot{\beta}) + C_{l\delta ll} \delta_{ii} + C_{l\delta lu} \delta_{lu} + C_{l\delta aa_i} \delta_{aa_i} + C_{l\delta aao} \delta_{aao} \right] \\ \bar{M} &= \frac{1}{2} \rho V^2 S_w c_w \left[C_{mo} + C_{m\alpha} \alpha + \frac{c_w}{2V_\infty} (C_{mq} q + C_{m\dot{\alpha}} \dot{\alpha}) + C_{m\delta pi} \delta_{pi} + C_{m\delta po} \delta_{po} + C_{m\delta aa_i} \delta_{aa_i} + C_{m\delta aao} \delta_{aao} + C_{m\delta asi} \delta_{asi} + C_{m\delta aso} \delta_{aso} \right] \\ \bar{N} &= \frac{1}{2} \rho V^2 S_w b_w \left[C_{n\beta} \beta + \frac{\bar{b}_w}{2V_\infty} (C_{np} p + C_{nr} r + C_{n\dot{\beta}} \dot{\beta}) + C_{n\delta ll} \delta_{ii} + C_{n\delta lu} \delta_{lu} + C_{n\delta aa_i} \delta_{aa_i} + C_{n\delta aao} \delta_{aao} \right]\end{aligned}$$

Eq. 5.1

Tabela 5.1 – Perfis aerodinâmicos usados em (DA SILVA, 2010)

Superfície	Perfil do aerofólio
Asa	NACA 2412
Empenagem horizontal	NACA 0010
Empenagem vertical	NACA 0010

¹ Note que nas Equações 5.1, CL_0 corresponde ao valor de CL para ângulo de ataque nulo e Cm_0 corresponde ao Cm para ângulo de ataque nulo. Na literatura Cm_0 é definido como o valor de Cm para a condição na qual não há sustentação (zero-lift). Para manter coerência com as Equações 5.1, a partir deste ponto, Cm_0 corresponde ao Cm para ângulo de ataque nulo.

Tabela 5.2a – Derivadas de estabilidade definidas em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010)

	0	α	$\dot{\alpha}$	β	$\dot{\beta}$	p	q	r
C_L	0.382	6.29	4.04	0	0	0	14.6	0
C_D	0.0252	0.201	0	0	0	0	0.281	0
C_Y	0	0	0	-0.785	0.0214	-0.0794	0	0.572
C_l	0	0	0	-0.121	0.0035	-0.522	0	0.254
C_m	0.0622	-3.63	-16.5	0	0	0	-45.5	0
C_n	0	0	0	0.174	0.0098	-0.0587	0	-0.277

Tabela 5.2b- Derivadas de Controle definidas em em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010)

	δ_{pi}	δ_{po}	δ_{asi}	δ_{aso}	δ_{aa1}	δ_{ao}	δ_{ll}	δ_{lu}
C_L	0.292	0.0971	0.3676	0.131	0	0	0	0
C_D	0.0095	0.0031	0.0116	0.0061	0	0	0	0
C_Y	0	0	0	0	0.0085	0.000875	-0.224	-0.079
C_l	0	0	0	0	-0.127	-0.0465	-0.0286	-0.0178
C_m	-1.2	-0.398	-0.3435	-0.145	0	0	0	0
C_n	0	0	0	0	0.0059	0.003	0.114	0.0454

As derivadas de estabilidade e de controle apresentadas nas Tabelas 5.2a,b foram obtidas com o uso do software AAA®, cujo método de cálculo é descrito em (ROSKAM, 1997) e a distribuição das forças e momentos aerodinâmicos ao longo da envergadura foi obtida, com o uso do software Tornado (MELIN, 2000), (REDHAMMER CONSULTING LTD, 2012).

Modelo Aerodinâmico – metodologia NFNS

O modelo aerodinâmico implementado no programa AEROFLEX, que usa a metodologia NFNS, considera as forças e momentos aerodinâmicos atuantes em cada nó (representativo de cada seção aerodinâmica). Uma vez definidas estas forças e momentos nos nós, o próprio código AEROFLEX integra todas as forças e momentos ao longo da envergadura da asa e empenagens, e calcula os esforços resultantes atuantes no avião.

O programa AEROFLEX permite a consideração de quatro modelos aerodinâmicos diferentes, usados para se calcular as cargas aerodinâmicas. O primeiro é um modelo estacionário, o segundo é um modelo quase estacionário e só considera a parte circulatória da sustentação (HADDADPOUR; FIROUZ-ABADI, 2006), o terceiro também é quase estacionário e considera também a massa aparente (HADDADPOUR; FIROUZ-ABADI, 2006), e o quarto é um modelo não estacionário que considera os efeitos da esteira. (PETERS; JOHNSON, 1994), (SHEARER, 2006), (PETERS; KARUNAMOORTH; CAO, 1995), (PETERS, HSIEH, 2006).

O equacionamento aerodinâmico usado nesta tese considera o segundo modelo (HADDADPOUR; FIROUZ-ABADI, 2006), (RIBEIRO, 2011).

A consideração de termos de atraso devido à esteira é importante, mas aumenta muito o tempo de processamento das simulações. Com o intuito de reduzir o tempo de processamento, não foram considerados os termos de atraso. Estes termos de atraso serão adicionados em futuras versões do modelo do avião NFNS (avião modelado com a metodologia NFNS).

A Figura 5.1 mostra o sistema de coordenadas do aerofólio na metodologia NFNS e as componentes de velocidade \dot{y} e \dot{z} . O eixo y do sistema de eixos aerodinâmico do perfil, está orientado com a linha de sustentação nula do perfil, o eixo z é perpendicular ao eixo y e

aponta “para baixo” (RIBEIRO, 2011). A forma como são calculadas as componentes de velocidade \dot{y} e \dot{z} é apresentada em (RIBEIRO, 2011), (SU, 2008). Ainda na mesma figura, b representa a metade da corda do perfil, e d representa a distância do ponto onde está localizado o sistema de eixos aerodinâmico do aerofólio até o ponto localizado na metade da corda.

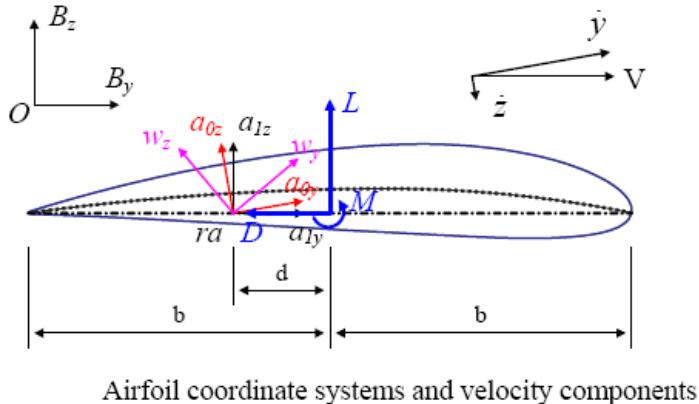


Figura 5.1 – Sistema de coordenadas do aerofólio e componentes da velocidade (SU, 2008)

As Equações 5.2 b,c,d descrevem as forças e momentos atuantes no centro aerodinâmico do aerofólio, que está no quarto de corda do perfil. Deve-se lembrar que os esforços calculados são esforços por unidade de envergadura.

$$V \equiv \dot{y}, \quad b = c/2, \quad d = ab, \quad \alpha_t = \arctan(-\dot{z}/\dot{y}) \quad (\text{Eq.5.2a})$$

$$L = c_{La} \rho b * V^2 (-\dot{z}/V + (b/2 - d) \dot{\alpha}/V) + \rho b \dot{y}^2 c_{L\delta} \delta i \quad (\text{Eq.5.2b})$$

$$M = -0.5 \pi \rho b^3 \dot{y} \dot{\alpha} + 2 \rho b^2 \dot{y}^2 (c_{mo} + c_{m\delta} \delta i) \quad (\text{Eq.5.2c})$$

$$D = -\rho b \dot{y}^2 (c_{D0} + c_{D\delta} \delta i) \quad (\text{Eq.5.2d})$$

$$Mx = M + (d + 0.5b)(L \cos(\alpha_t + \alpha_0) - D \sin(\alpha_t + \alpha_0)) \quad (\text{Eq.5.2e})$$

Na Equação 5.2b, o termo $\dot{z}/\dot{y} \approx \dot{z}/V$ representa o ângulo de ataque local da seção, constituído pela soma do ângulo de ataque estacionário mais o movimento de *unsteady plunging* do aerofólio (SU, 2008). O termo $\dot{\alpha}$ representa a derivada do ângulo de ataque local com relação ao tempo, e o termo $\dot{\delta}$ representa a deflexão da superfície de controle considerada (profundor, aileron ou leme). Em (RIBEIRO, 2011) é apresentada a forma de cálculo de \dot{z} , \dot{y} , e de $\dot{\alpha}$.

A sustentação do perfil aerodinâmico é função do ângulo de ataque local, da derivada do ângulo de ataque e da deflexão da superfície de controle $\dot{\delta}$.

A Equação 5.2c mostra o cálculo do momento no quarto de corda do perfil. Este momento é função de c_{m0} e da deflexão da superfície de controle, onde c_{m0} é o momento de arfagem do perfil para a condição de ângulo de ataque nulo.

A Equação 5.2 d apresenta a força de arrasto atuante no perfil aerodinâmico. Da mesma forma como em (RIBEIRO, 2011), aqui é considerado que o arrasto não sofre variação com o ângulo de ataque. Esta consideração é explicada nos próximos itens.

Como foi falado no capítulo 4, as vigas representativas da asa e empenagens estão localizadas na metade da corda. Então, as forças e momentos calculados no quarto de corda tiveram que ser deslocados para a metade da corda. Isto foi feito com a Equação 5.2e. O momento na metade da corda é a soma do momento calculado no quarto de corda mais o produto da força de sustentação pela distância do quarto de corda até a metade da corda.

Uma vez que as equações das forças e momentos já são conhecidas, a modelagem aerodinâmica estará concluída quando os valores dos coeficientes $c_{L\alpha}, c_{m0}, c_{L\delta}, c_{m\delta}$ para cada seção ao longo da envergadura da asa, e empenagens for conhecida. Aqui as derivadas de estabilidade e de controle são representadas com letras minúsculas para enfatizar que estão

sendo modelados dados do perfil aerodinâmico, e não do avião todo (como é feito na metodologia NFLS).

Os coeficientes $c_{L\delta}, c_{m\delta}$, são as derivadas de controle, e o índice i representa as superfícies de controle i=a,p,l: onde a=aileron, p=profundor e l=leme.

Na metodologia NFLS, os coeficientes aerodinâmicos considerados são coeficientes totais das forças e momentos resultantes no avião.

Na metodologia NFNS os coeficientes são distribuídos ao longo da envergadura. Então a distribuição dos coeficientes ao longo da envergadura deve ser definida, e os coeficientes resultantes de uma integração ao longo da envergadura devem ser conhecidos também. Estes **coeficientes resultantes** devem ser equivalentes aos coeficientes totais descritos nas Tabelas 5.2a e 5.2b, isto é, devem produzir os mesmos efeitos de força e momento atuantes no avião modelado com a metodologia NFLS.

As Equações 5.2b e 5.2.c consideram aerodinâmica quase-estacionária e são definidas com base no método das faixas bi-dimensionais (RIBEIRO, 2011).

Foi considerado teoria das faixas quase-estacionária para que os efeitos da dinâmica estrutural não linear na dinâmica de vôo fossem melhor visualizados e para que se tornasse mais claro o efeito da alta flexibilidade estrutural na dinâmica de vôo. Efeitos da esteira poderiam mascarar ou amplificar efeitos das deformações estruturais. Em estudos futuros será considerado também os efeitos dos termos de atraso nos esforços aerodinâmicos, e também a distribuição do carregamento aerodinâmico incremental definido em (DA SILVA, 2012).

5.1) Derivadas de estabilidade

Este item apresenta o cálculo da distribuição das derivadas de estabilidade $CL\alpha$, C_{D0} , $Cm\alpha$, $Cy\beta$, Cm_0 ao longo das asas e das empenagens.

Nas Equações 5.2b,c,d,e, as derivadas de estabilidade e de controle foram definidas com letras minúsculas para enfatizar que estes coeficientes diziam respeito aos valores calculados para o perfil aerodinâmico, e não para o avião todo.

Como neste item e nos próximos serão calculados os coeficientes de força e momento resultantes no avião, e também para manter nomenclatura similar a usada em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010) para os coeficientes aerodinâmicos de corpo rígido, a partir deste item, todas as derivadas de estabilidade e de controle calculadas passam a ser representadas por letras iniciais maiúsculas.

5.1.1) Derivada de estabilidade $CL\alpha$

Os próximos itens apresentam o cálculo de $CL\alpha$ para a asa e empenagem horizontal e depois para a empenagem vertical.

5.1.1.1) Asa e Empenagem Horizontal

Os valores de $CL\alpha$ modelados em cada seção da asa e da empenagem horizontal devem fornecer valor total igual a 6,29 após integração ao longo da envergadura da asa e empenagem, ou seja, o $CL\alpha$ total do avião deve ser igual a 6,29 (Tabela 5.2a). E também

após integração os coeficientes **C_{mα}**, **C_{Lo}**, **C_{mo}** devem ter os valores -3,53, 0,382 e 0,0622, respectivamente.

No avião modelado em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), a distribuição das forças aerodinâmicas ao longo da envergadura foi obtida com o uso do software Tornado (MELIN, 2000), que usa método dos painéis. Este software foi usado nesta tese para se obter a distribuição dos coeficientes aerodinâmicos ao longo da envergadura da asa e da empennagem horizontal. As Figuras 5.2 e 5.3a, 5.3b apresentam o avião modelado no software Tornado (MELIN, 2000), e a distribuição de sustentação ao longo da envergadura da asa e da empennagem horizontal respectivamente.

Foi notado que ao se integrar a distribuição de $CL\alpha$ da asa e empennagem horizontal apresentados nas Figuras 5.3a e 5.3b, não se obtém os mesmos valores de **CL_a**, **C_{mα}**, **C_{Lo}**, **C_{mo}** apresentados na Tabela 5.2a. Então torna-se necessário fazer ajustes nestas curvas, de forma a se obter os mesmos valores de **CL_a**, **C_{mα}**, **C_{Lo}**, **C_{mo}** do avião todo, citados na Tabela 5.2.

O ajuste possível de ser feito está no valor médio da distribuição de **CL_a**. Com isso, o que se requer é calcular a distribuição de $CL\alpha$ ao longo da envergadura da asa e da empennagem horizontal, e fazer os ajustes necessários nos valores médios destas distribuições, de forma que sejam obtidos os mesmos valores numéricos citados na Tabela 5.2a e repetidos neste item.

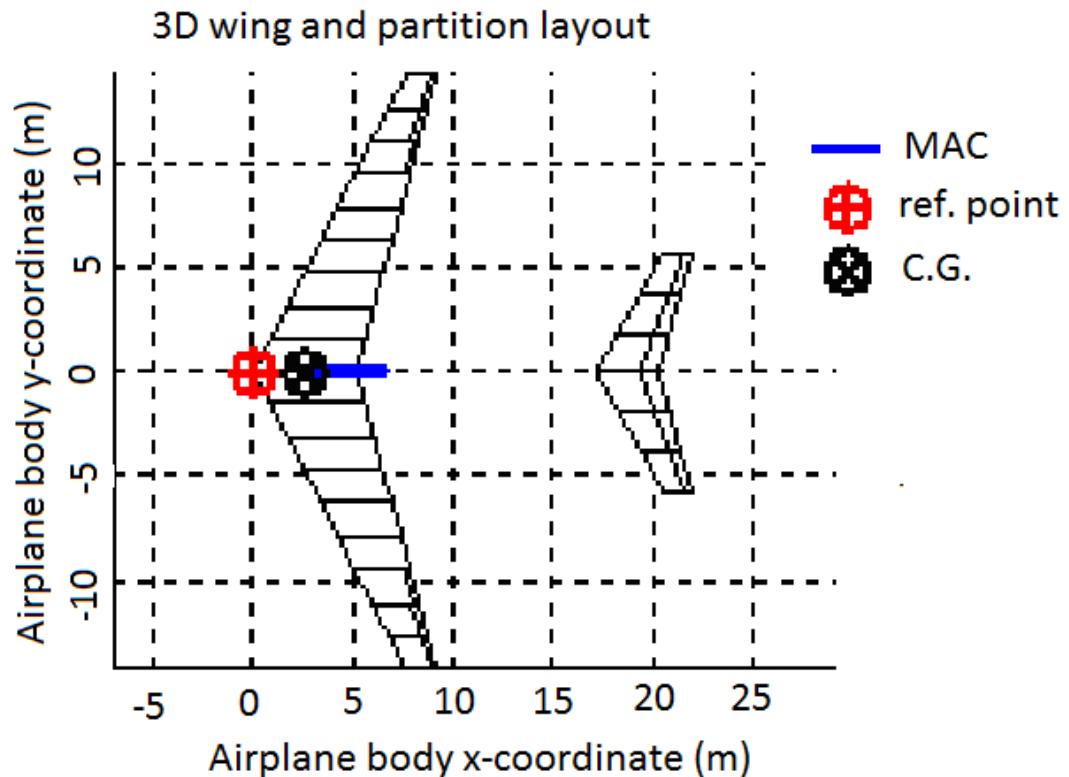


Figura 5.2 – Avião NFNS modelado no Tornado

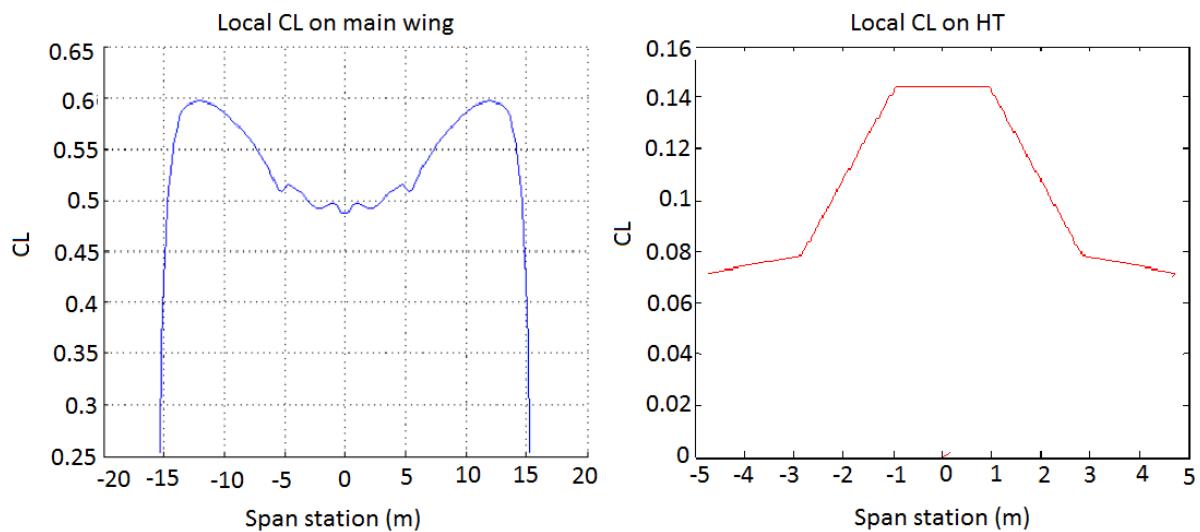


Figura 5.3 a) Distribuição de CL na asa b) Distribuição de CL na empenagem horizontal.

A distribuição apresentada pelo Tornado é do coeficiente CL e não da derivada de estabilidade $CL\alpha$. Para que fosse possível a determinação da distribuição de $CL\alpha$ ao longo da

envergadura, foi feita a suposição de que o ângulo de ataque é constante ao longo da envergadura. Do conhecimento prévio de aerodinâmica de asa e fuselagem e de mecânica de vôo, sabe-se que o ângulo de ataque próximo a junção asa-fuselagem pode até dobrar de valor (ETKIN, 1996), mas esta suposição foi feita com o fim de simplificação dos cálculos, e com a idéia de aplicar o mesmo formato das curvas das Figuras 5.3a e 5.3b para a distribuição de $CL\alpha$ ao longo da asa e empenagem horizontal.

Uma vez conhecida a distribuição de $CL\alpha$ ao longo da asa e da empenagem, deve ser determinado os valores médios de $CL\alpha$ na asa e na empenagem de forma a ser obtido os mesmos valores dos coeficientes totais **$CL\alpha$** , **$Cm\alpha$** , **CL_0** , **Cm_0** após integração numérica destes coeficientes ao longo da envergadura.

O seguinte exemplo visa esclarecer melhor o conceito de $CL\alpha$ médio:

Se selecionarmos a posição da envergadura $y=5m$ na asa, a razão entre o $CL\alpha$ da seção nesta posição e o $CL\alpha$ médio da asa será igual a razão entre o CL desta seção da asa (fornecido pelo Tornado) e o CL médio da asa, fornecido pelo Tornado também.

$$\frac{C_{L\alpha}(\text{local})}{C_{L\alpha}(\text{médio})} = \frac{C_L(\text{local_Tornado})}{C_L(\text{médio_Tornado})} \Rightarrow C_{L\alpha}(\text{local}) = C_{L\alpha}(\text{médio}) * \left(\frac{C_L(\text{local_Tornado})}{C_L(\text{médio_Tornado})} \right)$$

(eq.5.3)

Na equação 5.3, os valores fornecidos pelo software Tornado já são conhecidos (vide Figura 5.3a, 5.3b). **A determinação do $CL\alpha$ local em determinada seção será possível se for conhecido o valor de $CL\alpha$ (médio), que é o $CL\alpha$ total da asa.**

Para se determinar o $CL\alpha$ total, **o autor implementou** uma rotina numérica de otimização para se integrar a distribuição de $CL\alpha$ ao longo da envergadura da asa e da empenagem, e para se calcular também os coeficientes **$Cm\alpha$** , **CL_0** , **Cm_0** . Esta rotina de

integração e otimização procura o $CL\alpha$ total na asa e empenagem, de forma a se obter os mesmos coeficientes totais apresentados na Tabela 5.2a.

Rotina de integração e otimização

O cálculo dos coeficientes $CL\alpha$, $Cm\alpha$, CL_0 e Cm_0 foi feito em quatro etapas:

- 1) Cálculo do $CL\alpha$ e $Cm\alpha$ da asa e cálculo do $CL\alpha$ e $Cm\alpha$ da empenagem horizontal;
- 2) Soma destes valores para se obter o $CL\alpha$, $Cm\alpha$ total do avião;
- 3) Cálculo de CL_0 e Cm_0 : Este cálculo é feito com o uso dos valores de $CL\alpha$ e $Cm\alpha$ da asa e da empenagem horizontal, e com a consideração de que o ângulo de ataque local na asa é zero, e que o ângulo de ataque na empenagem é igual ao downwash.
- 4) Soma dos valores de CL_0 e Cm_0 da asa e da empenagem horizontal para se obter os coeficientes CL_0, Cm_0 do avião todo.

A Figura 5.4 mostra a representação da asa e da empenagem divididas em diferentes painéis, chamados de painéis 1,2 e 3 (da asa) e painéis 4 e 5 (da empenagem horizontal). Esta figura é apresentada para explicar o procedimento de cálculo¹.

¹ Deve ser lembrado que a asa possui 5 elementos e a empenagem horizontal possui dois elementos. Na Figura 5.4 são mostrados menos elementos na asa para simplificar a explicação.

$$\begin{aligned} S_{asa} &= 95 \text{ m}^2, cma_{asa} = 3.67 \text{ m} \\ S_{ht} &= 26 \text{ m}^2, cma_{ht} = 2.43 \text{ m} \end{aligned}$$

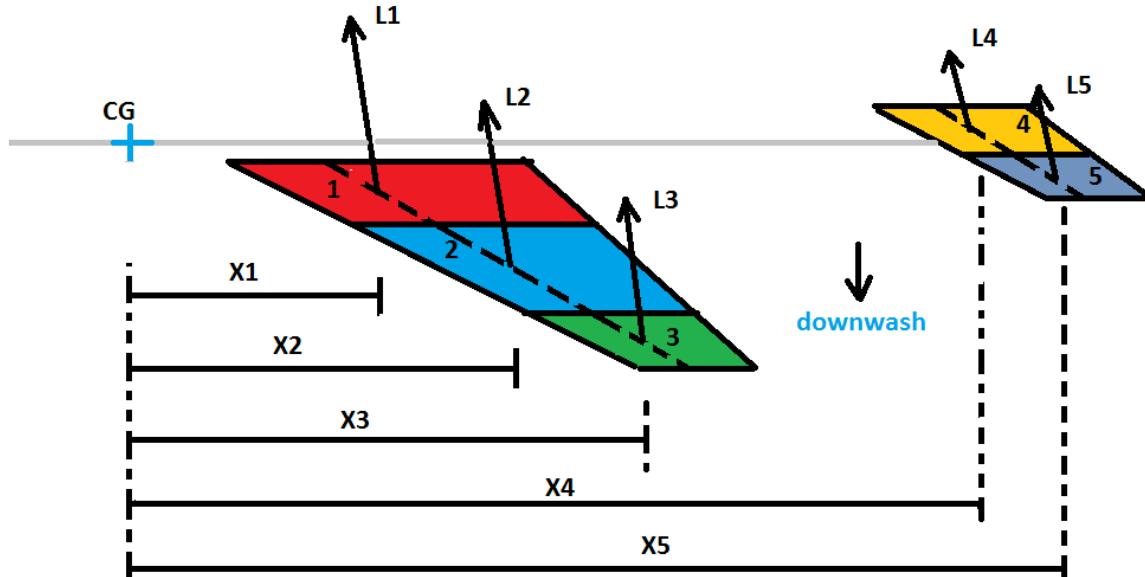


Figura 5.4 – Cálculo dos coeficientes $CL\alpha$, $Cm\alpha$

O painel 1 (vermelho) tem área A_1 , e está sujeito a força L_1 . A força L_1 está aplicada no quarto de corda, e na metade da envergadura do painel 1. E o ponto de aplicação da força L_1 está a uma distância X_1 do centro de gravidade do avião. O produto da força L_1 pela distância X_1 fornece o momento de arfagem em torno do centro de gravidade (causado pela força no painel 1). Considerações similares podem ser feitas para todos os outros painéis. Por exemplo: O painel 2 (azul) tem área A_2 , e está sujeito a força L_2 . A força L_2 está aplicada no quarto de corda, e na metade da envergadura do painel 2. E o ponto de aplicação da força L_2 está a uma distância X_2 do centro de gravidade do avião. O produto da força L_2 pela distância X_2 fornece o momento de arfagem em torno do centro de gravidade (causado pela força no painel 2).

Em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), os coeficientes aerodinâmicos e as derivadas de estabilidade são adimensionalizadas com relação a área de referência da asa (95 m^2) e também com relação a corda média aerodinâmica da asa (3,67 m), no caso do coeficiente de momento de arfagem.

A força de sustentação L_1 é igual ao produto da pressão dinâmica pela área do painel 1 pela derivada de estabilidade $CL\alpha_1$ do painel 1 pelo ângulo de ataque no painel 1.

A força de sustentação total na asa é igual a soma das forças de todos os painéis da asa (1,2 e 3, na asa esquerda e direita). E o coeficiente de sustentação da asa é igual a soma de todas as forças dividida pela pressão dinâmica e pela área total da asa: ($95m^2$). A derivada de estabilidade total $CL\alpha$ da asa é igual ao coeficiente de sustentação CL_{asa} dividido pelo ângulo de ataque na asa. Vide Equação 5.4.

$$\begin{aligned} L_{asa} &= 2(L_1 + L_2 + L_3) = \frac{1}{2} \rho V^2 2(CL\alpha_1 A_1 + CL\alpha_2 A_2 + CL\alpha_3 A_3) \alpha \Rightarrow \\ CL_{asa} &= \frac{L_{asa}}{1/2 \rho V^2 S_{asa}} = \frac{2(CL\alpha_1 A_1 + CL\alpha_2 A_2 + CL\alpha_3 A_3) \alpha}{S_{asa}} \Rightarrow \\ CL\alpha_{asa} &= \frac{CL_{asa}}{\alpha} = \frac{2(CL\alpha_1 A_1 + CL\alpha_2 A_2 + CL\alpha_3 A_3)}{95} \end{aligned} \quad (\text{eq 5.4})$$

O mesmo procedimento é usado para o cálculo da sustentação da empenagem horizontal. A força de sustentação L_4 é igual ao produto da pressão dinâmica pela área do painel 4 pelo coeficiente $CL\alpha_4$ do painel 4 pelo ângulo de ataque no painel 4.

A força de sustentação total na empenagem horizontal é igual a soma das forças de todos os painéis da empenagem horizontal (4 e 5, na empenagem esquerda e direita). E o coeficiente de sustentação da empenagem horizontal é igual a soma de todas as forças dividida pela pressão dinâmica e pela área total da empenagem horizontal: ($26m^2$). A derivada de estabilidade total $CL\alpha$ da empenagem horizontal é igual ao coeficiente de sustentação CL_{ht} dividido pelo ângulo de ataque local na empenagem horizontal. Vide Equação 5.5.

$$\begin{aligned} L_{ht} &= 2(L_4 + L_5) = \frac{1}{2} \rho V^2 2(CL\alpha_4 A_4 + CL\alpha_5 A_5) \alpha_{ht} \Rightarrow \\ CL_{ht} &= \frac{L_{ht}}{1/2 \rho V^2 S_{ht}} = \frac{2(CL\alpha_4 A_4 + CL\alpha_5 A_5) \alpha_{ht}}{S_{ht}} \Rightarrow \\ CL\alpha_{ht} &= \frac{CL_{ht}}{\alpha_{ht}} = \frac{2(CL\alpha_4 A_4 + CL\alpha_5 A_5)}{26} \end{aligned} \quad (\text{eq. 5.5})$$

C_m_a

O cálculo dos coeficientes de momento de arfagem da asa e da empenagem horizontal é feito de forma semelhante, mas antes de se fazer o cálculo de C_m_a, deve-se lembrar que o momento de arfagem é igual ao produto da força de sustentação pela distância do ponto de aplicação da força até o centro de gravidade e que a expressão do momento de arfagem comumente usada na disciplina de dinâmica de vôo, e usada também em (DA SILVA, 2012) é igual a:

$$M = \frac{1}{2} \rho V^2 S \bar{c} Cm_a \alpha \quad (\text{eq. 5.6})$$

O coeficiente de momento de arfagem (total do avião) é obtido pela divisão do momento de arfagem pela área da asa, pressão dinâmica e corda média aerodinâmica. Com estas considerações, obtém-se as seguintes expressões para os coeficientes C_m_a da asa e da empenagem horizontal (Equações 5.7a e 5.7b):

$$\begin{aligned} M_{asa} &= 2(L_1x_1 + L_2x_2 + L_3x_3) = \frac{1}{2} \rho V^2 2(CL\alpha_1 A_1 x_1 + CL\alpha_2 A_2 x_2 + CL\alpha_3 A_3 x_3) \alpha \Rightarrow \\ Cm_{asa} &= \frac{M_{asa}}{1/2 \rho V^2 S_{asa} \bar{c}_{asa}} = \frac{2(CL\alpha_1 A_1 x_1 + CL\alpha_2 A_2 x_2 + CL\alpha_3 A_3 x_3) \alpha}{S_{asa} \bar{c}_{asa}} \Rightarrow \quad (\text{eq.5.7a}) \\ Cm_{\alpha_{asa}} &= \frac{Cm_{asa}}{\alpha} = \frac{2(CL\alpha_1 A_1 x_1 + CL\alpha_2 A_2 x_2 + CL\alpha_3 A_3 x_3)}{95 * 3,67} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{ht} &= 2(L_4x_4 + L_5x_5) = \frac{1}{2} \rho V^2 2(CL\alpha_4 A_4 x_4 + CL\alpha_5 A_5 x_5) \alpha_{ht} \Rightarrow \\ Cm_{ht} &= \frac{M_{ht}}{1/2 \rho V^2 S_{ht} \bar{c}_{ht}} = \frac{2(CL\alpha_4 A_4 x_4 + CL\alpha_5 A_5 x_5) \alpha_{ht}}{S_{ht} \bar{c}_{ht}} \Rightarrow \quad (\text{eq.5.7b}) \\ Cm_{\alpha_{ht}} &= \frac{Cm_{ht}}{\alpha_{ht}} = \frac{2(CL\alpha_4 A_4 x_4 + CL\alpha_5 A_5 x_5)}{26 * 2,43} \end{aligned}$$

Uma vez conhecido os valores dos coeficientes CL_a, C_m_a da asa e da empenagem horizontal, é possível calcular os coeficientes CL_a, C_m_a, CLO, Cmo do avião todo. Antes de se prosseguir com os cálculos, deve ser considerada a presença do *downwash* que altera o ângulo de ataque local na empenagem (ETKIN, 1996), (ROSKAM, 1994), (PAMADI, 2004).

O ângulo de ataque local na empennagem é igual a diferença entre o ângulo de ataque da asa e o downwash ε na empennagem horizontal e a incidência da empennagem (PAMADI, 2004), (ROSKAM, 1994):

$$\alpha_{ht} = \alpha_{asa} + i_t - \varepsilon = \alpha_{asa} - \varepsilon \quad (\text{eq.5.8}).$$

O downwash ε é calculado com a Equação 5.9 (ETKIN, 1996):

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \alpha_{asa} \quad (\text{eq.5.9})$$

O cálculo de $CL\alpha$ do avião foi feito com a Equação 5.10 (ETKIN, 1996):

$$CL\alpha = CL\alpha_{asa} + CL\alpha_{ht} \frac{S_{ht}}{S_{asa}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \quad (\text{eq.5.10})$$

A Equação 5.10 soma o $CL\alpha$ da asa e da empennagem, considera a modificação no ângulo de ataque local da empennagem devido ao downwash e adimensionaliza todos os termos com relação a área da asa.

O cálculo do $Cm\alpha$ total é feito com a Equação 5.11:

$$Cm_\alpha = Cm_{\alpha_{asa}} + Cm_{\alpha_{ht}} \frac{S_{ht}}{S_{asa}} \frac{\bar{c}_{ht}}{\bar{c}_{asa}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \quad (\text{eq.5.11})$$

Na Equação 5.11, o $Cm\alpha$ da asa e da empennagem são somados, mas o $Cm\alpha$ da empennagem é multiplicado por $\frac{S_{ht}}{S_{asa}} \frac{\bar{c}_{ht}}{\bar{c}_{asa}}$. Esta multiplicação foi feita para permitir que o valor de Cm_α da empennagem horizontal seja adimensionalizado pela área e pela corda média aerodinâmica da asa, da mesma forma como na Equação 5.6. Esta correção foi feita porque o valor de $Cm_{\alpha_{ht}}$ calculado nas Equações 5.7b usou os valores da corda e da área da empennagem horizontal.

Na Equação 5.11 pode-se ver também um termo usado para se considerar o ângulo de ataque local na empennagem: $\left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)$. Este termo é usado para se considerar a alteração no ângulo de ataque na empennagem devido a presença do *downwash*.

CL₀, Cm₀

De acordo com as equações apresentadas em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), as coeficientes CL₀ e Cm₀, são os valores dos coeficientes CL e Cm quando o ângulo de ataque na asa é zero. Três fatores contribuem para que o CL do avião seja diferente de zero quando o ângulo de ataque for nulo:

- O fato do perfil da asa apresentar arqueamento. O ângulo de ataque para sustentação nula é -2,6 deg. Este valor foi obtido com o software JAVAFOIL (HEPPERLE, 2007);
- A incidência de 3 deg da asa (vide Tabela 4.2);
- O Downwash ε_0 ;

Os valores de CL₀ e Cm₀ foram calculados com as Equações 5.12 e 5.13. Foi feita a multiplicação dos coeficientes CL α e Cm α da asa e empenagem pelos ângulos de ataque na asa e na empenagem. O ângulo de ataque efetivo na asa é a soma da incidência da asa i_{asa} e do ângulo de ataque para sustentação nula (- α_0), e o ângulo de ataque efetivo na empenagem é ε_0 :

$$\begin{aligned} \text{CL}_0 &= \text{CL}\alpha_{\text{asa}}(-\alpha_0 + i_{\text{asa}}) + \text{CL}\alpha_{\text{ht}} \frac{S_{\text{ht}}}{S_{\text{asa}}}(-\varepsilon_0) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{CL}_0 = \text{CL}\alpha_{\text{asa}}(-\alpha_0 + i_{\text{asa}}) + \text{CL}\alpha_{\text{ht}} \frac{26}{95}(-\varepsilon_0) \end{aligned} \quad (\text{eq.5.12})$$

$$\begin{aligned} \text{Cm}_0 &= \text{Cm}\alpha_{\text{asa}}(-\alpha_0 + i_{\text{asa}}) + \text{Cm}\alpha_{\text{ht}} \frac{S_{\text{ht}}}{S_{\text{asa}}} \frac{\bar{c}_{\text{ht}}}{\bar{c}_{\text{asa}}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)(-\varepsilon_0) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \text{Cm}_0 = \text{Cm}\alpha_{\text{asa}}(-\alpha_0 + i_{\text{asa}}) + \text{Cm}\alpha_{\text{ht}} \frac{26}{95} \frac{2.43}{3.67} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)(-\varepsilon_0) \end{aligned} \quad (\text{eq.5.13})$$

onde:

α_0 é o ângulo de ataque da asa com sustentação nula (da asa): -2,6 deg;

ε_0 é o downwash quando $\alpha=0$;

i_{asa} é o ângulo de incidência da asa: 3 deg.

Quando o ângulo de ataque for nulo, o arqueamento e a incidência da asa farão com que haja uma sustentação na asa. O ângulo de ataque efetivo na asa será $-\alpha_0 + i_{asa} = -(-2,6) + 3,0 = 5,6$ deg. Devido ao downwash ε_0 , haverá um ângulo de ataque local na empunhadura.

A rotina de otimização feita usou as Equações 5.10 a 5.13 para os cálculos de $CL\alpha$, $Cm\alpha$, CL_{ht} , Cm_{ht} do avião. Nestas quatro equações pode-se ver que há cinco valores desconhecidos $CL\alpha_{asa}$, $CL\alpha_{ht}$, α_0 , ε_0 , $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$. Para se implementar a otimização, é necessário que uma destas variáveis seja fixa, de forma que haja um sistema de equações determinado com quatro equações e quatro variáveis. Foi feita uma otimização comentada nos próximos itens. A rotina de otimização feita pelo autor usou o comando `fsolve` do MATLAB®. Esta rotina é baseada no método do gradiente.

Otimização com valor de $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ fixado:

Na otimização implementada, o valor de $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ foi estimado com base na geometria do avião e com as informações contidas em (ROSKAM, 1994). Vide Figuras 5.5 e 5.6.

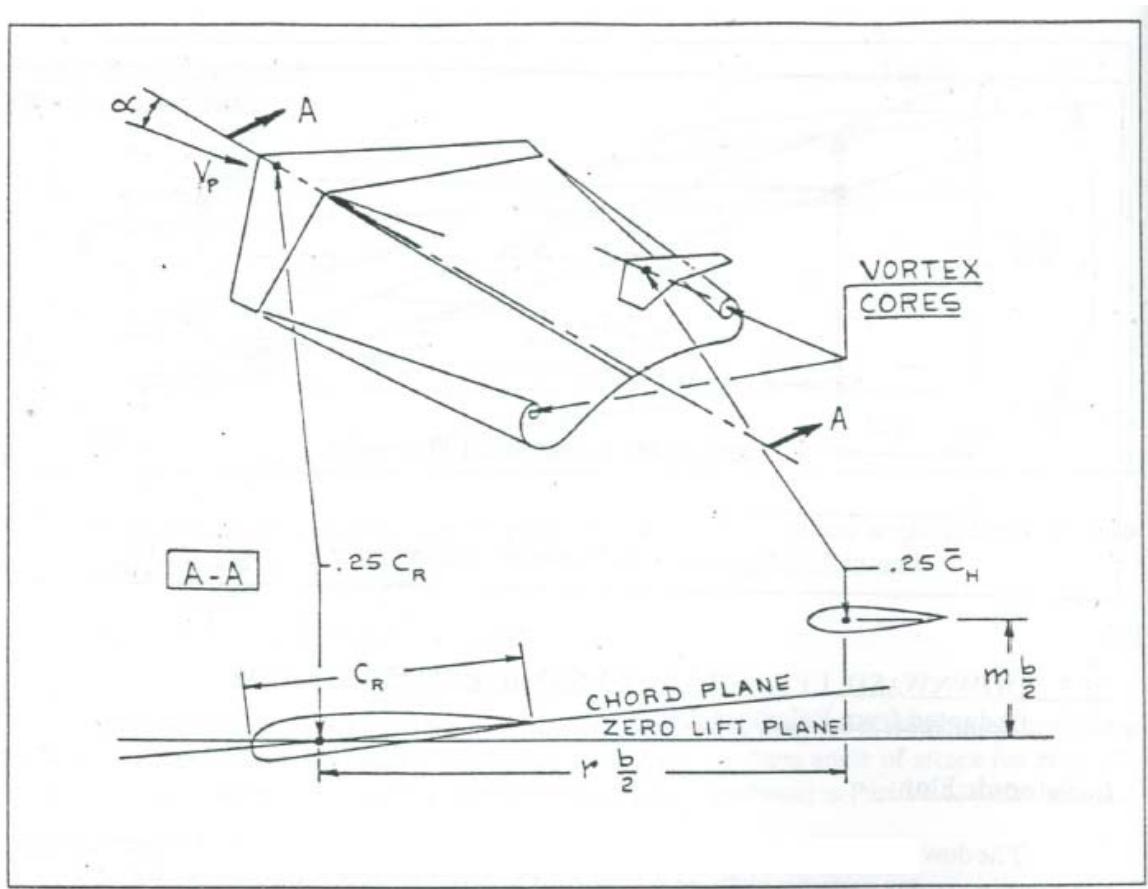
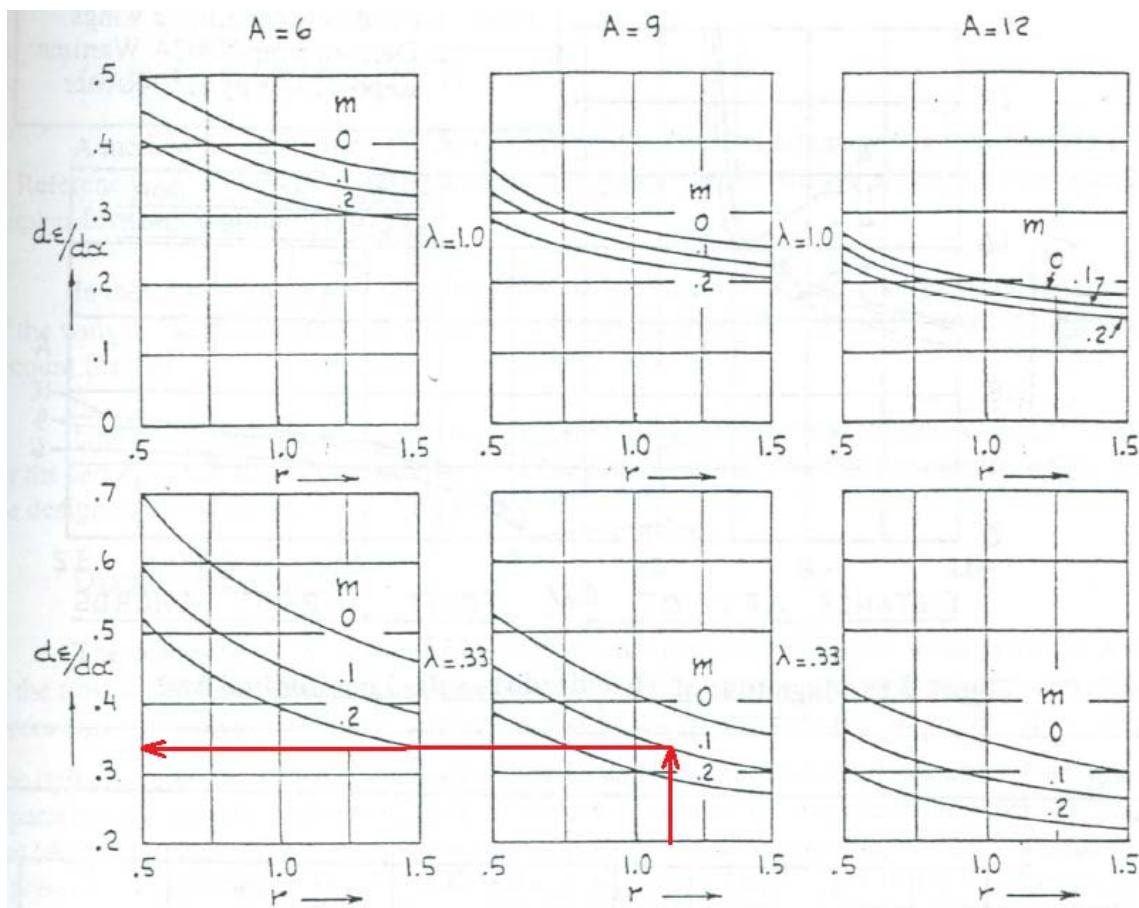


Figura 5.5- Geometria para a determinação do *downwash* (ROSKAM, 1994)

Os valores de alongamento A, afilamento λ , e dos parâmetros r e m foram calculados com base na geometria do avião modelado em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010).

O valor da distância r da empunagem horizontal até a asa foi calculado como $r = 15,7m / 14,2m = 1,1$. Já o valor da distância vertical m foi calculado como $1,48 m / 14,2 = 0,1042$. O valor do alongamento da asa é 8,49 e o valor do afilamento da asa é 0,3. Com estes

valores e com os dados contidos na Figura 5.6 (ROSKAM, 1994), $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ foi estimado como 0,34. Os dados apresentados na Figura 5.6 , e usados para se estimar o valor de $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ foram obtidos por métodos semi-empíricos.



$$m = \frac{\text{Vertical distance of horizontal tail } 0.25\bar{c}_h \text{ above/below the wing zero lift line}}{b/2}$$

$$r = \frac{\text{Longitudinal distance of } 0.25c_r \text{ toward the horizontal tail } 0.25\bar{c}_h \text{ location}}{b/2}$$

Figura 5.6 – Valores de $d\varepsilon/d\alpha$ em função do alongamento, enflechamento e posição da empenagem horizontal (ROSKAM, 1994)

A otimização foi feita de forma a procurar os valores de $CL\alpha_{asa}$ (valor médio de $CL\alpha$ da asa), $CL\alpha_{ht}$ (valor médio de $CL\alpha$ da empenagem) ao , eo que tornam os valores de $CL\alpha$,

$Cm\alpha$, CL_o , Cmo iguais a 6.29, -3.53, 0,382 e 0,0622, respectivamente. O cálculo do $CL\alpha$ é feito com uso das Equações 5.3 a 5.13.

As Equações 5.10 a 5.13 fazem o cálculo dos coeficientes $CL\alpha$, $Cm\alpha$, CL_o , Cmo do avião, respectivamente.

O cálculo de $CL\alpha$ e CL_o do avião cobra o conhecimento dos valores de $CL\alpha_{asa}$ e $CL\alpha_{ht}$, fornecidos pelas Equações 5.4 e 5.5. Estes coeficientes $CL\alpha_{asa}$ e $CL\alpha_{ht}$ são obtidos através da integração dos coeficientes de cada painel da asa e empennagens, e estes valores são obtidos a partir da Equação 5.3.

Com relação ao cálculo de CL_o , é importante conhecer também o valor do ângulo de ataque local da empennagem, fornecido pelas Equações 5.8 e 5.9.

Já o cálculo das derivadas $Cm\alpha$ e Cmo do avião é feito com as Equações 5.6, 5.7a, 5.7b, 5.11 e 5.13. A rotina de otimização ajusta os valores das variáveis $CL\alpha_{asa}$, $CL\alpha_{ht}$, α_0 e ϵ_0 de forma a se obter os mesmos valores de $CL\alpha$, $Cm\alpha$, CL_o , Cmo definidos em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010).

Os seguintes valores foram obtidos com a otimização:

$$\frac{CL\alpha_{asa}}{2\pi} = 0.7652, \frac{CL\alpha_{ht}}{2\pi} = 0.5781, \alpha_0 = -1.6577 \text{ deg}, \epsilon_0 = 0.7649 \text{ deg}$$

Foi obtido um valor de $\alpha_0 = -1.6577 \text{ deg}$. Este ângulo α_0 é o ângulo de ataque para sustentação nula do avião todo, e não do perfil aerodinâmico das seções da asa (NACA 2412).

O avião modelado aqui e em (DA SILVA, 2012), está em uma condição de voo na qual o número de Mach é 0,75. Nesta condição os efeitos transônicos (onda de choque) são muito pronunciados. Mas, este efeito não foi considerado nesta tese.

A Tabela 5.3 apresenta os valores obtidos na otimização feita e a comparação destes valores com os previstos em teoria aerodinâmica (ANDERSON, 2007), (ROSKAM, 1994).

Tabela 5.3- Comparação dos valores obtidos na otimização realizada com os valores esperados da teoria de aerodinâmica.

	Otimização a ($\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ fixado)	Previsto em teoria aerodinâmica
$CL\alpha_{asa} / 2\pi$	0,7652	0,7491
$CL\alpha_{ht} / 2\pi$	0,5781	0,644
α_0	-1,6577 deg	-
ε_0	0,7289	-
$\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$	0,34	0,34

De acordo com (ANDERSON, 2007), o efeito do alongamento e enflechamento na redução do $CL\alpha$ da asa pode ser obtido através da Equação 5.14:

$$a = \frac{a_o \cos \Lambda}{\sqrt{1 + [(a_o \cos \Lambda) / (\pi AR)]^2 + (a_o \cos \Lambda / \pi AR)}} \quad (\text{eq.5.14})$$

Onde a é o valor de $CL\alpha$ da asa finita e a_o é o valor de $CL\alpha$ do perfil aerodinâmico (2π), Λ é o enflechamento da metade da corda e AR (*Aspect Ratio*) é o alongamento da asa. Após cálculos feitos com os valores de alongamento e enflechamento da asa (8,49 e 21,38 deg) e alongamento e enflechamento da empennagem horizontal (5,0 e 22,4 deg), foram obtidos os seguintes valores de $CL\alpha$ para a asa e empennagem respectivamente: 4,704 e 4,042. Estes valores correspondem as seguintes frações de 2π : 0,7491 e 0,644.

O valor de α_0 do perfil previsto teoricamente foi obtido com o software JAVAFOIL (HEPPERLE, 2007). O perfil usado nas seções da asa é o NACA 2412. De acordo com os resultados obtidos com o software JAVAFOIL, que são mostrados na Figura 5.7, o ângulo de ataque para sustentação nula α_0 é -2,6 deg.

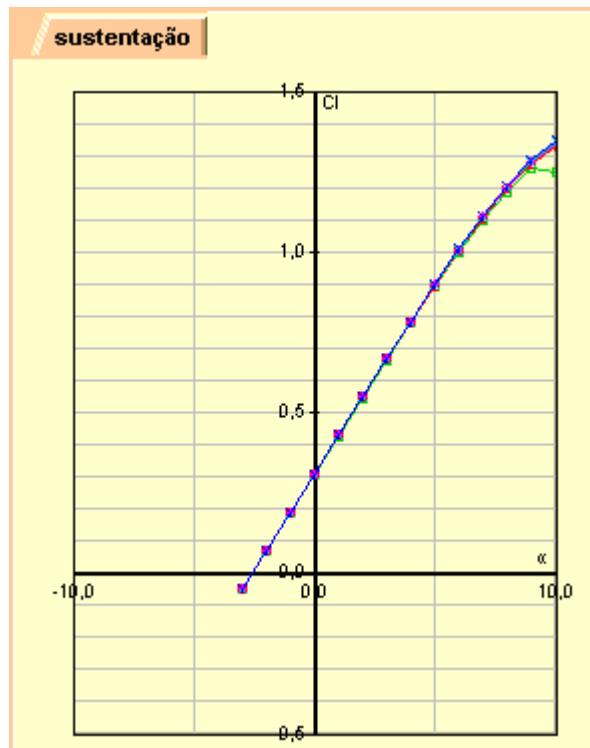


Figura 5.7 – Curva CL x α para o perfil NACA 2412

E o valor de $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ teórico foi obtido com base na geometria do avião e no método semi-

empírico apresentado em (ROSKAM, 1994). Com relação ao parâmetro ε_0 , não foi usado nenhum método teórico de estimativa para este parâmetro.

Os valores estimados teoricamente são apresentados na terceira coluna da Tabela 5.3, e estão sublinhados de amarelo.

Ao comparar-se os valores obtidos nas otimizações com os valores estimados teoricamente, pode-se notar que os valores estão próximos. O desvio porcentual máximo obtido foi 10,2% para o parâmetro $CL\alpha_{ht}$. O fato dos valores calculados pela otimização estarem próximos dos valores calculados teoricamente indica que os valores obtidos nas otimizações estão próximos dos valores reais das variáveis $CL\alpha_{asa}$, $CL\alpha_{ht}$, $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$, ε_0 , α_0 .

Uma vez obtido estes valores, foi feita a implementação destes valores no AEROFLEX. Isto é visto no próximo item.

Implementação dos valores no Aeroflex.

No programa AEROFLEX foi implementada a distribuição de sustentação da asa (apresentada na Figuras 5.3a) normalizada e multiplicada pelo valor do $CL\alpha_{asa}$ obtido nas otimizações. Os vetores da distribuição de sustentação da asa ao longo da envergadura (normalizada) são:

$$Env_{asa} = \frac{1}{14,2} [0 \quad 2,35 \quad 4,7020 \quad 6,5828 \quad 9,4040 \quad 11,2848 \quad 14,0 \quad 14,2]$$

$$CL\alpha_{asa} = \frac{2\pi * (0,7652)}{0,5025} [0,48 \quad 0,50 \quad 0,51 \quad 0,55 \quad 0,585 \quad 0,595 \quad 0,55 \quad 0,25]$$

O valor de $CL\alpha_{ht}$ é implementado de forma semelhante ao $CL\alpha_{asa}$, mas com a diferença de que, durante o cálculo de CL_α do avião (com a Equação 5.10 repetida a seguir), o valor de $CL\alpha_{ht}$ deve ser multiplicado por $(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha})$.

$$CL\alpha = CL\alpha_{asa} + CL\alpha_{ht} \frac{S_{ht}}{S_{asa}} (1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha})$$

Na versão atual do AEROFLEX não há nenhum parâmetro exclusivo para o termo $(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha})$. A forma de se considerar este termo é multiplicar $CL\alpha_{ht}$ por $(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha})$. Fazendo esta conta, obtem-se o valor de 0,379, e foi este valor o valor implementado no AEROFLEX. Os seguintes vetores mostram a distribuição de sustentação da empenagem horizontal implementados no AEROFLEX.

$$Env_ht = \frac{1}{5,7} [0 \quad 0,95 \quad 2,85 \quad 4,75 \quad 5,7]$$

$$CL\alpha_{ht} = \frac{2\pi(0,3830)}{0,0875} [0,1437 \quad 0,1437 \quad 0,0789 \quad 0,0713 \quad 0]$$

Os dois parâmetros α_0 e ϵ_0 foram implementados como o parâmetro α_{00} no AEROFLEX. Note que o ângulo α_{00} da asa é igual a -2,6 deg. Portanto, mesmo quando o ângulo de ataque for nulo, o ângulo de ataque efetivo do perfil ($\alpha-\alpha_0$) será positivo. E isto irá causar uma sustentação positiva. O fato de haver uma incidência na asa de 3 deg aumentará mais o ângulo de ataque efetivo.

Já na empennagem horizontal o ângulo α_{00} é igual a 0,7649 deg. Embora a empennagem horizontal possua perfis simétricos, haverá um escoamento com ângulo ϵ_0 incidindo sobre a empennagem. Este escoamento ocorre devido ao downwash. O ângulo α_{00} da empennagem horizontal é igual ao ângulo ϵ_0 já calculado. Isto quer dizer que, quando o ângulo de ataque do avião for nulo, o ângulo de ataque efetivo da empennagem ($\alpha-\alpha_0$) será negativo. Isto irá causar um momento cabrador¹ no avião (devido a empennagem) e irá contribuir para diminuir um pouco a estabilidade estática longitudinal, e aumentará a autoridade de controle do avião, uma vez que será necessário menos profundor para equilibrar (trimar) o avião.

5.1.1.2) Empenagem Vertical

A empennagem vertical é modelada (no programa AEROFLEX) através da rotação de um membro estrutural em torno do eixo vertical (com ângulo do enflechamento) e depois uma rotação de 90 deg em torno do longitudinal.

No AEROFLEX, a derivada de estabilidade $CL\alpha$ da empennagem vertical é equivalente a derivada de estabilidade $Cy\beta$ (na metodologia NFLS).

O valor de $Cy\beta$ (na metodologia NFLS) calculado em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010) é definido como -0,785. A área de referência é a área da asa ($95m^2$).

¹ Momento cabrador é momento de arfagem positivo, que levanta o nariz do avião (*nose up*)

Na metodologia NFNS (usada no programa AEROFLEX), a área de referência é a área da empenagem vertical (20 m^2). Com estas considerações, pode-se usar a Equação 5.15 para calcular o valor de $Cy\beta$ na metodologia NFNS:

$$\begin{aligned} Fy_{(NFLS)} &= Fy_{(NFNS)} \Rightarrow \frac{1}{2} \rho V^2 S_{asa} Cy_{\beta(NFLS)} = \frac{1}{2} \rho V^2 S_{VT} Cy_{\beta(NFNS)} \\ \Rightarrow S_{asa} Cy_{\beta(NFLS)} &= S_{VT} Cy_{\beta(NFNS)} \Rightarrow Cy_{\beta(NFNS)} = \frac{S_{asa}}{S_{VT}} Cy_{\beta(NFLS)} \Rightarrow \\ Cy_{\beta(NFNS)} &= \frac{95}{20} (-0.785) = -3,7288 = 2\pi(-0.5938) \end{aligned} \quad (\text{Eq.5.15})$$

Na Eq.5.15 pode-ver que $Cy\beta$ é normalizado pela área da empenagem vertical na metodologia NFNS. Isto ocorre devido ao próprio processo de integração numérica feito pelo programa AEROFLEX no cálculo das forças aerodinâmicas.

Com o intuito de simplificar a modelagem no AEROFLEX, foi definida uma distribuição uniforme da derivada $Cy\beta$ ¹ ao longo da empenagem vertical, com valor igual a $2\pi(0,5938)$.

5.1.2) Derivada de estabilidade CDo

Em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010) o arrasto é calculado com as derivadas de estabilidade $C_{D_o}, C_{D_\alpha}, C_{D_q}$ além das derivadas de controle $C_{D_{\delta p}}, C_{D_{\delta a}}, C_{D_{\delta q}}$ que são comentadas no item 5.2.

No AEROFLEX o arrasto é calculado com a derivada de estabilidade C_{D_o} e com as derivadas de controle $C_{D_{\delta p}}, C_{D_{\delta a}}, C_{D_{\delta q}}$. Vide Equações 5.2.

¹ No Aeroflex, a derivada de estabilidade $Cy\beta$ é equivalente a derivada CL_a . Como não há sentido físico em se falar em derivada CL_a negativa, foi implementado o valor positivo de $Cy\beta$. Foram feitas simulações com CL_a negativo, e o avião se tornou estaticamente instável como era esperado. Por este motivo foi implementado CL_a da empenagem vertical positivo.

O avião modelado em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010) possui derivadas de estabilidade e controle modeladas para a seguinte condição de equilíbrio: $V=224,6\text{m/s}$ e $H=10000\text{ m}$. Nesta condição de cruseiro, o CL será da ordem de 0,4.

Para este valor de CL, o coeficiente de arrasto CD é praticamente contante. Isto pode ser visto nas Figuras 5.8a e 5.8b, em que são plotadas as polares de arrasto dos perfis NACA 2412 (usado nas seções da asa) e NACA 0010 (usado nas seções das empenagens horizontal e vertical). Estas polares são calculadas para números de Reynolds entre 10^6 e $5*10^6$.

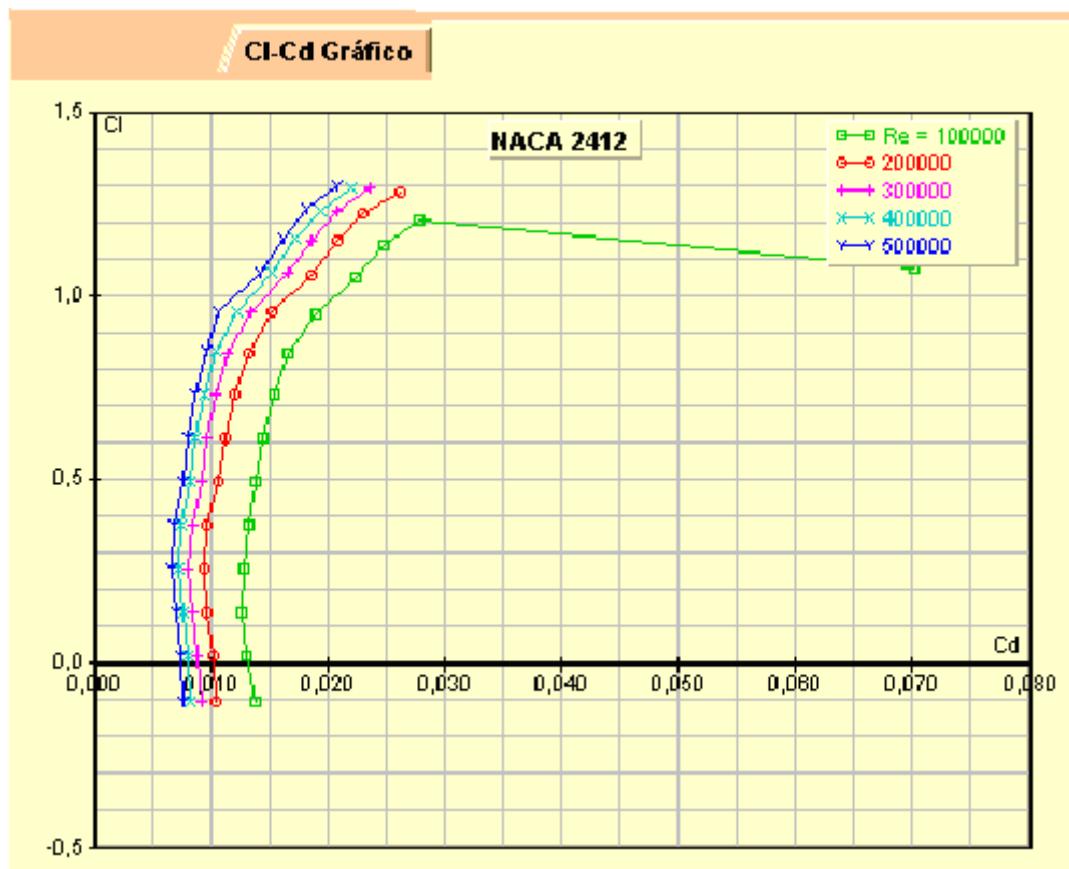


Figura 5.8a – Polar de arrasto do perfil NACA 2412 (JAVAFOIL)

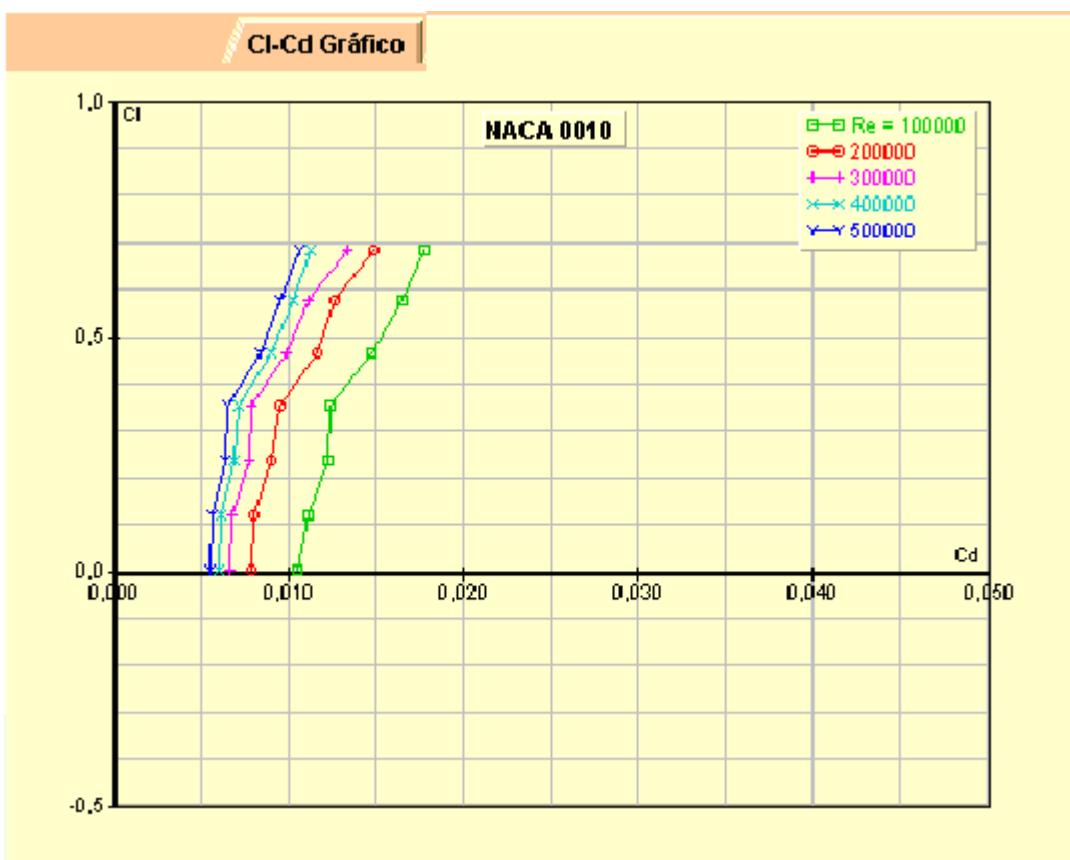


Figura 5.8b – Polar de arrasto do perfil NACA 0010 (JAVAFOIL)

Como o coeficiente CD apresenta pouca variação com CL no vôo de cruseiro, foi considerado que a derivada de estabilidade $C_{D\alpha}$ é igual a zero. Por este motivo esta derivada não foi considerada na Equação 5.2d.

Os valores de C_{D0} para a asa, empenagem horizontal e vertical foram definidos como 0.0252, 0.02 e 0.02 respectivamente. Com o intuito de simplificar o modelo matemático do avião foi implementada uma distribuição de arrasto uniforme ao longo da envergadura da asa e empenagens¹. Com o mesmo fim de simplificação foi usado, para a asa, o mesmo valor de C_{D0} que é definido em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010): 0.0252. Ao se modelar o C_{D0} da asa

¹ Da teoria de aerodinâmica aplicada, sabe-se que a fuselagem contribui também para o arrasto do avião, mas nesta tese, a parcela do arrasto devido a fuselagem foi distribuída pela asa e empenagens.

como sendo 0.0252, foi considerado que a maior parte do arrasto está na asa. Uma vez que a maior parte do arrasto está na asa, a parcela de arrasto nas empenagens deverá ser mínima. Foram definidos valores de C_{D0} das empenagens com valor numérico próximo do C_{D0} das seções da asa: 0.02.

Estes valores foram usados nas simulações (no AEROFLEX) e foi obtida uma tração de equilíbrio muito próxima da tração de equilíbrio obtida em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010). Além disso, a resposta dinâmica a doublets de tração apresentou resultados bastante próximos nas duas metodologias (Vide Figura 7.4 do capítulo 7). Este fato contribuiu para se manter os valores de C_{D0} da asa e empenagens.

5.1.3) Derivada de estabilidade Cm_0 (do perfil)

Antes de se determinar a distribuição da derivada de estabilidade Cm_0 deve ser dito que a derivada de estabilidade Cm_0 tem um significado diferente nas metodologias NFLS e NFNS.

Na metodologia NFLS, Cm_0 representa o coeficiente de momento de arfagem do avião todo quando o ângulo de ataque é nulo, e, Cm_0 é calculado com o centro de gravidade do avião como ponto de referência.

Já na metodologia NFNS, Cm_0 ¹ representa o coeficiente de momento de arfagem do perfil aerodinâmico (em cada seção) quando o ângulo de ataque é nulo. Na metodologia NFNS, Cm_0 é calculado com o centro aerodinâmico do perfil como ponto de referência.

¹ A semi-asa esquerda é obtida através de uma rotação de 180 deg da semi-asa direita. Então após esta rotação o momento de arfagem atuante na semi-asa esquerda terá sinal oposto ao momento de arfagem na semi-asa direita. Para manter conformidade com a modelagem na metodologia NFNS e para que as duas semi- asas tenham o momento de arfagem atuando fisicamente na mesma direção, foi usado (no AEROFLEX) o parâmetro RIGHTMTP. Este parâmetro vale 1 na asa direita e -1 na asa esquerda. A derivada de estabilidade é definida como $Cm_0 = Cm_0 * RIGHTMTP$.

Durante a implementação da derivada de estabilidade Cm_0 foi considerada uma distribuição uniforme ao longo da asa e empenagens, e foram usados os mesmos valores de Cm_0 dos perfis aerodinâmicos: $Cm_0 = -0,06$ para o perfil NACA 2412 (usado nas seções da asa) e $Cm_0 = 0$ para o perfil NACA 0010 (usado nas empenagens horizontal e vertical). Estes valores foram obtidos com o software JAVAFOIL.

5.2) Derivadas de Controle:

As derivadas de controle usadas no modelo implementadas na metodologia NFNS são $CL\delta p$, $CL\delta a$, $Cy\delta l$, $Cm\delta p$, $Cm\delta a$, $Cn\delta l$, $CD\delta a$ ¹. Foi feita uma distribuição dos valores de $CL\delta a$, $Cm\delta a$, $CD\delta a$ ao longo da envergadura da asa e de $CL\delta p$, $Cm\delta p$ ao longo da envergadura da empenagem horizontal. Esta distribuição foi feita com base nos valores apresentados nas Tabelas 4.1b e 5.2b.

Para a empenagem vertical foi considerada uma distribuição uniforme de $Cy\delta l$, $Cn\delta l$.

No caso do aileron e profundor, há superfícies internas e externas com diferentes eficiências (Tabela 5.2b). Além disso, no caso do aileron, só seções entre 70% e 100% da envergadura têm aileron. Estes detalhes foram considerados na modelagem do avião na metodologia NFNS. Em (DA SILVA, 2012) o leme também é seccionado, mas nesta tese foi considerado só um painel para o leme.

5.2.1) Derivadas de controle $CL\delta p$, $Cm\delta p$:

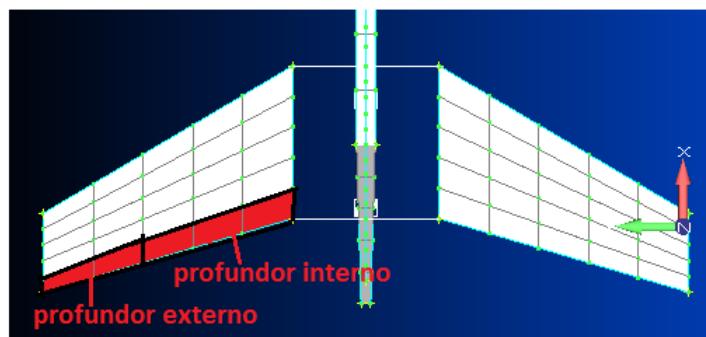
A Tabela 5.4 apresenta os valores das derivadas de controle do profundor, modelados com a metodologia NFLS.

¹ Inicialmente não foi considerado arrasto devido às superfícies de controle. Mas o arrasto devido ao aileron teve de ser considerado com o intuito de se modelar a guinada adversa devido ao aileron.

Tabela 5.4– Derivadas do controle profundo (DA SILVA; PAGLIONE, 2010)

	δ_{pi}	δ_{po}
C_L	0.292	0.0971
C_D	0.0095	0.0031
C_m	-1.2	-0.398

Nas Tabelas 5.4 e 4.1b, é visto que há duas superfícies de controle na empenagem horizontal: o profundor interno que fica entre 0 e 60% da envergadura da empenagem horizontal exposta ao escoamento, e, o profundor externo entre 60% e 100% da envergadura exposta da empenagem (vide Figura 5.9).

**Figura 5.9 – Superfícies do profundor externo e interno**

Empenagem horizontal exposta corresponde à área da empenagem que está exposta ao escoamento externo, e que não está na fuselagem. Isto corresponde a uma fração de $1,5/5,7 \times 100 = 26,3\%$ até 100 % da semi-envergadura da empenagem. Então a fração de 0 a 60% da semi-envergadura da empennagem exposta corresponde a um intervalo de 26,3% a 70,5% da semi-envergadura total da empenagem ($b/2$). Já a faixa de 60 a 100% da empenagem exposta corresponde a 70,5 a 100% da semi-envergadura total ($b/2$). Para fins de simplificação dos cálculos foi considerado que as faixas dos intervalos [0 – 0,6], e [0,6-1,0] da área exposta correspondem aos mesmos valores da semi-envergadura total.

Esta simplificação teve que ser feita, uma vez que só foi considerado dois elementos e três nós em cada membro da empenagem. Então, para se considerar o detalhe de que não há profundor no intervalo [0 -0,263] deveria ser adicionado mais nós e elementos na empenagem horizontal. E isto aumentaria mais o tempo das simulações. Além disso foi feita a suposição de que não haveria um ganho significativo na precisão dos resultados obtidos nas simulações.

Na metodologia NFNS é possível representar a empenagem começando na junção fuselagem-empenagem, da mesma forma como no modelo em NASTRAN®. Mas, para isso seria necessário adicionar mais um elemento, que estaria dentro da fuselagem. E, associado com este elemento haveria quatro deformações para cada elemento adicional. E isto aumentaria o custo computacional das simulações, como já foi dito anteriormente.

Definição da distribuição de CL δp :

A tarefa da definição de CL δp consistiu em definir estes coeficientes para os nós localizados nas coordenadas s=0, s=0,6, s=1. O vetor [0 0,6 1,0] representa as posições dos nós na raiz da empenagem horizontal, que está a 0% da semi-envergadura b/2, a 60% da semi-envergadura b/2 e na ponta da empenagem horizontal, a 100 % da semi-envergadura. A mesma nomenclatura é usada para o cálculo da distribuição das derivadas de controle ao longo da envergadura.

O valor de CL δp para o nó a 100% da semi-envergadura foi considerado como zero, uma vez que está na ponta da asa, e está sendo considerado que não há eficiência de profundor na ponta de asa. O valor de CL δp para o elemento que fica entre os nós s= 0,6 e s=1,0 deve ser igual ao CL δp do profundor externo :CL δp =0,0971 (vide Tabela 5.4).

Para se definir a distribuição do $CL_{\delta p}$ ao longo da envergadura, foi considerado que o $CL_{\delta p}$ varia linearmente ao longo de cada elemento. Então o nó localizado na posição intermediária do elemento externo ($s=0,8$) deve ter $CL_{\delta p}=0.0971$. Com base neste valor e no valor de $CL_{\delta p}$ na ponta da empenagem horizontal ($s=1.0$), foi calculado o $CL_{\delta p}$ na posição $s=0,6$. Vide Equação 5.16a:

$$\begin{aligned} CL_{\delta p(s=0,8)} &= (CL_{\delta p(s=0,6)} + CL_{\delta p(s=1,0)})/2 \Rightarrow \\ \Rightarrow CL_{\delta p(s=0,6b)} &= (2CL_{\delta p(0,8b/2)} - CL_{\delta p(s=1,0)}) \Rightarrow \\ \Rightarrow CL_{\delta p(s=0,6)} &= (2 * 0.0971 - 0) = 0.1942 \end{aligned} \quad (\text{eq.5.16a})$$

Mesmo raciocínio foi usado para a definição de $CL_{\delta p}$ nas posições $s=0$, $s=0,3$ e $s=0,6$ que estão a 0 %, 30% e 60% da semi-envergadura, respectivamente. O valor de $CL_{\delta p}$ no elemento interno deve ser igual a 0,292 (vide Tabela 5.4). Com isso, o valor do $CL_{\delta p}$ na posição média do elemento interno ($s=0,3$) deve ser igual a 0,292. O valor $CL_{\delta p}$ na posição $s=0,6$ já foi determinado. Destes valores e da Equação 5.16b é obtido o $CL_{\delta p}$ na posição $s=0$.

$$\begin{aligned} CL_{\delta p(s=0,3)} &= (CL_{\delta p(s=0,6)} + CL_{\delta p(s=0,0)})/2 \Rightarrow \\ \Rightarrow CL_{\delta p(s=0,0)} &= (2CL_{\delta p(s=0,3)} - CL_{\delta p(s=6,0)}) \Rightarrow \\ \Rightarrow CL_{\delta p(s=0,0)} &= (2 * 0.292 - 0.1942) = 0.3898 \end{aligned} \quad (\text{eq.5.16b})$$

Com isto, a derivada de estabilidade tem a seguinte distribuição ao longo dos nós a 0%, 30 % 60%, 80% e 100% da semi-envergadura: [0,3898 0,292 0,1942 0,0971 0];

Uma vez conhecida a distribuição de $CL_{\delta p}$ ao longo da envergadura, deve ser feita a correção devido às diferentes áreas de referências usadas nas metodologias NFLS e NFNS.

Vide Figura 5.10a,b.

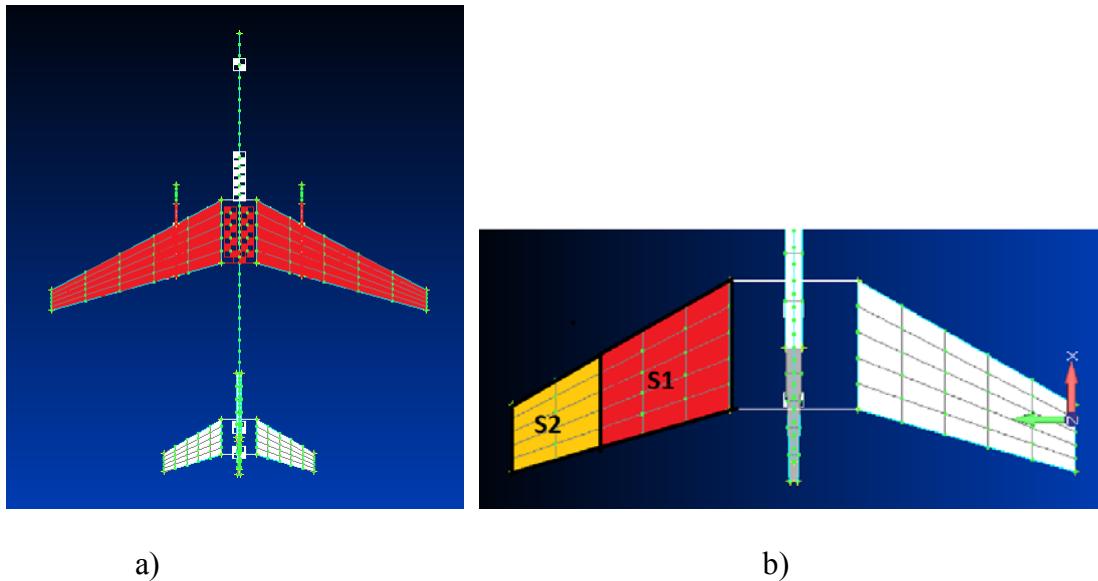


Figura 5.10- Áreas de referência usadas para o cálculo das derivadas de controle do profundor: a) metodologia NFLS, b) metodologia NFNS¹

Os valores obtidos até agora e os valores da Tabela 5.4 consideram a área da asa ($95m^2$) como referência (Figura 5.11a). Nesta tese, são as áreas dos elementos da empenagem horizontal que são consideradas como referência (Figura 5.11b). No programa AEROFLEX, as cordas e posições de envergadura são usadas para o cálculo da área S_1 , e esta por sua vez é usada no cálculo da variação de sustentação devido a deflexões no profundor interno. E a área S_2 é usada no cálculo de variação de sustentação devido ao profundor externo.

Foi considerado que a área S_1 contém 60% da semi-envergadura da empenagem horizontal e S_2 contém 40% da semi-envergadura da empenagem horizontal. Com estas considerações, as áreas S_1 e S_2 calculadas foram $8,9834m^2$ e $4,016m^2$, respectivamente. A soma destas áreas é $13m^2$ e se considerarmos as duas empenagens, obtem-se a área total de $26m^2$, que é área total da empenagem horizontal.

O cálculo das derivadas de controle do profundor na metodologia NFNS tem como base o fato da mesma deflexão de profundor aplicar a mesma variação de sustentação no

¹ Na Figura 5.10b é mostrada apenas a área exposta, mas deve-se entender que os cálculos foram feitos considerando-se a área total de referência da empenagem horizontal, como já foi dito.

mesmo avião modelado na metodologia NFLS (vide Equação 5.17a). As Equações 5.17a, 5.17b e 5.17 c apresentam a correção no cálculo de $CL\delta p$ devido ao fato de se haver diferentes áreas de referência nas metodologias NFLS e NFNS. A Equação 5.17b apresenta o cálculo da derivada $CL\delta p$ devido a deflexão do profundor do elemento interno (δp_i), e a Equação 5.17 c apresenta o cálculo a derivada $CL\delta p$ devido a deflexão do profundor do elemento externo (δp_o).

$$\Delta L_{\delta p(NFLS)} = \Delta L_{\delta p(NFNS)} \Rightarrow \quad (\text{eq.5.17a})$$

$$\Rightarrow q_{din} S_{asa} C_{L\delta p_i(NFLS)} \delta p_i = q_{din} S_1 C_{L\delta p_i(NFNS)} \delta p_i \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{L\delta p_i(NFNS)} = \frac{S_{asa} C_{L\delta p_i(NFLS)}}{S_1} = \frac{95 C_{L\delta p_i(NFLS)}}{2 * 8,987} = 5,2875 C_{L\delta p_i(NFLS)} \quad (\text{eq.5.17b})$$

$$q_{din} S_{asa} C_{L\delta p_o(NFLS)} \delta p_o = q_{din} S_2 C_{L\delta p_o(NFNS)} \delta p_o \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_{L\delta p_o(NFNS)} = \frac{S_{asa} C_{L\delta p_o(NFLS)}}{S_2} = \frac{95 C_{L\delta p_o(NFLS)}}{2 * 4,0165} = 11,826 C_{L\delta p_o(NFLS)} \quad (\text{eq.5.17c})$$

A Tabela 5.5 apresenta os valores calculados (com as Equações 5.17 b,c) do $CL\delta p$ de cada nó. A primeira coluna apresenta as posições de cada nó ao longo da semi-envergadura da asa. A segunda coluna apresenta os valores do $CL\delta p$ para cada seção, mas, ainda na metodologia NFLS (em que a área da asa é usada como área de referência). Os valores sublinhados em amarelo correspondem ao $CL\delta p$ médio de cada elemento, e os outros valores foram obtidos por interpolação linear, como já foi explicado. Os três primeiros nós estão no primeiro elemento (área S_1) e os três últimos nós estão no segundo elemento (área S_2). Deve ser notado que o terceiro nó está na intersecção dos dois elementos.

A terceira coluna considera a Equação 5.17b no cálculo de $CL\delta p$ no primeiro elemento. Já a quarta coluna considera a Equação 5.17c no cálculo de $CL\delta p$ do segundo elemento. A quinta coluna considera todos os valores da terceira e quarta coluna, com a

diferença de que é calculada uma média aritmética de $CL\delta p$ para o nó a 60% da semi-envergadura (posição $s=0,6$). Esta média é calculada com os valores obtidos na terceira e quarta coluna (sublinhado em verde). Os valores da quinta coluna foram implementados no programa AEROFLEX.

Tabela 5.5 – Cálculo do $CL\delta p$ de cada nó na metodologia NFNS

Coordenada s	$CL\delta p (S_{asa})$	$CL\delta p (S_1)$	$CL\delta p (S_2)$	$CL\delta p (S_{HT})$
0	0,3898	2,06105982	-	2,06105982
0,3	0,292	1,54394425	-	1,54394425
0,6	0,1942	1,02682868	2,29661586	1,66172227
0,8	0,0971	-	1,14830793	1,14830793
1,0	0	-	0	0

Com estas considerações, foi obtida a distribuição de $CL\delta p$ ao longo da semi-envergadura da empennagem, apresentada na Figura 5.11. Nesta figura, a coordenada s representa a fração da semi-envergadura.

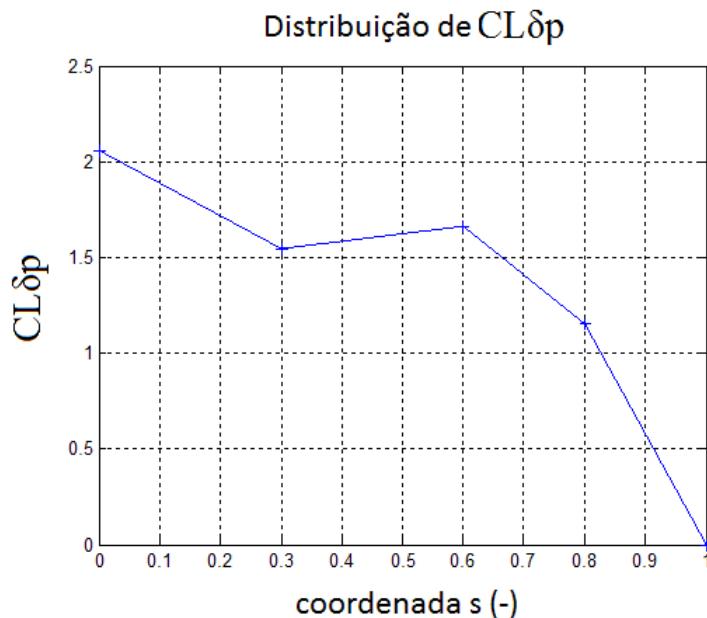


Figura 5.11- Distribuição de $CL\delta p$ ao longo da envergadura

Definição da distribuição de CM δp :

Da mesma forma que a derivada de estabilidade Cm_0 , a derivada de controle $CM\delta p$ tem um significado diferente nas metodologias NFLS e NFNS. Na metodologia NFLS, $CM\delta p$ representa o efeito da deflexão de profundor no momento de arfagem do avião aplicado em torno do **centro de gravidade do avião**. ($Cm_{\delta p} = \frac{\partial Cm}{\partial \delta p}$).

Na metodologia NFNS, $CM\delta p$ representa o efeito da deflexão de profundor no momento de arfagem aplicado em torno do **centro aerodinâmico do perfil aerodinâmico de cada seção** ($Cm_{\delta p} = \frac{\partial Cm}{\partial \delta p}$). Note que a derivada de estabilidade $CM\delta p$ é escrita matematicamente da mesma forma nas duas metodologias (NFLS e NFNS), mas o significado físico é diferente¹.

Na metodologia NFNS, o efeito do momento de arfagem do profundor no avião é obtido, em sua maior parte, pelo produto do $CL\delta p$ pela distância do “profundor” até o CG do avião. Em outras palavras, é a derivada de controle $CL\delta p$ que define a eficiência do profundor

O valor de $Cm_{\delta p}$ foi obtido com o cálculo apresentado em (SCHLICHTING; TRUCKENBRODT, 1959). A derivada $Cm_{\delta p}$ influencia o momento torsor na viga representativa da empennagem horizontal, e muito pouco a resposta do avião, caso a torção da empennagem devido $Cm_{\delta p}$ seja mínima.

¹ Quando o modelo do avião na metodologia NFNS começou a ser implementado, foi usado o valor de $Cm\delta p$ do avião todo (apresentado na Tabela 5.4) como o valor para o $Cm\delta p$ em cada seção da empennagem horizontal. O resultado foi um momento torsor muito alto nas seções da empennagem horizontal, que teve como consequência uma grande deformação em torção, de forma que a seção toda apresentava uma “deflexão” em sentido oposto ao profundor. Este fato ajudou a esclarecer melhor os diferentes significados de $Cm\delta p$ nas duas metodologias.

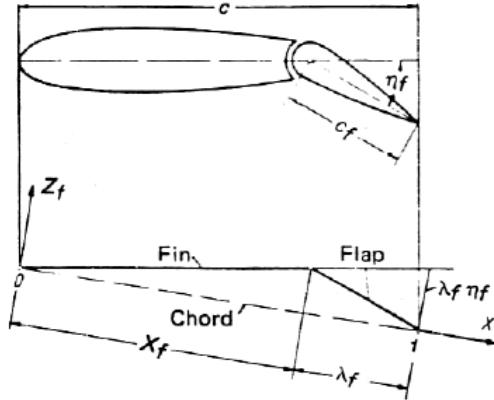


Figura 5.12 Coordenadas usadas na teoria de aerofólios com flaps (SCHLICHTING, TRUCKENBRODT, 1959).

Na nomenclatura usada em (SCHLICHTING; TRUCKENBRODT, 1959), o ponto 0 corresponde ao bordo de ataque do perfil, η_f corresponde a deflexão da superfície de controle (flap, profundo, aileron ou leme), λ_f é a razão entre a corda ocupada pelo profundo e a corda total do aerofólio: $\lambda_f = \frac{c_f}{c}$. O valor de $Cm_{\delta e}$ do aerofólio é obtido com a Equação 5.18:

$$\frac{\partial Cm_{LE}}{\partial \delta p} = 2\sqrt{(\lambda_f(1-\lambda_f))^3} \quad (\text{eq.5.18})$$

O valor calculado com a Equação 5.18 é o valor do $Cm_{\delta p}$ em torno do bordo de ataque. Para se calcular o valor de $Cm_{\delta p}$ no quarto de corda do perfil (que é usado pelo programa AEROFLEX), deve ser usada a Equação 5.19:

$$\frac{\partial Cm_{c/4}}{\partial \delta p} = \frac{\partial Cm_{LE}}{\partial \delta p} + \frac{1}{4} \frac{\partial C_{LLE}}{\partial \delta p} \Rightarrow Cm_{\delta p} = 2\sqrt{(\lambda_f(1-\lambda_f))^3} + 0.25CL_{\delta p} \quad (\text{eq.5.19})$$

A razão de cordas λ_f foi estimada como sendo 0,3. Com este valor, com a Equação 5.18, e com os valores de $CL_{\delta p}$ dos perfis, definidos anteriormente, foram obtidos os seguintes valores para $Cm_{\delta p}$, apresentados na Tabela 5.6:

Tabela 5.6 – Cálculo do $Cm_{\delta p}$ de cada nó na metodologia NFNS

Coordenada s	$Cm_{\delta p}$
0	-0.1266
0,3	-0.2556
0,6	-0.2266
0,8	-0.3545
1,0	0

O valor de $Cm_{\delta p}$ na ponta da empenagem horizontal foi definida como zero, uma vez que está sendo considerado que não há sustentação devido ao profundor na ponta da asa.

5.2.2) Derivadas de Controle CL δ a, Cm δ a, CD δ a

A maior importância do aileron está na aplicação de momentos de rolamento no avião quando este é defletido assimetricamente: Aileron direito defletido para baixo e esquerdo para cima ou vice-versa. As derivadas de controle associadas com momento de rolamento devido ao aileron são as derivadas $Cl_{\delta aai}$, $Cl_{\delta aao}$ apresentadas na Tabela 5.7. Contudo, o modelo aerodinâmico no programa AEROFLEX não contém estas derivadas (Vide Equações 5.2b).

A forma de considerar o efeito do aileron no rolamento foi modelar a força de sustentação devido aos ailerons e considerar deflexões assimétricas do aileron nas duas semi-asas¹. O próprio programa AEROFLEX calcula o produto da força de sustentação do aileron pela distância do aileron até a fuselagem. Ao considerar deflexões assimétricas do aileron nas semi-asas esquerda e direita, pode ser visto facilmente que haverá um momento de rolamento devido a força de sustentação no aileron.

¹ Para se considerar as forças de sustentação do aileron, deveria ser considerado as deflexões de aileron simétrico, definidas em (DA SILVA, 2012). Vide Tabela 5.7.

Tendo isto em mente, pode ser visto que o efeito de rolamento devido ao aileron pode ser modelado no AEROFLEX com as derivadas $CL\delta_{asi}$, $CL\delta_{aso}$ apresentadas na Tabela 5.7.

Para se calcular distribuição das derivadas de controle $CL\delta_{as}$ ao longo da semi-envergadura da asa, foram feitas considerações similares às usadas no cálculo das derivadas de controle do profundor. Inicialmente foi feita a correção devida às áreas dos elementos consideradas e depois foi feito o cálculo das derivadas de controle para cada nó considerado ao longo da asa.

A Figura 5-13 mostra o aileron interno, localizado entre 70 e 88% da semi-envergadura da asa e o aileron externo entre 88% e 100%.

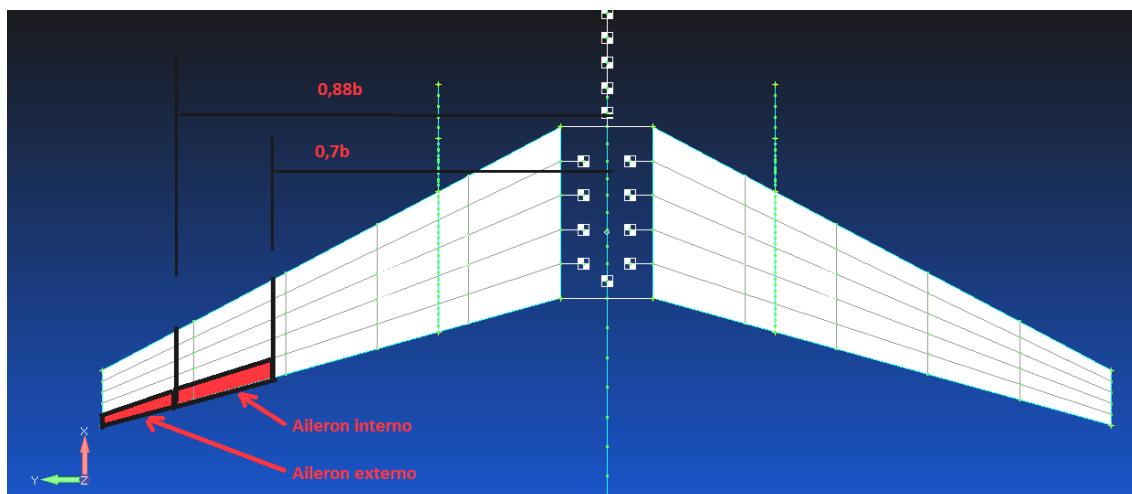


Figura 5-13 – Superfícies do aileron externo e interno

A Tabela 5.7 apresenta os valores das derivadas de controle do aileron (DA SILVA, 2012).

Em (DA SILVA, 2012) foram considerados dois ailerons para cada asa: um interno e outro externo. Ambos ailerons podem ter deflexões simétricas ou assimétricas. No programa AEROFLEX só foram consideradas as derivadas de controle do aileron simétrico (ambos painéis do aileron para cima ou para baixo). Como a semi-asa esquerda é obtida por uma

rotação de 180 deg da asa direita em torno do eixo longitudinal do avião, foram considerados os mesmos valores para a semi-asa direita (na prática com o sinal invertido). Devido às forças na semi-asa direita e na semi-esquerda terem sentidos opostos, haverá um momento de rolamento. Devido ao mesmo motivo, o momento de arfagem total dos dois ailerons será nulo.

O delta arrasto devido a deflexões de aileron foi considerado para que o produto do arrasto pela distância do aileron até a fuselagem tenha como consequência a guinada adversa devido ao aileron. Isto é comentado com mais detalhes no cálculo de $CD\delta$.

Tabela 5.7 – Derivadas de controle do aileron (SILVA, PAGLIONE, 2010)

	δ_{asi}	δ_{aso}	δ_{aoi}	δ_{aoe}
C_L	0.3676	0.131	0	0
C_D	0.0116	0.0061	0	0
C_Y	0	0	0.0085	0.000875
C_l	0	0	-0.127	-0.0465
C_m	-0.3435	-0.145	0	0
C_n	0	0	0.0059	0.003

Os nós usados na asa estão nas posições definidas pelo vetor Vet_ds :

$$Vet_ds = [0 \quad 0,33 \quad 0,50 \quad 0,70 \quad 0,88 \quad 1]$$

Antes de se fazer a distribuição do $CL\delta$ ao longo da envergadura, foi calculado o $CL\delta$ para cada aileron, mas com as áreas de referência S_1 e S_2 . O cálculo das áreas S_1 e S_2 foi feito com as dimensões dos trapézios vermelho e amarelo da Figura 5-14. As cordas interna e externa do trapézio amarelo são 1,9762 e 1,5439 m, respectivamente. E a altura do trapézio é 0,12*14,2 m. Com estes valores foi calculado $S_2=2,9991m^2$.

As cordas interna e externa do trapézio vermelho são 2,6246 e 1,9762 m, respectivamente. E a altura do trapézio é 0,18*14,2 m. Com estes valores foi calculado $S_1=5,8798m^2$.

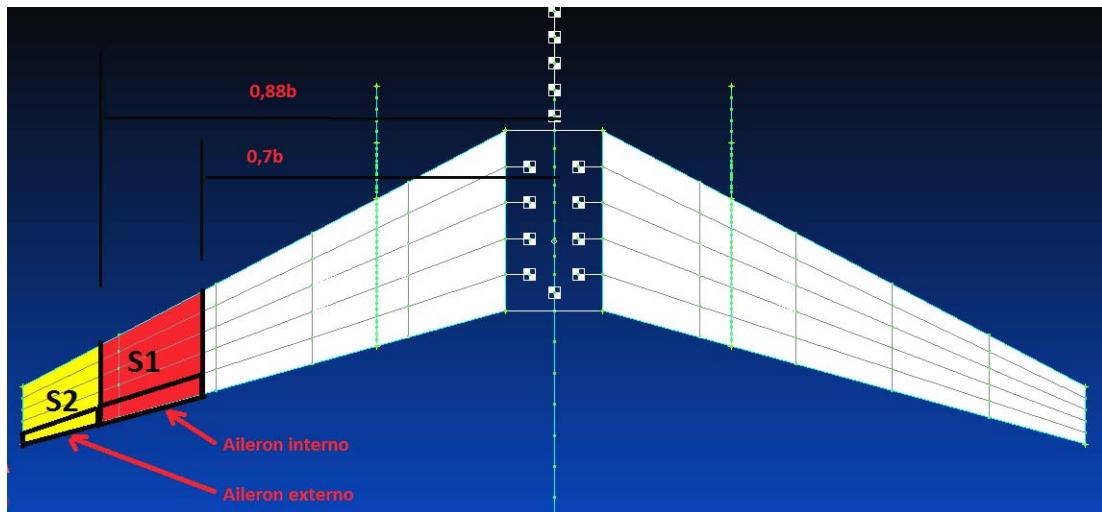


Figura 5-14- Áreas de referência consideradas para o cálculo das derivadas de controle do aileron interno e externo.

Com a consideração das áreas de referência diferentes foram obtidos os seguintes valores de $CL\delta$ do aileron interno e externo, respectivamente: 2,97 e 2,08. Tendo estes valores, foi feita a distribuição de $CL\delta$ nos nós.

O valor de $CL\delta$ e $Cm\delta$ (para as posições de envergadura entre $s=0$ e $s= 0,6$) são nulos, uma vez que não há aileron nestes nós. A posição 0,6 é o nó intermediário no elemento definido pelos nós 0,5 e 0,7. Durante a interpolação feita, o valor dos coeficientes para este nó intermediário foi definido como zero.

A seguir segue a metodologia de cálculo de $CL\delta$ ao longo da envergadura da asa.

- O valor de $CL\delta$ na posição $s=1,0$ vale zero uma vez que está na ponta da asa, e está sendo considerado que não há eficiência de aileron na ponta da asa;

- O valor de $CL_{\delta a}$ na posição $s=0,94$ tem o valor do $CL_{\delta a}$ do aileron externo, definido na Tabela 5.6, e corrigido devido a diferente área de referência: $CL_{\delta a} = 2,08$
- O valor de $CL_{\delta a}$ na posição $s=0,88$ é calculado de forma que a média aritmética entre este valor e o valor do $CL_{\delta a}$ na ponta da asa corresponda ao $CL_{\delta a}$ na posição $s = 0,94$.
- O valor de $CL_{\delta a}$ na posição $s=0,79$ tem o valor do $CL_{\delta a}$ do aileron interno, definido na Tabela 5.6, e corrigido devido a diferente área de referência: $CL_{\delta a} = 2,97$;
- O valor de $CL_{\delta a}$ na posição $s=0,70$ é calculado de forma que a média aritmética entre este valor e o valor do $CL_{\delta a}$ na posição $s=0,88$ corresponda ao valor de $CL_{\delta a}$ na posição $s=0,79$.

Com estas considerações foi obtido o seguinte vetor para a distribuição de $CL_{\delta a}$ (ao longo do vetor Vet_ds) : $Vet_CL_{\delta a} = [0 \ 0 \ 0 \ 1,7898 \ 4,1496 \ 0]$

A Figura 5.15 apresenta distribuição de $CL_{\delta a}$ ao longo da semi-envergadura da asa.

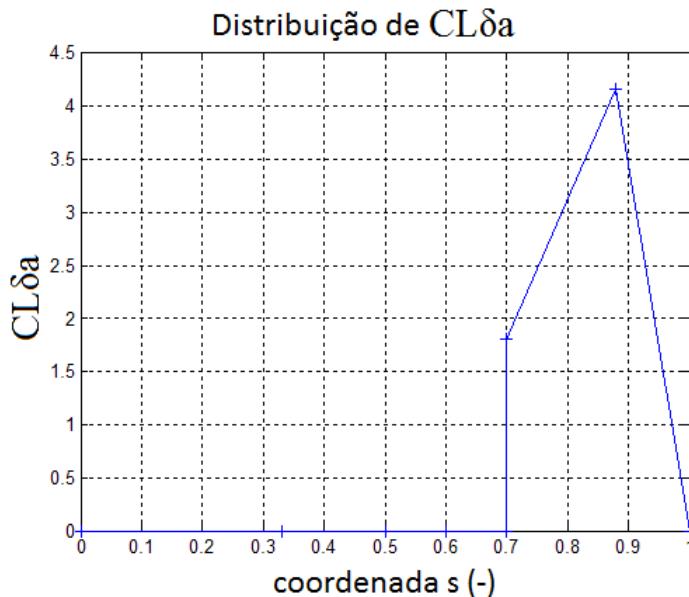


Figura 5.15 - $CL_{\delta a}$ ao longo da semi-envergadura da asa

O valor de $Cm_{\delta a}$ foi definido com o mesmo método usado no cálculo da derivada de controle $Cm_{\delta p}$. A razão de cordas λ_f foi definida como 0,25 e a Tabela 5.8 apresenta os valores de $Cm_{\delta a}$.

Tabela 5.8 – Cálculo do Cm δ a de cada nó na metodologia NFNS¹

Coordenadas	Cm δ a
0	0
0,33	0
0,5	0
0,7	-0,1976
0,88	0,3974
1,0	0

Derivada de controle CD δ a

A derivada de controle **CD δ a** foi implementada no programa AEROFLEX para que o efeito da guinada adversa devido ao aileron esteja presente nas simulações de vôo do avião. O produto da força de arrasto devido ao aileron pela distância y do aileron até a fuselagem é igual ao momento de guinada devido ao aileron. O aileron que for defletido para baixo produzirá maior sustentação e maior arrasto na asa. E o aileron do lado oposto que for defletido para cima produzirá um decréscimo na sustentação e no arrasto também. A soma das guinadas devido aos dois ailerons produzirá o momento de guinada adversa devido ao aileron. O que foi dito neste parágrafo pode ser visualizado na Figura 5.16.

¹ Nas seções entre 0 e 70% da semi-envergadura, não há aileron, e por este motivo Cm δ a. foi definido como zero. E na ponta da asa Cm δ a foi definido também como zero, uma vez que está sendo considerado que não há sustentação devido ao aileron na ponta da asa.

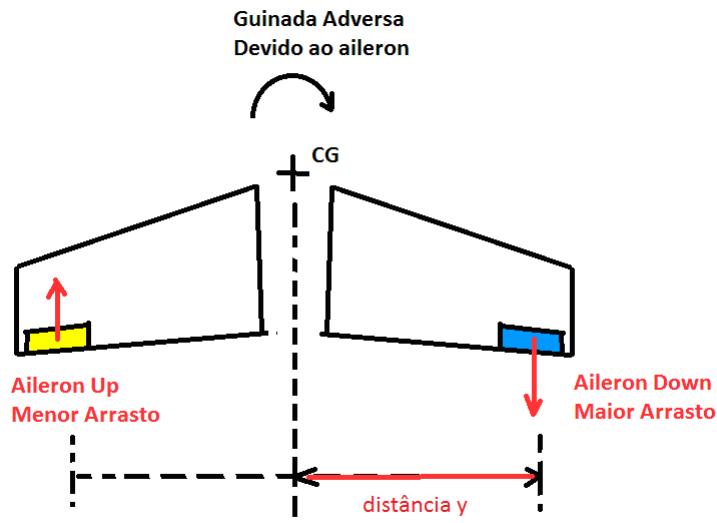


Figura 5.16: Guinada adversa devido ao aileron.

Aplicando o mesmo procedimento de cálculo já apresentado para as outras derivadas de estabilidade e de controle, foi obtido a seguinte distribuição de $CD_{\delta a}$ ao longo da semi-envergadura da asa:

$$Vet_CD_{\delta a} = [0 \ 0 \ 0 \ 0.029 \ 0.052 \ 0]$$

5.2.3) Derivadas de Controle $Cy_{\delta l}$, $Cn_{\delta l}$

Para a empenagem vertical foi usado apenas um elemento, e adotou-se uma distribuição uniforme das derivadas de controle $Cy_{\delta l}$, $Cn_{\delta l}$. A derivada $Cy_{\delta l}$ implementada no avião NFNS apresenta valores equivalentes ao leme superior e inferior do avião NFLS apresentados na Tabela 5.9

Na implementação das derivadas de controle no AEROFLEX, a derivada $Cy_{\delta l}$ é equivalente a derivada $CL_{\delta p}$ (**usado na empenagem horizontal**), $Cn_{\delta l}$ é equivalente a derivada $Cm_{\delta p}$, e $CD_{\delta l}$ é equivalente ao $CD_{\delta p}$.

Em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), o valor de $CD_{\delta l}$ é zero (Vide Tabela 5.9). Este valor foi usado nesta tese também.

O momento de guinada do leme em torno do centro de gravidade é calculado pelo próprio AEROFLEX como o produto da força lateral devido o leme, pela distância do leme até o centro de gravidade. Por este motivo, a derivada **Cy δ l** foi calculado em função do coeficiente **Cn δ l (usado na metodologia NFLS)**. Vide Tabela 5.9

Tabela 5.9 Derivadas de controle do leme na metodologia NFLS¹

	δ_{ll}	δ_{lu}
C_L	0	0
C_D	0	0
C_Y	-0.224	-0.079
C_l	-0.0286	-0.0178
C_m	0	0
C_n	0.114	0.0454

A derivada **Cy δ l** (na metodologia NFNS) foi calculada com a consideração de que uma deflexão de leme deve produzir o mesmo momento de guinada no avião modelado com as metodologias NFLS e NFNS. Isto é mostrado na Equação 5.20. Nesta equação, S_{VTi} representa a área do elemento no qual está o leme inferior: $S_{VT1}=20*0,6$ e o leme superior

$$S_{VT2} = 20 * 0,4$$

¹ Os valores de **Cy δ l** e **Cn δ l** apresentados na Tabela 5.9 estão com sinal trocado. De acordo com (ROSKAM, 1994), esperava-se sinal positivo para **Cy δ l** e negativo para **Cn δ l**. Por este motivo, foram trocados os sinais destas derivadas nos aviões modelados com as metodologias NFLS e NFNS

$$\begin{aligned}
 N_{\delta(NFNS)} &= N_{\delta(NFLS)} \\
 \downarrow \\
 \frac{1}{2} \rho V^2 S_{VTi} C_{y_{\delta(NFNS)}} l_{VT} &= \frac{1}{2} \rho V^2 S_{asa} Cn_{\delta(NFLS)} b \\
 \downarrow & \\
 C_{y_{\delta(NFNS)}} &= \frac{S_{asa} Cn_{\delta(NFLS)} b}{S_{VTi} l_{VT}} = \frac{95 * 28,4 Cn_{\delta(NFLS)}}{S_{VTi} * 13,48} \\
 \downarrow \\
 C_{y_1}_{\delta(NFNS)} &= 10 Cn_{\delta(NFLS)} / 0,6, \quad C_{y_2}_{\delta(NFNS)} = 10 Cn_{\delta(NFLS)} / 0,4
 \end{aligned} \tag{eq.5.20}$$

A Tabela 5.10 apresenta os valores calculados de **Cy δ l** na metodologia NFNS.

Tabela 5.10 – Cálculo do Cy δ l de cada nó na metodologia NFNS

Coordenadas	Cn δ l (S _{asa}) (NFLS)	Cy δ l (S _{VT1}) (NFNS)	Cy δ l (S _{VT2}) (NFNS)	Cy δ l (S _{VT}) (NFNS)
0	0,114	1,9	-	1,9
1,0	0,0454	-	1,135	1,135

A derivada de Cn δ l foi calculada de forma semelhante às derivadas Cm δ p e Cm δ a. A razão de cordas λ_f foi estimada como 0,3 e os valores calculados de Cn δ l são apresentados na Tabela 5.11.

Tabela 5.11 – Cálculo do Cn δ l de cada nó na metodologia NFNS

Coordenadas	Cn δ l
0	0,1665
1,0	0,3578

5.3) Motor

O motor usado neste estudo foi o mesmo motor usado em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010).

A Equação 5.21 apresenta a tração do motor em função do comando na manete de combustível π , da velocidade V e da altitude H (com densidade ρ), e da força de tração máxima do motor Fmax:

$$F = \pi F_{\max} \left(\frac{V}{V_0} \right)^{n_V} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{n_\rho} \quad \text{eq.5.21}$$

Onde: $F_{\max} = 77000\text{N}$,

$$n_V = 0$$

$$n_\rho = 0,77$$

$$V_0 = 225\text{m/s}$$

$$\rho_0 = 0,447 \text{ kg/m}^3$$

6. Modelo Estrutural do avião NFNS

Até este ponto já foi feita a modelagem geométrica, aerodinâmica, de distribuição de massa e do motor. Ainda falta o modelo estrutural, que é visto neste capítulo.

De acordo com (NIU, 1988), a asa é essencialmente uma viga que reune todo o carregamento aerodinâmico e o transmite para fuselagem.

Em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), a asa e as empenagens foram modeladas como box beams (vistas com seção transversal em forma de caixa). As vigas são formadas pelas longarinas (*spars*) nos bordo de ataque e de fuga, nervuras (*ribs*) igualmente espaçadas e pela casca da asa (*skin*). A skin, as lonagarinas e as nervuras são modeladas como membranas (DA SILVA, 2010).

A Tabela 6-1 apresenta os valores das espessuras das nervuras, longarinas, *skin*, e as larguras das seções na junção asa-fuselagem e na ponta de asa :

Tabela 6-1 Espessuras da skin, spars, ribs e largura das seções¹

	espessuras				
	Perfil na junção	Perfil na ponta	Casca (skin)	Longarina (spar)	Nervura (rib)
asa	0.4m	0.12m	2mm	40 mm	10mm
Empenagem horizontal	0.2m	0.1m	1 mm	15mm	5mm
Empenagem vertical	0.33m	0.17m	1 mm	15mm	5mm

As informações contidas na Tabela 6-1 foram usadas no cálculo da rigidez, e inércia nas seções das asas e empenagens.

¹ Os valores das cordas e espessuras da seção da junção asa-fuselagem e da ponta da asa foram definidos em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010). Os valores destes parâmetros para as seções intermediárias foram obtidos por interpolação linear e, para a raiz da asa (que está no eixo longitudinal do avião), foram obtidos por extrapolação linear.

Os próximos itens apresentam os valores calculados das rigidezes e inércias, e os valores de amortecimento estrutural dos elementos das vigas representativas da asa e empenagens.

6.1) Rigidez estrutural

A determinação das rigidezes e inércias distribuídas nas seções ao longo da envergadura da asa e empenagens foi feita com o mesmo método citado em (SU, 2008), (SHEARER, 2006). Nestas referências foi usado o método *Variational-Asymptotic Beam Sectional Analysis*. Este método de análise consiste em reduzir dimensionalmente um problema tridimensional, obtido da teoria de elasticidade (HODGES; YU, 2007). O problema é dividido em uma análise da seção transversal, usualmente linear e uma análise unidimensional, não linear e geometricamente exata de uma viga. O código numérico usado nos cálculos foi o VABS (YU, 2010). Neste código, há arquivos de entrada representativos de diferentes seções transversais. Dos arquivos de entrada contidos no software VABS, o que apresenta seção transversal mais próxima do problema analisado é o arquivo IsoBoxMax.dat, cuja geometria é apresentada na Figura 6.1. O arquivo de entrada precisa de informações de posição dos pontos 1 a 8, e de propriedades do material.

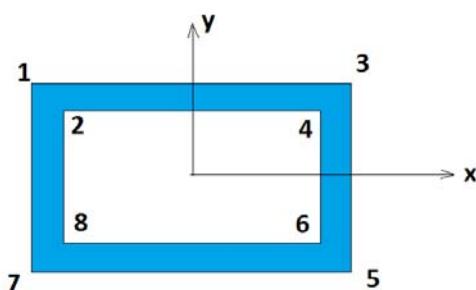


Figura 6.1- Coordenadas dos pontos nas extremidades da seção

Uma vez fornecidos estes valores, o software faz o cálculo das rigidezes e inércias das seções. Então, o cálculo destes parâmetros consistiu em traduzir a geometria da estrutura do avião modelado em (DA SILVA, 2012) para a geometria definida no arquivo definido em (YU, 2010), representativo das seções transversais da asa e empenagens.,

Nesta tese, a asa e empenagens foram modeladas estruturalmente como uma caixa, de seção variável (Vide Figura 6.2). As considerações feitas em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), (DA SILVA, 2012) justificam a modelagem da asa como uma *box-beam*.

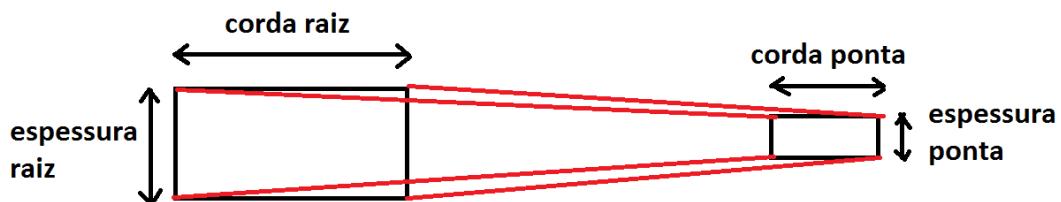


Figura 6.2- Representação da asa como um caixão com seções de área variável ao longo da envergadura

Em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), a asa e as empenagens foram consideradas como um caixão, formado por uma membrana, com duas longarinas no bordo de ataque e no bordo de fuga, e com seis nervuras equi-espaçadas, como é mostrado na Figura 6.3. Esta indica onde estão as longarinas (*spars*), as seções com nervuras (*ribs*) e algumas seções sem nervuras. As longarinas e as nervuras foram modeladas como membranas (DA SILVA, 2012).

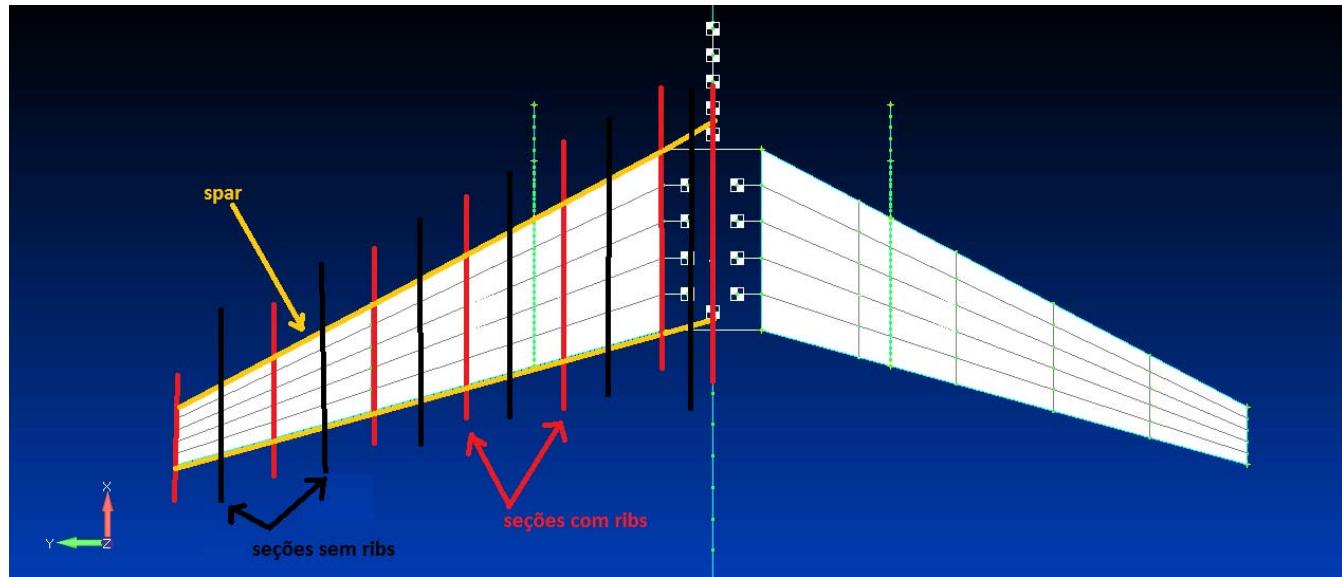


Figura 6.3 – Spars, seções com ribs (em vermelho) e seções sem ribs (em preto)

A Figura 6-4 apresenta o esboço da geometria de seções sem nervuras (a) e de seções com nervuras (b).

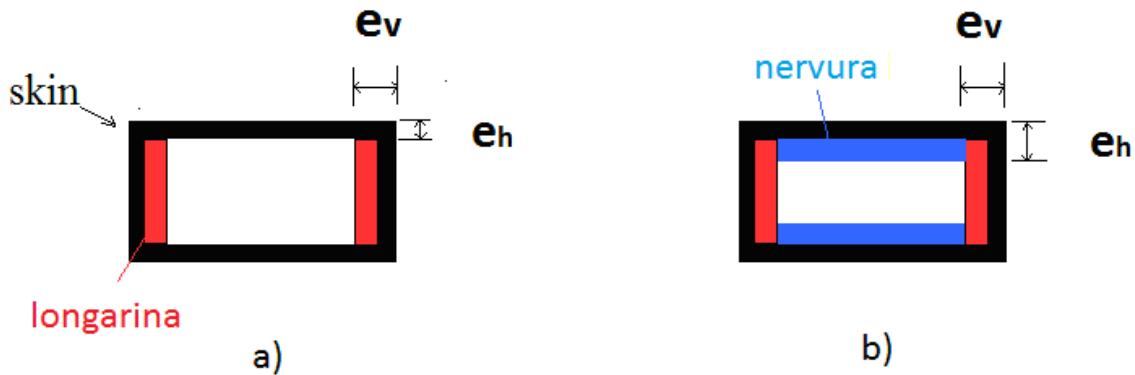


Figura 6.4- a) Seção sem nervura, (b) Seção com nervura

A espessura e_v dos “retângulos verticais” é sempre formada pela soma da espessura da skin (preto) mais a espessura da longarina (vermelho). (Figuras 6.4a,b). Quando a seção não contém nervura, a espessura e_h dos “retângulos horizontais” é a espessura da skin (Figura 6.4a). Quando a seção tem nervura, a espessura e_h total é a soma da espessura da skin (preto) e da nervura (azul).

mais a espessura da nervura (azul) (Figura 6.3b). Tendo o conhecimento das espessuras e_v , e_h , das cordas e espessuras de cada seção, é possível calcular as posições de cada extremidade da seção (em relação ao centro de área do perfil). Vide Figura 6-1.

Neste ponto, deve ser observado que as nervuras podem ser de diferentes tipos, como é apresentado na Figura 6.5.

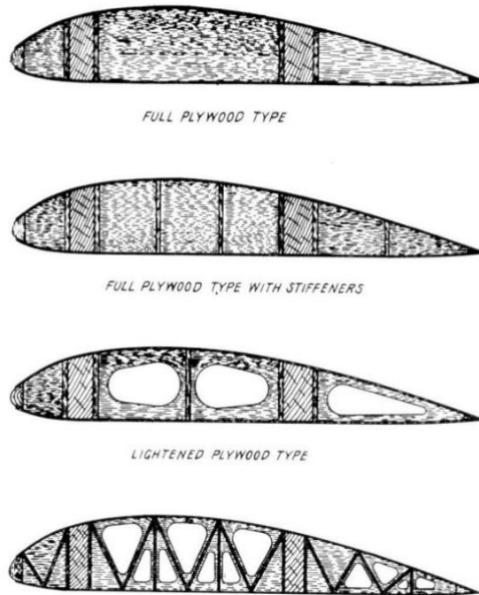


Figura 6.5 – Diferentes tipos de nervuras (Yellowairplane, 2013)

No avião modelado em (DA SILVA, 2012), a nervura foi modelada como uma membrana vertical “maciça”, em outras palavras, a nervura considerada tem o formato de um retângulo, sem espaços vazios. Isto quer dizer que as seções que contêm nervuras são maciças, enquanto que as seções que não contém nervuras possuem geometria como a apresentada na Figura 6.4a. As dimensões que definem a geometria das longarinas e nervuras do avião são definidas na Tabela 6.1. E a geometria da longarina (*spar*) e da nervura (*rib*) podem ser visualizadas nas Figuras 6.6¹ e 6.7, respectivamente.

¹ Na Figura 6.6 foi desenhado apenas a longarina dianteira para representar com maior nitidez as dimensões da longarina, mas, deve-se lembrar que a seção da asa contém a longarina dianteira no bordo de ataque do perfil e a longarina traseira no bordo de fuga (DA SILVA, 2012).

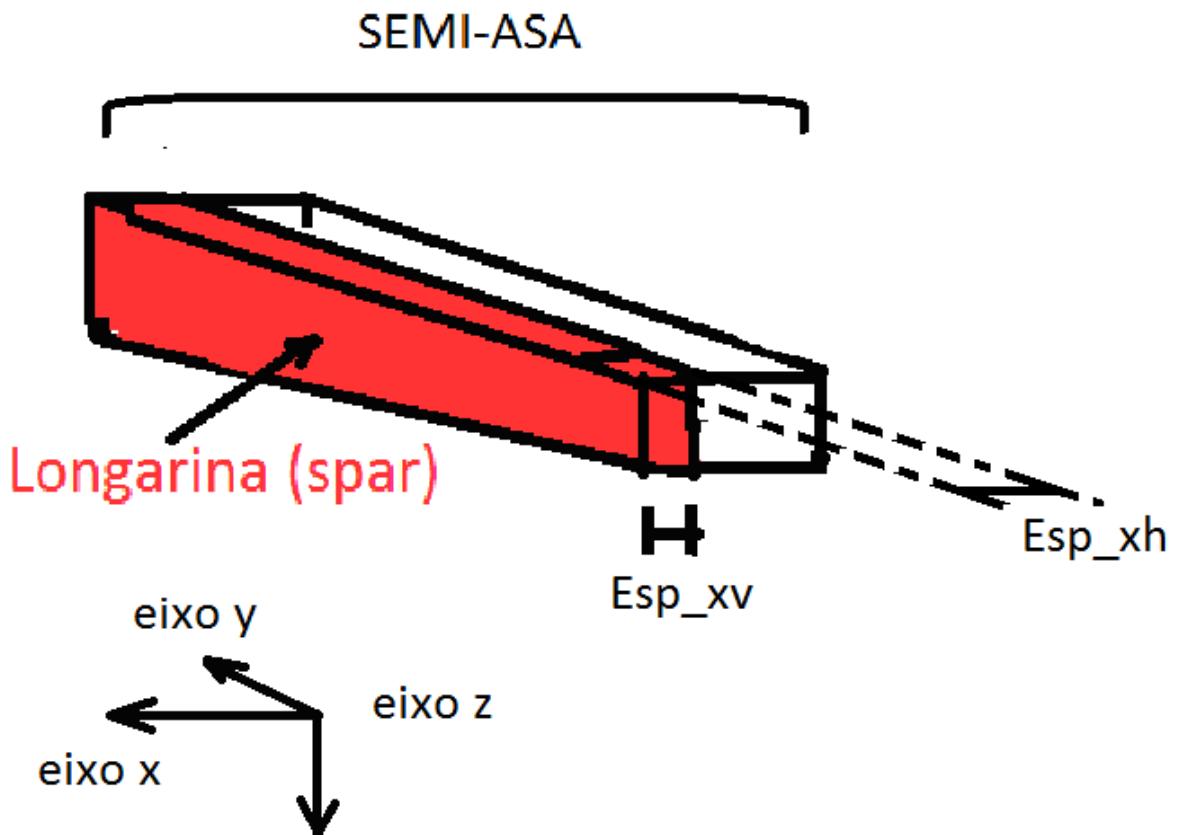


Figura 6.6 – Geometria da longarina da semi-asa esquerda

As dimensões que definem a geometria da longarina da asa são a envergadura da semi-asa e as espessuras Esp_z e Esp_x (Vide Figura 6.6). A espessura definida em (DA SILVA, 2010) é a espessura Esp_{xh} . Através da Figura 6.6, pode-se ver que a espessura Esp_{xv} é igual a espessura Esp_{xh} . Então a definição das seções com longarina e sem nervura foi definida sem dificuldade.

A complicação obtida no modelo estrutural foi a consideração das seções com nervuras. Na metodologia NFNS, a rigidez do elemento estrutural é definida como a rigidez do nó médio do elemento considerado (SU, 2008). Em (DA SILVA, 2012) as seções com nervuras são maciças. Nestas seções a espessura Esp_z da Figura 6.7 é igual a metade da largura do perfil.

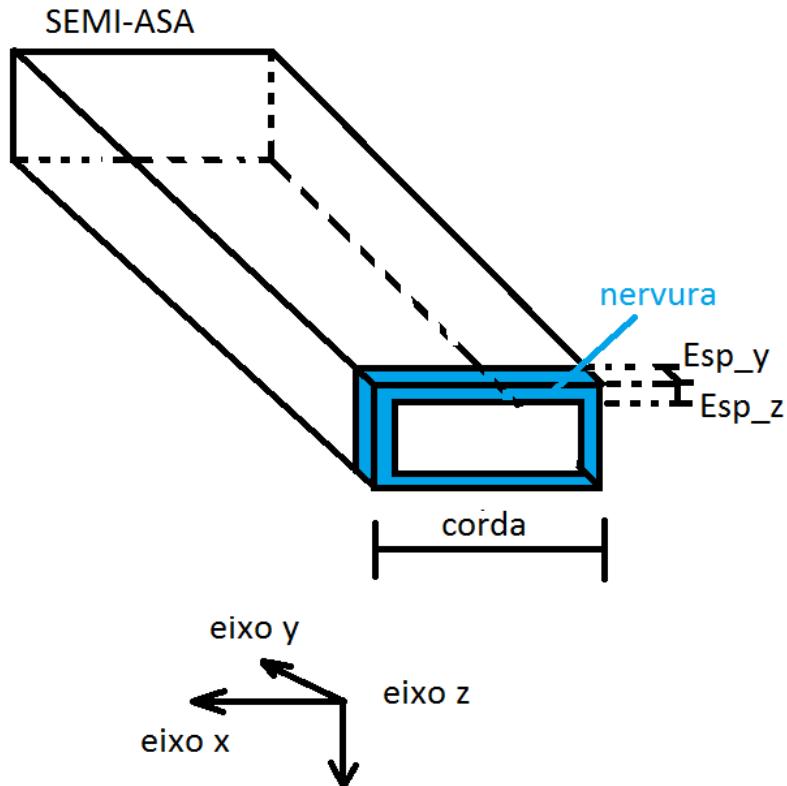


Figura 6.7 – Geometria das nervuras da semi-asa esquerda.

Em (DA SILVA, PAGLIONE, 2010), (DA SILVA, 2012), a envergadura da semi-asa é de 14,2m, e a espessura Esp_y das nervuras das semi-asas medem 10mm. Isto quer dizer que em todas as seções sem nervuras, são obtidas geometrias da seção como a apresentada na Figura 6.4a. E as seções com nervuras são maciças. Há 6 nervuras. Portanto, na fração da envergadura de $f1=(14,2m-6*0,01m)/14,2m$, as seções não têm nervuras e apresentam maior flexibilidade estrutural (menor rigidez). Já na fração de semi-envergadura $f2=6*0,01m/14,2m$, as seções são maciças.

Em simulações feitas no VABS, foi verificado que quanto maior a espessuras horizontal (eh) e vertical (ev) das seções transversais (Figuras 6.4a,b), maior é a rigidez estrutural da seção. Então se fossem considerados elementos nos quais o nó intermediário tivesse nervuras maciças, como no avião flexível modelado em (DA SILVA, 2012), a rigidez de tais elementos seria muito alta, e o avião modelado aqui com a metodologia NFNS a partir

do avião flexível modelado em (DA SILVA, 2012) se aproximaria do perfeitamente rígido. Então, os dois modelos não seriam equivalentes do ponto de vista da dinâmica estrutural. Este fato já foi uma dificuldade encontrada na modelagem. O método VABS junto com a metodologia NFNS permitem tal tipo de complicaçāo. Já o método de elementos finitos usado em (DA SILVA, 2012) contorna facilmente problemas deste tipo. Outra dificuldade foi a possibilidade de se obter asa e empenagens muito flexíveis se a seção intermediária do elemento não tivesse nervura. E, por fim, outra complicaçāo foi a possibilidade de não se considerar a nervura, caso algum elemento considerado tivesse seções com nervura em uma posição diferente da posição do nó interno, intermediário ou externo. Em outras palavras, a “tradução” do modelo estrutural tridimensional definido em (DA SILVA, 2010) para o modelo estrutural de viga, usado na metodologia NFNS poderia ocasionar um avião irrealisticamente flexível por não se considerar as nervuras, ou um modelo irrealiticamente rígido, por se sobre-estimar o efeito das nervuras na rigidez. As soluções encontradas para se contornar este problema foram:

- 1) Calcular as rigidezes em todas as seções com nervura definidas em (DA SILVA, 2010), (DA SILVA; PAGLIONE, 2012). E também calcular as rigidezes nos nós que não contém nervuras (Vide Figura 6.3). Os valores das rigidezes de cada seção particular são obtidos por interpolação linear.
- 2) A rigidez de cada elemento é definida como a média aritmética das rigidezes dos nós interno, intermediário e externo do elemento. Ou seja, a rigidez do elemento é a soma das rigidezes dos três nós dividida por 3. Esta foi a forma de evitar a obtenção de um avião muito mais flexível, ou muito mais rígido do que o avião confl, definido em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010).

3) A geometria das seções com nervuras foram definidas da forma como é apresentado na Figura 6.7. E, nesta tese, foi feita a **hipótese** de que a espessura Esp_z da nervura é igual a espessura Esp_y (Figura 6.7)¹.

O uso destas soluções permitiu a obtenção de valores de rigidez realistas do avião modelado. Ou seja, aviões com valores realistas da rigidez estrutural são aviões nos quais os efeitos das nervuras não foram ignorados, mas também não foi excessivamente considerados. Os comentários feitos e apresentados neste item servem para mostrar a dificuldade na tradução de um modelo estrutural tridimensional para um modelo estrutural de vigas².

Como foi falado no começo deste item, as seções analisadas nesta tese têm formato de caixa, como é mostrado na Figura 6.1. Para se calcular as propriedades estruturais de seções deste tipo é necessário fornecer as coordenadas dos pontos 1 a 8, e propriedades do material usado: módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, densidade. Os valores das posições dos pontos 1 a 8 foram calculados com o uso das informações da Figura 6.4, da Tabela 6.1 e das cordas das seções. Estes valores foram inseridos no programa usado para fazer o cálculo das propriedades estruturais. Também foi informado a densidade do material, e coeficiente de Poisson informado em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010). Uma vez inserido estes dados no arquivo de entrada, foram rodadas simulações para cada perfil, e desta forma foram obtidas as rigidezes ao longo da envergadura. Estes resultados são apresentados nas Figuras 6.8 a,b,c.

¹ Durante o processo de modelagem, o autor tinha chegado a conclusão de que a geometria das seções com nervuras definida em (DA SILVA, 2012) estava de acordo com a geometria apresentada na Figura 6.7. Ou seja, o autor havia entendido que a espessura da nervura definida na Tabela 6.1 era a espessura Esp_z da Figura 6.7, ao invés da espessura Esp_y.

² Como foi falado no capítulo 3, a modelagem estrutural ainda é um tema de pesquisa. O que foi feito nesta tese foi a passagem das informações estruturais contidas em (DA SILVA, 2012) para o método de modelagem estrutural VABS (YU, 2008). Nesta “tradução” do modelo, as longarinas e nervuras passaram a ser representadas por chapas. A modelagem da estrutura tridimensional por vigas não é aceita por todos os pesquisadores. A validação e/ou melhoria da modelagem estrutural (na metodologia NFNS) será feita em estudos futuros. Nesta validação procurar-se-á modelos de viga capazes de representar todas as informações contidas no modelo estrutural tridimensional definido em (DA SILVA, 2012).

Nas Figuras 6.8, K_{11} (EA) é a rigidez longitudinal, K_{22} (GJ) é a rigidez torsional, K_{33} (EI) é a rigidez em flexão em torno do eixo longitudinal do avião: (*flat bend*), K_{44} (EI) é a rigidez em flexão em torno do eixo vertical do avião (*chord bend*). E o eixo x representa as coordenadas s dos perfis das asas e empennagens. Exemplo: o ponto com coordenada s= 1,0 da asa, representa a rigideza da seção na ponta da asa.

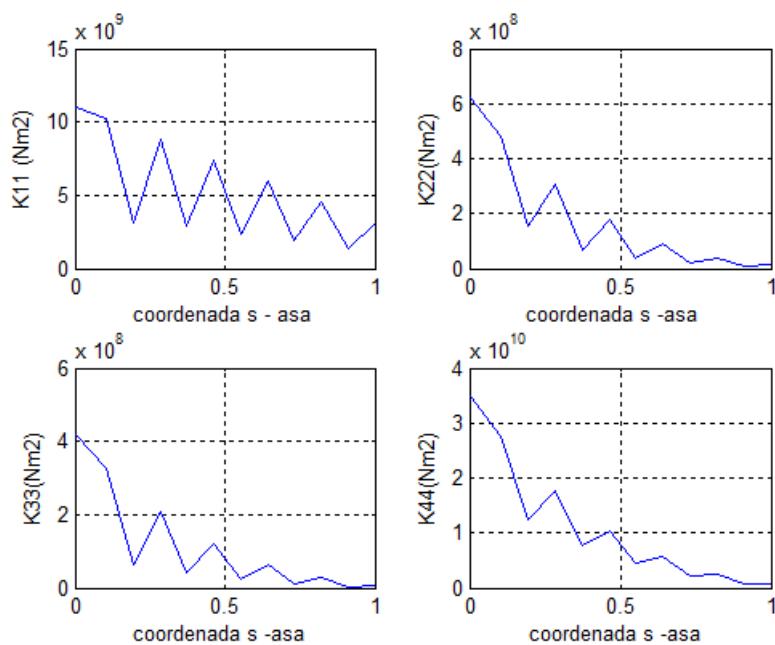


Figura 6.8a – Distribuição de rigidez da asa ao longo da envergadura

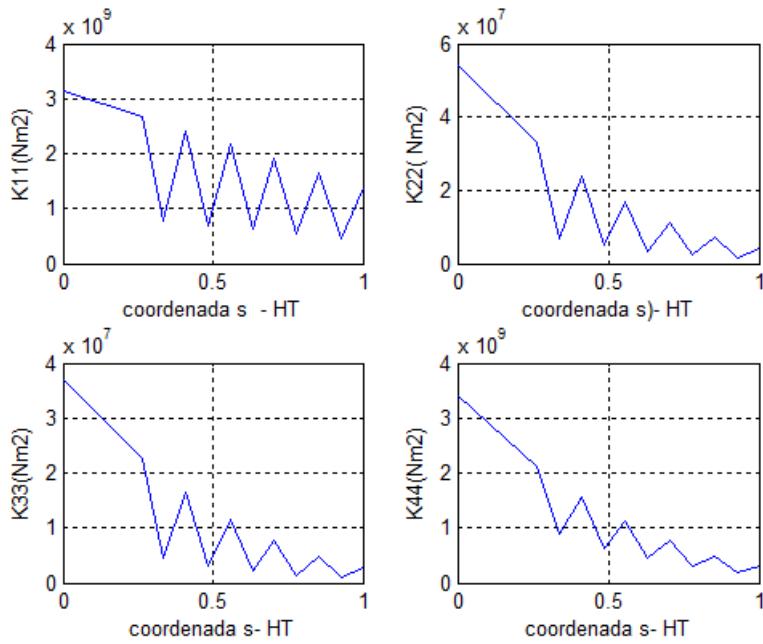


Figura 6.8b – Distribuição de rigidez da empenagem horizontal ao longo da envergadura

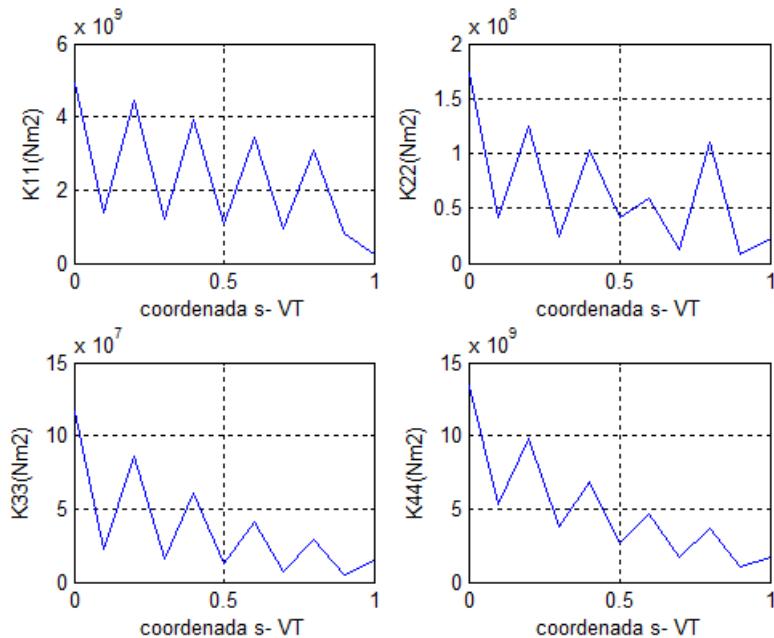


Figura 6.8 c – Distribuição de rigidez da empenagem vertical ao longo da envergadura

As oscilações vistas nas Figuras 6.8a,b,c ocorrem devido o fato de algumas seções conterem nervuras e outras não. As seções com nervuras contém maior espessura horizontal e_h (Figura 6.4) da seção, e por isso, apresentam maiores valores de rigidez. Isto justifica as

variações positivas ao longo da envergadura. Porém, o valor médio vai diminuindo conforme esperado, porque a área média das seções diminui da raiz para a ponta da asa e empenagens.

Na metodologia NFNS, as rigidezes contidas no modelo são as rigidezes dos elementos e não dos nós. A metodologia NFNS considera que a rigidez é constante ao longo do elemento. Nesta tese, as rigidezes de cada elemento foram calculadas como a média aritmética das rigidezes do nó interno, intermediário e externo do elemento, ou seja, a rigidez do elemento é a soma das rigidezes dos nós interno, intermediário e externo, dividida por 3. Os valores calculados para as rigidezes dos elementos da asa, empenagem horizontal e empenagem vertical são apresentados nas Figuras 6.9a, 6.9b, e na Tabela 6.2, respectivamente.

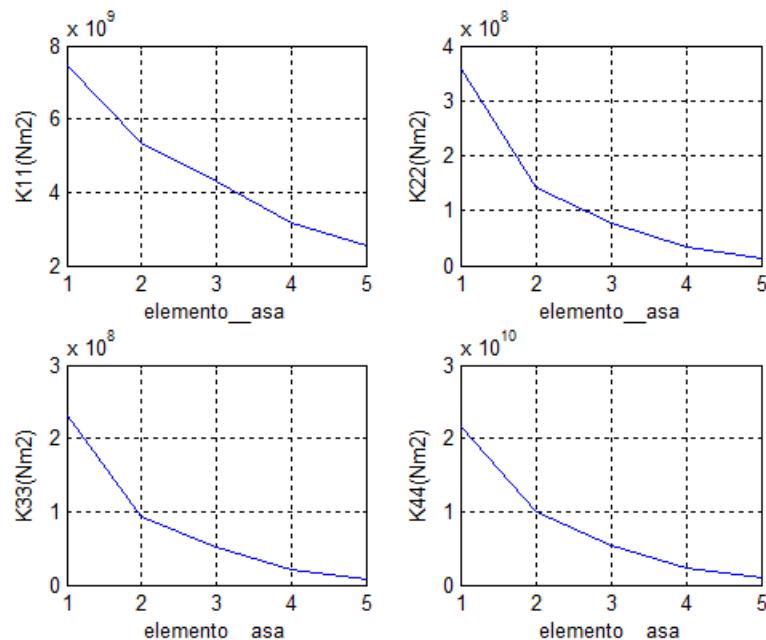


Figura 6.9 a – Rigidezes nos elementos da asa

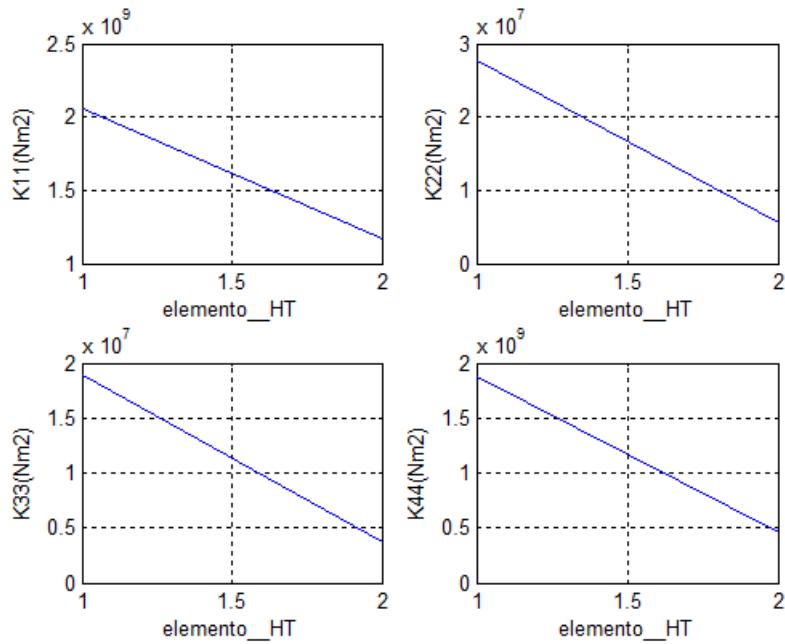


Figura 6.9 b – Rigidezes nos elementos da empenagem horizontal

Tabela 6.2 – Rigidezes no elemento da empenagem vertical

K11_VT	$2.0931 \times 10^9 \text{ Nm}^2$
K22_VT	79231660 Nm^2
K33_VT	$4.811 \times 10^7 \text{ Nm}^2$
K44_VT	$5.920 \times 10^9 \text{ Nm}^2$

6.2) Inércias das seções

As inércias de massa das seções foram obtidas pelo mesmo método e código de simulação numérica VABS usados no cálculo das rigidezes. As Figuras 6.10 a, b, c apresentam os valores das inércias I_1 , I_2 e I_3 da asa e empengagens.

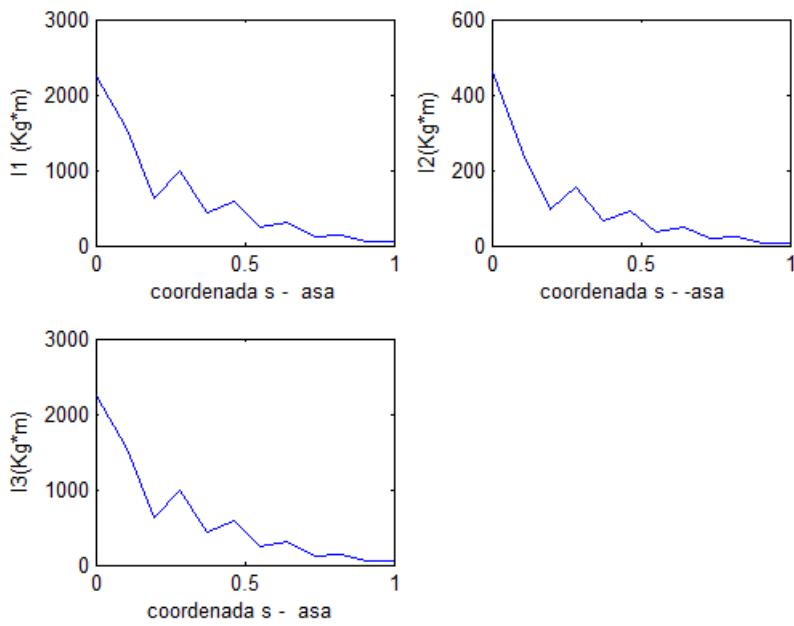


Figura 6.10 a – Inércias ao longo da envergadura da asa

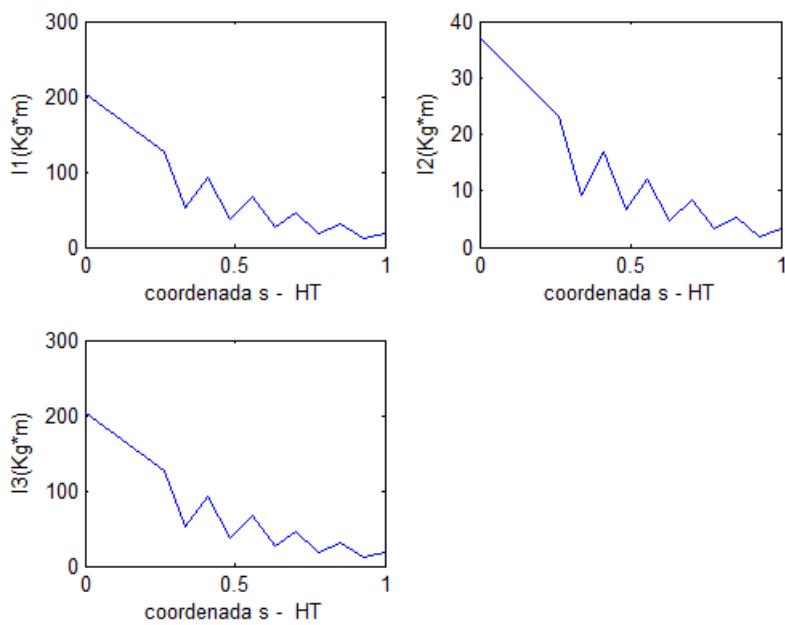


Figura 6.10 b – Inércias ao longo da envergadura da empenagem horizontal

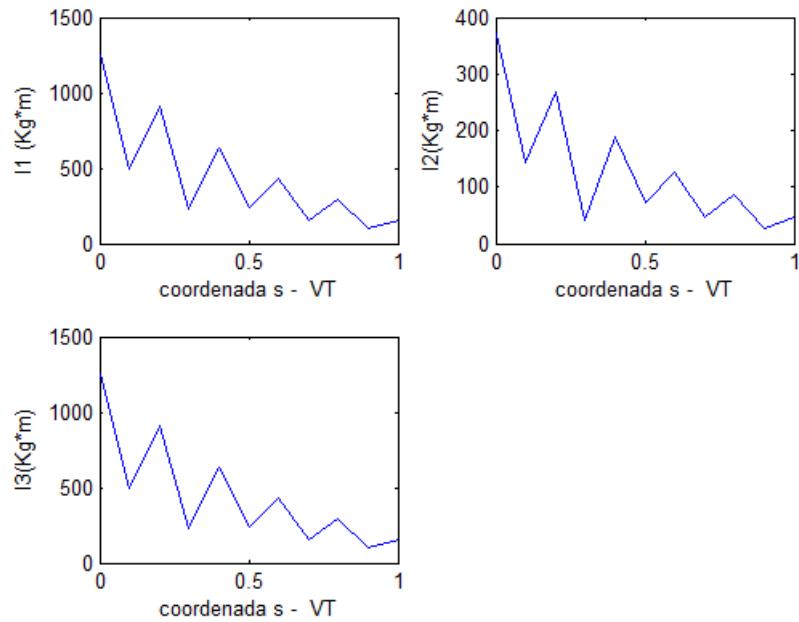


Figura 6.10 c – Inércias ao longo da envergadura da empenagem vertical.

Os valores destas inércias alteram a matriz de massa do avião, mas seu efeito é muito menor do que o das massas distribuídas, definidas no capítulo 4,0.

6.3) Amortecimento estrutural

Na metodologia NFNS, são considerados valores de amortecimento proporcionais à rigidez (SU, 2008):

$$c(s) = \alpha \cdot k(s) \quad (\text{eq.6.1})$$

O amortecimento é considerado na componente C_{FF} da matriz de amortecimento generalizada (Vide Equação 3.82c).

Na metodologia NFLS e na disciplina de dinâmica de estruturas, o parâmetro usado para definir o amortecimento é o fator de amortecimento ζ (BISMARCK, 1993), (DA SILVA, 2012).

Não é possível calcular o amortecimento para estruturas de aviões. Na disciplina de dinâmica de estruturas, é considerado normalmente um valor de fator de amortecimento modal por modo flexível (tipicamente 1% do amortecimento crítico viscoso ou fator de amortecimento de 0,02 para o amortecimento estrutural). Estes valores são usados por experiência, e depois são atualizados com valores obtidos em ensaios de GVT (*Ground Vibration test*) (WRIGHT; COOPER, 2007).

Em (SHEARER, 2006) são usados amortecimentos estruturais como 2% da rigidez estrutural, isto é $c(s)=0.02k(s)$.

Esta coincidência de valores permite a consideração de que o parâmetro α da Equação 6.1 pode ser modelado como tendo valores numéricos próximos ao fator de amortecimento ζ na metodologia NFLS ($\alpha=\zeta$).

Em (DA SILVA, 2012) são usados valores ζ entre 0,02 e 0,1. Nesta tese foram usados os seguintes valores: para o modo de torção e flexão em torno do eixo longitudinal y (da asa e

empenagens) foi usado o valor de $\alpha = 0,02$. E para o modo de flexão em torno do eixo z foi usado o valor de $\alpha = 0,1$.

A verificação de que os termos α e ζ são similares, deve ser feita na segunda etapa de validação do modelo, em que serão comparadas a dinâmica estrutural dos aviões NFLS e NFNS. Isto será feito em estudos futuros.

7. Validação do modelo NFNS

Até agora foi apresentada a teoria das metodologias NFLS e NFNS, a modelagem aerodinâmica, estrutural, de distribuição de massa e de motor de um avião na metodologia NFNS. Nesta modelagem foram usados dados do mesmo avião modelado com a metodologia NFLS. Uma vez feita a modelagem, é importante fazer a validação deste modelo (implementado no AEROFLEX com a metodologia NFNS).

Devido ao fato de não haver dados experimentais do avião modelado, a validação será feita por meio de simulações. Nestas serão visto se os resultados do mesmo avião modelado nas diferentes metodologias são próximos. Pelo fato de haver muitas diferenças na modelagem aerodinâmica, estrutural e de distribuição de massa, não é cobrado que os resultados das simulações sejam coincidentes, mas, espera-se que sejam próximos, uma vez que as modelagens aerodinâmica e de massa procuraram reproduzir, ao máximo possível, os mesmos esforços aerodinâmicos, e propriedades de massa contidos do avião em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010). Com relação à modelagem estrutural, foi feito um processo de modelagem diferente do que o usado em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), mas procurou-se usar a mesma geometria e as mesmas considerações feitas em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), (DA SILVA, 2012).

Como foi dito, a validação foi feita com base em comparação de resultados em simulações dos aviões modelados com as metodologias NFLS e NFNS. Mas, a metodologia NFNS é usada para se analisar aviões altamente flexíveis, nas quais a flexibilidade estrutural é muito alta, e a dinâmica estrutural passa a ser não linear. A metodologia NFLS não fornece resultados precisos quando se considera muita flexibilidade estrutural e grandes deformações, devido ao fato da própria metodologia considerar pequenas deformações

estruturais e dinâmica estrutural linear. Por esse motivo, a comparação entre as metodologias NFLS e NFNS só foi feita para o avião com a configuração 1 (conf1) modelado em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010) e para o avião modelado nos capítulos 4 a 6 desta tese.

Com o intuito de se fazer uma validação qualitativa do modelo, foram feitas simulações com o avião NFNS , mas, com diferentes valores de rigidez estrutural. Os resultados obtidos permitiram a verificação e análise dos efeitos de uma grande flexibilidade estrutural na dinâmica de vôo. Nas simulações, foi verificado se os resultados obtidos eram explicáveis e esperados fisicamente. A idéia é validar o metodologia NFNS e aumentar a compreensão dos efeitos da flexibilidade estrutural na dinâmica de vôo.

Em todos os resultados apresentados, o avião NFLS é modelado com a metodologia NFLS em (DA SILVA, 2012) e o avião NFNS é modelado com a metodologia NFNS dos capítulos 4 a 6.

As simulações feitas com o avião NFNS consomem muito mais tempo que as simulações do avião NFLS. Uma forma de reduzir o tempo das simulações foi calcular os jacobianos J_{hb} e J_{he} apenas durante a obtenção da condição de equilíbrio do avião. Durante as simulações dinâmicas, foram considerados valores constantes dos jacobianos J_{hb} e J_{he} .

Em (SHEARER, 2006) foi feita uma análise dos efeitos de se fixar os jacobianos J_{hb} e J_{he} durante as simulações dinâmicas. O avião simulado em (SHEARER, 2006) possui alto alongamento. A conclusão obtida por Shearer é que as diferenças entre as simulações com jacobiano constante e jacobiano variável são pequenas em manobras simétricas, e considerável em manobras assimétricas. Isto quer dizer que o fato de se considerar jacobiano constante não alterou significativamente a dinâmica longitudinal do avião simulado e alterou apenas a dinâmica látero-direcional. O autor viu os resultados apresentados por (SHEARER, 2006), e concluiu que o uso dos jacobianos variáveis parece amortecer as amplitudes das taxas angulares, particularmente a taxa de guinada e de rolamento, na maior parte dos casos

apresentados. Desta observação, foi concluído que o uso de jacobianos variáveis pode aumentar um pouco a estabilidade dinâmica do avião considerado. Em outras palavras, o uso de jacobiano constante torna as simulações mais conservativas, visto que o avião simulado apresenta características de estabilidade dinâmica látero-direcional um pouco menores do que o avião real. Ou seja, se as simulações dinâmicas com jacobiano constante garantirem a estabilidade do avião, o avião real será um pouco mais estável do que o simulado.

Nas simulações apresentadas nesta tese, os jacobianos são constantes durante as simulações dinâmicas.

7.1) Comparação: NFNS x NFLS

A seguir são apresentados resultados de simulações do avião modelado nas metodologias NFLS e NFNS. Estes itens serão analisados: Valores obtidos na condição de equilíbrio, resposta a doublets de profundor, aileron, leme e tração.

7.1.1) Equilíbrio

Em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), as derivadas de estabilidade e de controle foram modeladas para a seguinte condição de equilíbrio: $V=224,6\text{ m/s}$ e $H=10000\text{m}$.

Todas as simulações apresentadas nesta tese consideram a mesma condição de equilíbrio inicial do avião em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010).

A Tabela 7.1 apresenta uma comparação do ângulo de ataque, deflexão de profundor e tração do motor (manete comandada) para se manter o avião em equilíbrio.

Tabela 7.1 – Valores de ângulo de ataque, deflexão de profundor e manete a 224,6 m/s e 10000 m.

	NFLS (DA SILVA, 2012)	NFNS
$\alpha(\text{deg})$	0,4745	0,3553
$\delta p(\text{deg})$	1,314	0,0688
$\delta \pi (-)$	0,3836	0,3830

Comparando-se o ângulo de ataque nos dois aviões, pode-se ver uma diferença de equilíbrio de 0,12 deg. É um valor muito baixo, que pode indicar que os valores da derivada $CL\alpha$ (total) nos dois aviões estão muito próximos. Para confirmar isto, serão usada as Equações 7.1, que dizem que a sustentação nos dois aviões deve ser igual, uma vez que os dois aviões têm o mesmo peso, e estão na mesma altitude e velocidade.

O ângulo de ataque efetivo é o ângulo de ataque α menos o ângulo de ataque para sustentação nula (do avião todo) mais a incidência da asa. Fazendo-se estas considerações, e seguindo-se os passos apresentados nas Equações 7.1, chega-se a conclusão que o $CL\alpha$ no avião modelado com a metologia NFNS é 1,024 vezes o $CL\alpha$ do avião modelado em (DA SILVA; PAGLIONE, 2010), (DA SILVA, 2012). Isto equivale a uma diferença porcentual de 2,4%. Este é um valor consideravelmente pequeno e indica, que, do ponto de vista das forças de sustentação implementadas, no equilíbrio, os dois modelos são equivalentes.

$$\begin{aligned}
 L_{(NFLS)} &= L_{(NFNS)} \\
 \downarrow \\
 \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L\alpha(NFLS)} (\alpha_{NFLS} - \alpha o + i_w) &= \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L\alpha(NFNS)} (\alpha_{NFNS} - \alpha o + i_w) \\
 \downarrow \\
 C_{L\alpha(NFLS)} (\alpha_{NFLS} - (-1,67) + 3) &= C_{L\alpha(NFNS)} (\alpha_{NFNS} - (-1,67) + 3) \quad (\text{eq.7.1}) \\
 \downarrow \\
 C_{L\alpha(NFLS)} (0,4745 + 4,67) &= C_{L\alpha(NFNS)} (0,3553 + 4,67) \\
 \downarrow \\
 C_{L\alpha(NFNS)} &= C_{L\alpha(NFLS)} \frac{5,1415}{4,7789} = 1,0238 C_{L\alpha(NFLS)}
 \end{aligned}$$

Obs:

- Nas Equações 7.1, foi calculado o $CL\alpha$ total, resultante dos dois aviões para a mesma área de referência.
- Na Equação 7.1, ao se considerar a incidência da asa, foi assumido que toda a sustentação está na asa. Foi uma simplificação nos cálculos feita com o intuito de quantificar a diferença de 0,12 deg no ângulo de ataque como aceitável ou não. Devido ao que foi escrito, esta diferença é aceitável.
- O ângulo $\alpha o = -1,67$ deg foi calculado no item 5.1.1.1 desta tese.

Considerando que a tração dos dois aviões está praticamente coincidente (diferença de 0,006), pode-se concluir que o arrasto nos dois aviões é praticamente o mesmo. Em outras palavras, no equilíbrio, os dois aviões são equivalentes do ponto de vista da força de arrasto.

Por fim, com relação ao profundor, percebe-se uma diferença de 1,2452 deg. Esta diferença mostra que, no avião NFNS, foi necessário uma deflexão um pouco menor de profundor a picar (que gera momento de arfagem negativo), para que fosse possível equilibrar

o avião. Isto indica que o avião NFNS apresenta estabilidade estática longitudinal um pouco maior do que o avião NFLS em (DA SILVA, 2012). Entretanto, uma diferença de apenas 1.2452 deg em aviões que possuem amplitude de comandos de **pelo menos 40 deg** (-25deg a 15 deg), pode ser considerada pequena, uma vez que não vai afetar muito a autoridade de comandos necessária para equilibrá-lo. Diferenças da posição do centro de gravidade (no mesmo avião) demandam diferenças no profundo maiores do que 1 deg. Resumindo: Mesmo com a diferença de 1.2452 deg no profundo, os dois modelos podem ser considerados equivalentes (analisando só a condição de equilíbrio longitudinal).

7.1.2) Doublet profundo

Tendo sido feita a análise da condição de equilíbrio dos dois aviões, será agora comparada a resposta dinâmica.

Nas próximas simulações apresentadas, o avião NFNS é modelado com a metodologia NFNS, e avião NFLS é modelado com metodologia NFLS (DA SILVA, 2012). As curvas vermelhas apresentam resultados do avião NFNS e as curvas azuis apresentam resultados do avião NFLS¹.

A Figura 7.1 apresenta a resposta dos dois aviões a um doublet de profundo. São apresentadas as curvas da deflexão de profundo (δ_p) em função do tempo, e também da taxa de arfagem (q), da velocidade (V) e da altitude (H).

¹ Inicialmente foram feitas simulações do avião NFNS com o integrador *ode15s*, do simulink, mas, durante o desenvolvimento do modelo NFNS foi notado que, **para alguns aviões simulados**, havia problemas de integração, que já haviam sido reportados em (SHEARER,2006). Para se resolver este problema, foi implementado o método de integração α -generalizado modificado, descrito em (SHEARER,2006). Este integrador foi implementado para a simulação do avião NFNS e os resultados obtidos com ele foram validados ao comparar-se estes com aqueles das mesmas simulações no integrador implícito *ode15i* do matlab. A validação foi feita com resultados de simulações nas quais foram comandados doublets de aileron, profundor e leme. As simulações apresentadas neste capítulo foram feitas com o integrador do método α -generalizado modificado. Maiores informações podem ser vistas no Anexo C desta tese.

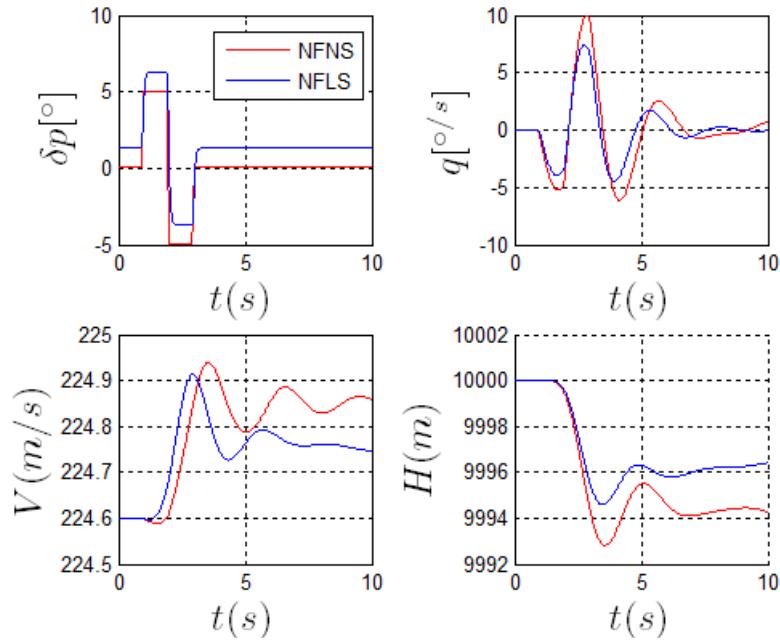
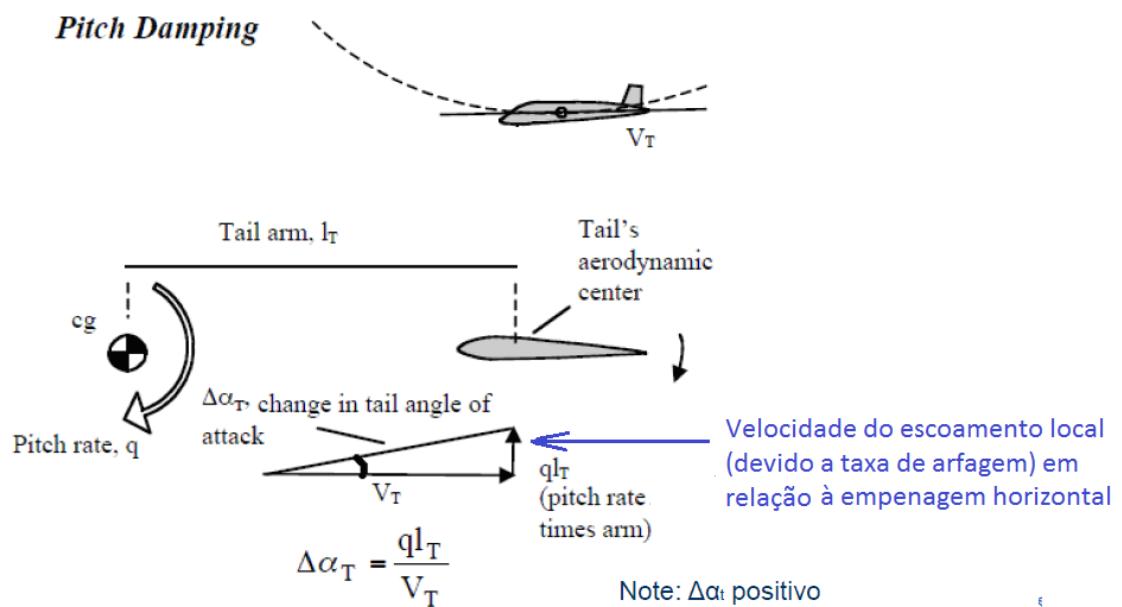


Figura 7.1- Doublet de profundor nos aviões NFNS e NFLS

Pode ser notado na Figura 7.1:

- A resposta da taxa de arfagem acontece ao mesmo tempo, mas, o amortecimento dinâmico no avião NFNS é menor do que no avião NFLS. A amplitude máxima da taxa de arfagem no avião NFNS é maior do que no avião NFLS. O período da oscilação de q no avião NFNS é maior do que no avião NFLS;
- A velocidade máxima nos dois aviões tem praticamente o mesmo valor, mas há um atraso da ordem de 0,8 s para a velocidade do avião NFNS responder ao comando do profundor. Este atraso não foi visto no avião NFLS. Pode ser visto também que o amortecimento da oscilação da velocidade do avião NFNS é também menor do que o do avião NFLS. Os períodos das oscilações da velocidade nos dois aviões são próximos.
- A resposta da altitude é imediata nos dois aviões, mas devido ao menor a amortecimento da taxa de arfagem no avião NFNS, a altitude final deste avião foi menor do que no avião NFLS.

O menor amortecimento dinâmico da taxa de arfagem no avião NFNS foi a causa para as diferenças notadas na Figura 7.1. Na metodologia NFLS, o amortecimento dinâmico da taxa de arfagem é representado pela derivada de estabilidade C_{mq} . Na metodologia NFNS, não existe um termo explícito para o efeito do amortecimento dinâmico, equivalente a derivada C_{mq} . O efeito do amortecimento dinâmico é calculado indiretamente. A Figura 7.2 apresenta uma explicação física de como é produzido o amortecimento das oscilações da taxa de arfagem.



**Figura 7.2 - Amortecimento aerodinâmico de oscilações da taxa de arfagem
(CRAWFORD, 2009)**

De acordo com (ETKIN, 1994), a contribuição da asa para a derivada de estabilidade C_{mq} é negligível. A empenagem horizontal é a componente do avião que mais contribui para a derivada C_{mq} (amortecimento dinâmico da taxa de arfagem). Quando o avião está em manobra com uma taxa de arfagem q positiva (Figura 7.2), a empenagem horizontal está em uma trajetória descendente (em relação ao ar). Como resultado, haverá uma componente do escoamento com velocidade q^*l_T na empenagem horizontal. Dividindo esta velocidade vertical

q^*l_t pela velocidade horizontal V_T , é obtido um acréscimo no ângulo de ataque local na empenagem. Note que, quando a taxa de arfagem é positiva, o acréscimo no ângulo de ataque na empenagem é positivo. Ao multiplicar este acréscimo no ângulo de ataque local pela derivada de estabilidade $CL_{\alpha_{HT}}$ da empenagem horizontal, é obtido a variação de força de sustentação na empenagem. Multiplicando esta força pela distância l_t , é obtido a variação no momento de arfagem. No caso apresentado na Figura 7.2, o amortecimento será negativo e tenderá a amortecer a taxa de arfagem q . Ainda de acordo com (ETKIN,1994), a expressão para a derivada Cmq é:

$$(Cmq)_{HT} = -2CL_{\alpha_{HT}}V_H \frac{l_t}{\bar{c}} \quad (\text{eq.7.2})$$

Onde: V_H é o volume de cauda, l_t é a distância do centro aerodinâmico da empenagem até o centro de gravidade do avião, e \bar{c} é a corda média aerodinâmica.

O que se pretende dizer com esta explicação é que o amortecimento dinâmico calculado no avião implementado no AEROFLEX é menor do que o amortecimento dinâmico em arfagem (Cmq) definido em (DA SILVA, 2012).

Na metodologia NFNS o acréscimo do ângulo de ataque local na empenagem é calculado pelo próprio AEROFLEX, e o efeito do amortecimento dinâmico é calculado ao se multiplicar o $CL_{\alpha_{HT}}$ da empenagem horizontal pelo acréscimo no ângulo de ataque pela distância l_t da empenagem horizontal até o centro de gravidade. Note que, na metodologia NFNS, é o valor de $CL_{\alpha_{HT}}$ (ao longo da empenagem horizontal) que vai definir o amortecimento da taxa de arfagem, e não o termo Cmq como na metodologia NFLS.

O que se pode concluir com o que foi dito é que o termo $CL_{\alpha_{HT}}$, na metodologia NFNS, está associado não só com a sustentação total do avião, mas, também com o amortecimento dinâmico da taxa de arfagem q . A Figura 7.3 apresenta duas simulações feitas com o mesmo avião NFNS, mas com valores diferentes de $CL_{\alpha_{HT}}$.

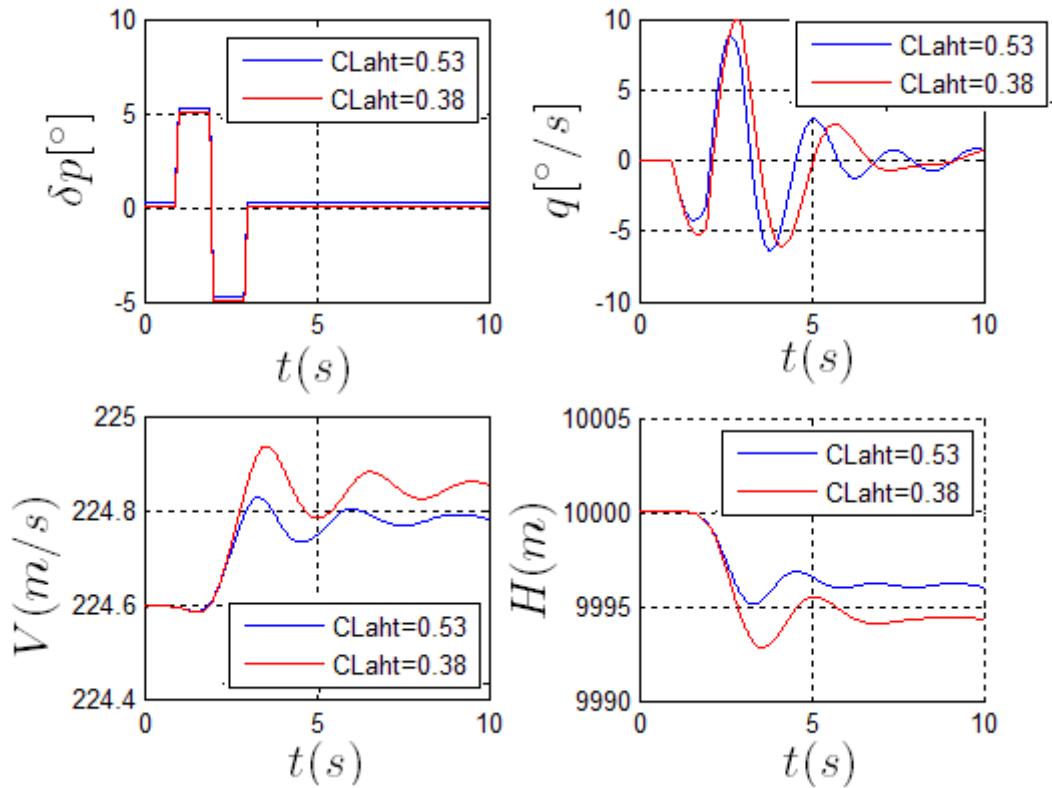


Figura 7.3 - Doublet de profundor nos aviões NFNS com $CL_{\alpha_{HT}} = 0,379$ (vermelha) e $CL_{\alpha_{HT}} = 0,539$ (azul)

O que pode ser notado é que houve um maior amortecimento da taxa de arfagem no avião com maior $CL_{\alpha_{HT}}$. Isto comprova o que foi dito no parágrafo anterior, e mostra que na metodologia NFNS, a derivada de estabilidade $CL_{\alpha_{HT}}$ está associada com a contribuição para a sustentação do avião e também com o amortecimento dinâmico da taxa de arfagem (q). Já na metodologia NFLS cada derivada de estabilidade tem uma função específica. Exemplo: CL_α (do avião todo) está associado com a sustentação do avião, Cm_α está associado com estabilidade estática longitudinal, Cmq está relacionado com amortecimento dinâmico da taxa de arfagem. O efeito do amortecimento dinâmico da taxa de arfagem só é contabilizado na equação de momento pela derivada Cmq .

Na metodologia NFLS, cada uma destas derivadas pode ser ajustada individualmente sem afetar as outras. Isto é muito útil durante o processo de identificação do banco de dados aerodinâmico, no qual é feito ajuste de coeficientes aerodinâmicos com dados de ensaios em vôo e de simulações de vôo. Algumas vezes, as curvas CL_α, Cm_α fornecem valores obtidos em simulações muito próximos de valores obtidos em pontos de ensaios em vôo nos quais o avião está trimado. Mas, quando é simulado curto período, pode ser necessário ajustes no coeficiente Cm_q . Isto pode ser feito sem afetar os demais coeficientes.

Na metodologia NFNS, o fato de uma derivada de estabilidade estar associada a diferentes funções pode prejudicar muito a atividade de identificação de coeficientes aerodinâmicos de aviões. Isto é visto pelo autor desta tese como uma limitação da metodologia NFNS. A solução seria alterar o equacionamento aerodinâmico, para outro, semelhante ao usado na metodologia NFLS, mas sem o risco de se desconsiderar algum efeito aerodinâmico ou contabilizar mais de uma vez. Por exemplo: A definição da força aerodinâmica poderia ser feita em função da derivada $CL_{\alpha_{HT}}$, mas esta por sua vez seria função também da taxa de arfagem: $CL_{\alpha_{HT}} = CL_{\alpha_{HT}}(q)$, por exemplo. Esta derivada poderia ser reescrita de forma linearizada como: $CL_{\alpha_{HT}} = A + Bq$, onde A e B são constantes. Seria uma possível solução para fazer a mesma derivada de estabilidade $CL_{\alpha_{HT}}$ servir para ajustar o mesmo modelo aerodinâmico em manobras estáticas e dinâmicas. A melhoria do equacionamento aerodinâmico na metodologia NFNS é um potencial tema de pesquisa.

7.1.3)Doublet tração

A Figura 7.4 apresenta os resultados de um doublet de tração nos aviões NFLS e NFNS. Pode-se notar que as curvas de velocidade são praticamente coincidentes. O fato de ter sido usado o mesmo motor nos dois aviões, da tração inicial ser praticamente coincidente e das curvas de velocidade na Figura 7.4 serem praticamente coincidentes servem para validar o modelo de arrasto usado para o avião NFNS. Foi notado uma maior resposta da taxa de arfagem no avião NFLS. A variação da taxa de arfagem observada foi da ordem de 0,5 graus/s. E por consequência houve uma variação de altitude da ordem de 1 m.

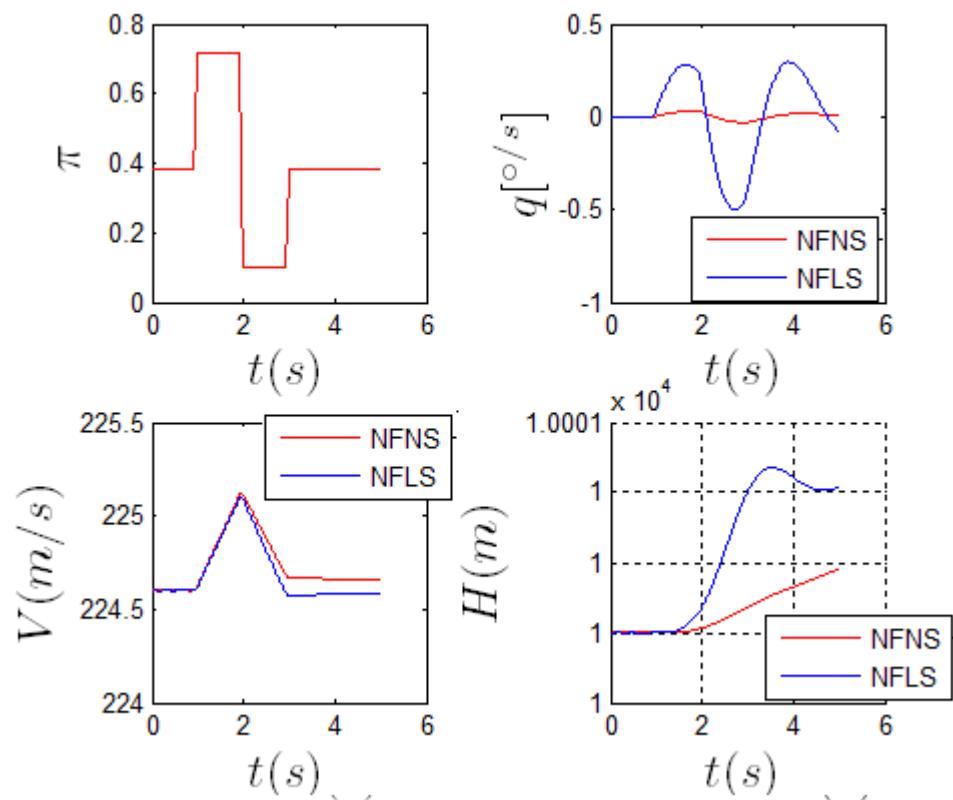


Figura 7.4 - Doublet de tração nos aviões NFLS (azul) e NFNS (vermelha)

7.1.4) Doublet aileron

A Figura 7.5¹ apresenta a resposta dos aviões NFLS e NFNS ao mesmo doublet de aileron. São apresentados gráficos do ângulo de rolamento ϕ , das taxas de guinada r e de rolamento p , da deflexão do aileron em função do tempo. Duas características podem ser observadas na Figura 7.5: A resposta em rolamento quase coincidente nos dois aviões, que pode indicar que a eficiência de aileron $C_l\delta_a$ e o amortecimento em rolamento foram bem modelados no avião NFNS, e o fato da guinada adversa no avião NFNS ser menor do que no avião NFLS, que pode indicar que o arrasto devido ao aileron $C_D\delta_a$ e/ou o amortecimento de guinada $C_n r$ não estão bem modelados no avião NFNS.

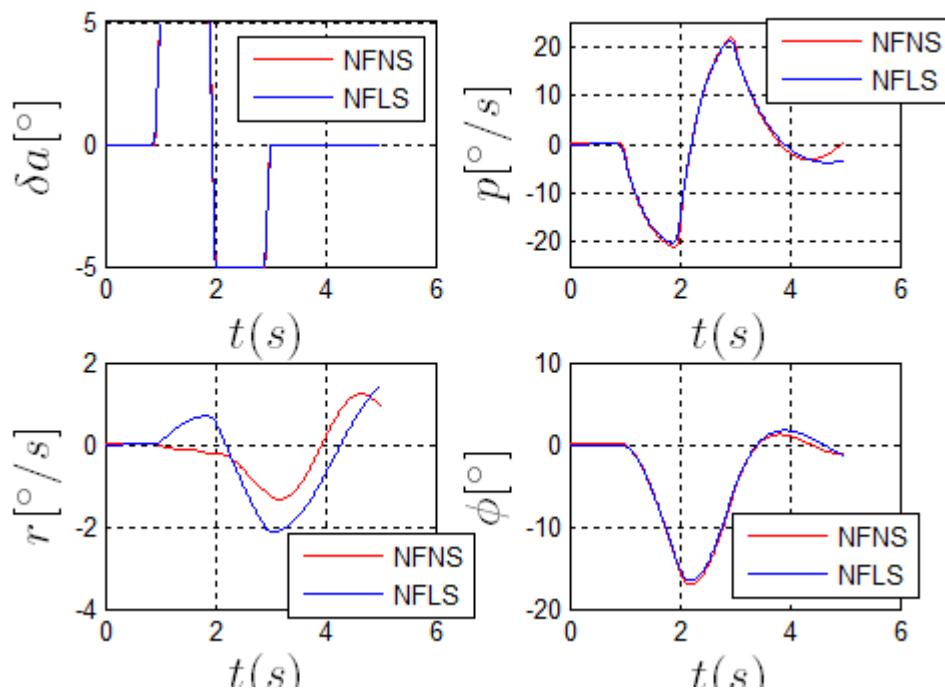


Figura 7.5- Doublet de aileron nos aviões “NFLS” e “NFNS”

¹ Os valores da taxa de guinada apresentados possuem sinal oposto aos obtidos nas simulações numéricas. Os valores da taxa de guinada nas metodologias NFLS e NFNS têm sinais opostos. A troca de sinal nos gráficos foi feita para facilitar a comparação dos valores obtidos nas simulações.

O segundo gráfico da Figura 7.5 mostra a resposta do ângulo de rolamento a deflexão de aileron. Pode-se ver que os aviões NFNS (curva vermelha) e NFLS (curva azul) respondem ao mesmo tempo ao comando do aileron, apresentam um rolamento máximo próximo de 18 deg e , em ambos, o rolamento máximo ocorre por volta de 2,2 s. Estes fatos indicam que as derivadas de estabilidade $C_{l\alpha}$ (eficiência de aileron) e C_{lp} (amortecimento de rolamento) são equivalentes nos dois aviões.

Deve ser lembrado que nas Equações 5.2, repetidas abaixo, não há nenhuma derivada de estabilidade relacionada a amortecimento dinâmico: C_{mq} , C_{lp} , C_{nr} .

$$\begin{aligned} L &= C_{L\alpha} \rho b * V^2 (\dot{z}/V + (b/2 - d) \dot{\alpha}/V) + \rho b \dot{y}^2 C_{L\delta} \delta \dot{\alpha} \\ M &= -0.5\pi \rho b^3 \dot{y} \ddot{\alpha} + 2\rho b^2 \dot{y}^2 (C_{mo} + C_{m\delta} \delta \dot{\alpha}) \\ D &= -\rho b \dot{y}^2 (C_{D0} + C_{D\delta} \delta \dot{\alpha}) \end{aligned}$$

Estas derivadas de estabilidade relacionadas a amortecimento dinâmico são obtidas após integração destas equações no programa AEROFLUX.

A Figura 7.6 (ROSKAM, 1994) apresenta uma explicação física para o amortecimento de rolamento C_{lp} . Quando o avião está em manobra com uma taxa de rolamento p , há uma alteração do ângulo de ataque de todas as seções ao longo da envergadura. Esta alteração no ângulo de ataque tem como consequência uma alteração das forças de sustentação ao longo da asa, que após integração ao longo da envergadura, produzem um momento de rolamento que tende a resistir ao rolamento. A derivada de estabilidade C_{lp} na metodologia NFLS contabiliza este amortecimento de rolamento.

Já na metodologia NFNS, não existe nenhum termo equivalente a derivada de estabilidade C_{lp} . O amortecimento em rolamento é calculado pelo produto da derivada de estabilidade $C_{l\alpha}$ de cada seção da asa pelo ângulo de ataque local. Este ângulo de ataque local sofre alteração quando o avião está em manobra de rolamento, da mesma forma como é mostrado na Figura 7.6.

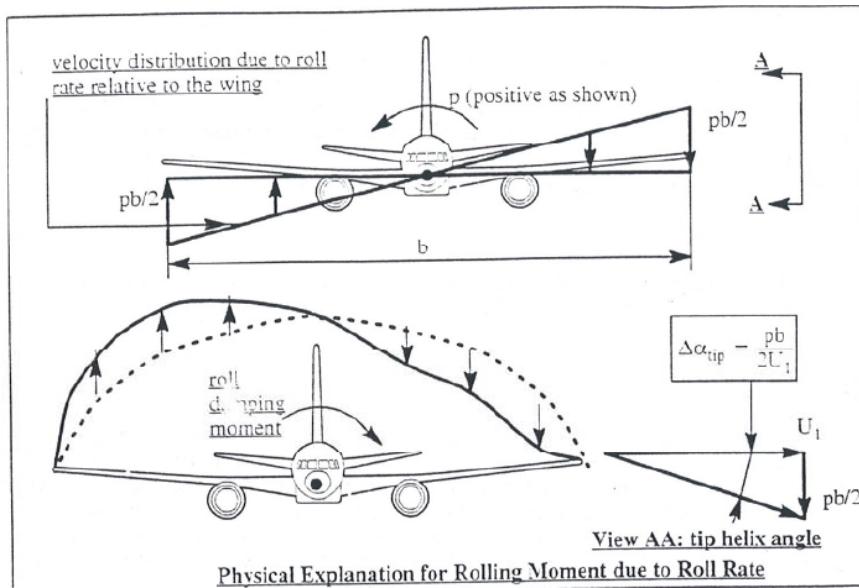


Figura 7.6- Explicação física para o amortecimento da taxa de rolamento p (ROSKAM, 1994)

O produto do $CL\alpha$ pelo ângulo de ataque local fornece o CL local da seção da asa. E, a integração deste CL ao longo da envergadura da asa fornece o coeficiente de momento de rolamento, que está associado com o amortecimento do rolamento. Esta explicação mostra que a distribuição de sustentação ao longo da asa além de fornecer a derivada de estabilidade $CL\alpha$ do avião todo, fornece também o valor de amortecimento de rolamento¹².

Como os resultados indicam que o amortecimento de rolamento é equivalente nos dois aviões, pode-se concluir que a distribuição de sustentação ao longo da asa forneceu valores equivalentes de $CL\alpha$ e de Cl_p do avião todo.

¹ Em análises anteriores, foi feita a comparação dos aviões NFNS e NFLS, mas não havia sido considerado o aileron externo nas simulações de doublet de aileron no avião NFLS. O resultado foi uma eficiência menor de aileron deste avião. Este fato não foi percebido, e concluiu-se que a causa da diferença nos resultados era o menor amortecimento de rolamento. O erro comentado foi percebido, e o texto acima contém a análise correta.

² Se for feita uma análise mais detalhista, deve ser lembrado que as inércias de rolamento dos aviões NFNS e NFLS são um pouco diferentes. No capítulo 4 foi visto que esta diferença ocasiona uma diferença de 1 deg no ângulo de rolamento, em manobras de doublet de aileron. Se considerarmos esta diferença, pode voltar-se a falar que o amortecimento de rolamento é ligeiramente diferente nos dois aviões, e provavelmente devido a distribuição de $CL\alpha$ ao longo da envergadura. Mas, a diferença é pequena, e, para as análises que estão sendo feitas, pode manter-se a conclusão de que o amortecimento de rolamento é equivalente nos dois aviões.

Alguns detalhes a ser lembrados são: na modelagem aerodinâmica, apresentada no capítulo 5, não foi implementada a distribuição dos esforços aerodinâmicos incrementais, e que, deformações de torção e flexão alteram o ângulo de ataque local em cada seção, que por sua vez alteram o amortecimento de rolamento Clp. Futuramente deve ser checado, se os efeitos do carregamento aerodinâmicos incrementais não foram contabilizados “automaticamente” no AEROFLEX, ao se considerar as deformações de torção e flexão.

Para terminar a análise do doublet de aileron, pode-se observar na Figura 7.5 a menor guinada adversa no avião NFNS (vide dois primeiros segundos da curva de taxa de guinada). Isto pode ser o indício de um maior amortecimento a guinada Cnr no avião NFNS.

7.1.5) Doublet leme

As Figuras 7.7a,b apresentam a resposta dos aviões NFLS e NFNS a um doublet de leme.

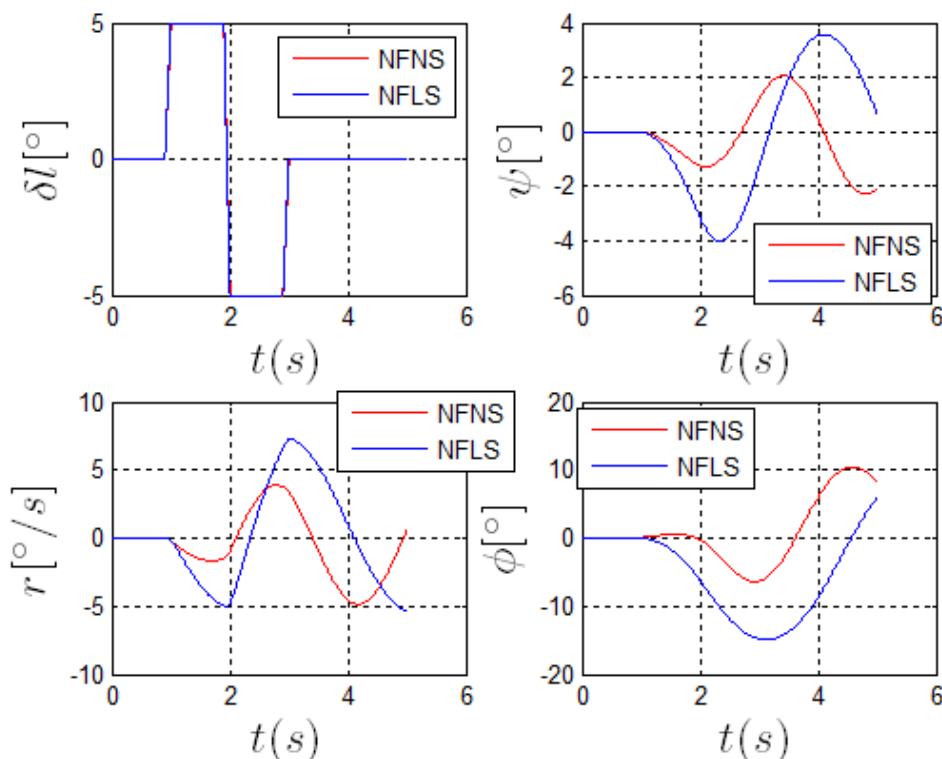


Figura 7.7a Doublet de leme (com passo de 1 s) nos aviões “NFLS” e “NFNS”

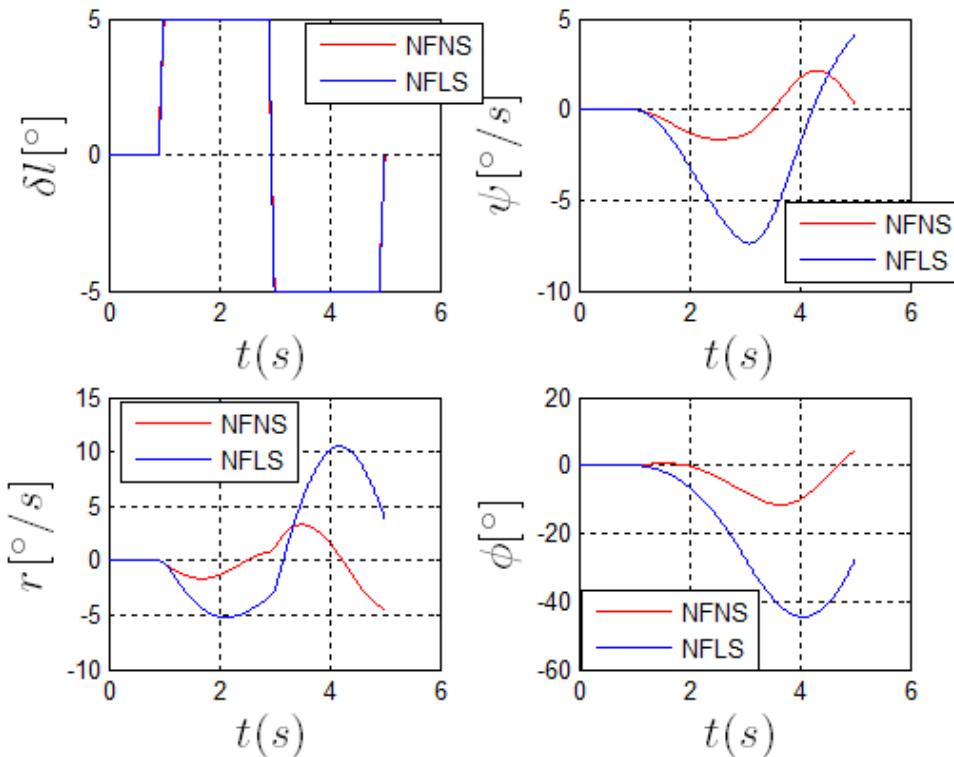


Figura 7.7b- Doublet de leme (com passo de 2 s) nos aviões “NFLS” e “NFNS”

Na Figura 7.7a é comandado um doublet de leme com passo de 1s, e na Figura 7.7b é comandado um doublet com passo de 2 s. Nesta figuras são apresentados os gráficos de deflexão de leme (δl), taxas de guinada (r), e ângulos de rolamento (ϕ) e de proa (ψ). A Figura 7.7a apresenta um doublet de leme com passo de 1s, da mesma forma como nas simulações anteriores. A Figura 7.7a não permitiu a fácil vizualização de um efeito esperado fisicamente: quando o leme é defletido positivamente (para a esquerda), a força atuante na empunagem vertical aponta para a direita. Devido a esta força estar acima do centro de gravidade, o avião irá rolar inicialmente para a direita. Mas, ao mesmo tempo, o avião guina para a esquerda, e isto causa uma derrapagem positiva β . Devido ao efeito diedro $C_l\beta$, o avião vai rolar para a esquerda. Na Figura 7.7 a, o efeito diedro começou a ocorrer ao mesmo tempo que o leme era defletido para o lado oposto do defletido inicialmente (por volta de 2 s).

Para que pudesse ser mais facilmente vizualizado o efeito diedro, foi feita uma simulação de doublet de leme com passo de 2s. Na Figura 7.7b, pode ser vizualizado mais facilmente o efeito diedro.

As Figuras 7.7a,b mostram que a amplitude da taxa de guinada na metodologia NFNS é aproximadamente 30% a amplitude da taxa de guinada na metodologia NFLS. Isto pode ocorrer devido a duas possíveis causas:

- Menor eficiência do leme $C_{y\delta_l}$ modelado na metodologia NFNS. Inicialmente, esta causa foi considerada improvável, pois, de acordo com o que foi apresentado no capítulo 5, procurou-se modelar o avião na metodologia NFNS com eficiência de leme $C_{y\delta_l}$ equivalente a da metodologia NFLS. Mas, depois foi lembrado que o leme não foi particionado como em (DA SILVA, 2012), e foi notado que pode ter havido erros de interpolação no cálculo de $C_{y\delta_l}$. Esta causa deve ser verificada.
- Maior amortecimento em guinada do avião na metodologia NFNS. Na metodologia NFNS, o amortecimento em guinada é função da distribuição da força de arrasto ao longo da envergadura. O fato de ter sido considerado uma distribuição de força de arrasto constante pode ter causado um amortecimento em guinada maior. São necessários mais cálculos para se confirmar esta hipótese.

O fato da taxa de guinada ser menor logicamente causará um momento de rolamento menor no avião NFNS. Nas Figuras 7.7a,b é visto que a taxa de guinada no avião NFNS é menos do que a metade da taxa de guinada do avião NFLS.

Na Figura 7.7a é visto que o ângulo de rolamento do avião NFNS é aproximadamente 50% do ângulo de rolamento obtido no avião NFLS. Analisando apenas a Figura 7.7a, poder-se-ia argumentar que esta diferença no ângulo de rolamento se deve na maior parte a diferença nas taxas de guinada. Esta justificativa seria verdadeira se a taxa de guinada do avião NFNS fosse metade da taxa de rolamento do avião NFLS, mas já foi visto que não é. Mesmo que a

proporção das taxas de guinada dos dois aviões fosse a mesma proporção dos ângulos de rolamento, a conjectura de que a diferença nas taxas de guinada é a causa única para as diferenças nos ângulos de rolamento poderia ser feita. Mas, esta explicação implicaria na consideração de que o efeito diedro dos dois aviões é equivalente. Aqui já pode ser considerado uma segunda causa para a diferença no ângulo de rolamento dos aviões NFLS e NFNS. Esta pode ser o efeito diedro.

Na Figura 7.7b é visto que o ângulo de rolamento máximo no avião NFNS é 27% do valor obtido no avião NFLS. Aqui a variação no ângulo de rolamento está mais próxima da variação da taxa de guinada (30%). Mas, deve-se notar que nas Figuras 7.7a, e 7.7b, houve a mesma diferença entre as taxas de guinada, e valores muito diferentes dos ângulos de rolamento (dos aviões NFLS e NFNS). Então, certamente há um segundo motivo para estas diferenças no rolamento. Este segundo motivo é o efeito diedro. Estas considerações indicam que o efeito diedro (representado pela derivada $C_l\beta$, na metodologia NFLS) para os dois aviões é diferente. O efeito diedro calculado no AEROFLEX usa a distribuição de CL ao longo da asa quando há derrapagem do avião. Isto mostra que a distribuição de CL ao longo da asa não está só associada apenas com a sustentação do avião e com o amortecimento em rolamento, mas também com o efeito diedro.

A Tabela 7.2 apresenta um resumo das conclusões tiradas com as simulações feitas:

- A simulação da condição de equilíbrio permitiu a verificação de que as derivadas CL_α , $CL_{\delta p}$ são equivalentes nos dois aviões.
- A manobra de doublet de profundor permitiu a verificação de que a derivada $C_m q$ nos aviões NFLS e NFNS NÃO é equivalente.
- O doublet de tração indica que as forças de arrasto total dos dois aviões são equivalentes.

- O doublet de aileron permitiu a verificação de que as derivadas $C_{l\alpha}$ e $C_{l\delta}$ são equivalentes nos dois aviões
- O doublet de leme permitiu a verificação de que as derivadas $C_{y\delta_l}$, C_{n_r} e $C_{l\beta}$ NÃO são equivalentes nos dois aviões.

Tabela 7.2– Derivadas de estabilidade validadas com as simulações dinâmicas feitas

manobra	$CL\alpha$	$CL\delta p$	Cmq	CD	$Cl\delta a$	Clp	$Cy\delta l$	Cnr	$Cl\beta$
equilíbrio	OK	OK	-	-	-	-	-		-
Doublet profundor	-	OK	NÃO	-	-	-	-		-
Doublet tração	-	-	-	OK	-	-	-	-	-
Doublet aileron	-	-	-	-	OK	OK	-	-	-
Doublet leme	-	-	-	-	-	-	NÃO	NÃO	NÃO

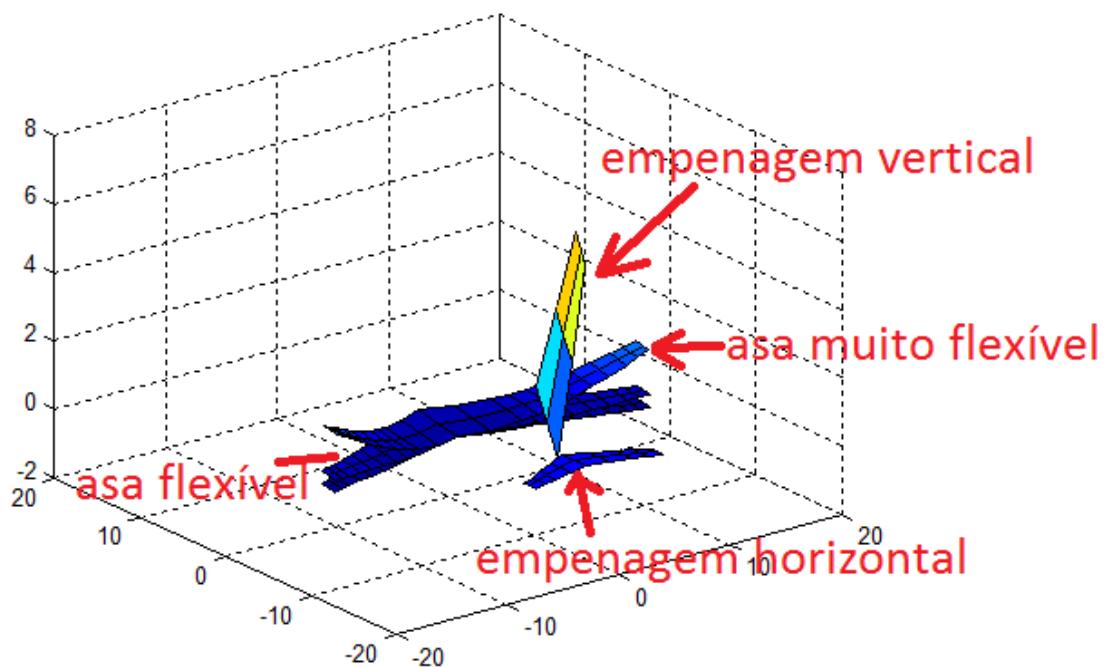
7.2) Simulações NFNS: Efeito da flexibilidade estrutural

No item 7.1 foram apresentadas comparações entre os aviões NFNS e NFLS com o intuito de se fazer uma validação quantitativa do modelo do avião NFNS. Neste item são apresentadas simulações em dois aviões NFNS, mas, com diferentes níveis de rigidez estrutural. Estas simulações são apresentadas para se observar e analisar os efeitos da flexibilidade estrutural na dinâmica de vôo do avião. Se os efeitos observados forem explicáveis fisicamente, os resultados obtidos servirão para se fazer uma validação qualitativa do modelo do avião NFNS.

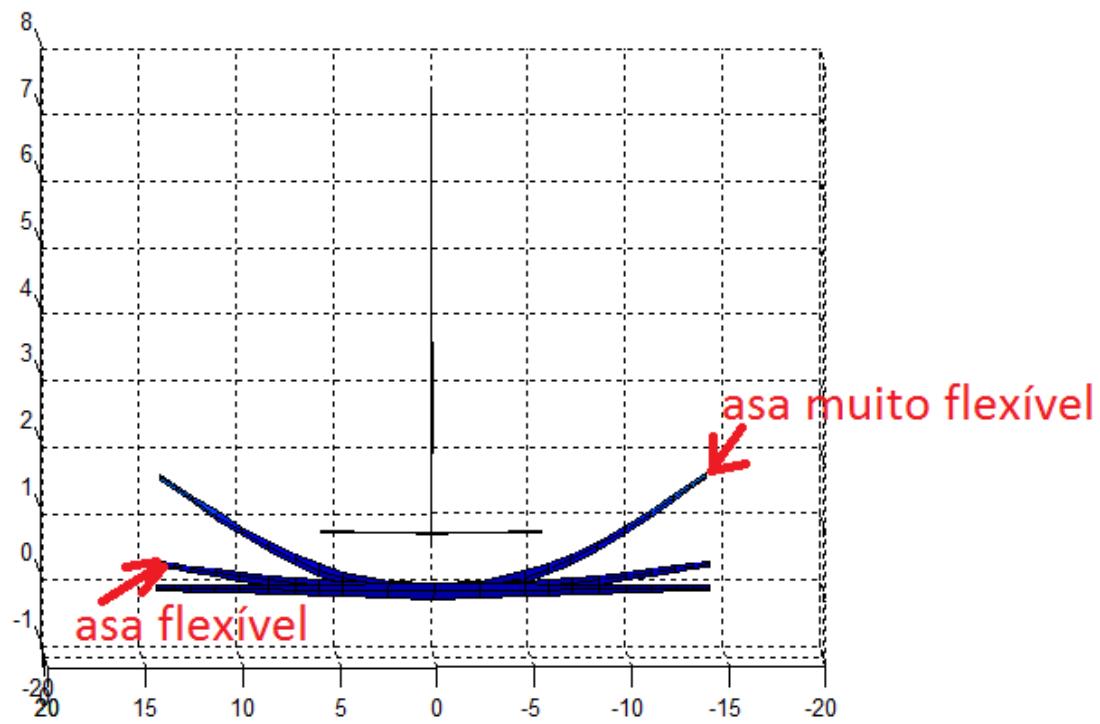
Um dos aviões simulados tem os mesmos valores de rigidezes definidos no capítulo 6.0. Este avião é chamada aqui de avião flexível. O outro avião simulado possui as rigidezes dos elementos da asa divididas por um fator de 6, as rigidezes dos elementos da empennagem

horizontal divididas por 4, e as rigidezes da empennagem vertical divididas por 2. É um avião **muito** flexível.

A Figura 7.8 apresenta a comparação das geometrias dos aviões flexível e muito flexível, na condição de equilíbrio ($V=224,6\text{m/s}$ e $H=10000\text{ m}$) e é mostrada também um avião perfeitamente rígido, para que pudesse ser notado mais facilmente os deslocamentos estruturais. É apresentada uma vista em perspectiva e uma vista frontal, na qual pode ser vista um deslocamento de 0,45 m na ponta de asa do avião flexível, e 1,8 m na ponta da asa do avião muito flexível. Estes deslocamentos ocorrem devido às deformações dos elementos da asa, particularmente, deformação em flexão ky . Na Figura 7.8 são mostradas a asa e as empennagens horizontal e vertical. Não é mostrada a fuselagem.



a)



b)

Figura 7.8 - Geometria dos aviões flexível e muito flexível a 224,6m/s e 10000m:

a) Vista em perspectiva, b) Vista frontal.

Os próximos itens apresentam comparações das condições de equilíbrio e resposta dinâmica dos dois aviões a doublets de profundor e aileron.

7.2.1) Equilíbrio

A Tabela 7.3 apresenta a comparação de alguns estados dos aviões na condição de equilíbrio.

Tabela 7.3- Comparaçāo dos estados na condição de equilíbrio do avião flexível e do avião muito flexível

	Avião NFNS Flexível	Avião NFNS Muito Flexível	$\frac{\text{parametros(flexivel)}}{\text{parametros(rígido)}}$
$\alpha(\text{deg})$	0,3553	1,7992	5,0
$\delta p(\text{deg})$	0,0688	-1,3752	-20,0
$\delta \pi (-)$	0,3830	0,3802	0,99
$\varepsilon_{x2}(-)$	$-2,5 \cdot 10^{-7}$	$-5,5 \cdot 10^{-6}$	22
$k_{x2}(-)$	$2,7 \cdot 10^{-4}$	0,0011	4,1
$k_{y2}(-)$	-0,0039	-0,0175	4,5
$k_{z2} (-)$	$-3,4 \cdot 10^{-7}$	$-7,6 \cdot 10^{-6}$	22,4

A segunda coluna da Tabela 7.3 apresenta o ângulo de ataque, a deflexão de profundor, a tração comandada e as deformações ε_x , k_x , k_y e k_z do segundo elemento da asa direita, no avião NFNS flexível. A terceira coluna apresenta os mesmos parâmetros para o avião NFNS

muito flexível. E a quarta coluna apresenta a razão entre os parâmetros do avião **muito** flexível e do avião flexível.

O avião foi modelado com 5 elementos em cada semi-asa, 2 elementos em cada empunagem horizontal e 1 elemento na empunagem vertical. Cada elemento tem 4 deformações. Ao todo há 15 elementos. Na Tabela 7.3 foram mostrados apenas as deformações do segundo elemento da asa direita (elemento 2) porque os valores destas deformações já mostravam o efeito da flexibilidade estrutural, e também para simplificar a apresentação de dados.

Analisando-se os dados da Tabela 7.3, pode-se ver que o ângulo de ataque no avião muito flexível é quase 5 vezes maior que o ângulo de ataque do avião flexível. Uma possível explicação física para isto é apresentada na Figura 7.9. Nesta figura a seta preta representa a vista frontal de uma asa menos flexível (rígida), e a curva preta (com concavidade para cima) representa a vista frontal de uma asa muito flexível, após sofrer a deformação estrutural. As setas verticais (ou inclinadas) pretas representam a sustentação local em cada seção, e as setas vermelhas representam a sustentação total da asa.

Se a asa for rígida (menos flexível), haverá a distribuição de sustentação e a sustentação total apresentados na Figura 7.9a. Se a asa for flexível, poderá haver deformação de flexão, como a apresentada na Figura 7.9b. Se isto ocorrer, a sustentação total irá diminuir, se for mantido mesmo ângulo de ataque. Em outras palavras, CL_a do avião flexível será menor. Para compensar o decréscimo no CL_a , é necessário maior ângulo de ataque para se ter a mesma sustentação^{1 2}

¹ Na explicação que esta sendo dada não foi considerada deformação de torção.

² Na Figura 7.9a, a sustentação local é perpendicular a velocidade, mas deve estar no plano formado pela seção. Por isso, os vetores da sustentação local ficam inclinados na Figura 7.9b

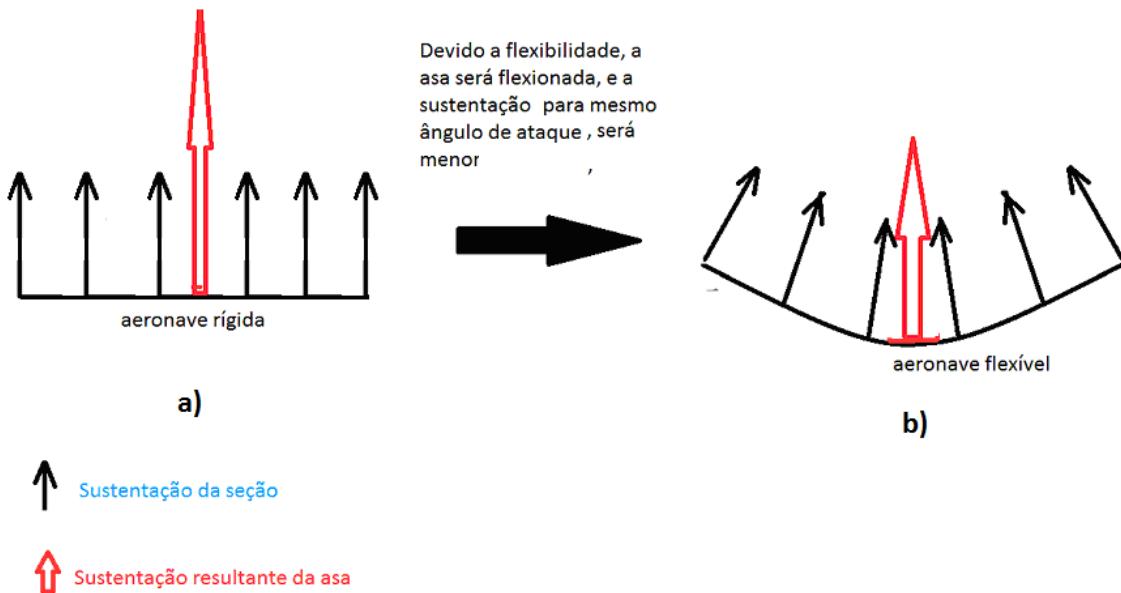


Figura 7.9- Explicação física para o maior ângulo de ataque no avião flexível

Mantendo a linha de raciocínio mostrada na Figura 7.9, se o ângulo de ataque for maior, o momento de arfagem será mais negativo (momento picador será maior). Para que haja o equilíbrio de momentos de um avião com maior momento picador¹ (devido a maior sustentação), é necessário uma maior deflexão do profundo a cabrar (deflexão mais negativa). E foi isto que foi visto na Tabela 7.2.

Ao se comparar as deformações do avião flexível e do avião **muito flexível**, percebe-se que as deformações do avião muito flexível são bem maiores do que as deformações do avião flexível. Isto já era esperado uma vez que as rigidezes do avião **muito flexível** são menores do que os do avião flexível. Mas, o que pode ser notado é que as deformações ao longo do eixo da asa (ϵ_x) e da flexão em torno do eixo z (k_z) são muito pequenas, mesmo no avião muito flexível. Isto pode ser justificado devido ao fato da força ao longo do eixo longitudinal da asa ser quase nula e do momento de guinada ao longo das seções da asa ser relativamente pequeno. Este momento de guinada vem do produto da força de arrasto (e do motor) pela

¹ Momento picador: momento de arfagem negativo que force o nariz do avião para baixo (*nose down*).
Momento cabrador: momento de arfagem positivo que force o nariz do avião para cima (*nose up*).

distância da seção até a fuselagem. Além disso, as rigidezes K_{11} e K_{44} são muito maiores do que as rigidezes de torção (K_{22}) e flexão (K_{33}), como foi visto no capítulo 6.

A deformação com maior valor é a flexão em torno do eixo longitudinal do avião: k_y . Isto pode ser justificado devido a força de sustentação ser muito alta, e também devido aos valores de rigidez estrutural K_{33} . O fato da flexão em torno do eixo longitudinal apresentar valor muito alto (-0,0175) no avião muito flexível apóia a explicação física mostrada na Figura 7.9. Deve ser lembrado que a deformação apresentada é a deformação da asa direita. Neste caso uma flexão na qual a ponta da asa direita é levantada, corresponde a uma rotação com sentido oposto ao eixo longitudinal do avião. Por este caso, a flexão é negativa. Já no caso da asa esquerda, uma flexão na qual a ponta da asa esquerda é levantada corresponde a uma rotação em torno do eixo longitudinal do avião. Neste caso a flexão é positiva. E foi isto que foi reparado nas simulações.

As deformações em torção não apresentaram valores tão altos como a flexão k_y nem tão baixos quanto k_z . Houve uma ligeira torção.

Uma vez que foi apresentado e comentado os valores de equilíbrio do avião NFNS flexível e do avião NFNS muito flexível, serão apresentados resultados de simulações dinâmicas dos dois aviões.

7.2.2) Doublet profundo

A Figura 7.10 apresenta gráficos da resposta da taxa de arfagem (q), da velocidade (V) e da altitude (H) a um doublet de profundor (δp). As curvas vermelhas mostram a resposta do avião flexível e as curvas azuis mostram a resposta do avião muito flexível.

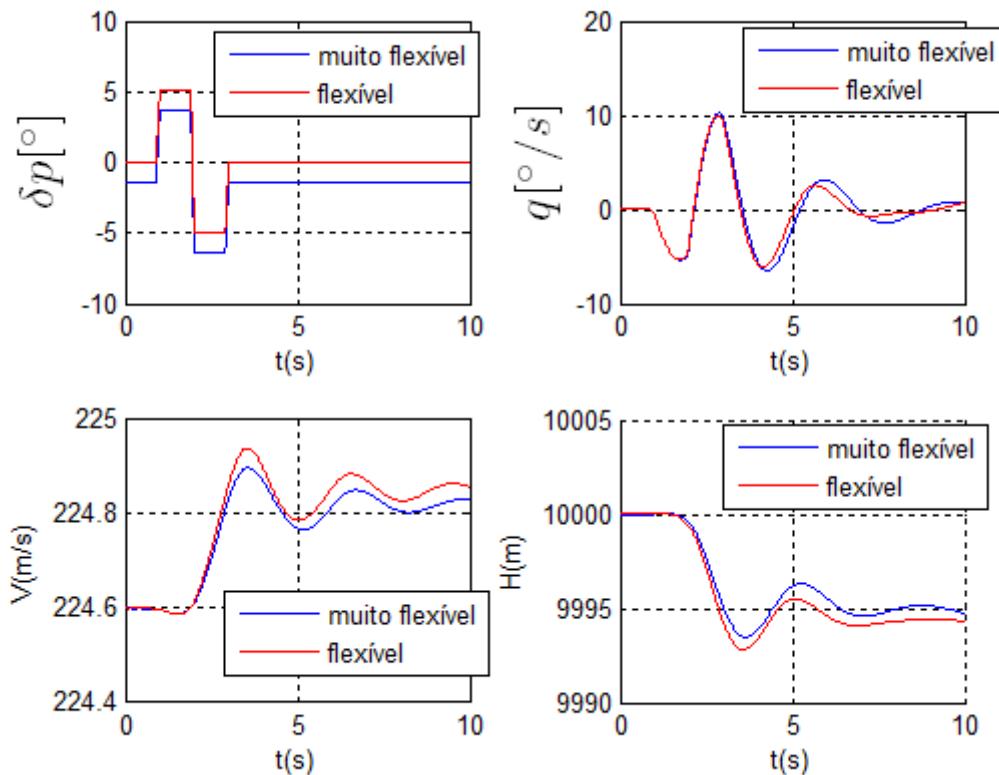


Figura 7.10 - Doublet de profundor nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

Pode-se notar que a eficiência do profundor não foi muito alterada, uma vez que os gráficos da velocidade são muito próximos, e também a amplitude máxima da taxa de arfagem foi a mesma para os dois aviões. O amortecimento em taxa de arfagem do avião NFNS flexível foi ligeiramente menor. Isto pode ser causado pelas deformações em flexão k_y da asa e empenagem horizontal. Antes de se analisar o mecanismo físico pelo qual ocorreu a ligeira redução do amortecimento da taxa de arfagem, são apresentados gráficos dos outros estados do avião.

As Figuras 7.11 a,b,c,d,e,f,g,h,i, j apresentam a resposta de todas as deformações.

As deformações apresentadas são a deformação normal ao longo do eixo longitudinal (da viga): ε_x , a deformação de torção k_x , e as deformações de flexão k_y e k_z . São apresentadas estas quatro deformações para todos os cinco elementos da asa direita (da raiz para a ponta), e

na sequência, as deformações dos cinco elementos da asa esquerda, dos dois elementos da empenagem horizontal direita, dos dois elementos da empenagem horizontal esquerda e empenagem vertical.

Estes gráficos são apresentados para mostrar que as deformações obtidas no avião muito flexível são de fato muito maiores do que no avião flexível. Devido às ordens de grandeza das deformações apresentadas, as únicas deformações com valor mais elevado a ponto de poder influenciar a dinâmica do avião de corpo rígido são a flexão em torno do eixo longitudinal do avião k_y (que apresentam valores da ordem de 0,01).

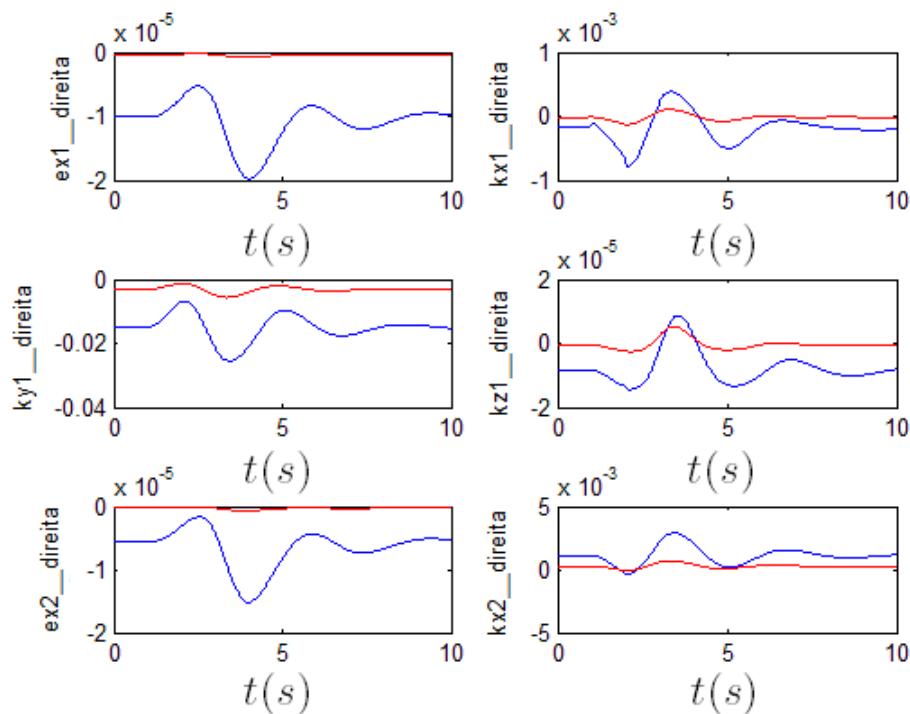


Figura 7.11a- Deformações devido ao doublet no profundo nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

Pelos resultados apresentados nota-se um k_y inicial da asa direita negativo. Isto ocorre porque a flexão inicial da asa ocorreu em sentido oposto ao eixo longitudinal do avião. Valor negativo de k_y da asa direita equivale ao levantamento da ponta da asa direita. Com relação a asa esquerda, uma flexão que ocasione o levantamento da ponta de asa, deve ocorrer devido a

uma rotação em torno do eixo longitudinal. A flexão ky da asa esquerda é positiva. O que foi comentado pode ser visto nas Figuras 7.11 a,b,c,d,e,f,g.

A deflexão positiva do profundor aumenta a força de sustentação local na empenagem horizontal, e isto favorece o aumento da flexão da empenagem horizontal. As empenagens esquerda e direita são flexionadas para cima quando a deflexão do profundor é positiva. Isto equivale a valores mais negativos de ky na empenagem direita e menos negativos (mais positivos) na empenagem esquerda. Isto pode ser visto nas Figuras 7.11 g,h,i.

Ao mesmo tempo deflexão positiva de profundor causa uma diminuição do ângulo de ataque, e consequente diminuição da sustentação da asa, e flexão das semi-asas direita e esquerda para baixo. Isto equivale a valores mais positivos de ky da asa direita e negativos da asa esquerda. Vide gráficos de ky nas Figuras 7.11 a,b,c,d,e,f,g. Note que a amplitude da variação da deformação ky diminui a medida que se “caminha” para a ponta da asa.

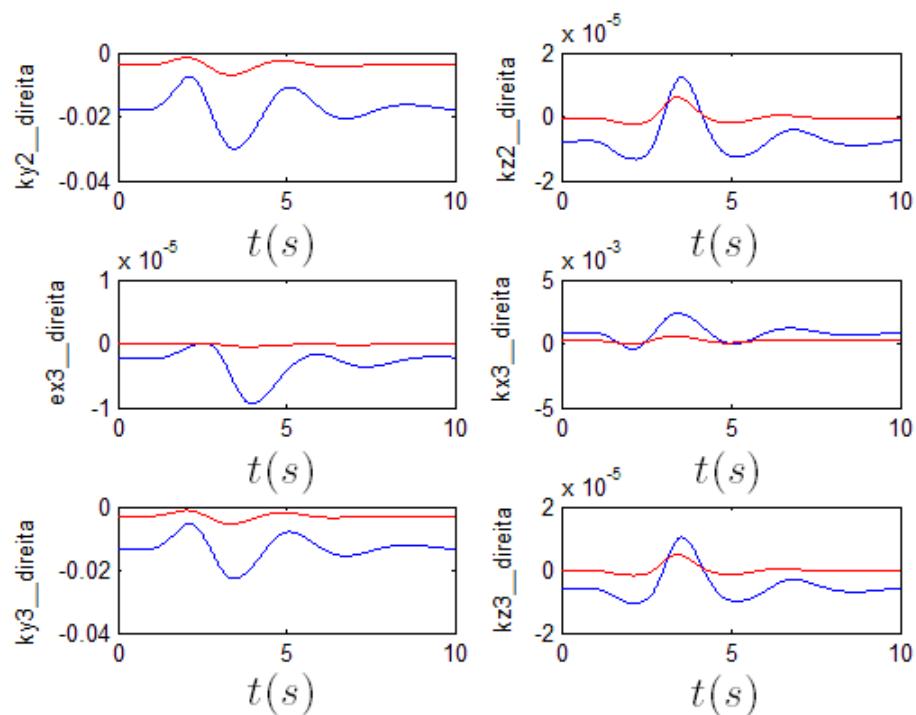


Figura 7.11b- Deformações devido ao doublet no profundor nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

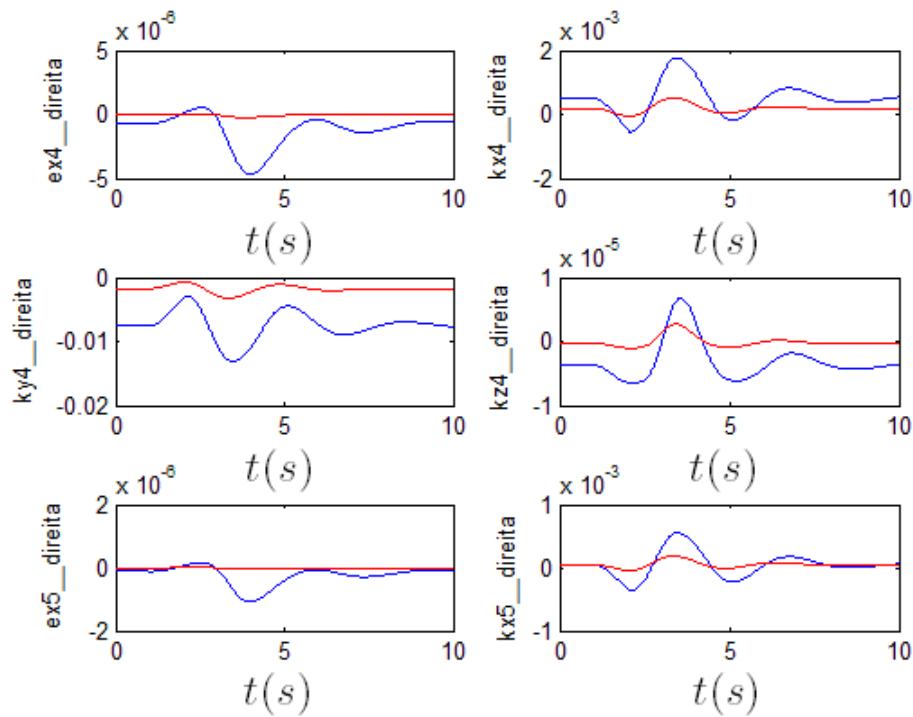


Figura 7.11c- Deformações devido ao doublet no profundo nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

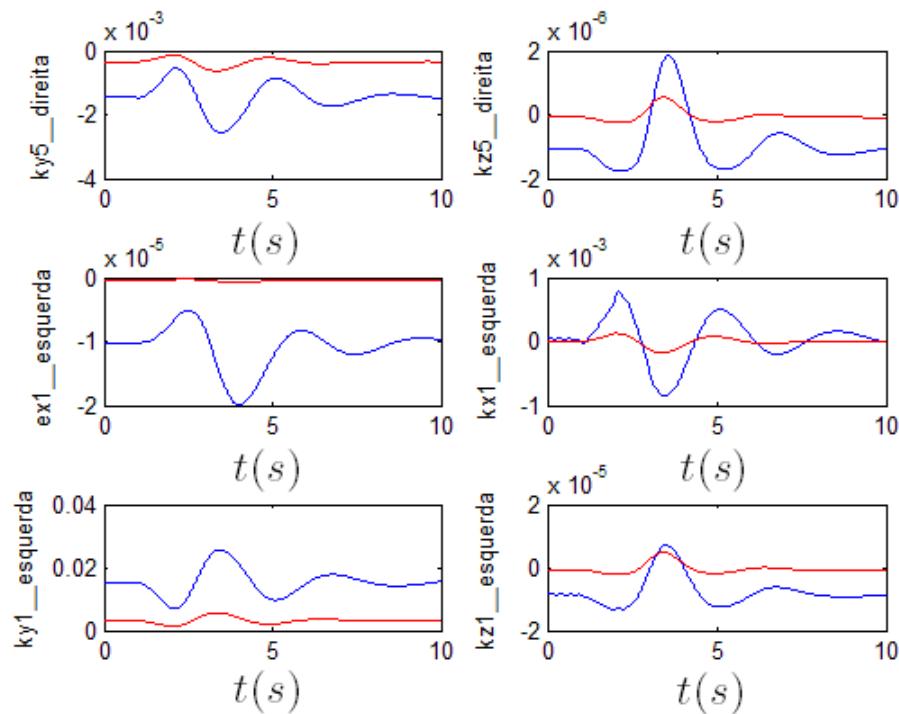


Figura 7.11d) Deformações devido ao doublet no profundo nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

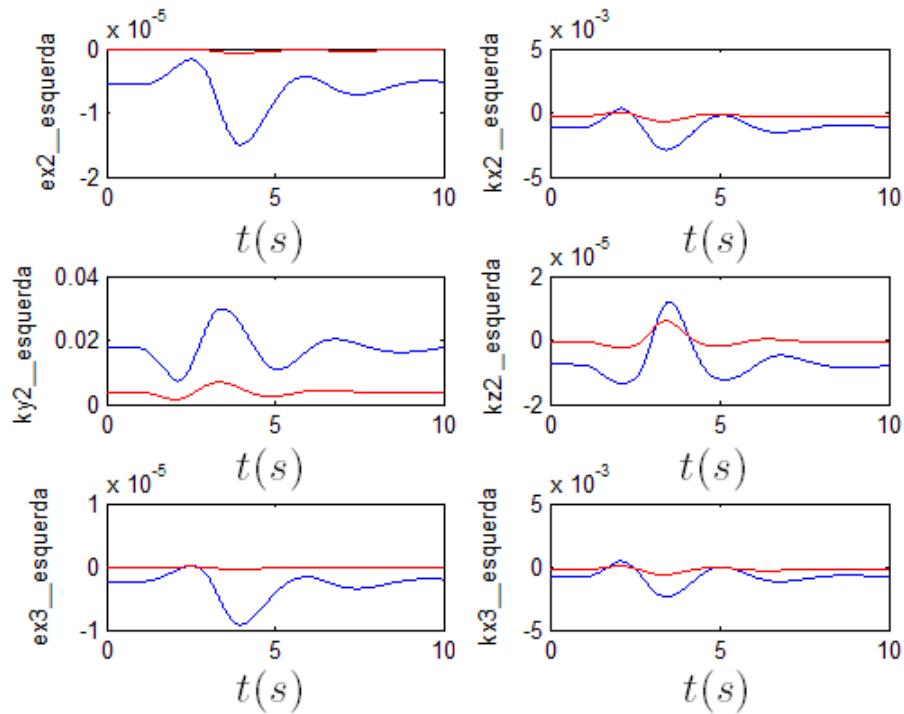


Figura 7.11e) Deformações devido ao doublet no profundo nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muitoflexível (azul)

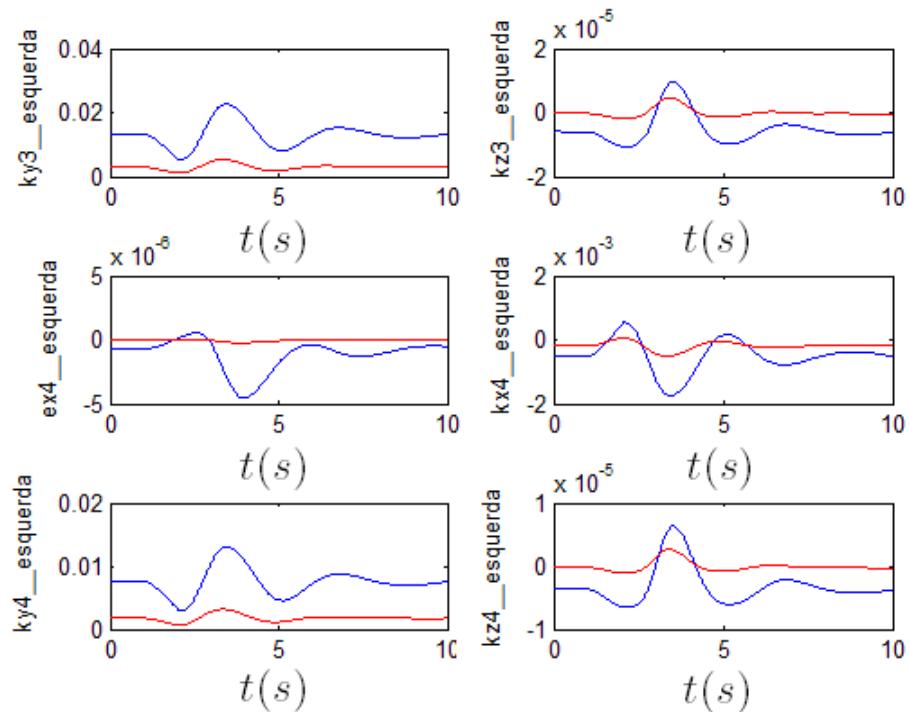


Figura 7.11f-Deformações devido ao doublet no profundo nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

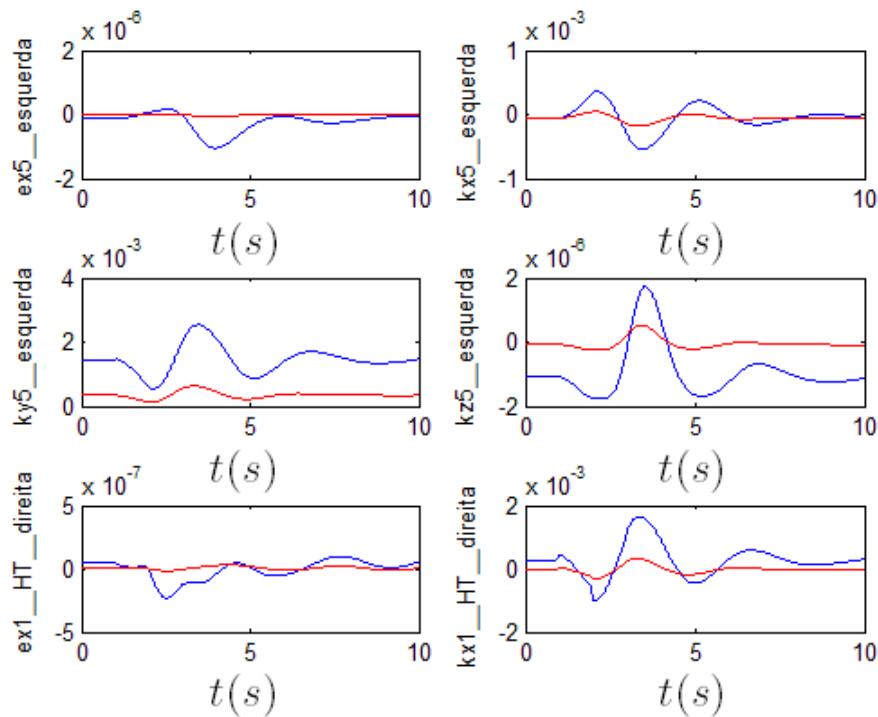


Figura 7.11g- Deformações devido ao doublet no profundo nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

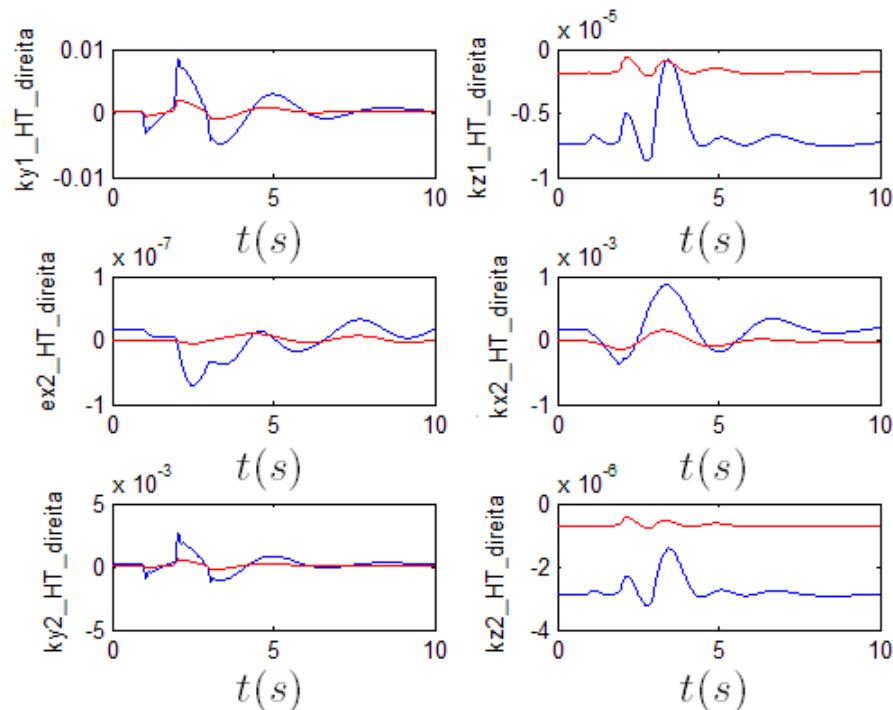


Figura 7.11h- Deformações devido ao doublet no profundo nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

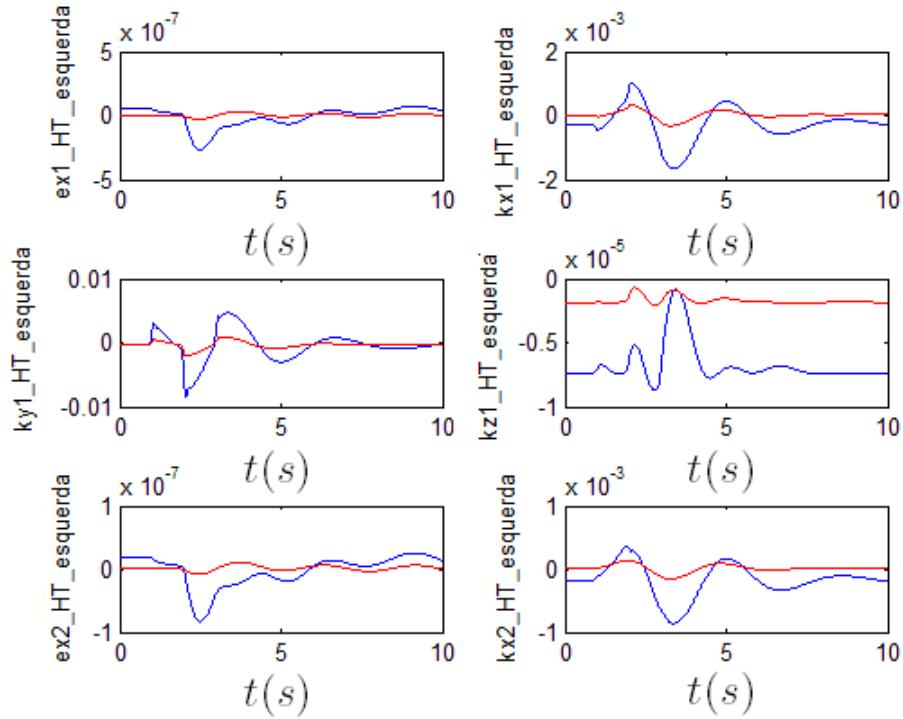


Figura 7.11i- Deformações devido ao doublet no profundo nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

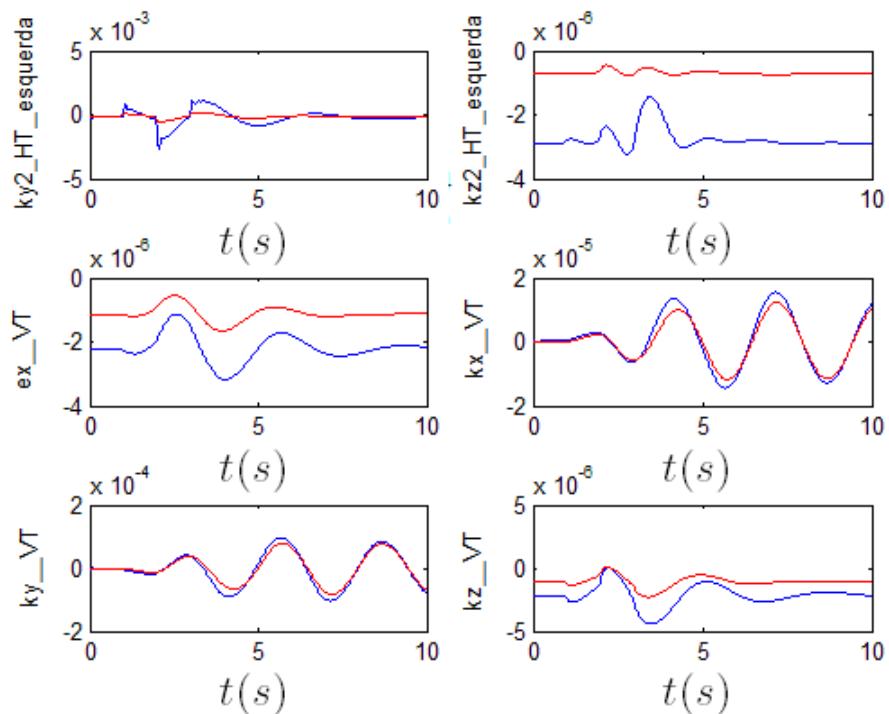


Figura 7.11j- Deformações devido ao doublet no profundo nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

A Figura 7.12 apresenta gráficos da deflexão de profundor, da taxa de arfagem, de deformações em flexão ky dos elementos 1 a 5 da asa direita, e deformações em flexão ky dos elementos 1 e 2 da empennagem horizontal direita para o avião muito flexível.

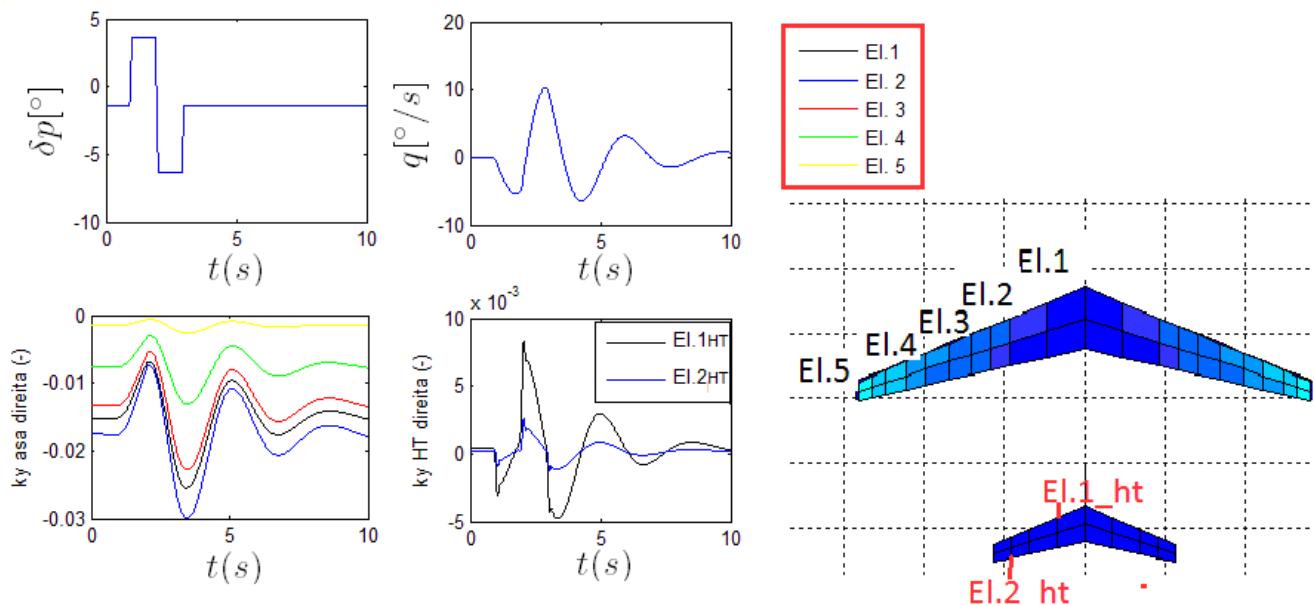


Figura 7.12- Resposta da taxa de arfagem q , e das deformações ky nos elementos da asa e da empennagem horizontal direita ao doublet de profundor

Como foi comentado, uma deflexão positiva do profundor causa uma deformação em flexão da empennagem horizontal “para cima” e uma deflexão em flexão da asa “para baixo”.

No momento em que a empennagem horizontal está sendo flexionada para cima, ela está se movendo para cima em relação ao ar. Como consequência, há um pequeno escoamento com ângulo de ataque negativo (em relação a empennagem horizontal). Isto diminui o CL da empennagem horizontal. E por consequência diminui a amplitude de Cm_q e também diminui a eficiência do profundor. Contudo estes efeitos são muito pequenos uma vez que as deformações apresentadas na Figura 7.12 são muito pequenas, da ordem de $5,0 \cdot 10^{-3}$.

De acordo com (NELSON, 1989), as duas derivadas de estabilidade que mais influenciam o amortecimento de curto período são $Cm.$ e Cm_{α} .

Já foi visto que o efeito da flexibilidade estrutural da empennagem horizontal corresponde a um pequeno decréscimo no amortecimento dinâmico da taxa de arfagem e da eficiência de profundor.

E o aumento da flexibilidade estrutural da asa leva a uma flexão para baixo da asa, quando é comandado deflexão positiva de profundor. Lembre-se que a deflexão positiva do profundor causa um momento de arfagem negativo¹ que diminui o ângulo de ataque e a sustentação da asa. Esta diminuição da sustentação da asa força a flexão da asa para baixo, que por sua vez causa alteração nos coeficientes $CL\alpha$ e $Cm\alpha$ da asa. Uma vez que há alteração nestes coeficientes, há provavelmente também alteração em Cm_{α} , que pode levar a leve redução do amortecimento observado. Com o intuito de comprovar que a flexibilidade estrutural da asa foi o principal contribuinte na leve redução do amortecimento da asa, o doublet de profundor foi simulado em dois aviões com mesmo nível de flexibilidade, sendo que em uma delas, a asa possui mesma rigidez do avião NFNS flexível, e na outra apenas a asa é muito flexível. As rigidezes da empennagem vertical e horizontal são as mesmas do avião flexível. Os resultados desta simulação são apresentados na Figura 7.13. Nesta Figura, as curvas azuis representam o avião com asa **muito flexível** e as curvas vermelhas representam os dados do avião com asa flexível. Pode-se notar que os dados do avião NFNS com **asa muito flexível** são praticamente coincidentes com os gráficos do avião NFNS **muito flexível** apresentadas na Figura 7.10. Disto se conclui que o efeito da flexibilidade da asa é bem maior do que a flexibilidade da empennagem horizontal. Como foi dito, de acordo com a literatura, a

¹ Momento de arfagem negativo: momento que force o avião a abaixar o nariz (*nose down*). Também conhecido como momento picador.

principal derivada de estabilidade que pode estar causando esta leve redução do amortecimento é a derivada Cm_{α} .

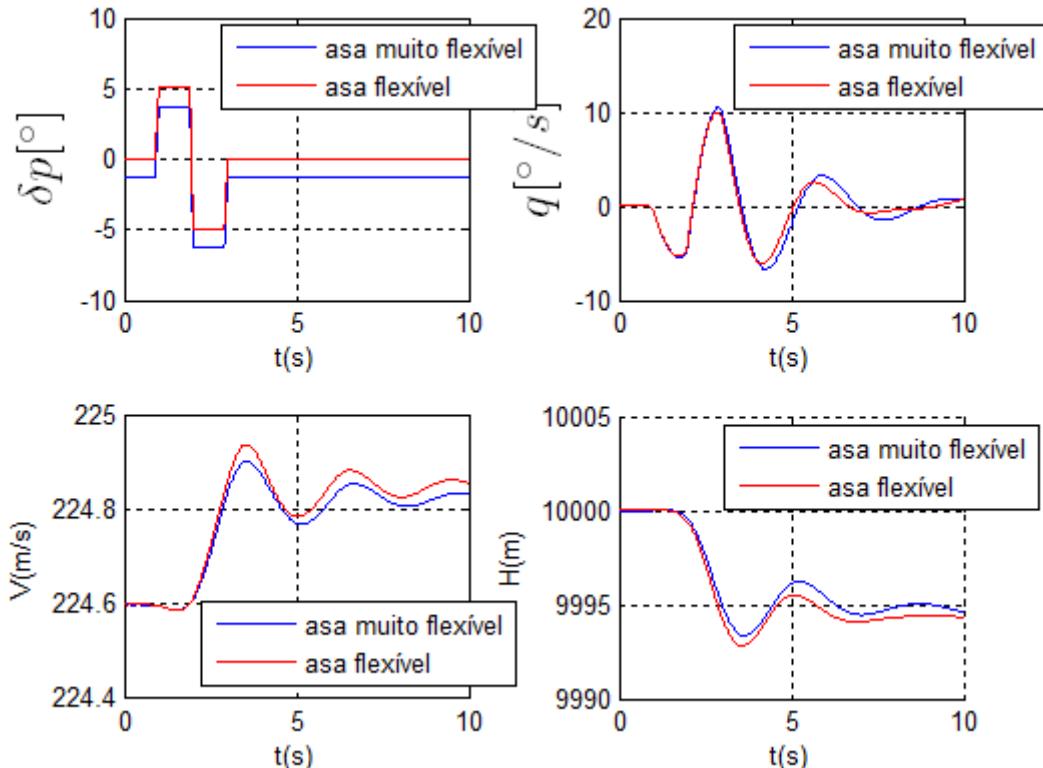


Figura 7.13- Doublet de profundor nos aviões NFNS com asa flexível (vermelho) e com asa muito flexível (azul)

Estudos mais detalhados são necessários para se quantificar a variação de Cm_{α} com a flexibilidade estrutural da asa.

Estas considerações, com relação ao efeito da rigidez no amortecimento de arfagem, foram feitas apenas para fornecer um direcionamento inicial de estudos futuros.

7.2.3)Doublet aileron

As próximas figuras apresentam as respostas dos estados dos aviões a um doublet de aileron. Pode ser visto facilmente que a eficiência do aileron foi muito diminuída e/ou o

amortecimento em rolamento do avião foi aumentado com a diminuição da rigidez. A Figura 7.14 apresenta gráficos das taxas de rolamento p , de guinada r , da deflexão de aileron δ_a e do ângulo de rolamento ϕ . As Figuras 7.15 apresentam gráficos das deformações. Devido a ordem de grandeza dos valores apresentados, pode-se concluir que as deformações que podem influir mais na diminuição da eficiência do aileron são a flexão k_y e torção k_x dos elementos da asa. E as Figuras 7.16 e 7.17 apresentam as deformações de flexão k_y e torção k_x da asa agrupadas na mesma figura. Isto foi feito para facilitar a visualização e permitir uma melhor análise dos dados.

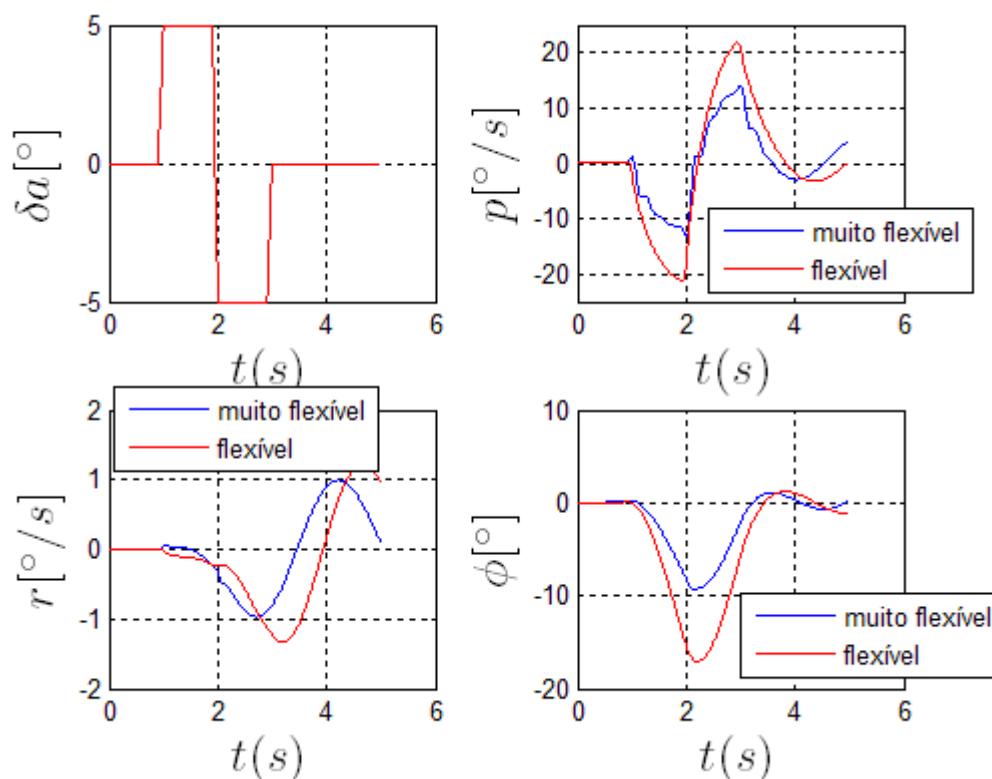


Figura 7.14- Doublet de aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

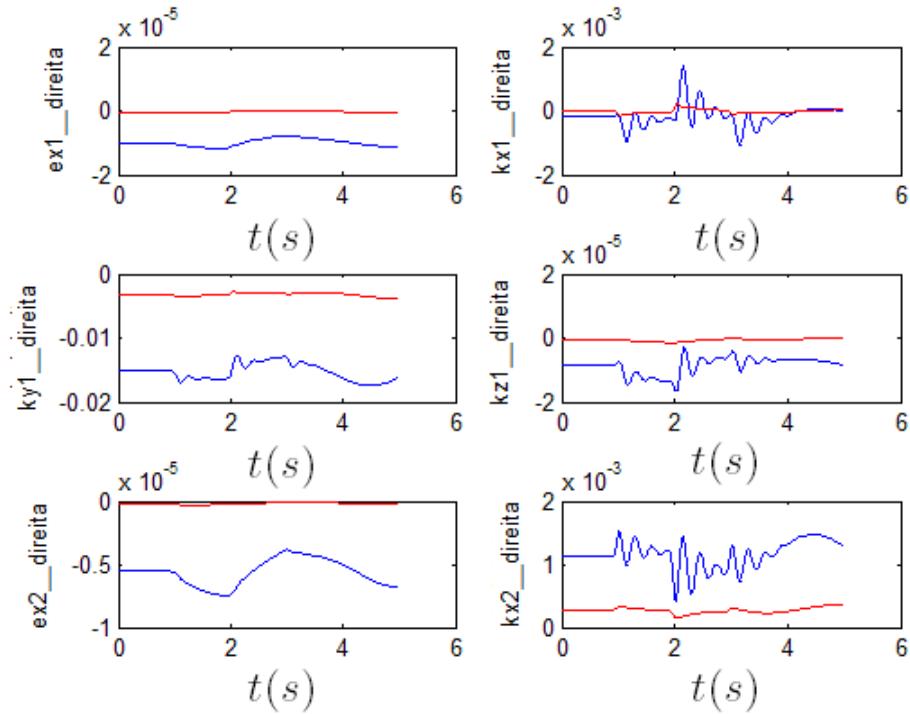


Figura 7.15a- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

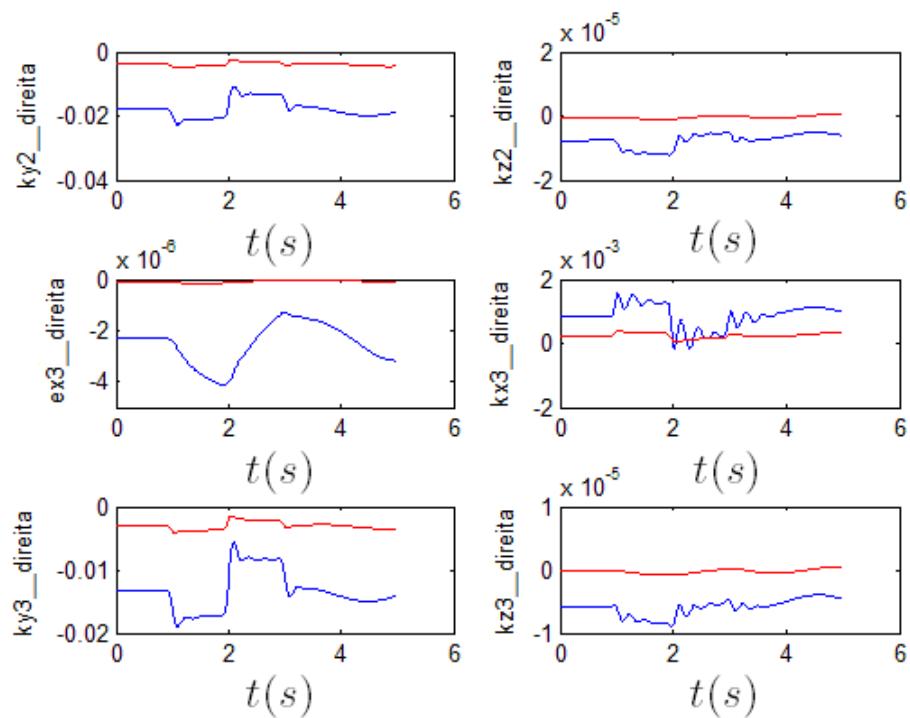


Figura 7.15b Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

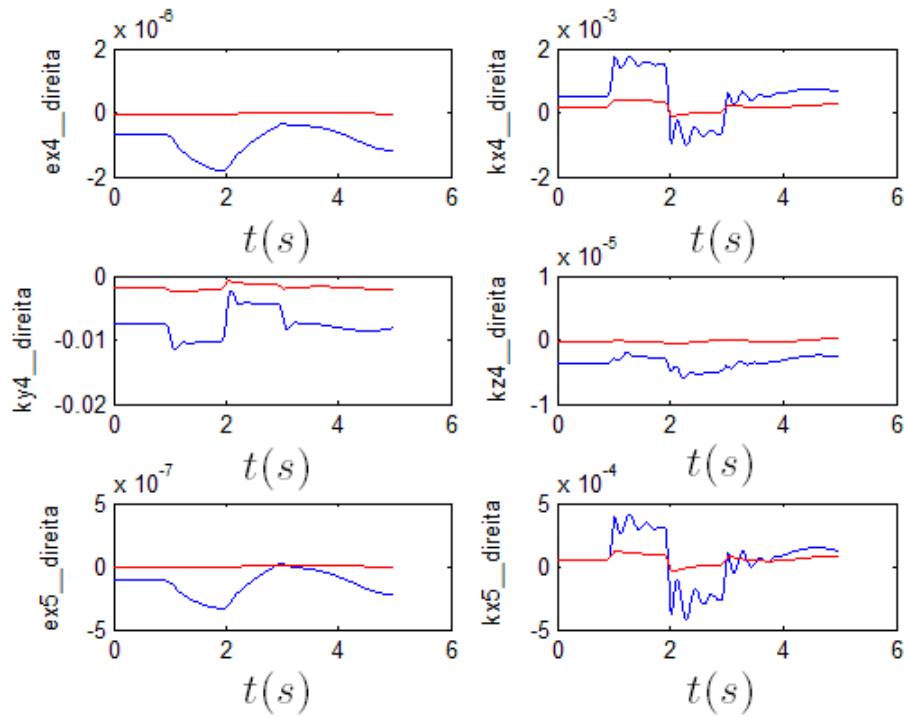


Figura 7.15c- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

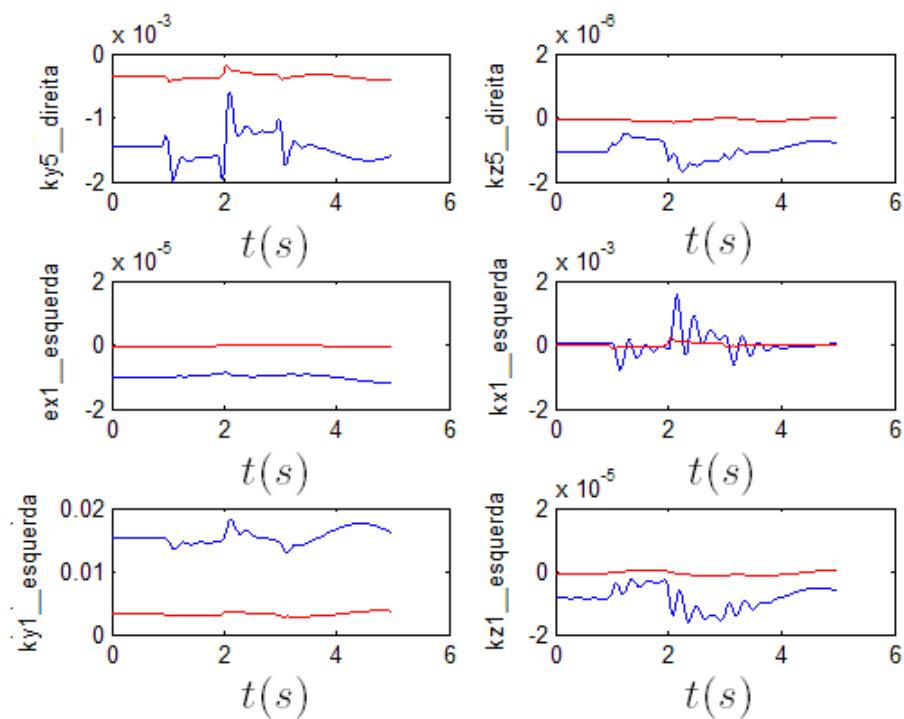


Figura 7.15d-Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

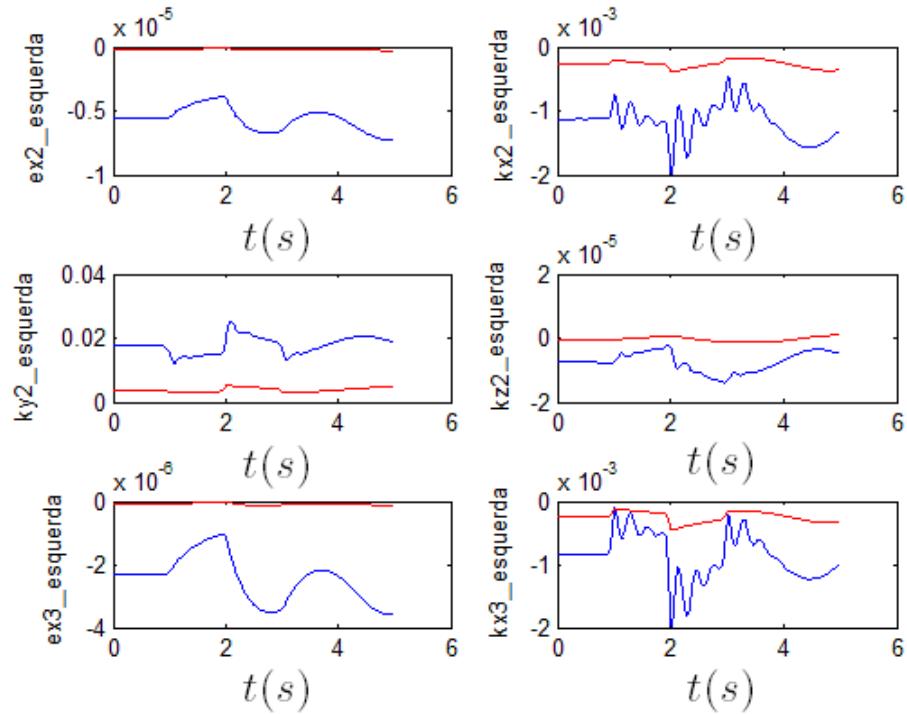


Figura 7.15e- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

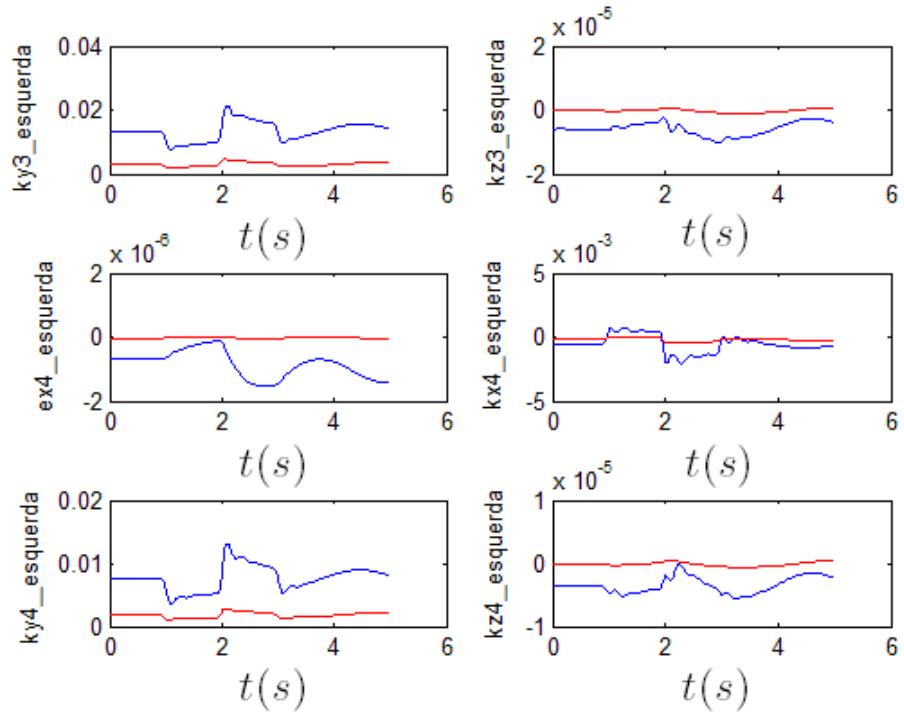


Figura 7.15f- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

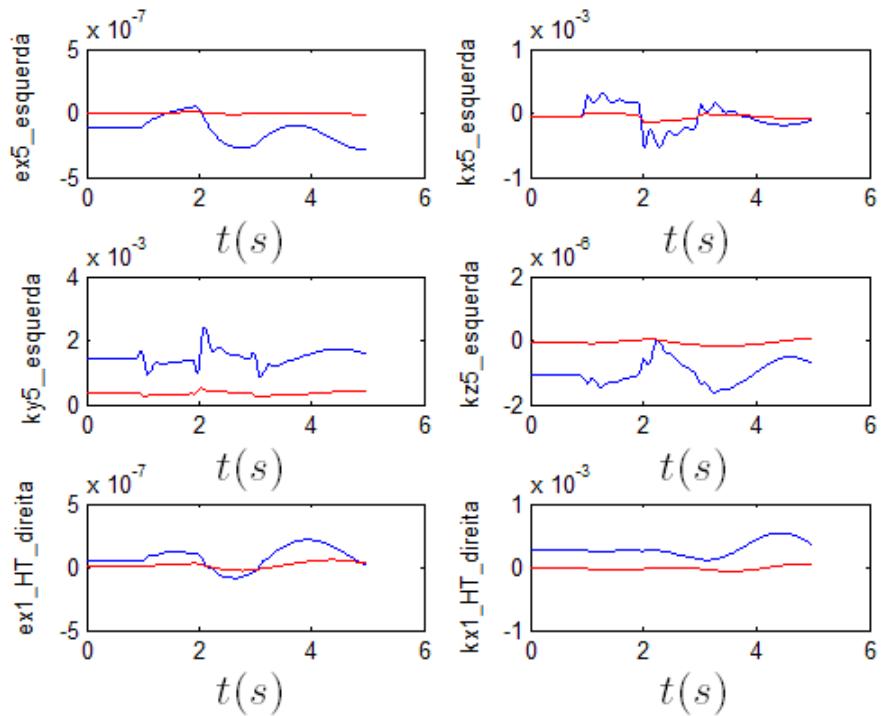


Figura 7.15g- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

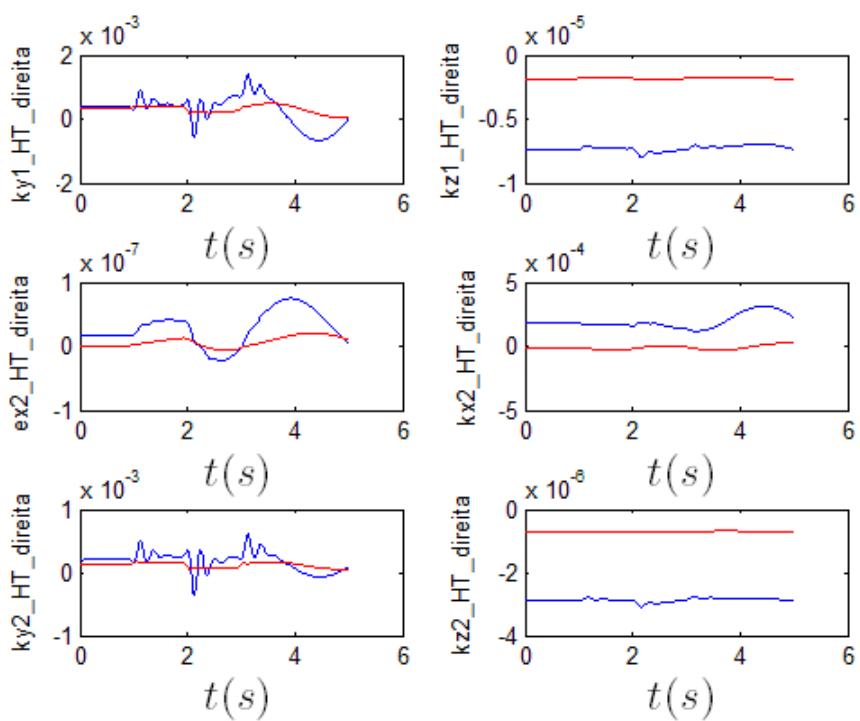


Figura 7.15h- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

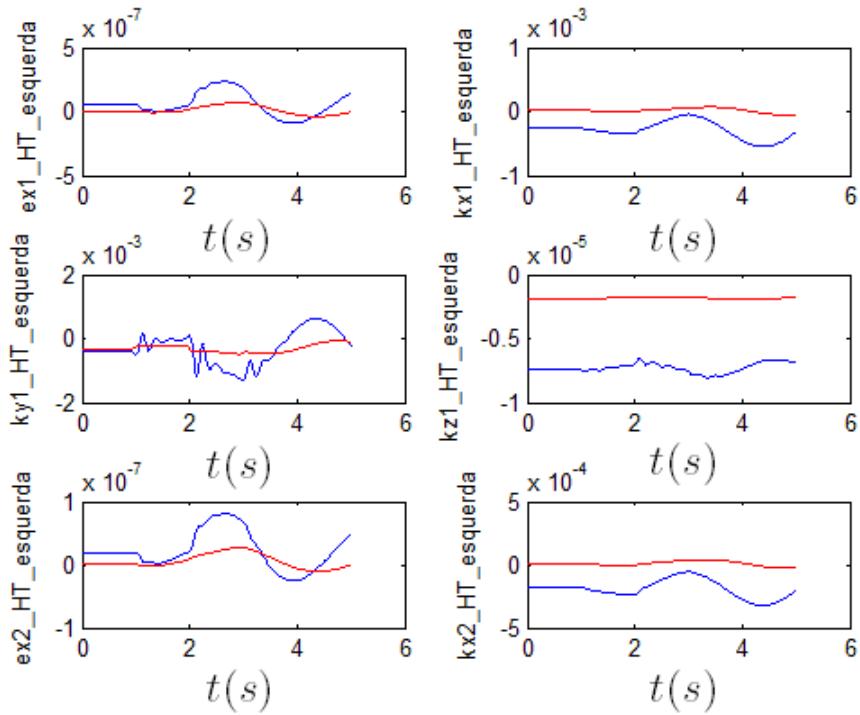


Figura 7.15i- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

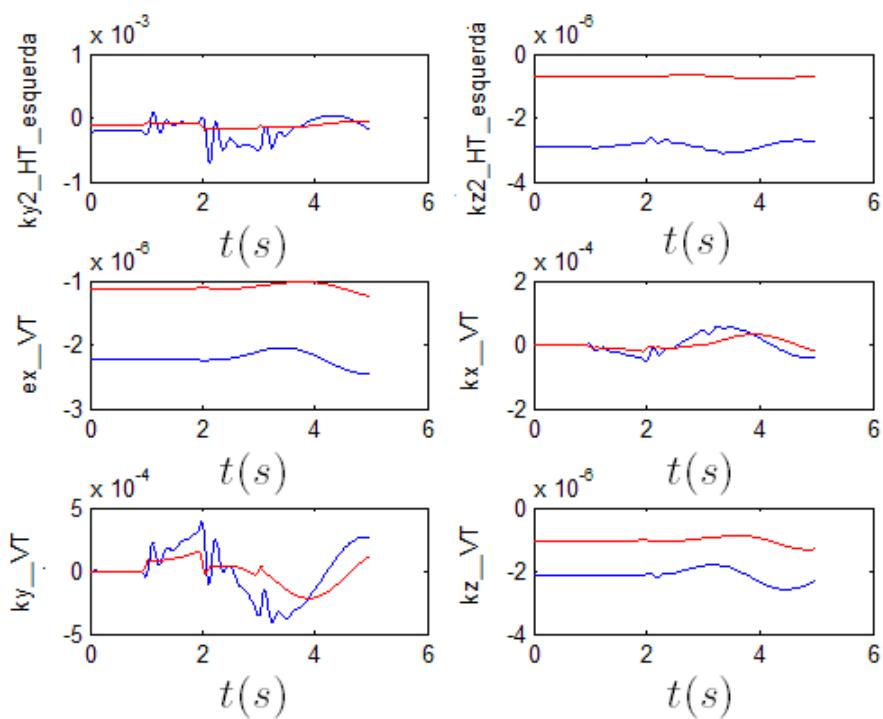


Figura 7.15j- Deformações devido ao doublet no aileron nos aviões NFNS flexível (vermelho) e NFNS muito flexível (azul)

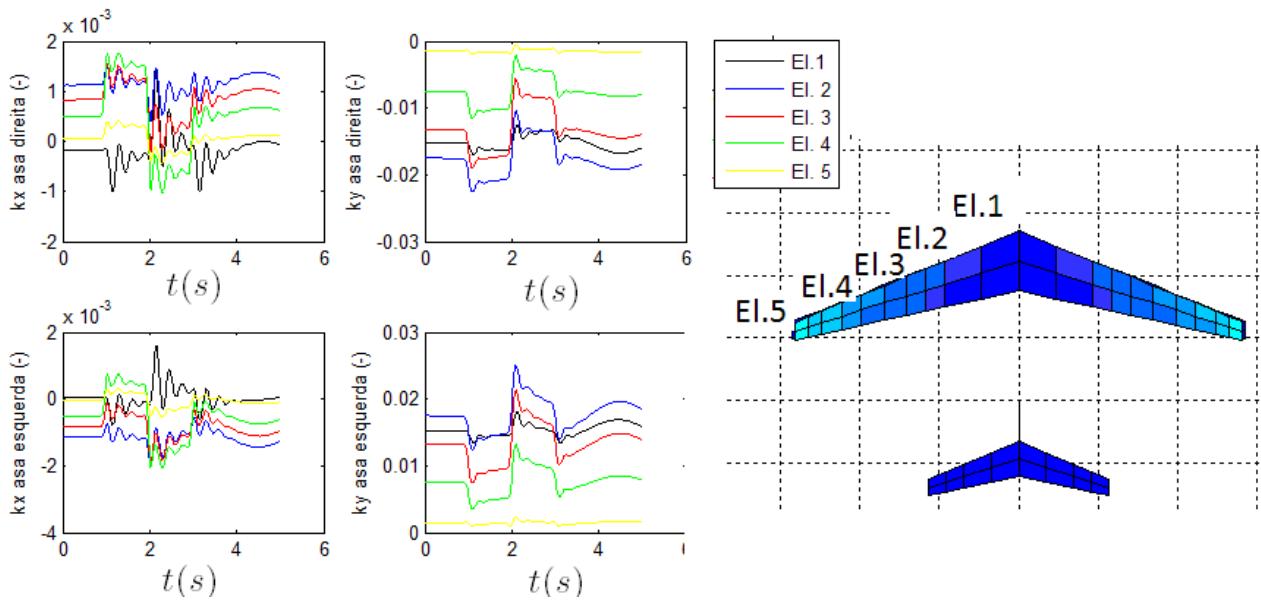


Figura 7.16 Resposta das deformações k_x e k_y da asa esquerda e direita ao doublet no aileron no avião NFNS muito flexível

A Figura 7.16 apresenta os valores das deformações em flexão (k_y) e torção (k_x) dos cinco elementos (EI.1, EI.2, EI.3, EI.4, EI.5) da asa direita e da asa esquerda. As curvas preta, azul, vermelha, verde e amarelo correspondem as deformações dos elementos 1,2,3,4, e 5, respectivamente (da raiz para a ponta da asa).

As deformações em torção k_x apresentam a ordem de grandeza de 2×10^{-3} . As deformações de flexão e torção são deformações angulares. Considerando que estes valores estão em radiano, e fazendo o cálculo da torção em graus, obtém-se valores da ordem de 0,114 deg. O ângulo de ataque efetivo da asa é a soma do ângulo de ataque mais os 5,5 deg (devido a incidência da asa e arqueamento do perfil). Uma adição ou subtração de 0,114 deg no ângulo de ataque total das seções da asa não causará uma variação significativa do ângulo de ataque efetivo do perfil, uma vez que este é da ordem de 5,5 deg. Com estas considerações, foi admitido que as deformações em torção não tiveram um efeito SIGNIFICATIVO na manobra de rolamento. Por este motivo não foi feita uma análise do efeito das deformações de torção.

Já as deformações de flexão ky apresentam valores da ordem de 0,02. Fazendo a conversão deste valor para graus, obtém-se valores da ordem de 1,14 graus, que já podem afetar a manobra de rolamento do avião.

Analizando-se os gráficos de ky da asa direita e esquerda, pode-se ver que os valores obtidos **no instante inicial** possuem mesma amplitude e sinais opostos para a asa esquerda e direita. Isto faz sentido, uma vez que deformação (em flexão ky) da semi-asa direita “para cima” corresponde a um valor negativo, uma vez que a rotação foi feita em sentido oposto ao eixo longitudinal do avião. E, uma deformação (em flexão ky) da semi-asa esquerda “para cima” corresponde a um valor positivo, uma vez que a rotação no mesmo sentido do eixo longitudinal do avião. Os valores obtidos na Figura 7.16 confirmam isto.

Na manobra de rolamento foi comandado um doublet de aileron com deflexão inicial positiva (entre 1s e 2s) seguido de uma deformação negativa entre (2 e 3 s).

Quando a deflexão é POSITIVA, o aileron DIREITO é defletido para BAIXO, e o aileron ESQUERDO é defletido para CIMA. Com isto, a sustentação da asa DIREITA AUMENTA, e da asa ESQUERDA DIMINUI. Devido a flexibilidade estrutural, a asa DIREITA será flexionada “PARA CIMA” e a asa ESQUERDA será flexionada “PARA BAIXO”. Flexão ky para cima da asa direita corresponde a valores de deformação MAIS NEGATIVOS, e com maior amplitude. Deformações (em flexão ky) para baixo da asa correspondem a valores MAIS NEGATIVOS também. Com isto, a variação observada nas asas direita e esquerda ocorrerá no mesmo sentido. Os resultados da Figura 7.17 confirmam a análise feita.

Devido ao fato da rigidez estrutural ser decrescente da raiz da asa para a ponta da asa, esperava-se deformações crescentes da raiz para a ponta, mas, isto não foi observado. Possível causa para não se ter obtido deformações crescentes da raiz para a ponta é a distribuição de

força de sustentação ao longo da asa. A partir de aproximadamente 70% da semi-envergadura ocorre uma grande diminuição na sustentação (Vide Figura 5.3a).

Uma vez feita a análise do sentido físico e da coerência dos dados apresentados na Figura 7.16, será agora correlacionado, os valores das deformações ky com o doublet de aileron e da resposta em rolamento ao doublet de aileron e às deformações ky da asa. Para simplificar a apresentação de dados e a análise que será feita, a Figura 7.17 apresenta os valores da deflexão de aileron, da taxa de rolamento e das deformações em flexão e torção da asa direita.

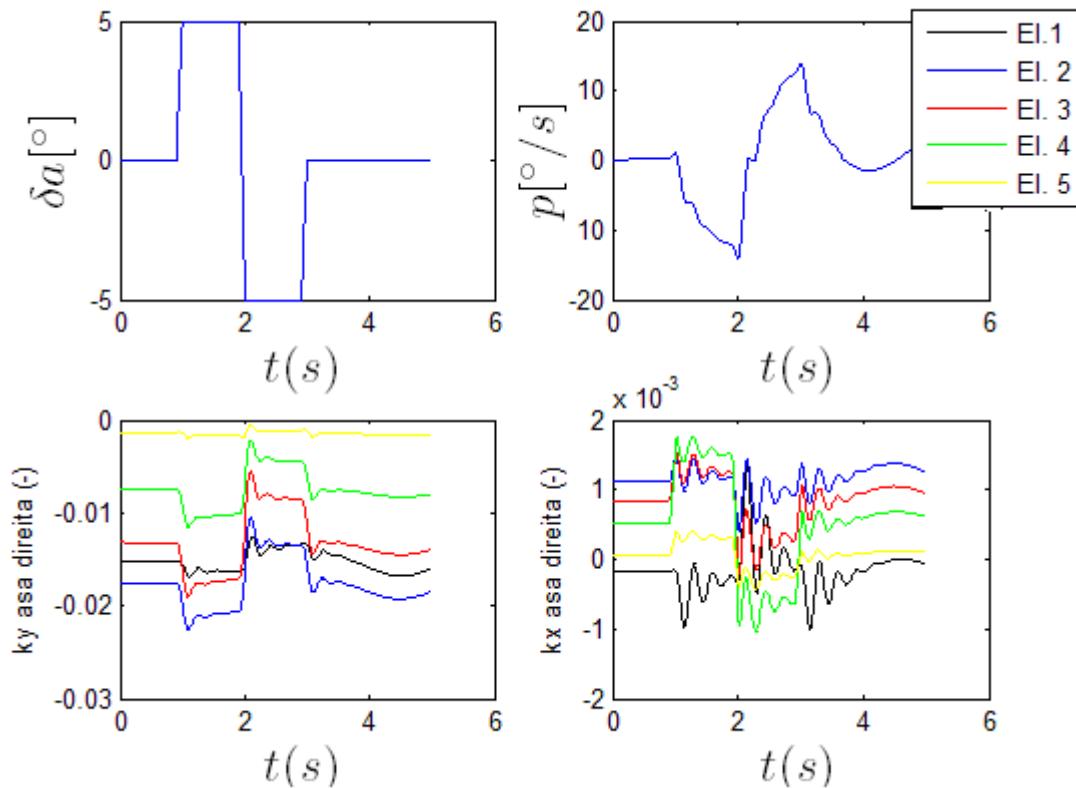


Figura 7.17- Resposta das deformações kx e ky da asa direita, e da taxa de rolamento p ao doublet no aileron no avião NFNS muito flexível

Como já foi explicado anteriormente, a deflexão positiva de aileron causa uma flexão ky da asa direita para cima, e da asa esquerda para baixo. Enquanto a asa direita estiver sendo flexionada para cima, a asa direita se deslocará para cima em relação ao ar. Consequentemente haverá um pequeno escoamento do ar para baixo em relação a asa direita. Isto é, haverá um

decréscimo no ângulo de ataque da asa direita, que corresponde a uma diminuição da sustentação da asa direita.

Ao mesmo tempo a asa esquerda estará sendo flexionada para baixo. A consequência disso será um acréscimo no ângulo de ataque e na sustentação da asa esquerda.

Esta diminuição da sustentação da semi-asa direita e aumento na asa esquerda tem efeito OPOSTO ao esperado com a deflexão positiva do aileron. A consequência é uma diminuição da eficiência do aileron. Mesmo raciocínio é válido quando for comandado uma deflexão negativa do aileron.

Concluindo: O aumento da flexibilidade estrutural do avião (principalmente das asas) diminui a eficiência do aileron. Os resultados obtidos nas Figuras 7.14 e 7.17 comprovam a análise feita. A Figura 7.18 é apresentada para permitir uma melhor visualização da explicação dada para a redução de eficiência de aileron devido a flexão da asa. Resumidamente, a flexão da asa gera forças opostas as forças devido a deflexão do aileron, e isto reduz a eficiência do aileron.



Figura 7-18 – Redução de eficiência de aileron devido a flexão da asa (PPRRUNE, 2013)¹.

¹ A fonte de onde foi tirada a Figura 7.18 é citada, mas foram feitas modificações na figura de forma que fosse possível explicar melhor o efeito da flexão da asa.

Obs: As análises feitas consideraram apenas deflexões em flexão. Se as deformações em torção apresentassem valores muito maiores, obter-se ia uma redução ainda maior na eficiência do aileron. Isto foi confirmado com resultados de simulações não apresentadas aqui.

7.2.4) Resposta a rajadas discretas:

O último item considerado na validação qualitativa do modelo foi o efeito da rigidez estrutural na resposta do avião a rajadas. Neste trabalho foram consideradas rajadas discretas com tipo ‘1-Cosine’ (WRIGHT, COOPER, 2007). Este tipo de rajada é mostrada na Figura 7.19.

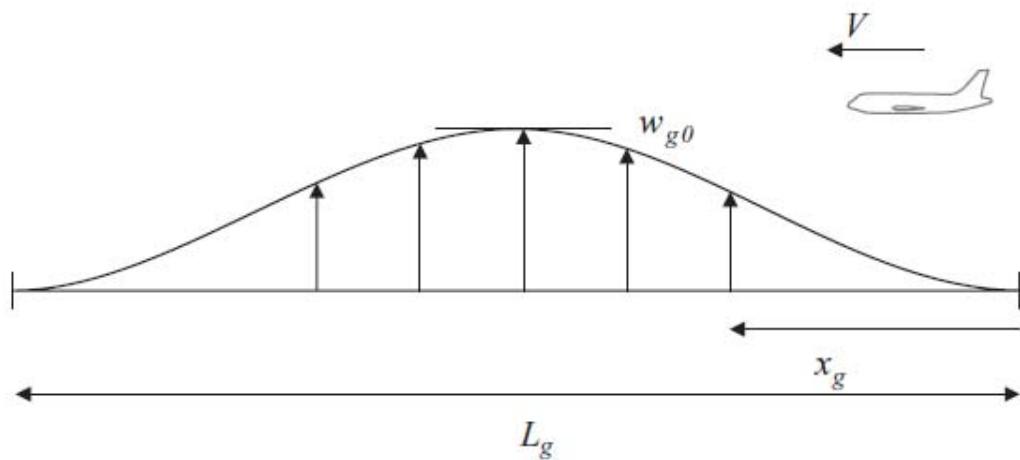


Figura 7.19 Rajada ‘1-Cos’ (WRIGHT, COOPER, 2007)

No estudo do efeito da rajadas no avião, costuma-se analizar rajadas verticais e laterais (WRIGHT, COOPER, 2007). Nesta tese foram consideradas apenas rajadas verticais definidas pela Equação 7.3:

$$w_g(x_g) = \frac{w_{g0}}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi x_g}{L_g}\right)\right) \quad 0 \leq x_g \leq L_g \quad (\text{eq.7.3})$$

Onde: w_{g0} é o valor de pico da velocidade de rajada (WRIGHT, COOPER, 2007);

L_g é o comprimento da rajada, ou o dobro do chamado ‘gust gradient’ H (WRIGHT, COOPER, 2007).

x_g é a posição do avião na descrição espacial da rajada relativa a uma origem convenientemente fixada (WRIGHT, COOPER, 2007). Em outras palavras, x_g é a posição longitudinal do avião em relação a um ponto fixo, no qual começou a ocorrer a rajada (Figura 7.19). Este parâmetro só é contabilizado enquanto o avião estiver passando pela rajada.

Os valores de w_{g0} e L_g foram definidos com base no requisitos de certificação do FAR § 25.341 *Gust and turbulence loads* (UNITED STATES, 2001):

w_{g0} é calculado por meio da Equação 7.4 (UNITED STATES, 2001):

$$w_{g0} = w_{ref} F_g (H / 350)^{1/6} \quad (\text{eq. 7.4})$$

Na velocidade de projeto do avião (V_c), a velocidade de referência w_{ref} reduz linearmente de 17,07 m/s (56 ft/s) EAS¹ no nível do mar para 13,41m/s (44 ft/s) EAS a 4572 m/s a 4572m (15000 ft) e 6,36m/s (20,86 ft/s) EAS a 18288 m (60000 ft) (WRIGHT, COOPER, 2007), (UNITED STATES, 2001). Com estes valores, foi obtido o valor de $w_{ref} = 10,66$ m/s a 10000 m. Este valor foi obtido por interpolação linear.

O parâmetro F_g (*flight profile alleviation factor*) aumenta linearmente a partir do nível do mar para o valor unitário na máxima altitude operacional (UNITED STATES, 2001). Como o avião em (DA SILVA, 2012) e nesta tese foi modelado para a altitude de 10000 m, a

¹ EAS – *Equivalent airspeed*

altitude de 10000 m foi considerada como altitude operacional do avião¹. Com base neste fato, parâmetro F_g foi estimado como 1.0.

No requisito FAR § 25.341 (UNITED STATES, 2001), é falado que o parâmetro *gust gradient* H, que define o comprimento da rajada pode apresentar valores entre 9m (30ft) e 107m (350ft). (WRIGHT; COOPER, 2007), (UNITED STATES, 2001). Como o comprimento de rajada L_g é o dobro do *gust gradient* ($L_g = 2H$), o comprimento de rajada pode apresentar valores entre 18 m e 214 m.

Em (WRIGHT; COOPER, 2007) são apresentados resultados de simulações com rajadas, nas quais foram considerados valores de L_g entre 10m e 400 m. Nas simulações consideradas neste item, foram consideradas rajadas com comprimento L_g de 50 m e de 150 m. Estes valores estão contidos na faixa de comprimentos analisada no processo de certificação de aviões comerciais $18m \leq L_g \leq 214m$.

Considerando-se rajadas com comprimento L_g de 50m e de 150m, tem-se que o gradiente de rajada é igual a 25 m e 75m para as rajadas consideradas. Substituindo estes valores na Equação 7.4, junto com os valores de w_{ref} e F_g já calculados, obteve-se valores de w_{g0} de 0,4 m/s e 1,3m/s para as rajadas de comprimento L_g de 50m e de 150m, respectivamente.

No software MATLAB®/ Simulink® é apresentado um modelo de rajada discreta com $w_{g0}=3,0$ m/s. Este valor foi usado nas simulações apresentadas nesta tese porque foi considerado que um valor mais alto de w_{g0} facilitaria a verificação do efeito das rajadas na dinâmica de vôo do avião. Por este motivo, nas simulações apresentadas nas Figuras 7.21 a

¹ Para baixas altitudes, o parâmetro F_g é função do peso máximo de pouso (MLW) e de decolagem (MTOW) (FAR § 25.341). O modelo definido nesta tese não contém estes dados. Então para fim de simplificação dos cálculos, foi considerado que a altitude de vôo de 10000 m é a altitude máxima de operação, e portanto $F_g=1$.

7.24, foi considerado $w_{g0} = 3,0$ m/s ao invés dos valores calculados de acordo com o requisito FAR § 25.341 (, 2001).

Outro detalhe considerado no modelo da rajada deve ser esclarecido: foi considerado que a rajada está definida no sistema de eixos inercial. No modelo de tesoura de vento, que foi simulada no capítulo 8, é considerada o cálculo das componentes da velocidade do vento no sistema de eixos do avião. Este cálculo foi feito com as Equações 7.5a, b:

$$L_{b0} = \text{angle2dcm}(\psi, \theta, \phi) \quad (\text{eq.7.5a})$$

$$Vg = L_{b0} \cdot [0 \ 0 \ wg]^T \quad (\text{eq.7.5b})$$

onde: o comando *angle2dcm* é o comando do software MATLAB®, que faz a conversão dos ângulos de Euler para a matriz de cossenos diretores (*direct cosine matrix*). O vetor Vg foi adicionado na rotina aeroforceandmoment.m do programa AEROFLEX, onde são feitos os cálculos das forças aerodinâmicas. A mesma transformação das velocidades do vento, do sistema de eixos inercial para o sistema de eixos do corpo foi usada no modelo da rajada.

Quando é simulado o efeito de rajadas na dinâmica do avião, deve ser considerado o ‘*Gust penetration effect*’ (WRIGHT; COOPER, 2007). Este efeito leva em conta o fato da asa e da empennagem horizontal perceberem os efeitos da rajada em diferentes instantes de tempo. Além disso, se a asa ou a empennagem tiver enflechamento, diferentes seções da asa (empennagem) perceberão os efeitos da rajada em diferentes instantes de tempo (Figura 7.20).

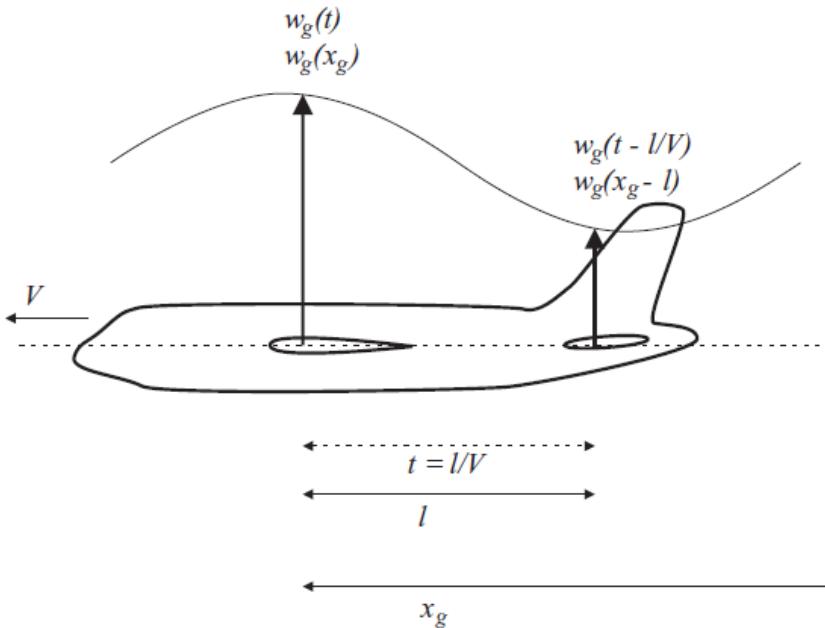


Figura 7.20 – Gust penetration effect (WRIGHT, COOPER, 2007)

Uma forma de se considerar o ‘*Gust penetration effect*’ seria adotar a posição x_g da Equação 7.3 como sendo a soma da posição X do centro de gravidade do avião, mais a distância do nó (onde está a seção aerodinâmica) até o centro de gravidade. Desta forma, no mesmo instante de tempo, cada seção da asa e empenagem perceberia efeitos diferentes da rajada.

Tentou-se implementar este efeito no AEROFLEX, mas devido a complicações nesta implementação, foi decidido não considerar o ‘*Gust penetration effect*’.

Apesar da simplificação considerada no modelo de rajada, os resultados obtidos permitem verificar o efeito da rajada na dinâmica de vôo do avião, e também o efeito da rigidez estrutural na resposta do avião a rajadas. Estes efeitos são apresentados nas Figuras 7.21 a 7.24.

As Figuras 7.21 e 7.22 apresentam a resposta do avião NFNS flexível e do avião NFNS muito flexível a uma rajada com comprimento $L_g = 150\text{m}$. São apresentadas curvas de taxa de arfagem (q), ângulo de atitude (θ), deformações em torção (k_x), e em flexão no

primeiro e segundo elementos da semi-asa direita, taxa de guinada (q), taxa de rolamento (p) e ângulo de rolamento (ϕ). Nos gráficos de q , θ , r , p , ϕ , as curvas azuis mostram os resultados obtidos com o avião NFNS flexível, e as curvas vermelhas mostram os resultados obtidos com o avião NFNS **muito** flexível. Nos gráficos de k_x e k_y , as curvas pretas mostram os valores obtidos para o primeiro elemento da asa direita do avião flexível (EL1.F). As curvas azuis mostram os resultados para o segundo elemento do avião flexível (EL2.F). As curvas vermelhas mostram os resultados obtidos para o primeiro elemento do avião **muito** flexível (EL1.MF) e as curvas verdes mostram os resultados obtidos para o segundo elemento do avião **muito** flexível (EL2.MF).

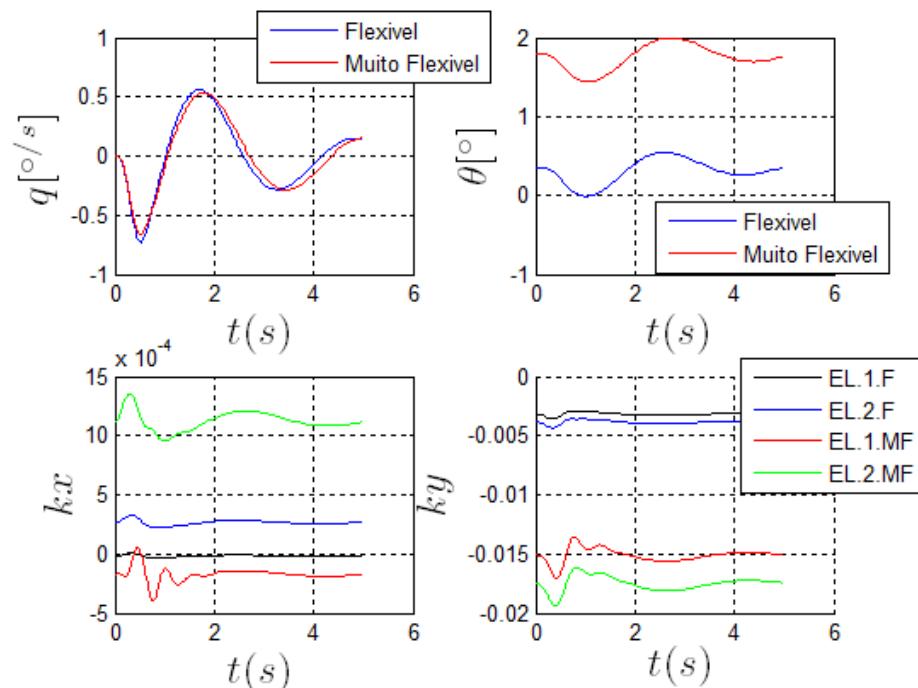


Figura 7.21 – Resposta de q , θ , k_x e k_y a rajada com $L_g = 150$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s

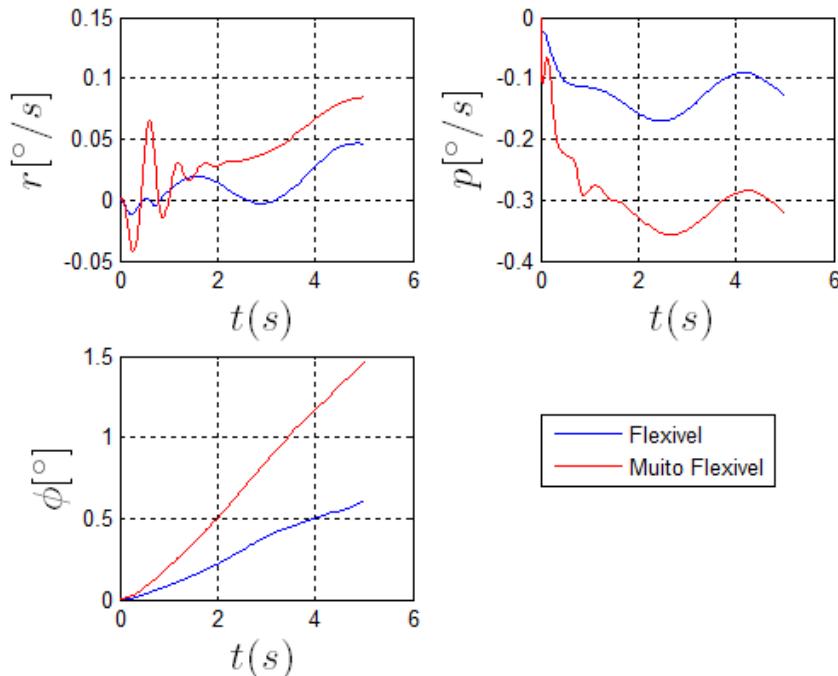


Figura 7.22 – Resposta de p, r, e ϕ a rajada com $L_g = 150$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s

Os resultados apresentados na Figura 7.21 mostram que o efeito da rigidez estrutural do avião na resposta longitudinal é mínimo porque as oscilações da taxa de arfagem do avião rígida e flexível são praticamente coincidentes, apesar das deformações obtidas nos aviões flexível e muito flexível possuírem valores muito diferentes.

Já a resposta lateral-direcional é muito influenciada pela rigidez estrutural. Isto pode ser visto na Figura 7.22. As oscilações das taxas p e r no avião muito flexível possuem amplitudes maiores e período menor do que os valores obtidos no avião flexível. E, o ângulo de rolamento do avião muito flexível diverge mais do que o do avião flexível.

As mesmas análises dos resultados apresentados nas Figuras 7.21 e 7.22 também são válidas para os resultados apresentados nas Figuras 7.23 e 7.24, em que é apresentada da resposta do avião a uma rajada com comprimento $L_g = 50$ m.

A rigidez estrutural afeta muito a resposta látero-direcional do avião e muito pouco a resposta longitudinal¹.

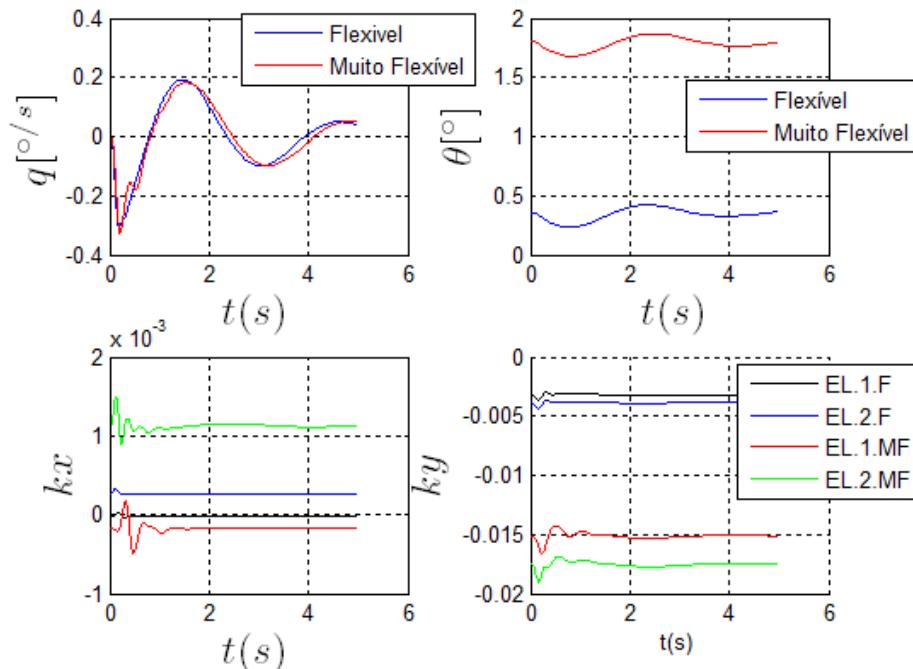


Figura 7.23 – Resposta de q , θ , k_x e k_y a rajada com $L_g = 50$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s

¹ No Anexo D desta tese são mostradas simulações similares às apresentadas nas Figuras 7.21 a 7.24, mas sem a condição $x_g = 0$ quando $x_g > L_g$ (Equação 7.3). O resultado foi a ocorrência de não apenas uma rajada como a mostrada na Figura 7.19, mas várias rajadas consecutivas. Os gráficos do Anexo D foram apresentados para enfatizar mais o efeito da flexibilidade estrutural na resposta a rajadas.

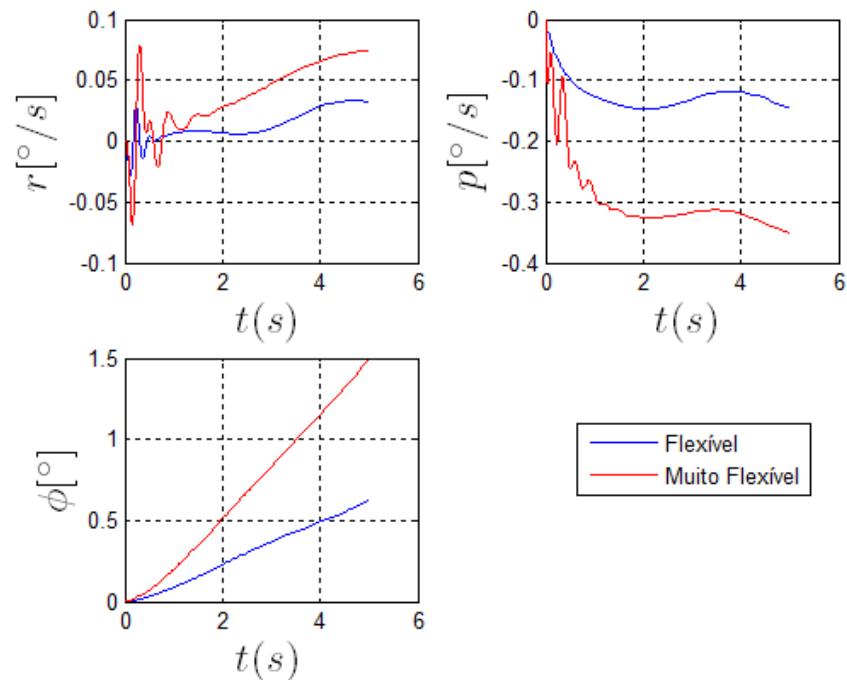


Figura 7.24 – Resposta de p , r , e ϕ a rajada com $L_g = 50$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s

8. Implementação de leis de controle

Uma das motivações para se estudar a dinâmica de aviões muito flexíveis é o desenvolvimento de aviões não tripulados, que são projetados para ter uma grande autonomia. Exemplo são os aviões HALE (*High-Altitude, Long Endurance*). Pelo fato de não serem tripulados, é importante que estes aviões tenham sistemas de controle de vôo automático.

O controle da dinâmica de vôo de muitos aviões costuma ser feito com a linearização numérica da dinâmica de vôo do avião em diferentes pontos do envelope de vôo, seguido da implementação de leis de controle linear com escalonamento de ganhos (SAMAD, et.al. 2011). Para alguns aviões, esta metodologia de projeto de leis de controle apresenta resultados satisfatórios. Mas, em casos onde a dinâmica pode ser altamente não linear, a implementação de leis de controle linear pode não extrair todo o desempenho do avião (SAMAD, et.al. 2011). Nestas situações, a implementação de leis de controle não linear permite extrair mais desempenho do avião e comandar sua dinâmica com resultados muito satisfatórios. Aviões muito flexíveis possuem dinâmica altamente não linear, e este fato é um incentivo para a implementação de leis de controle não linear.

8.1) Controle não linear

Há diferentes técnicas de controle não linear, sendo que algumas das mais estudadas na literatura são (SLOTINE; LI, 1991):

- Inversão Dinâmica;
- Linearização exata por realimentação;
- Controle por estrutura variável / modos deslizantes;

As técnicas de linearização exata por realimentação e inversão dinâmica fornecem excelentes resultados, mas não garantem a robustez da lei de controle quando há incertezas paramétricas ou dinâmica não modelada (SLOTINE; LI, 1991). Sabe-se que nem sempre os modelos matemáticos estão isentos de incertezas, principalmente quando o avião modelado possui dinâmica altamente não linear, como é o caso de aviões muito flexíveis.

A técnica de controle por estrutura variável permite a presença de incertezas no modelo matemático, e mesmo com estas incertezas, é possível um controle satisfatório da dinâmica da planta. Além disso, a estabilidade do sistema em malha fechada pode ser demonstrada analiticamente. Por estes motivos, a técnica de controle por estrutura variável foi escolhida para o controle de vôo do avião modelado. Uma técnica de controle que pode usar controle por estrutura variável é o regulador universal integrativo (SESHAGIRI; KHALIL, 2005), (PROMTUN; SESHAGIRI, 2009), (SESHAGIRI; VO, 2008), (SOUSA; PAGLIONE, 2012). A vantagem desta técnica é o fato de serem requeridas poucas informações do modelo matemático do sistema controlado. De acordo com a teoria apresentada em (SESHAGIRI; KHALIL, 2005), e com a aplicação apresentada em (SOUSA; PAGLIONE, 2012) e nesta tese, pode ser verificado que o controle de sistemas MIMO (*multi-input – multi-output*) de ordem m pode ser decomposto em m controles de sistemas SISO (*single-input – single-output*). Este fato simplifica a implementação das leis de controle. Informações mais detalhadas a respeito de controle por estrutura variável e regulador integrativo universal podem ser vistas nos apêndices A e B.

8.2) Regulador integrativo universal

As equações 8.1a,b,c apresentam a lei de controle definida com o método do regulador universal integrativo (SESHAGIRI; KHALIL, 2005). A explicação e o desenvolvimento teórico usados para se obter esta lei de controle podem ser vistos no apêndice B:

$$u = -k \cdot \text{sat}\left(\frac{s}{\mu}\right) = -k \cdot \text{sat}\left(\frac{k_0 \sigma + k_1 e_1 + k_2 e_2 + \dots + e_\rho}{\mu}\right) \quad (\text{eq. 8.1a})$$

$$\dot{\sigma}_i = -k_0^i \sigma_i + \mu_i \text{sat}\left(\frac{s_i}{\mu_i}\right) \quad (\text{eq. 8.1b})$$

$$s_i = k_0^i \sigma_i + \sum_{j=1}^{\rho_i-1} k_j^i e_j^i + e_{\rho_i}^i \quad (\text{eq. 8.1c})$$

Onde: u é o controle calculado;

s é o valor da superfície deslizante;

σ é a variável que representa o integrador condicional;

$e_1 = y - r$;

y é a saída;

r é o sinal de referência;

e_ρ é a derivada de e_1 com ordem $\rho-1$;

ρ é o grau relativo da saída controlada

μ é a camada limite;

k é o ganho do controlador;

k_0 é o ganho do integrador condicional;

k_j^i é o valor do ganho que multiplica e_j^i ;

sat é a função saturação;

A expressão do controlador é muito simples e não requer conhecimentos detalhados do modelo matemático do sistema controlado. As únicas informações requeridas são o grau relativo ρ da saída controlada, e o ganho de alta freqüência do sistema (SESHAGIRI; KHALIL, 2005). O diagrama de blocos da lei de controle definida pelas Equações 8.1a,b,c é apresentado na Figura 8.1. Este diagrama considera um sistema de grau relativo 4, onde são necessárias 3 derivações sucessivas para que haja uma relação direta entre o sinal de controle e o sinal de saída:

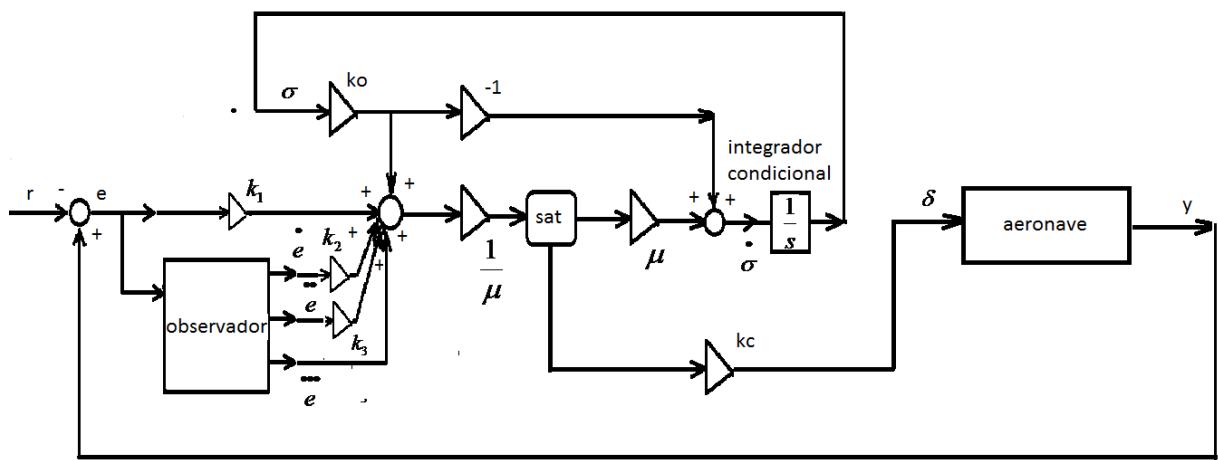


Figura 8.1 – Diagrama de Blocos do Regulador Integrativo Universal para um sistema de grau relativo 4.

A Figura 8.2 apresenta o diagrama de blocos do sistema de controle de vôo implantado no avião NFNS. Deve ser entendido que os blocos de rastreador de velocidade, altitude, ângulo de rolamento e taxa de guinada contém controladores semelhantes ao apresentado na Figura 8.1. O que difere uma lei de controle das outras leis de controle são o grau relativo e os ganhos usados.

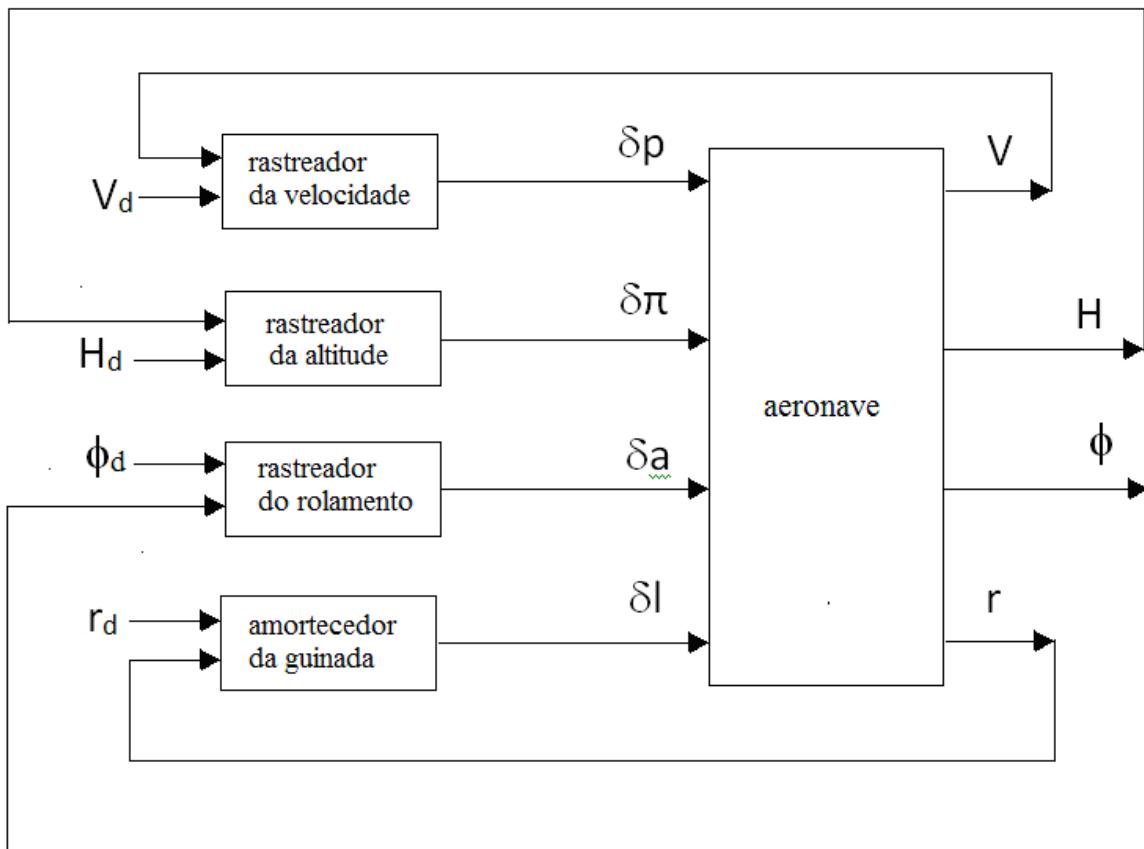


Figura 8.2– Diagrama de blocos do sistema de controle de vôo do avião

O projeto do controlador consistiu na definição das saídas que seriam controladas, na definição de quais controles seriam alocados para as saídas controladas, na definição do grau relativo ρ , dos ganhos k , k_0 , k_j^i , e da espessura da camada limite μ .

Na literatura são encontrados muitos trabalhos nos quais são usados processos de otimização para se definir leis de controle para o avião analisado. A dificuldade de se implementar tal técnica na procura de ganhos (no avião NFNS) está no grande custo computacional necessário para se rodar simulações no mesmo. Por causa disso, os ganhos foram obtidos por um processo de tentativa e erro. A idéia neste trabalho não era obrigatoriamente garantir que a lei de controle obtida seja otimizada, mas apenas garantir que a técnica do regulador integrativo universal garante um controle satisfatório de aviões muito

flexíveis, modelados com a metodologia NFNS. Mas, mesmo o processo de tentativa e erro consumiria muito tempo para se achar os ganhos dos controladores.

Uma forma de contornar este problema foi rodar simulações no avião NFLS equivalente modelado em (DA SILVA, 2012) e definir os ganhos dos controladores neste avião. Isto foi feito porque as simulações no avião NFLS são muito mais rápidas do que as do avião NFNS. Então, uma vez encontrados os ganhos no avião NFLS, foi implementado o mesmo controlador e os mesmos ganhos no avião NFNS, e foram rodadas as mesmas simulações, mas com o fim de apenas verificar que o mesmo controlador funcionou também no avião NFNS. Quase todos os ganhos definidos no avião NFLS foram também usados no avião NFNS. A única diferença foi o ganho integrativo do aileron Ko, que no avião NFLS foi definido como $0,02\text{ (s}^{-1}\text{)}^1$ e no avião NFNS foi reduzido para $0,005\text{ (s}^{-1}\text{)}$. Esta redução deste ganho integrativo foi feita para se reduzir as oscilações de rolamento encontradas em algumas simulações. Apesar desta modificação, a maior parte dos ganhos definidos no avião NFLS apresentou resultados satisfatórios no avião NFNS.

Devido ao processo usado para se definir os ganhos dos controladores, são apresentadas duas propostas:

- 1) O uso da técnica do regulador integrativo universal como uma solução viável no projeto de leis de controle não linear de aviões flexíveis, modelados com a metodologia NFLS e/ ou NFNS;*
- 2) O uso de modelos NFLS equivalentes no projeto de leis de controle que vão ser usadas em modelos de simulação de aviões NFNS. Isto para diminuir consideravelmente o tempo na procura dos ganhos dos controladores.*

Quando se fala em aviões NFLS equivalentes a aviões NFNS, pode ser feito o processo de se implementar o modelo NFNS com base no modelo NFLS (como foi feito nos

¹ Aqui s^{-1} é a unidade do ganho integrativo que é o inverso da unidade de tempo (segundo).

capítulos 4 a 6), ou se obter o modelo NFLS a partir do modelo NFNS. E logicamente os modelos têm que apresentar resultados próximos. De acordo com o que foi apresentado nos capítulos 4 a 7, foram verificadas diferenças entre os modelos NFLS e NFNS. Estas diferenças podem ser diminuídas ao se ajustar parâmetros aerodinâmicos e estruturais do modelo NFNS¹.

Atuadores das superfícies de controle

Com o intuito de tornar as simulações mais realistas, foram adicionados atuadores das superfícies primárias de controle (aileron e profundor) ao modelo do avião NFNS. Estes atuadores são bastante similares aos atuadores apresentados em (LEWIS; STEVENS, 2002). Em todas as simulações feitas, pode-se ver que as superfícies de controle mais exigidas são o profundor e o aileron. Para o profundor foi considerado um batente de 30 deg, um batente na taxa de 60 deg/s e uma constante de tempo de 0,0495 s. E para o aileron foi considerado um batente de 20 deg, um batente na taxa de 40 deg/s e uma constante de tempo de 0,0495s. Foi considerado também um atuador para a tração do motor. Para este atuador, foram adotados batentes entre -0,1 e 2,0, batentes na taxa de 0,1/s e uma constante de tempo de 0,0495s.

¹ Particularmente, com relação a formulação aerodinâmica, foi verificado a necessidade de ajuste das derivadas de amortecimento dinâmico C_{mq} , C_{lp} , C_{nr} e do efeito diedro $C_{l\beta}$.

8.3) Leis de controle projetadas

Os próximos itens apresentam as leis de controle projetadas para o rastreamento de velocidade, altitude, ângulo de rolamento e regulação das taxas de guinada e de arfagem¹.

8.3.1) Rastreador de velocidade:

O controle escolhido para se rastrear a velocidade desejada foi a deflexão de profundor.

Em (DA SILVA, 2007), (XU, 2005), (DA SILVA; VARGAS; PAGLIONE, 2008) foi demonstrado que o grau relativo da velocidade de um avião hipersônico é 3 (considerando o profundor e/ou a tração como controles). Em (SOUSA; PAGLIONE) foi proposto que o grau relativo da velocidade de um avião F-16 é 3 também. Os resultados dos controladores implementados nestas referências foram satisfatórios. Neste trabalho, o valor do grau relativo proposto para os aviões flexíveis NFLS e NFNS foi 3 também. Uma vez conhecido o grau relativo, só falta determinar os ganhos do controlador.

Os ganhos do controlador foram determinados por um processo de tentativa e erro no avião NFLS. Os valores encontrados são apresentados na Equação 8.2a.

$$\begin{aligned} \delta p &= -k \cdot \text{sat}\left(\frac{s}{\mu}\right) = -k \cdot \text{sat}\left(\frac{k_0 \sigma_V + k_1 e_V + k_2 \dot{e}_V + \ddot{e}_V}{\mu_V}\right) \\ &\downarrow \\ \delta p &= -\frac{4.0}{57.3} \text{sat}\left(\frac{0.05 \sigma_V + 1 e_V + 6 \dot{e}_V + \ddot{e}_V}{2}\right) \end{aligned} \quad (\text{eq.8.2a})$$

¹ Em todas as simulações, foram considerados sensores localizados no centro de gravidade do avião.

Observador das derivadas da velocidade:

A Equação 8.2a requer o cálculo das derivadas primeira e segunda da velocidade. Estes parâmetros não estão disponíveis na simulação. Uma forma de obtê-los seria através de derivação numérica. No caso do matlab®/simulink®, já existem blocos que fazem a derivação numérica, mas o tempo da simulação iria aumentar muito. No caso do integrador α -generalizado modificado, deveria ser ainda implementada e testada a derivação numérica, que também iria aumentar muito mais o tempo das simulações. A solução encontrada para contornar este problema foi implementar os observadores descritos em (SESHAGIRI; KHALIL, 2005).

A Equação 8.2b mostra o observador usado no controlador da velocidade:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{e}}_{1V} \\ \dot{\hat{e}}_{2V} \\ \dot{\hat{e}}_{3V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{0.05} & 1 & 0 \\ -\frac{6}{0.05^2} & 0 & 1 \\ -\frac{1}{0.05^3} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{1V} \\ \hat{e}_{2V} \\ \hat{e}_{3V} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{0.05} \\ \frac{6}{0.05^2} \\ \frac{1}{0.05^3} \end{bmatrix} e_{1V} \quad (\text{eq.8.2b})$$

Onde: e_{1V} é a diferença entre a velocidade real e a velocidade desejada;

\hat{e}_{1V} é o valor estimado de e_{1V}

\hat{e}_{2V} é o valor estimado da derivada primeira de e_{1V} ;

\hat{e}_{3V} é o valor estimado da derivada segunda de e_{1V} ;

Os valores de $e_{1V}, \hat{e}_{2V}, \hat{e}_{3V}$ foram usados na Equação 8.2 a.

8.3.2) Rastreador de Altitude

O controle escolhido para regular a altitude foi a manete de combustível do motor. Em (DA SILVA, 2007), (XU,2005), (SOUSA; PAGLIONE, 2012), o valor do grau relativo usado para a altitude foi 4. Este valor foi usado no controlador de altitude dos aviões NFLS e NFNS. A Equação 8.3a apresenta a lei de controle da altitude.

$$\delta\pi = -k \cdot sat\left(\frac{s}{\mu}\right) = -k \cdot sat\left(\frac{k_0 \sigma_H + k_1 e_H + k_2 \dot{e}_H + k_3 \ddot{e}_H + \dddot{e}_H}{\mu_H}\right)$$

↓

$$\delta\pi = -0.2 \cdot sat\left(\frac{0.08 \sigma_H + 1 e_H + 3 \dot{e}_H + 3 \ddot{e}_H + \dddot{e}_H}{100}\right) \quad (\text{eq.8.3a})$$

Observador das derivadas da altitude:

No caso do controle de altitude, é necessário calcular três derivadas da altitude. Pelo mesmo motivo comentado no controlador de velocidade, foi necessário implementar um observador para estimar as derivadas da altitude. Tentou-se usar um observador com a mesma estrutura do observador da velocidade, mas com terceira ordem. Não foram encontrados resultados satisfatórios, nos quais os valores encontrados pelos observadores estivessem próximos das derivadas calculadas numericamente pelo simulink®. Uma solução encontrada para contornar esta dificuldade foi usar dois observadores na sequência: o primeiro com ordem 2, cujos estados são o erro, a derivada primeira e a derivada segunda do erro. Neste primeiro observador, o sinal de entrada é o erro.

A derivada segunda é entrada para o segundo observador, de ordem 1. Neste segundo observador, os estados são o sinal de entrada (derivada segunda do erro), e a derivada deste

sinal de entrada, que é a derivada terceira do erro. Os resultados obtidos foram muito satisfatórios.

As Equações 8.3a,b mostram os observadores projetados:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{e}}_{1H} \\ \dot{\hat{e}}_{2H} \\ \dot{\hat{e}}_{3H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{0.05} & 1 & 0 \\ -\frac{6}{0.05^2} & 0 & 1 \\ -\frac{1}{0.05^3} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{1H} \\ \hat{e}_{2H} \\ \hat{e}_{3H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{0.05} \\ \frac{6}{0.05^2} \\ \frac{1}{0.05^3} \end{bmatrix} e_{1H} \quad (\text{eq.8.3b})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{e}}_{3Ho} \\ \dot{\hat{e}}_{4H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{0.05} & 1 \\ -\frac{1}{0.05^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{3Ho} \\ \hat{e}_{4H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{0.05} \\ \frac{1}{0.05^2} \end{bmatrix} \hat{e}_{3H} \quad (\text{eq.8.3c})$$

onde: e_{1H} é o erro da altitude;

\hat{e}_{1H} é o valor estimado de e_{1H}

\hat{e}_{2H} é o valor estimado da derivada primeira de e_{1H}

\hat{e}_{3H} é o valor estimado da derivada segunda de e_{1H}

\hat{e}_{3Ho} é o valor estimado de \hat{e}_{3H} ;

\hat{e}_{4H} é o valor estimado da derivada terceira de e_{1H}

Os valores de e_{1H} , \hat{e}_{2H} , \hat{e}_{3H} , \hat{e}_{4H} foram usados na Equação 8.3 a.

8.3.3) Rastreador de ângulo de rolamento:

As Equações 8.4 a e 8.4 b apresentam o controlador e o observador usados para se comandar o ângulo de rolamento desejado.

$$\begin{aligned}\dot{\delta a} &= -k \cdot \text{sat}\left(\frac{s}{\mu}\right) = -k \cdot \text{sat}\left(\frac{k_0 \sigma_\phi + k_1 e_\phi + \dot{e}_\phi}{\mu_\phi}\right) \\ &\downarrow \\ \dot{\delta a} &= \frac{40.0}{57,3} \text{sat}\left(\frac{0.005 \sigma_\phi + 1 \cdot e_\phi + \dot{e}_\phi}{0.8}\right)\end{aligned}\quad (\text{eq.8.4a})$$

Observador da derivada do ângulo de rolamento:

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{e}}_{1\phi} \\ \dot{\hat{e}}_{2\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{0.05} & 1 \\ -\frac{1}{0.05^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{e}_{1\phi} \\ \hat{e}_{2\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{0.05} \\ \frac{1}{0.05^2} \end{bmatrix} e_{1\phi} \quad (\text{eq.8.4b})$$

onde: $e_{1\phi}$ é erro do ângulo de rolamento (diferença entre o ângulo de rolamento do avião e o ângulo de rolamento comandado);

$\hat{e}_{1\phi}$ é o valor estimado de $e_{1\phi}$;

$\hat{e}_{2\phi}$ é o valor estimado da derivada de $e_{1\phi}$;

Os valores de $e_{1\phi}, \hat{e}_{2\phi}$ foram usados na Equação 8.4.a.

8.3.4) Amortecedor da taxa de guinada:

O controle escolhido para se amortecer a taxa de guinada foi a deflexão de leme. Em (SOUSA; PAGLIONE, 2012), o grau relativo da taxa de guinada de um avião foi definido como 1. Este valor foi usado nesta dissertação. A Equação 8.5 apresenta a lei de controle usada no amortecedor da taxa de guinada.

$$\begin{aligned}
 \delta l &= -k \cdot \text{sat}\left(\frac{s}{\mu}\right) = -k \cdot \text{sat}\left(\frac{k_0 \sigma_r + k_1 e_r}{\mu_r}\right) \\
 &\downarrow \\
 \delta l &= \frac{-10.0}{57,3} \text{sat}\left(\frac{0.05 \sigma_r + 1 \cdot e_r}{0.3}\right)
 \end{aligned} \tag{eq.8.5}$$

8.3.5) Amortecedor da taxa de arfagem:

O controle escolhido para se amortecer a taxa de arfagem foi a deflexão de profundor. Em (PROMTUN; SESHAGIRI, 2009), o grau relativo da taxa de arfagem de um avião foi definido como 1. Este valor foi usado nesta dissertação. A Equação 8.6 apresenta a lei de controle usada no amortecedor da taxa de arfagem.

$$\begin{aligned}
 \delta p &= -k \cdot \text{sat}\left(\frac{s}{\mu}\right) = -k \cdot \text{sat}\left(\frac{k_0 \sigma_q + k_1 e_q}{\mu_q}\right) \\
 &\downarrow \\
 \delta p &= \frac{6.0}{57,3} \text{sat}\left(\frac{1.0 \sigma_q + 1 \cdot e_q}{0.05}\right)
 \end{aligned} \tag{eq.8.6}$$

8.4) Resultados

No capítulo 7, foram apresentadas simulações nas quais foi usado o integrador α -generalizado modificado. Para se realizar simulações em malha fechada, foi necessário adicionar equações dos observadores e do controlador, e foi necessário modificar a matriz tangente usada no integrador. Foram feitas comparações deste integrador com o integrador ode15s do simulink para o modelo já validado no capítulo 7. Os resultados observados foram:

- a) O modelo implementado nos capítulos 4 a 6 NÃO apresentou problemas de integração no simulink.,

- b) As simulações do simulink (com o modelo definido nos capítulos 4 a 7) são mais rápidas do que quando é usado o integrador α -generalizado modificado.

Para economizar tempo das simulações com o controlador em malha fechada, foi decidido usar o simulink/s-function, com o integrador ode15s.

No modelo em simulink foi considerado a presença de atuadores, e em simulações feitas e não apresentadas nesta tese, foi verificado que a presença dos atuadores altera os resultados das simulações, como de fato é esperado. Os atuadores foram considerados para tornar as simulações mais realistas.

Na maior parte dos gráficos deste capítulo são apresentadas curvas azuis e vermelhas. As curvas vermelhas são o sinal de referência desejado (des.) para os estados. As curvas azuis são os estados obtidos durante a simulação (real), e as deflexões efetivamente comandadas pelo atuador (real).

Em algumas simulações são apresentadas também as deformações em torção (k_x) e flexão (k_y) dos dois primeiros elementos da asa direita.

Em alguns trabalhos recentes, têm sido apresentadas sistemas de controle de vôo de aviões flexíveis compostos por leis da dinâmica de vôo do avião e por leis de controle projetadas exclusivamente para suprimir os modos flexíveis do avião (DA SILVA, 2012), (DA SILVA; PAGLIONE; YONEYAMA, 2012), (DA SILVA; YONEYAMA; PAGLIONE, 2013), (HENRIQUEZ, 2011). Nesta tese não foi definida nenhuma lei de controle focada exclusivamente com a supressão de modos flexíveis. As leis de controle foram projetadas exclusivamente para controlar a dinâmica de vôo do avião. O fato das leis de controle serem robustas permitem a compensação dos efeitos da flexibilidade estrutural, ao mesmo tempo que a dinâmica de vôo é controlada. Com o intuito de apresentar esta robustez da lei de controle frente às “perturbações” vindas a partir da flexibilidade estrutural, são apresentadas simulações do avião NFNS flexível, modelado nos capítulos 4 a 6 desta tese, e simulações do

avião NFNS muito flexível, apresentado no capítulo 7. Nos dois aviões foram usadas as mesmas leis de controle definidos pelas Equações 8.2, 8.3, 8.4 e 8.5. Em algumas simulações foi usado também o amortecedor de taxa de arfagem definido pela Equação 8.6. Os próximos items apresentam o efeito da lei de controle na resposta do avião à tesoura de vento, a rajadas e no rastreamento de um doublet de ângulo de rolamento comandado. Deve ser enfatizado que foram usados atuadores já definidos anteriormente. Isto tudo para enfatizar a **robustez** da lei de controle projetada com a técnica do **regulador integrativo universal**.

8.4.1) Resposta a Tesoura de Vento

Este item apresenta resultados de simulações em que é verificada a resposta dos aviões flexível e muito flexível a uma tesoura de vento, e o efeito das leis de controle na regulação da velocidade, altitude, ângulo de rolamento e taxa de guinada.

O modelo matemático da tesoura de vento é descrito pelas Equações 8.7:

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_w = \text{atan2}(x_0 - x_{0w}, y_0 - y_{0w}), \\ r = \sqrt{(x_{0w} - x_0)^2 + (y_{0w} - y_0)^2} \\ V_{wr} = V_{wrx} \cdot \sin(\pi \cdot r / r_w), \\ V_{wx} = V_{wr} \cdot \sin(\psi_w), \\ V_{wy} = V_{wr} \cdot \cos(\psi_w), \\ V_{wz} = V_{wzx} \cdot \cos(0.5\pi \frac{r}{r_w}), \\ L_{b0} = \text{angle2dcm}(\psi, \theta, \phi) \\ V_{wb} = L_{b0} \cdot [V_{wx}, V_{wy}, V_{wz}] \end{array} \right. , \text{ se } r \leq r_w \quad (\text{eq.8.7})$$

onde: $r_w = 500$; $x_{0w} = 550$; $y_{0w} = 0$; $V_{wrx} = 30$; $V_{wzx} = 40$.

A Figura 8.3 apresenta a distribuição espacial das velocidades vertical e horizontal na tesoura de vento.

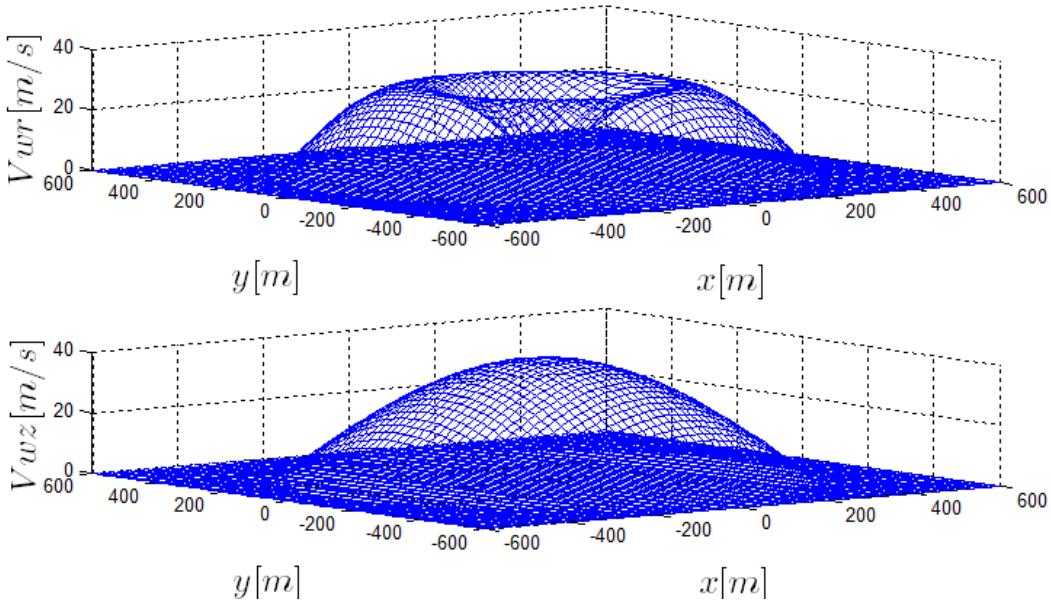


Fig. 8.3 Distribuição de velocidades no modelo da tesoura de vento

As Figuras 8.4 e 8.5 apresentam a resposta do avião NFNS flexível à tesoura de vento, sem atuação do controlador. Nestas figuras são apresentados valores das deflexões de profundor (δ_p), de aileron (δ_a), leme (δ_l), manete de combustível (π), e valores da velocidade (V), altitude (H), taxa de arfagem (q), taxa de guinada (r) e ângulos de altitude (θ) e de rolamento (ϕ). Pode-se ver que durante a simulação houve uma variação de 10 m/s na velocidade, 150 m na altitude, -20 deg no ângulo de altitude, e oscilações na taxa de arfagem, taxa de guinada e ângulo de rolamento com amplitudes chegando a 10 deg/s, 15 deg/s e 20 deg, respectivamente.

A tesoura de vento modelada tem velocidade radial máxima de 30 m/s, e velocidade vertical máxima de 40 m/s. São valores muito altos, ainda mais para um raio de 500 m. Esta “forte” tesoura de vento justifica os altos valores vistos nas Figuras 8.4 e 8.5. Foi simulada esta tesoura de vento com alta intensidade para se verificar a eficácia da lei de controle.

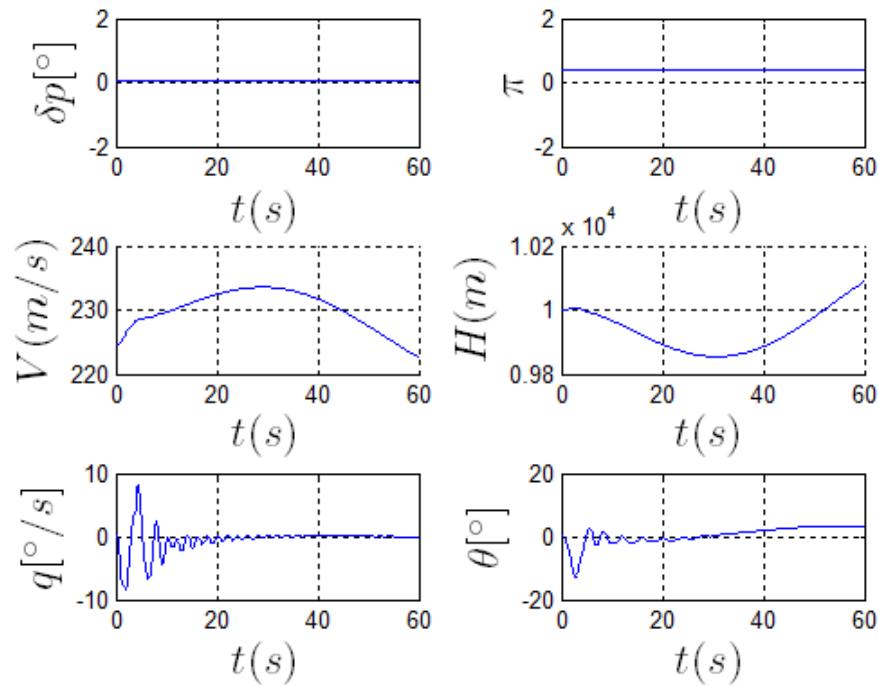


Fig. 8.4 -Resposta longitudinal durante uma tesoura de vento –avião flexível, sem controlador

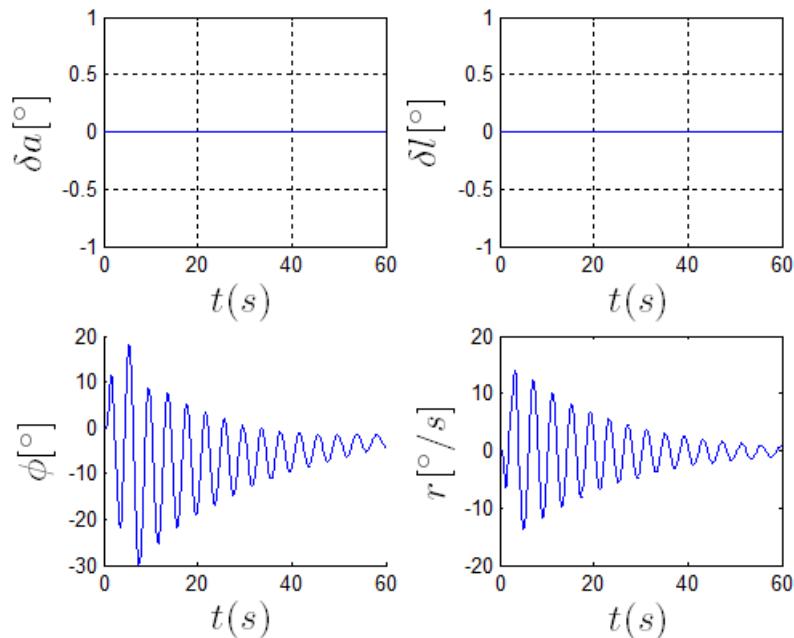


Fig. 8.5 - Resposta látero-direcional durante uma tesoura de vento –avião flexível, sem controlador

As Figuras 8.6 e 8.7 apresentam a resposta do avião (com atuação da lei de controle) à tesoura de vento. Pode-se ver que a variação máxima da velocidade foi menor que 5m/s e que a velocidade voltou ao valor inicial em menos de 20s. A altitude sofreu variação menor que 100 m, e voltou ao valor inicial em 50 s. Já a amplitude máxima dos ângulos de altitude, de rolamento e da taxa de guinada foram 8 deg, 1.5 deg e 4 deg/s, respectivamente. Todos estes valores são significativamente menores do que os obtidos com o avião sem atuação da lei de controle. O único estado cuja amplitude máxima não foi alterada foi a taxa de arfagem, cuja amplitude máxima foi de 10 deg/s, e foram verificadas oscilações durante a atuação da lei de controle. Estas oscilações são consequência da atuação do profundor, e em um avião comercial não seriam aceitáveis. Uma forma de se amortecer estas oscilações, seria adicionar também um amortecedor da taxa de arfagem com deflexões do profundor. Mas, deve-se lembrar que a tesoura de vento simulada pode ser considerada irrealista, devido a alta intensidade dos ventos considerados. Se fosse usada uma tesoura de vento mais fraca, todos os outros parâmetros controlados possuiriam resposta satisfatória e as oscilações da taxa de arfagem possuiriam amplitude menor. O que se pode concluir é que a lei de controle projetada apresentou resultados satisfatórios que podem ser melhorados ao se adicionar um amortecedor da taxa de arfagem. Mesmo com estes comentários, foi decidido adicionar o amortecedor de taxa de arfagem com o intuito de melhorar os resultados.

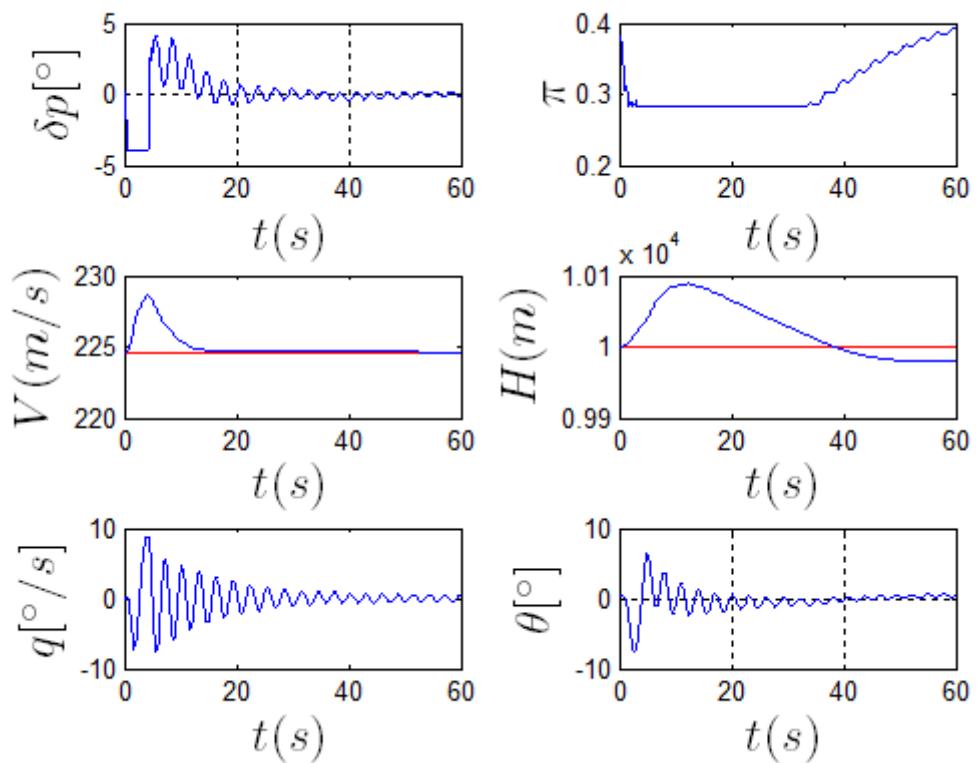


Fig. 8.6 -Controle longitudinal durante uma tesoura de vento –avião flexível

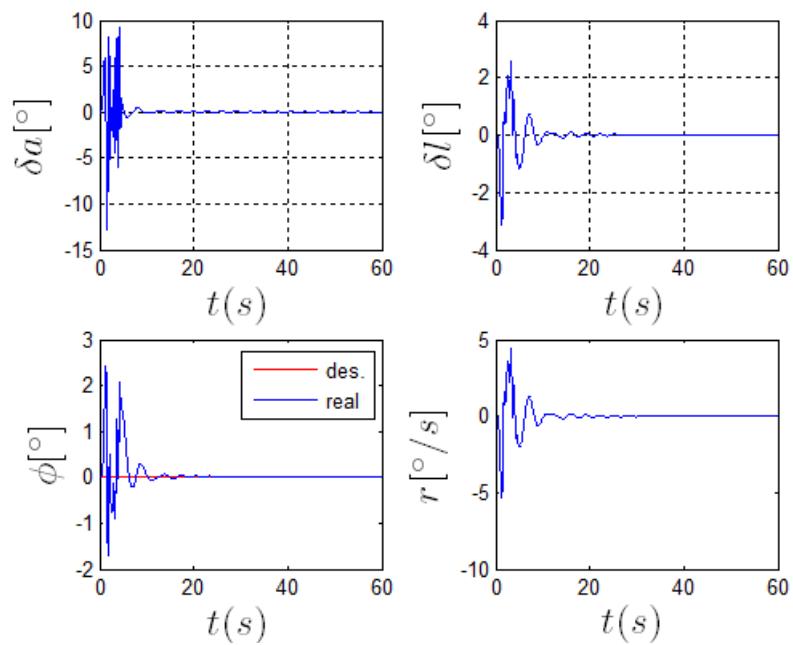


Fig. 8.7 -Controle látero-direcional durante uma tesoura de vento – avião flexível

A Figura 8.8 apresenta a mudança feita nas leis de controle do avião com a adição do amortecedor da taxa de arfagem no canal do profundor. Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 8.9 e 8.10

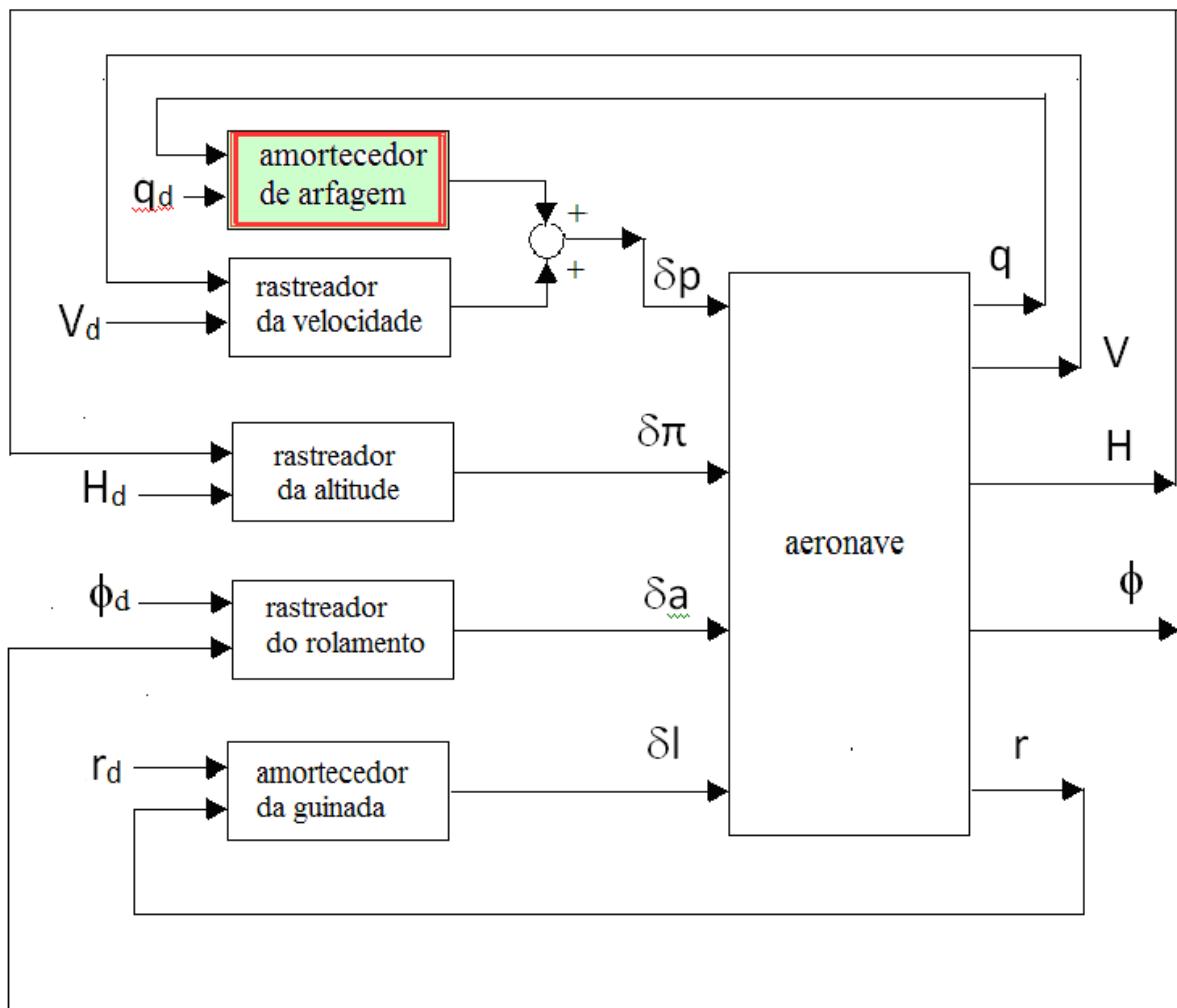


Figura 8.8 – Diagrama de blocos modificado – Adição do Amortecedor de Arfagem

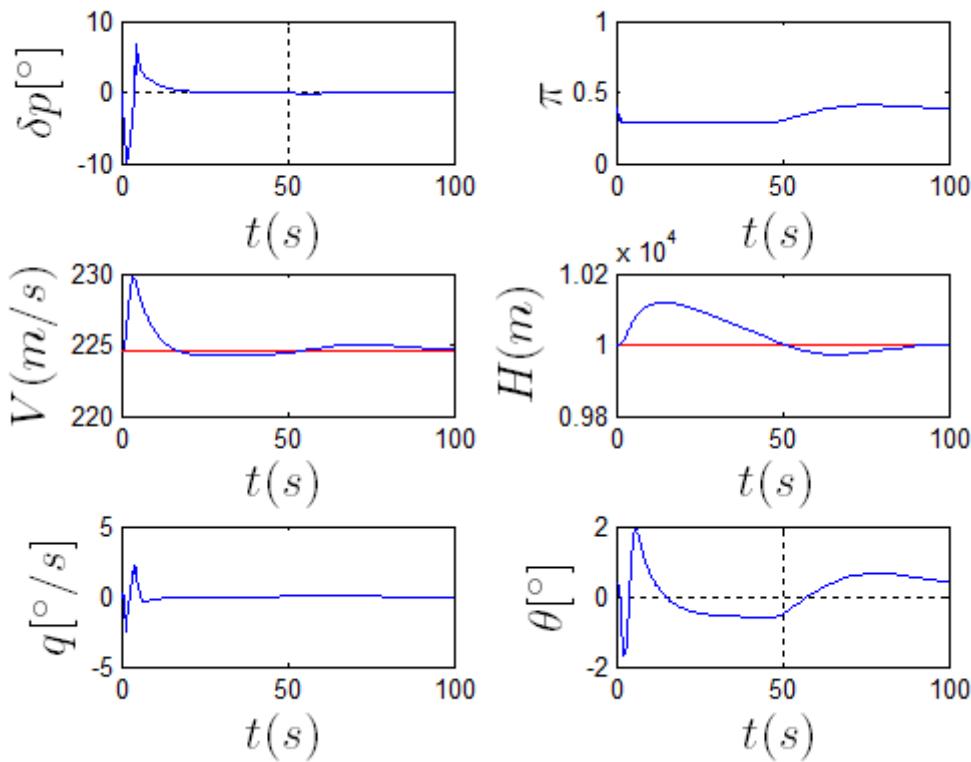


Fig. 8.9 -Controle longitudinal com amortecedor de taxa de arfagem durante uma tesoura de vento –avião flexível

Os resultados apresentados na Figura 8.9 podem ser considerados melhores do que os apresentados na Figura 8.6 uma vez que em menos de 20 s a velocidade chegou ao valor inicial e até o fim da simulação, a diferença entre a velocidade desejada e a velocidade real não passou de 0,8 m/s. A altitude voltou ao valor inicial em 50 s e depois disso a distância máxima entre a altitude desejada e a altitude real não passou de 30m. Além disso não foram observadas aquelas oscilações na taxa de arfagem observadas na Figura 8.6. A Figura 8.10 apresenta os resultados obtidos para o nivelamento da asa e amortecimento da taxa de guinada. As mesmas análises feitas para os resultados da Figura 8.7 são igualmente válidos para os resultados apresentados na Figura 8.10. Nas próximas simulações em que foi usado o controlador, não foi usado amortecedor de taxa de arfagem.

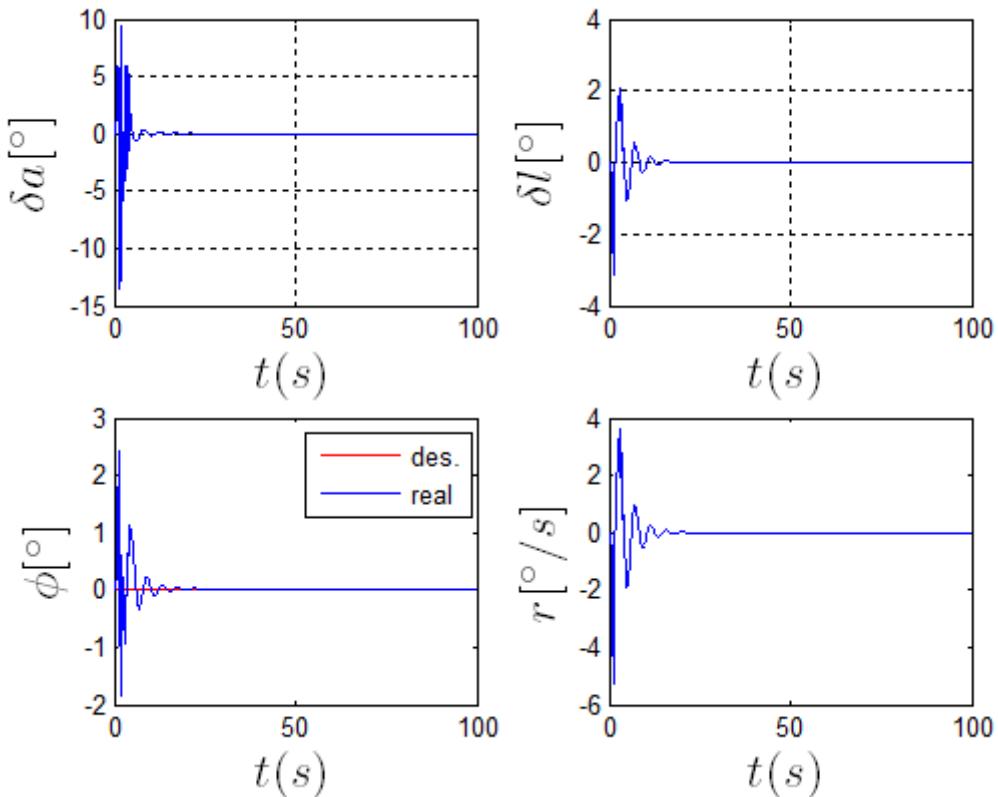


Fig. 8.10 -Controle látero-direcional durante uma tesoura de vento –avião flexível

As Figuras 8.11 e 8.12 apresentam a resposta do avião NFNS muito flexível à tesoura de vento. Os gráficos mostram uma variação de 20 m/s na velocidade, de 500 m na altitude, e 30 deg no ângulo de rolamento. As taxas de arfagem e de guinada apresentaram oscilações máximas de 10 deg/s e 5 deg/s, respectivamente. A variação máxima no ângulo de atitude foi de 10 deg. Diferentemente dos resultados do avião flexível sem atuação do sistema de controle, não foi observada oscilação na velocidade e na altitude (durante os 60 s de simulação) e foi observado um valor final do ângulo de rolamento muito maior. A maior variação da velocidade e altitude é (provavelmente) consequência da maior variação do ângulo de rolamento, que afeta o desempenho do avião. E esta variação ocorre (provavelmente) devido a assimetria ocorrida devido a maiores deformações estruturais do avião, principalmente da asa.

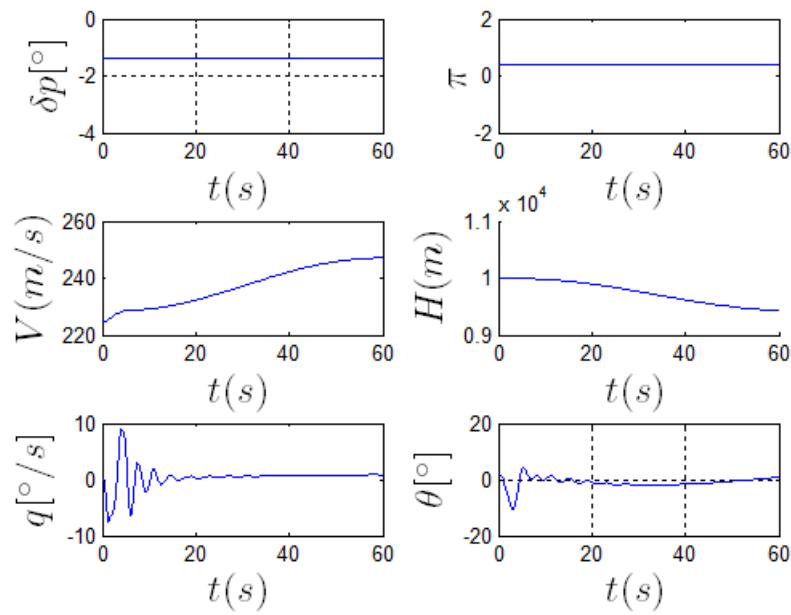


Fig. 8.11-Resposta longitudinal durante uma tesoura de vento – avião muito flexível, sem controlador

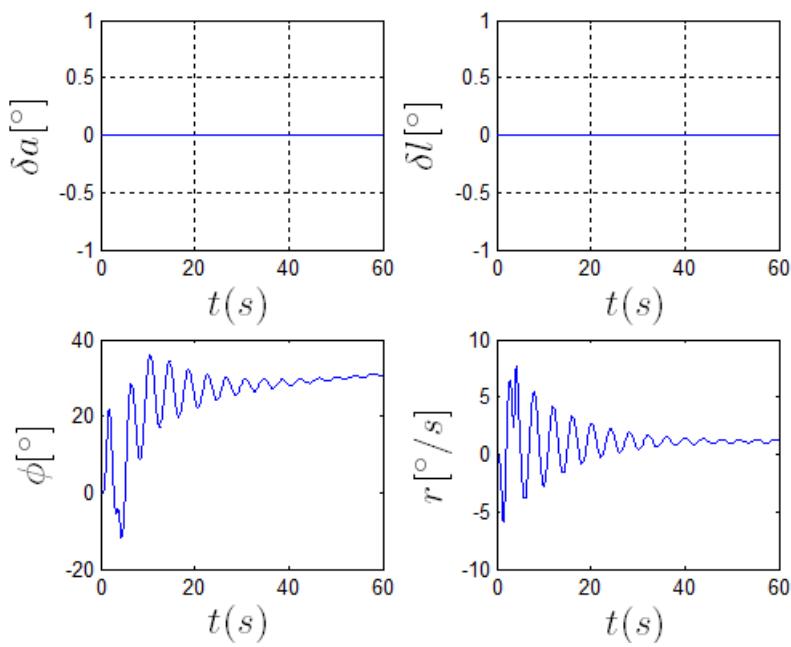


Fig. 8.12 - Resposta látero-direcional durante uma tesoura de vento – avião muito flexível, sem controlador

As Figuras 8.13 e 8.15 apresentam a resposta do avião (com controlador) à tesoura de vento. Foi usado o mesmo controlador usado para a avião flexível. As expressões das leis de controle são definidas pelas Equações 8.2a, 8.3a, 8.4a e 8.5. Nota-se que a velocidade apresenta variação máxima menor que 5 m/s e retorna ao valor inicial em menos de 30 s, a altitude sofre uma variação máxima menor que 200 m e volta ao valor inicial em 50 s. O ângulo de rolamento e a taxa de guinada possuem amplitudes máximas menores que 2 deg e 4deg/s (respectivamente) e voltam ao valor inicial em menos de 20 s. Analisando-se apenas estes parâmetros, conclui-se que a lei de controle apresentou resultados muito satisfatórios. Mas, deve-se notar também que houve uma oscilação permanente no profundor e no aileron. Este fato poderia fazer com que a eficácia do controle fosse questionada. Com o intuito de mostrar que as oscilações das deflexões de profundor apresentam taxas de atuação que respeitam os batentes físicos já definidos (60 deg/s), foi feita uma ampliação dos 10 primeiros segundos da simulação apresentados na Figura 8.13. Estes resultados são apresentados na Figura 8.14. O que esta figura mostra é que a taxa de deflexão do profundor está na ordem de 25 deg/s, menor do que a metade do batente de 60 deg/s. Este valor foi calculado da seguinte forma: Entre os tempos de 7,1 e 7,5 s, o profundor sofreu variação de -3 deg a 2 deg, e depois voltou a aproximadamente -3,0 deg. Durante este tempo houve uma variação total de 10 deg na deflexão do profundor. O tempo gasto foi de aproximadamente 0,4s. Com estes valores foi verificado que a deflxão máxima não passou de 25 deg/s.

A Figura 8.16 apresenta a deflexão de aileron nos 10 primeiros segundos de simulação. Pode-se ver que as taxas das deflexões de aileron são menores do que o batente de taxa de 40 deg/s. Até este ponto pode-ser ver que o rastreamento da resposta desejada na avião muito flexível foi muito satisfatório e que houve oscilações nas deflexões das superfícies de controle, mas mesmo assim, o limite fisico dos atuadores foi respeitado. A lei de controle projetada para o avião com nível médio de flexibilidade é robusta o suficiente para compensar

efeitos de grande flexibilidade do avião (muito flexível). Deve-se lembrar que a rigidez da asa no avião **muito** flexível é 1/6 da rigidez da asa do avião flexível. E as rigidezes das empenagens horizontal e vertical do avião flexível são 1/4 e 1/2 dos valores usados no avião flexível. Ou seja, a diferença entre as dinâmicas do avião flexível e muito flexível é muito alta devido aos muito diferentes valores de rigidez estrutural. Estas diferenças já foram apresentadas e comentadas no capítulo 7.

Além das dinâmicas dos aviões serem muito diferentes, foram considerados os atuadores das superfícies de controle, com o intuito de se tornar as simulações mais realistas. Estas observações estão sendo feitas para se indicar a robustez da lei de controle, que garantiu resultados muito satisfatórios, mesmo em um avião com dinâmica muito diferente do avião para a qual foram definidas as leis de controle de vôo.

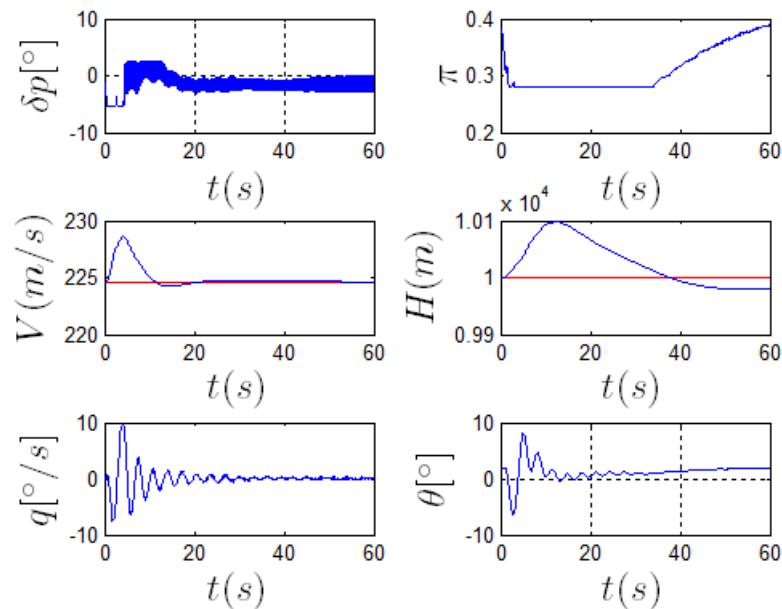


Fig. 8.13 -Controle longitudinal durante uma tesoura de vento – avião muito flexível

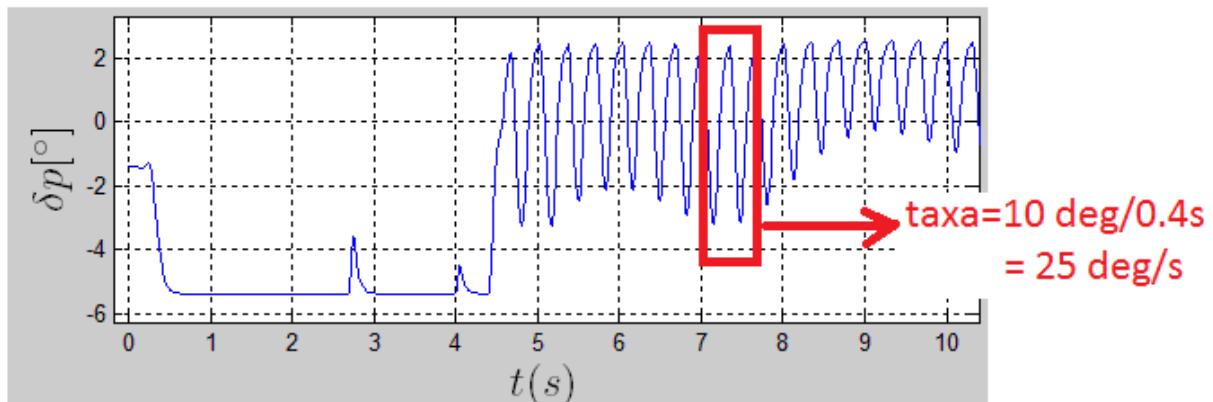


Figura 8.14 – Deflexão de profundor durante os 10 primeiros segundos de simulação.

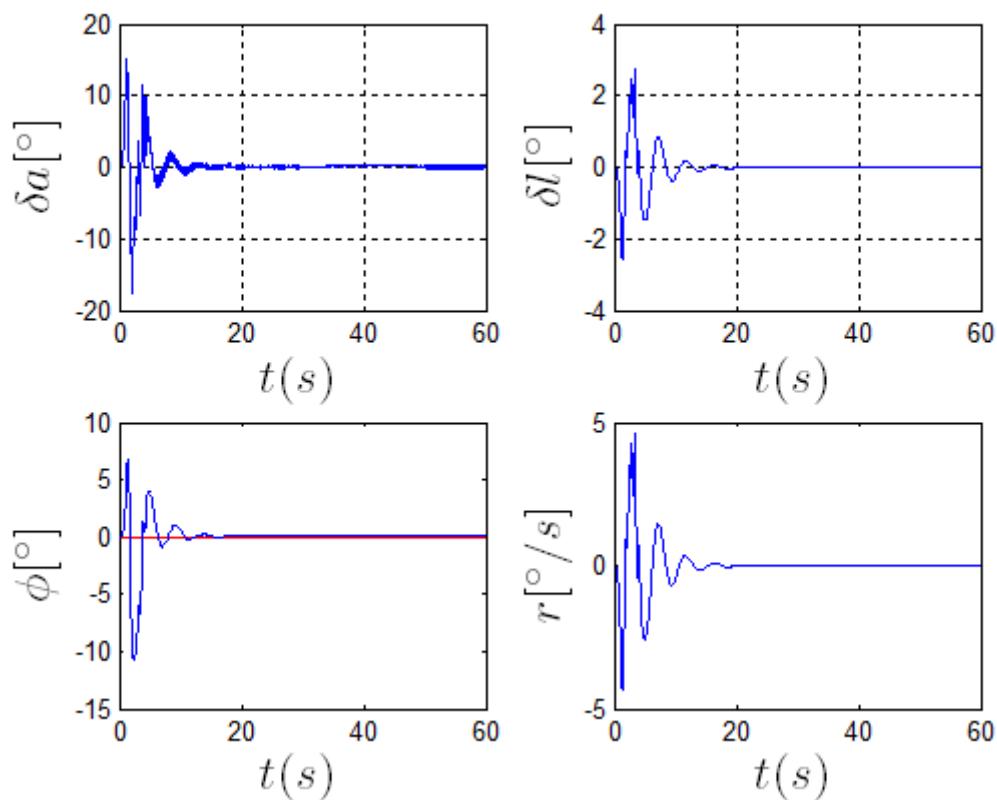


Fig. 8.15 -Controle látero-direcional durante uma tesoura de vento – avião muito flexível

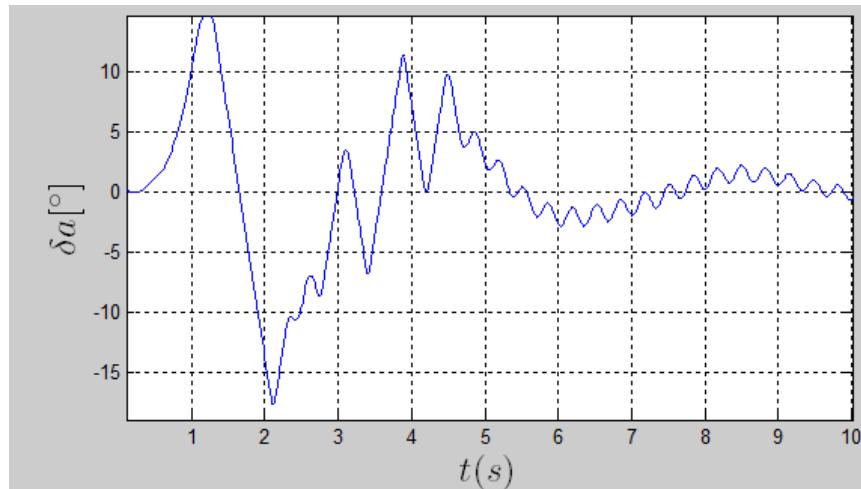


Figura 8.16 – Deflexão de aileron nos 10 primeiros segundos de simulação

8.4.2) Resposta a rajadas

O segundo item analisado com os controladores definidos pelas Equações 8.2, 8.3, 8.4 e 8.5 foi a resposta do avião a rajadas. As Figuras 8.17 e 8.18 apresentam a resposta do avião flexível a uma rajada de comprimento 150 m e intensidade de 3,0 m/s. Maiores detalhes a respeito do modelo da rajada podem ser vistos no capítulo 7. As curvas vermelhas apresentam os controles e os estados do avião sem atuação do controlador, e as curvas azuis mostram os controles e os estados do avião com o controlador. As Figuras 8.10 e 8.11 apresentam as deflexões de profundor (δp), de aileron (δa), leme (δl), e valores da velocidade (V), altitude (H), taxa de arfagem (q), taxa de guinada (r) e ângulo de rolamento (ϕ). Ao comparar-se os resultados obtidos sem controlador e com controlador, pode-se notar a eficácia das leis de controle de vôo. A rajada ocasionou variações na velocidade, altitude, no ângulo de rolamento, e na taxa de guinada da ordem de 0.2m/s , 4.0m, 5.0 deg, e 0.25 deg/s respectivamente, durante os 40 s de simulação. A atuação das leis de controle diminuiu estas amplitudes para valores da ordem de 0.05 m/s , 1.0m, 0.06 deg e 0.02 deg/s respectivamente.

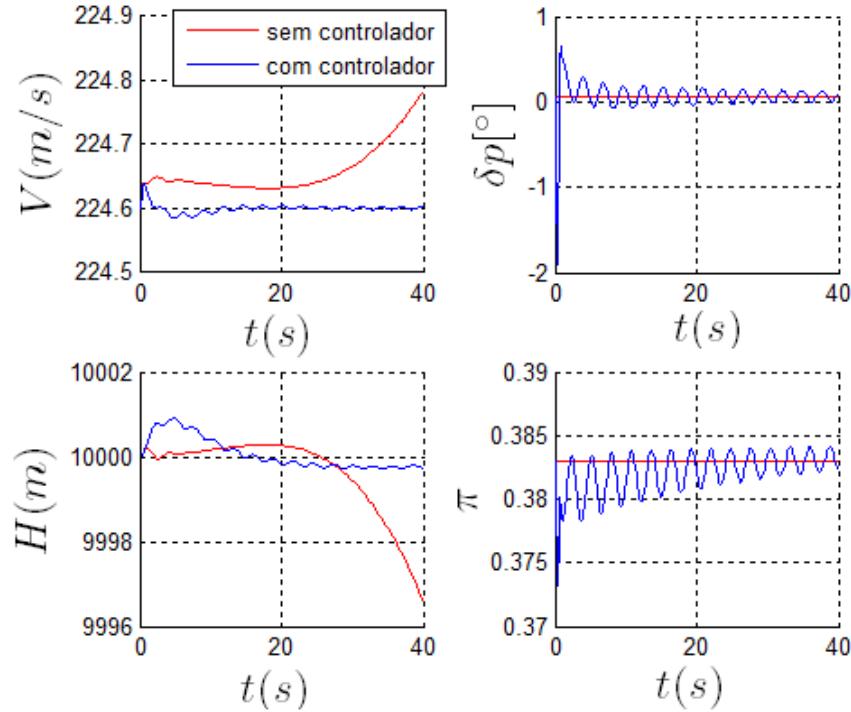


Fig. 8.17 –Resposta longitudinal a rajada – avião flexível

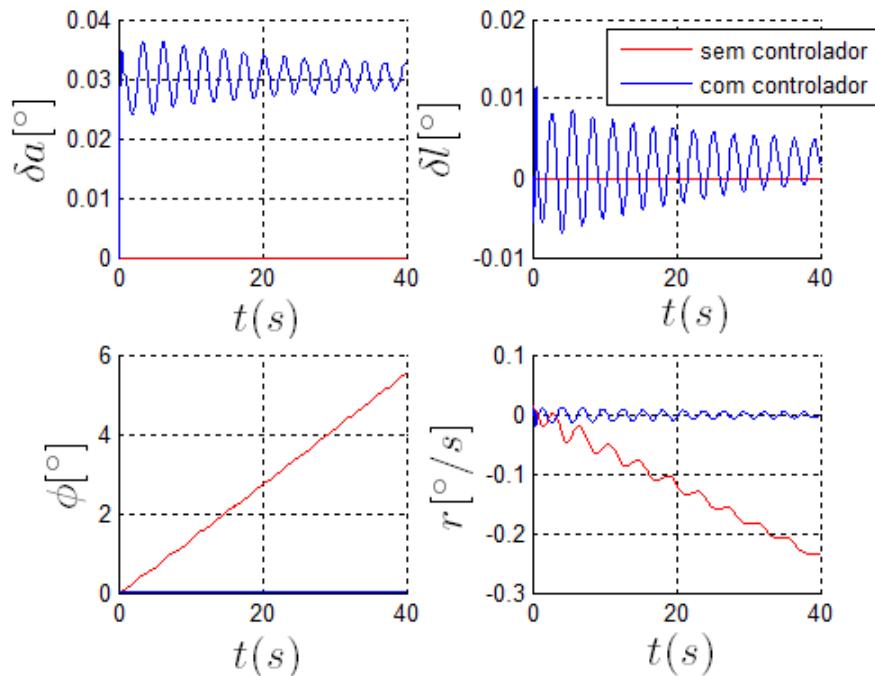


Fig. 8.18 –Resposta látero-direcional a rajada – avião flexível

As Figuras 8.19 e 8.20 apresentam as mesmas simulações das Figuras 8.17 e 8.18, mas, no avião NFNS **muito flexível**. As mesmas análises feitas para os resultados das

simulações do avião flexível são válidos para o avião flexível. O controlador garantiu valores muito melhores do ângulo da velocidade, da altitude, do rolamento e da atxa de guinada. Mas, as simulações com controlador apresentam oscilações permanentes da velocidade, altitude e da taxa de guinada com igual amplitude da ordem de que $0,1\text{m/s}$, 1m , $0,1\text{ deg/s}$, respectivamente. Na simulação sem controlador, havia oscilações da velocidade e altitude, com período e amplitudes maiores e divergência do ângulo de rolamento e da taxa de guinada.

O controle do avião muito flexível foi possível devido a maior atividade das deflexões de aileron e leme.

Deve-se notar que foi usado o mesmo controlador usado no avião flexível e isto demonstra a robustez da lei de controle projetada.

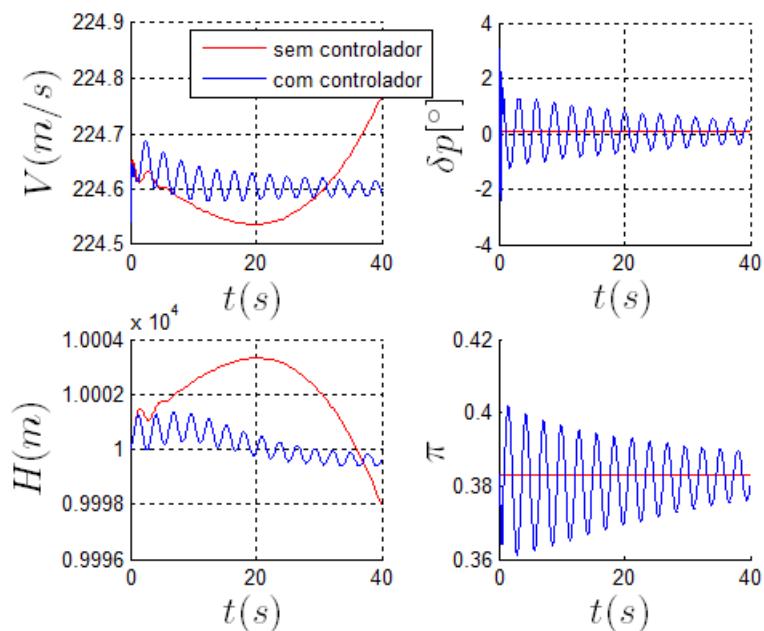


Fig. 8.19–Resposta longitudinal a rajada – avião muito flexível

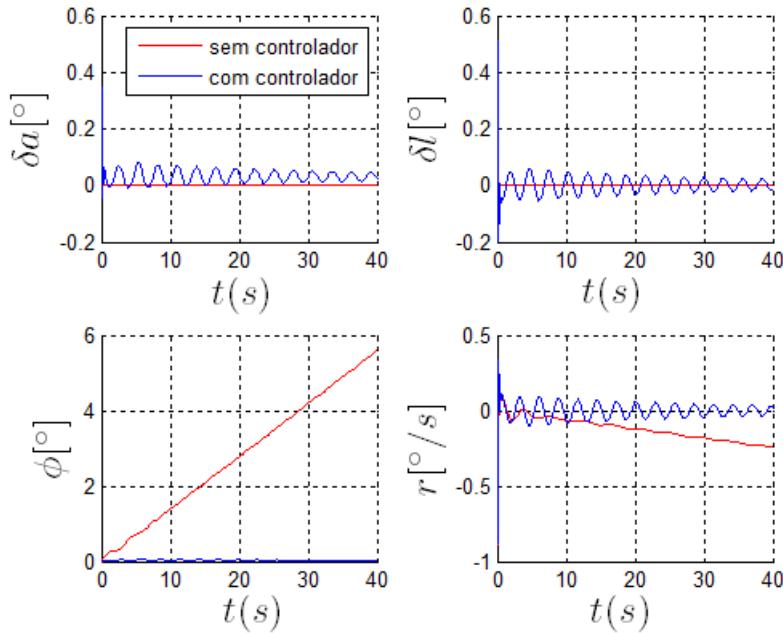


Fig. 8.20 –Resposta látero-direcional a rajada – avião muito flexível

8.4.3) Rastreamento de doublet de ângulo de rolamento

Um terceiro item analisado nos controladores projetados foi a execução de doublets comandados no ângulo de rolamento, ao mesmo tempo em que há regulação da velocidade e altitude e amortecimento da taxa de guinada. O que se quis verificar é a capacidade de se controlar o avião durante manobras, e também a robustez do controlador frente a efeitos de grande flexibilidade estrutural.

As Figuras 8.21a,b,c apresentam os resultados das simulações do avião NFNS rígida nas quais foi comandado um doublet de ângulo de rolamento, enquanto procurou-se manter a velocidade, altitude e taxa de guinada nos valores iniciais. Foram usadas as leis de controle definidas nas Equações 8.2a, 8.3a, 8.4a, 8.5. Pode-se ver uma resposta bastante satisfatória do avião. As curvas vermelhas apresentam os estados desejados (des.). As curvas azuis mostram os valores reais (real) obtidos nas simulações. A Figura 8.21a apresenta os valores do ângulo de rolamento(ϕ), da taxa de guinada (r), das deflexões de aileron (δ_a) e leme (δ_l). A Figura

8.21 b apresenta os valores da velocidade (V), da altitude (H), da deflexão de profundor (δp) e da manete de combustível (π). E a Figura 8.21 c apresenta os valores do ângulo de rolamento, da deflexão de aileron, e das deformações em torção (k_x) e flexão (k_y) dos elementos 1 e 2 da asa direita do avião. Esta última figura é apresentada para se verificar o efeito da atuação da deflexão de aileron nas deformações estruturais do avião. As Figuras 8.21a,b,c mostram resultados muito satisfatórios no rastreamento do ângulo de rolamento comandado e na regulação da velocidade, altitude e taxa de guinada. As deformações estruturais obtidas foram da ordem de 2×10^{-4} e 4×10^{-3} para a torção (k_x) e flexão (k_y) respectivamente. Estes valores são muito pequenos e não influenciaram os resultados obtidos com a atuação das leis de controle.

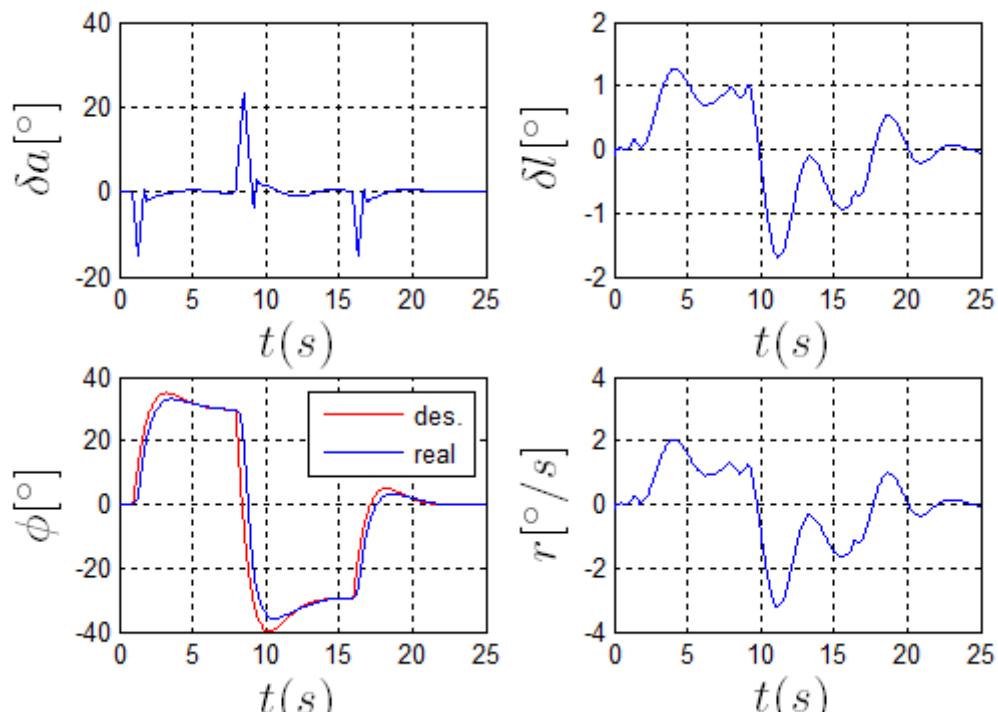


Figura 8.21a- Doublet do ângulo de rolamento no avião NFNS flexível¹

¹ A rigor, um doublet tem um perfil retangular e não um perfil “suave” como é apresentado na Figura 8.21a. Foi feita esta suavização no doublet comandado com o intuito de exigir menos dos atuadores do aileron. Esta suavização foi implementada por meio da multiplicação de uma função de transferência pelo sinal do doublet, da mesma forma como foi feito em (PROMTUN; SESHAGIRI, 2009).

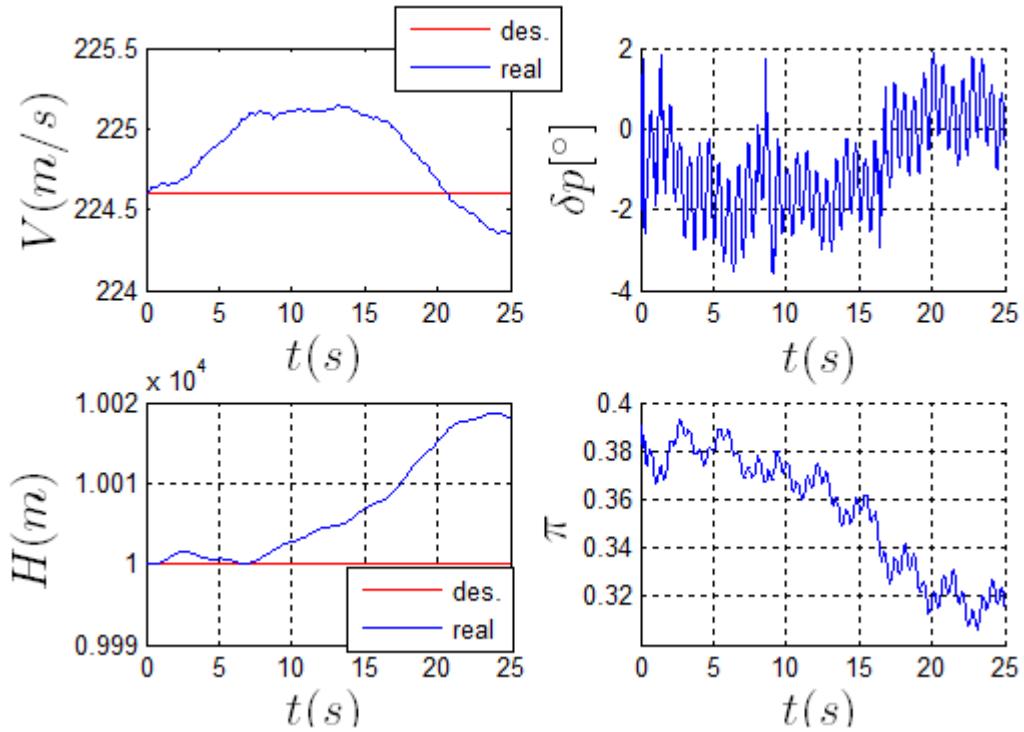


Figura 8.21b- Regulação da velocidade e altitude no avião NFNS flexível

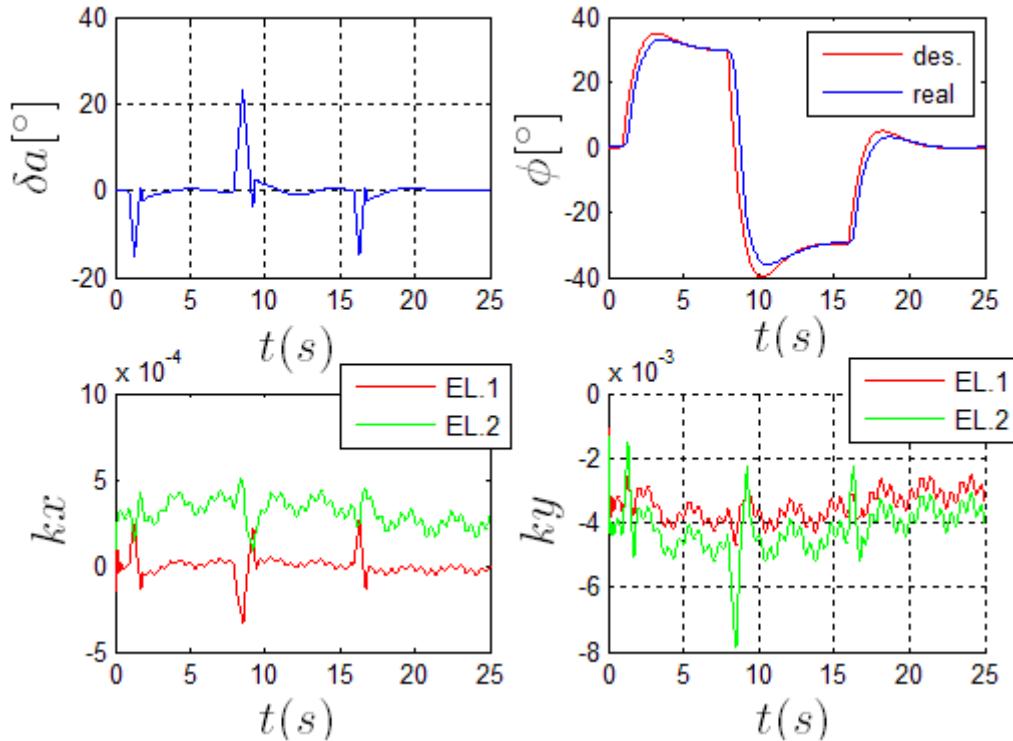


Figura 8.21c - Deformações k_x e k_y dos primeiros elementos da asa direita durante o doublet de ângulo de rolamento no avião NFNS flexível

As Figuras 8.22a,b,c apresentam os resultados das simulações do avião NFNS muito flexível nas quais foi comandado um doublet de ângulo de rolamento, enquanto procurou-se manter a velocidade e altitude nos valores iniciais. Foram usadas as leis de controle definida nas Equações 8.2a, 8.3a, 8.4a, 8.5. Pode-se ver que o ângulo de rolamento do avião se afastou um pouco mais do ângulo de rolamento comandado, mas o controle do ângulo de rolamento está sendo possível ainda às custas de atuação permanente dos atuadores. Esta atuação permanente (*chattering*) está ocorrendo nos atuadores no aileron, do profundor e do motor, embora neste último a amplitude seja muito menor. A Figura 8.22 c mostram os valores das deformações. Pode-se ver que a ordem de grandeza das deformações k_x chega a valores de $5 \cdot 10^{-3}$ e da flexão k_y chega a valores com amplitude 0,04. Esta ordem de grandeza afetou os resultados obtidos nas simulações. Já foi visto no capítulo 7 que o aumento da flexibilidade estrutural diminui a eficiência do aileron, e isto ajuda a fazer surgir as oscilações nas superfícies de controle (*chattering*). Os resultados das simulações visam apenas mostrar que o acoplamento da dinâmica de vôo do avião e os efeitos aerolásticos devem ser considerados no projeto de leis de controle de avião flexíveis.

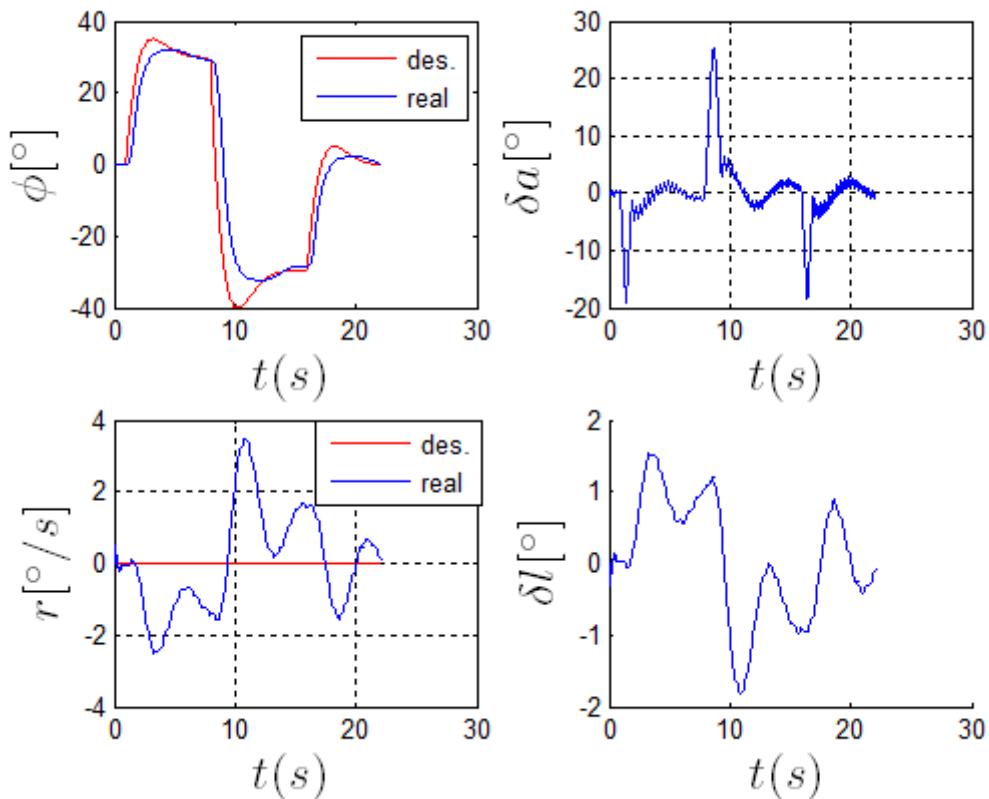


Figura 8.22a- Doublet do ângulo de rolamento no avião NFNS muito flexível

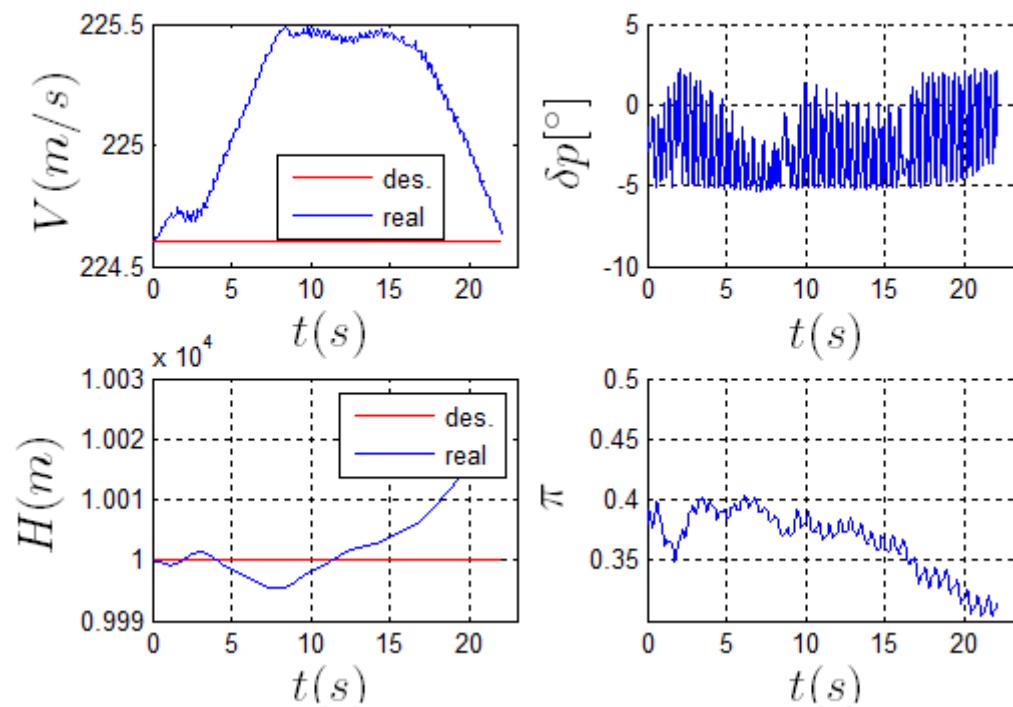


Figura 8.22b- Regulação da velocidade e altitude no avião NFNS muito flexível

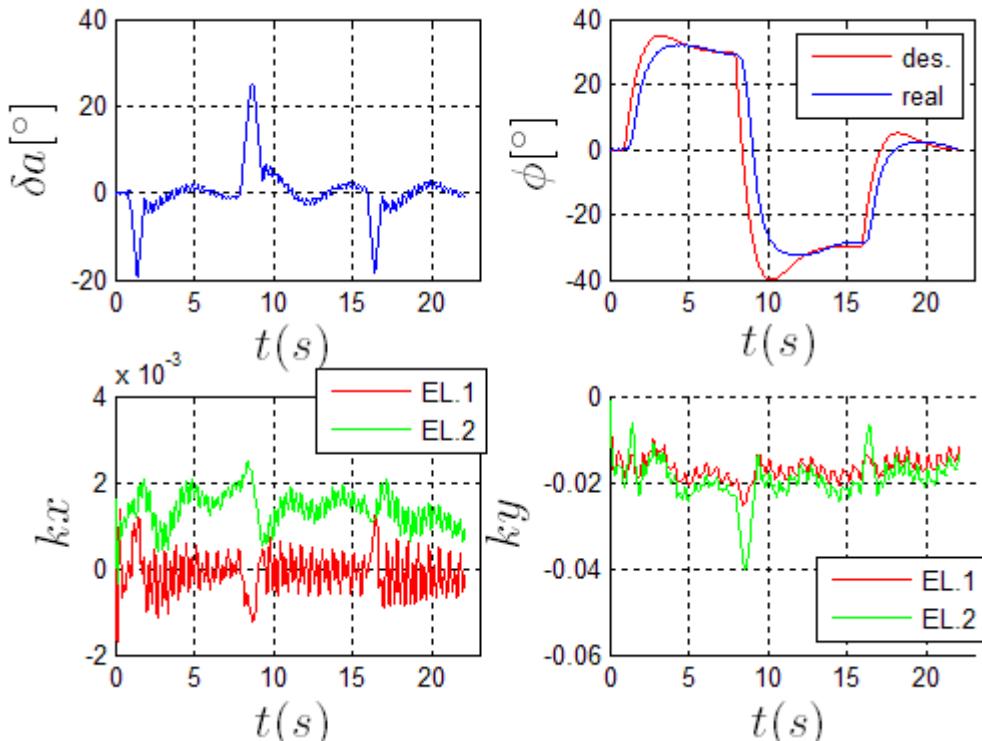


Figura 8.22c -Deformações k_x e k_y dos primeiros elementos da asa direita durante a o doublet de ângulo de rolamento no avião NFNS muito flexível

Na figura 8.22 c, pode-se ver que há oscilações rápidas na torção k_x e na flexão k_y dos elementos da asa. Já foi visto no capítulo 7, que as deformações de flexão ocasionam a perda de eficiência do aileron. A lei de controle projetada compensou os efeitos da flexibilidade estrutural, inclusive o fato de haver perda de eficiência de aileron. Esta afirmação é feita porque foi possível comandar o doublet de ângulo de rolamento.

Ao se comparar as Figuras 8.22c e 8.21 c, pode-se ver um erro um pouco maior no rastreamento do ângulo de rolamento, quando há grande flexibilidade estrutural. O uso de atuadores com maior taxa de atuação permitem diminuir este erro. Esta conclusão foi tirada a partir de resultados de simulações com atuadores mais rápidos, da ordem de 160deg/s. Estas simulações com atuadores rápidos não foram apresentadas nesta tese.

9. Conclusões

Este capítulo foi escrito para resumir os principais resultados obtidos e para sugerir próximos passos no estudo da dinâmica de aviões muito flexíveis.

9.1 Modelagem

Nesta tese foi apresentada a modelagem de um avião com a metodologia NFNS. O modelo implementado é equivalente ao mesmo avião implementado na metodologia NFLS. Durante a implementação do modelo NFNS foram indicados procedimentos que podem ser usados na definição da modelagem aerodinâmica, estrutural e de distribuição de massa, a partir de valores do mesmo avião previamente modelado com a metodologia NFLS.

A comparação feita entre os modelos NFLS e NFNS permitiu a verificação de melhorias necessárias na metodologia NFNS, particularmente com relação a modelagem aerodinâmica. Os efeitos dos amortecimentos dinâmicos de arfagem Cmq, de guinada Cnr e efeito diedro Cl β não estão bem representados na metodologia NFNS. Esta melhoria permitirá a aproximação dos resultados obtidos nas metodologias NFLS e NFNS. A forma atual como é feita a modelagem aerodinâmica na metodologia NFNS pode certamente causar problemas de identificação dos coeficientes aerodinâmicos com dados de ensaios em vôo. Apesar das diferenças observadas, a comparação das dinâmicas dos aviões NFLS e NFNS mostra que:

- Analisando-se as dinâmica longitudinal e lateral para aviões com pouca flexibilidade estrutural, as respostas dos aviões NFLS e NFNS a manobras comandadas são próximas. Houve diferenças na dinâmica direcional, mas acredita-se que isto ocorreu devido ao fato do amortecimento de guinada e efeito diedro não estarem bem modelados na metodologia NFNS. Suspeita-se também o fato da eficiência do leme não ter sido modelada de forma equivalente ao avião NFLS. Isto será verificado em trabalhos futuros. Acredita-se que quando forem feitos

as melhorias necessárias na formulação aerodinâmica da metodologia NFNS, poderá ser obtida a conclusão de que os dois modelos NFLS e NFNS são equivalentes, quando forem estudadas pequenas perturbações externas e pequenas deformações estruturais.

Se esta conclusão for obtida, ocorrerá um maior estímulo ao uso da metodologia NFLS, quando o avião analisado apresentar pequenas deformações estruturais. Vantagens da metodologia NFLS estão no fato das equações da dinâmica de vôo do avião flexível serem muito próximas das equações clássicas de dinâmica de vôo e também no fato de haver um baixo custo computacional em comparação com o que é requerido na metodologia NFNS. Do ponto de vista da resposta aeroelástica, poderia ser obtida a mesma conclusão. Para se validar definitivamente esta conclusão, deveria ser feita também uma análise da resposta aeroelástica dos aviões NFLS e NFNS. Mas, esta só apresentará resultados precisos se for feita a modificação na formulação aerodinâmica. Agora, para grandes deformações estruturais, a metodologia NFLS perde sua validade devido à hipótese condicional de pequenas perturbações não ser atendida. Neste caso, seria recomendável o uso da metodologia NFNS.

Ao se comparar dois aviões NFNS com diferentes rigidezes, foi possível analisar os efeitos da flexibilidade estrutural na dinâmica de vôo, e fornecer explicações físicas para os efeitos observados. Um ambiente de simulação como o programa AEROFLEX e a modelagem detalhada dos aviões, permite a simulação e análises dos resultados obtidos. Estas análises por sua vez podem aumentar muito o entendimento da dinâmica de vôo de aviões flexíveis, e do acoplamento entre a dinâmica de vôo e resposta aeroelástica do avião.

A modelagem apresentada nesta tese é mais um passo dado no sentido de se estudar e analisar a dinâmica de vôo de aviões muito flexíveis. Alguns passos adicionais recomendados com relação à questão de modelagem são:

- 1) Implementar melhorias no modelamento aerodinâmico da metodologia NFNS, de forma a tornar os resultados obtidos pelas metodologias NFLS e NFNS mais próximos.
- 2) Distribuir o carregamento aerodinâmico incremental do avião NFLS, da mesma forma como foi distribuído o carregamento aerodinâmico quase-estacionário, no capítulo 5.0;
- 3) Implementar modelos nos quais a fuselagem também é flexível;
- 4) Refinar a distribuição de massa, e considerar a massa de combustível do stub como fazendo parte da fuselagem;
- 5) Refinar a definição de elementos da asa e empenagens, de forma que estas superfícies comecem na junção asa-fuselagem (empenagem-fuselagem) ao invés de começarem no eixo de simetria da fuselagem como foi feito nesta tese. Com relação a empenagem vertical, considerar também o particionamento do leme e recalcular a eficiência aerodinâmica desta superfície;
- 6) Comparar as rigidezes estruturais dos aviões NFLS e NFNS, e se for necessário, refinar mais o cálculo das rigidezes da asa e empenagens, de forma a obter valores de rigidezes mais próximos para os dois aviões;
- 7) Estudar o efeito da aerodinâmica não estacionária na dinâmica de vôo, e na resposta aeroelástica do avião. Particularmente, é recomendável verificar o efeito dos termos de atraso na estabilidade e controlabilidade do avião.
- 8) Implementar os modelos dos aviões NFLS para outros pontos do envelope de vôo e repetir o processo apresentado nesta tese para a implementação do modelo NFNS nos novos pontos do envelope de vôo.
- 9) Fazer análise de estabilidade aeroelástica do avião modelado;
- 10) Estudar os efeitos do acoplamento da dinâmica de vôo, efeitos aeroelásticos e leis de controle de vôo.

9.2 Simulação

Com relação ao item simulação, os passos adicionais recomendados são:

- 1) Achar formas pelas quais pode ser reduzido consideravelmente o tempo das simulações. Algumas formas sugeridas são migrar todas as simulações para o ambiente de programação FORTRAN® que é muito mais rápido do que o MATLAB®/SIMULINK®, e/ou usar mais computadores e processamento paralelo para se rodar as simulações, da mesma forma como já é feito simulações de mecânica dos fluidos computacional (CFD).
- 2) Analisar a questão do uso de jacobianos constantes e quantificar as diferenças obtidas com o uso de jacobianos constantes e jacobianos variáveis para o avião modelado nesta tese;
- 3) Verificar o efeito de não se considerar as deformações ε_x e k_z . Em todas simulações feitas, foi verificado que os valores destas são muito pequenos. Desconsiderar estas deformações, permitiria reduzir o número de graus de liberdade da dinâmica estrutural pela metade, e isto traria como consequência uma grande redução no tempo das simulações.

9.3 Controle não linear

Depois de implementado o modelo de simulação, e depois da validação e análises feitas, foram implementadas leis de controle não linear do avião NFNS. A técnica do regulador integrativo universal se mostrou muito eficiente, e por este motivo estudos adicionais desta técnica de controle são recomendados. Algumas vantagens observadas com o uso da técnica do regulador integrativo universal são:

- a simplicidade das expressões obtidas para as leis de controle;
- o fato de não serem requeridos conhecimentos detalhados do modelo matemático do avião;
- a precisão dos resultados obtidos, mesmo com o uso de atuadores;

- a robustez da lei de controle e a capacidade de compensar efeitos de flexibilidade estrutural. Os efeitos da flexibilidade estrutural (diminuição da eficiência de aileron) tinham sido observados no capítulo 7 (doublet de aileron), e no capítulo 8 (doublet de ângulo de rolamento). Muito desta diminuição de eficiência foi compensada pela lei de controle;

Alguns passos adicionais sugeridos no estudo da implementação desta técnica de controle são:

- 1) Demonstrar analiticamente os valores dos graus relativos usados nos controladores;
- 2) Implementar processos de otimização para se definir ganhos ótimos dos controladores;
- 3) Demonstrar analiticamente a estabilidade dos controladores obtidos;
- 4) Analisar a possibilidade de se usar camada limite variável (SLOTINE; LI, 1991);
- 5) Comparar a eficácia do regulador integrativo universal com outras técnicas de controle, particularmente com técnicas de controle linear;
- 6) Considerar sensores não localizados no centro de gravidade do avião;
- 7) Analisar observadores mais práticos de se implementar.

A idéia inicial nesta tese foi modelar a dinâmica de um avião com a metodologia NFNS e implementar leis de controle de vôo não linear. Estes propósitos foram atendidos, e foram superados ao se fazer a comparação das metodologias NFLS e NFNS e ao se iniciar análises com explicações físicas para os efeitos do acoplamento entre a dinâmica de vôo e dinâmica estrutural. Outra contribuição dada nesta tese foi a modelagem da dinâmica de vôo de um avião comercial com a metodologia NFNS.

REFERÊNCIA

- AEROSPACEWEB. **Wing twist and dyhedral.** [S.l.], 2000. Available at: <<http://www.aerospaceweb.org/question/dynamics/q0055.shtml>>. Acessed on 05/02/2013
- AVIATION WEEK. **Things with wings:** the comercial aviation blog. [S.l.], 2011. Available at: <<http://www.aviationweek.com/Blogs.aspx?plckBlogId=Blog:7a78f54e-b3dd-4fa6-ae6e-dff2ffd7bdbb&plckPostId=Blog%3A7a78f54e-b3dd-4fa6-ae6e-dff2ffd7bdbbPost%3A4435e9e2-45aa-4bcc-8330-57c53381d080>> Acessed on 05/02/2013
- ANDERSON, J. D. J. **Fundamentals of aerodynamics.** 4^{ed}. New York: McGraw Hill., 2007, 1008p.
- ALAZARD, D. Robust h2 design for lateral flight control of highly flexible aircraft. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 25, n. 3, p.502-509, May-Jun 2002.
- BISMARCK-NASR, M. N. **Finite element in applied mechanics.** São José dos Campos: o autor, 1993. 518 p.
- BRANDÃO, M. P. **Fundamentos da dinâmica de estruturas.** São José dos Campos: Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1997. 178f. Notas de aula.
- BLAIR, Max. **A compilation of the mathematics leading to the Doublet Lattice Method.** Wright Patterson Air Force Base, Ohio: USAF, 1994. (WL-TR-95-3022).
- BROWN, E. L. **Integrated strain actuation in aircraft with highly flexible composite wings.** 2003. 205 p. Thesis (Doctorate in Mechanical Engineering) - Massachusetts Institute of Technology, Cambridge.
- BUTTRIL, C. S.; ZEILER, T. A.; ARBUCKLE, P. D. Non linear simulation of a flexible aircraft in maneuvering flight. In: AIAA FLIGHT SIMULATION TECHNOLOGIES CONFERENCE, 1987, Monterey. **Proceedings....** Washington, DC: AIAA, 1987. (AIAA Paper 87-2501-CP).
- BYRNES, C. I.; PRISCOLI, D. F.; ISIDORI, A. **Output regulation of uncertain nonlinear systems.** Boston: Birkhauser, 1997. 125 p.

CAVIN III, R.K.; DUSTO, A.R. Hamilton's principle: finite element methods and flexible body dynamics. **AIAA Journal**, v. 15, n. 12, p.1684-1690, 1977.

CHUNG J.; HULBERT G.M. A time integration algorithm for structural dynamics with improved numerical dissipation: the generalized- α method. **Journal of Applied Mechanics**, v. 60, p. 371-375, 1993.

CHUNG J.; HULBERT G.M. A predictor-corrector algorithm of the generalized- α method for analysis of structural dynamics. **Journal of the KSNE**, v.5, n.2, p. 207-213, 1995.

COLLAR, A.R. The expanding domain of aeroelasticity. **Journal of the Royal Aeronautical Society**, v.50, p.428, 1946.

COOK, R.; et.al. Robust manoueuvring and gust alleviation of very flexible aircraft using novel control effectors. In: INTERNATIONAL FORUM IN AEROELASTICITY AND STRUCTURAL DYNAMICS, 2011, Paris. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2011. p. 1-34.

CRAWFORD, B. **Flightlab ground school**. [S.l], 2009. Available at: <http://www.flighthlab.net/Flightlab.net/Download_Course_Notes_files/6_%20LongitudinalManeu%232BA152.pdf>. Accessed on: 21/02/2013.

DA SILVA, A. L. **Non-linear optimal model following control of flexible aircraft**. Saarbrücken: LAP Lambert Academic, 2012. 217 f.

DA SILVA, A. L. **Procedimento de projeto de leis de controle de vôo de aviões utilizando o controle a estrutura variável**. 2007. 345f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Aeronáutica) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

DA SILVA, A.L. **Flight mechanics model of flexible aircraft**. São José dos Campos: ITA, 2010. Technical Report.

DA SILVA, A.; PAGLIONE P. Conceptual flexible aircraft model for modeling, analysis and control studies. In: AIAA ATMOSPHERIC FLIGHT MECHANICS CONFERENCE AND EXHIBIT, 2010, Toronto. **Proceedings...** Washington: DC, 2010, p. 1-27.

DA SILVA, A.; VARGAS, F. J. T.; PAGLIONE, P. A procedure to design aircraft flight control laws taking into account robustness using the variable structure control. In: CONGRESS OF THE INTERNATIONAL COUNCIL OF THE AERONAUTICAL SCIENCES, 26., 2008, Anchorage. **Proceedings...** Bonn: [s.n.], 2008. p.1-10.

DA SILVA, A.L.; YONEYAMA, T.; PAGLIONE, P. Optimal linear quadratic model following with application to a flexible aircraft. **Journal of Vibration and Control**, v. 19, 2013. No prelo.

DA SILVA, A. L.; PAGLIONE, P.; YONEYAMA, T. Cruising autopilot for a flexible aircraft with internal loop of model following. **Journal of Aerospace Engineering**, Sept. 2012. doi: 10.1061/(ASCE)AS.1943-5525

DRELA, M. **ASWING 5.81**: technical description: steady formulation. 2008. Disponível em <http://web.mit.edu/drela/Public/web/aswing/asw_theory.pdf>. Acesso em: 28.dez.2012.

DUSTO, A. R. et. al. **A method for predicting the stability characteristics of an aeroleastic airplane**. FLEXSTAB theoretical description. Washington, DC: NASA, 1974. v.1. (CR-114712).

EDWARDS, C.; SPURGEON, S. K.; AKOACHERE, A. A sliding mode output feedback controller for an aircraft system with flexible modes. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 39., 2009, Sydney. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2000. p.1673-1678.

ETKIN, B.; REID, L. D. **Dynamics of flight**: stability and control. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1996. 382p.

UNITED STATES. Department of Transportation. Federal Aviation Administration. **FAR 25.341**: gust and turbulence loads. Washington, DC, 2001.

GIESING, J. P.; KALMAN, T. P.; RODDEN, W. P. **Subsonic unsteady aerodynamics for general configurations**. Direct application of the non planar doublet lattice method. [S.l.]: AFFDL, 1971 (Technical Report AFFDL-TR-71-5. Part I, v.I).

GIESING, J.P.; KALMAN T.P.; RODDEN, W.P. **Subsonic unsteady aerodynamics for general configurations**. Computer Program H7WC. [S.l.]: AFFDL, 1971 (Technical Report AFFDL-TR-71-5. Part I, v. 2).

GREGORY, I.M. Modified dynamic inversion to control large flexible aircraft -What's going on? In: AIAA GUIDANCE, NAVIGATION AND CONTROL CONFERENCE, 1999, Portland. **Proceedings...** Washington, DC, 1999. (AIAA 99-3998).

GREGORY, I.M. **Stability result for dynamic inversion devised for control large flexible aircraft**. Washington, DC: AIAA, 2001. (AIAA 2001-4).

JANSEN, K.E.; WHITING C.H.; HULBERT, G.M., A generalized- α method for integrating the filtered Navier-Stokes equations with a stabilized finite element method. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 190, n. 3-4, p.305-319, 2000.

HADDADPOUR, H.; FIROUZ-ABADI, R.D. Evaluation of quasi-steady aerodynamic modeling for flutter prediction in subsonic flow. **Journal of Thin-Walled Structures**, v.44, n.9, p.931-936, Set. 2006

HENRIQUEZ, A.A.M. **Flight Control Design for a flexible conceptual aircraft using backstepping technique**. 2011. 128f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Aeronáutica) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

HEPPERLE, M. **Javafoil**. [S.I], 2007. Available at : <<http://www.mh-aerotools.de/airfoils/javafoil.htm>>. Accessed on: 27/12/2012

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 5^{ed}. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004. 690 p.

HILBER, H.M.; HUGHES, T.J.R.; TAYLOR, R.L. Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics. **Earthquake engineering and structural dynamics**, v. 5, p. 283-292, 1977.

HODGES, D.H.; YU, W. A rigorous, engineer-friendly approach for modelling realistic, composite rotor blades. **Wind Energy**, v. 10, p. 179-193, 2007.

ISIDORI, A. A remark on the problem of semiglobal nonlinear output regulation. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v.42, n.12, p. 1734–1738, 1997.

JOSHI, S.M.; KELKAR, A.G. **On longitudinal control of high speed aircraft in the presence of aeroelastic modes**. Washington, DC: NASA, 1996. (NASA TM 110254).

KHALIL, H. K. Robust servomechanism output feedback controllers for feedback linearizable systems. **Automatica**, v.30, n.10, p.1587–1599, 1994,

KHALIL, H. K. Universal integral controllers for minimum phase nonlinear systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 45, n.3, p.490-494, 2000.

KUBICA, K; LIVET, T.; LE TRON, X.; BUCHARLES, A. Parameter-robust flight control system for a flexible aircraft. **Control Eng. Practice**, v.3, n.9, p. 1209-1215, 1995.

LAVRETSKY, E.Y.; HENDERSON, D.K.; A neural network-based approach to active structural mode suppression for flexible transport aircraft. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, San Diego. 1999. **Proceedings...** [S.l: s..n.], 1999. p.4168-4162.

LEWIS, F.K.; STEVENS, B. L. **Aircraft control and simulation.** New York: John Wiley & Sons, 1992. 640 p.

LIVET, T.; KUBICA, K.; MAGNI, J.F. Robust flight control design with respect to delays, control efficiencies and flexible modes. **Control Eng. Practice**, v.3, n.10, p. 1373-1384, 1995.

MAHMOUD, N. A.; KHALIL, H. K. Asymptotic regulation of minimum phase nonlinear systems using output feedback. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v.41, n .10, p. 1402-1412, 1996.

MCLEAN, D. Gust alleviation control systems for aircraft. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, Control & Science**, v. 125, n.7, p.675-685,1978.

MCLEAN, D. **Automatic flight control systems.** Hertfordshire: Prentice Hall, 1990. 610 p. (International Series in Systems and Control Engineering.)

MEIROVITCH, L. Hybrid state equations of motion for flexible bodies in terms of quasi-coordinates. **Journal of guidance, control and dynamics**, v.14, n.5, p.1008-1013, 1991.

MEIROVITCH, L. Unified theory for the dynamics and control of maneuvering flexible aircraft. In: SYMPHOSIUM ON STRUCTURAL DYNAMICS AND CONTROL, 11.,1997, Blacksburg, VA. **Proceedings...**Blacksburg, VA, 1997. p.461-468.

MELIN, T. **Tornado, a vortex lattice MATLAB implementation for linear aerodynamic wing applications.** 2000. 45 p. Thesis (Masters's degree in Aeronautical Engineering) - Royal Institute of Technology, Stockholm.

MILNE, R.D. **Dynamics of deformable airplane.** London: Her Majesty's Stationery Office, 1964. (Technical Report R&M 3345).

GUIMARÃES NETO, A. B. **Dinâmica e controle de aeronaves flexíveis com modelagem aerodinâmica pelo método doublet-lattice.** 2008, 179 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Aeronáutica) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

NELSON, R.C. **Flight stability and automatic control.** New York: McGraw Hill, 1989. 284p.

NIU, Chung-Hung M. **Airframe structural design.** Burbank, CA: Conlimit Press, 1988. 607 p.

PAMADI, B. N. **Performance, stability, dynamics and control of airplanes.** Washington, DC: AIAA Education Series, 2004. 780p.

PATIL, M. J.; HODGES, D. H. On the importance of aerodynamic and structural geometrical non-linearities in aeroelastic behavior of high aspect ratio wings. **Journal of Fluid and Structures**, v.19, p. 905-915, 2004.

PATIL, M.J.; HODGES, D. H.; CESNIK, C.E.W. **Non linear aeroelasticity and flight dynamics of high-altitude long-endurance aircraft.** Washington, DC: AIAA, 1999. (AIAA 99-1470)

PETERS, D. A.; HSIEH, M-C A. A state-space theory for flexible airfoils. In: AMERICAN HELICOPTER SOCIETY, 62., 2006, Phoenix, AZ. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2006.

PETERS, D.; JOHNSON, M. J. Finite-state airloads for deformable airfoils on fixed and rotating wings. In: ASME WINTER ANNUAL MEETING AEROELASTICITY AND FLUID/STRUCTURE INTERACTION PROBLEMS, 1994, Chicago. **Proceedings...** New York: ASME, 1994.

PETERS, D. A.; KARUNAMOORTH, S., CAO, W. finite state induced flow models Part I: two-dimensional thin airfoil. **AIAA Journal of Aircraft**, v. 32, n. 2, p. 313-322, March-April 1995.

PIERCE, G. A. **Advanced potential flow I.** Atlanta, Georgia: Georgia Institute of Technology, 1988. (AE-6030).

POGORZIELSKI, G. **Dinâmica de aviões flexíveis com modelagem aerodinâmica pela teoria das faixas não estacionária.** 2010. 326f. Tese (Mestrado em Engenharia Aeronáutica) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

PPRUNE. **787 first flight: signs of trouble ahead?** [S.l.], 1996. Forum de discussão. Available at <<http://www.pprune.org/tech-log/399176-787-first-flight-signs-trouble-ahead-2.html>>. Accessed on: 05/02/2013.

PROMTUN, E.; SESHAGIRI, S. Sliding mode control of pitch-rate of an F-16 aircraft. **World Academy of Science, Engineering and Technology**, v. 33, n.111, p. 633-648, 2009.

RAGHAVAN, B. **Flight dynamics and control of highly flexible aircraft**. 2009. 151 f. Dissertation (Doctorate in Aerospace Engineering) - Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg

REDHAMMER CONSULTING. Tornado enabling knowledge. [S.l], 2010. Available at: <<http://www.redhammer.se/tornado/TBG.html>> Accessed on: 27/12/2012

RIBEIRO, F. L. C. **Dinâmica de vôo de aviões muito flexíveis**. 2011. 158f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Aeronáutica) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

RIBEIRO, F., et.al. Aeroflex: a toolbox for studying the flight dynamics of highly flexible airplanes. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 2012, São Luis, MA. **Anais...** Rio de Janeiro: ABCM, 2012. (CONEM 2012-1786).

ROSKAM, J. **Airplane flight dynamics and automatic flight controls**. Ottawa: DAR Corporation, 1994. 577p.

ROSKAM, J. **Airplane design:** parts 1 to 8. Lawrence: DAR Corporation, 1997. 168p.

SAMAD, T.; ANNASWAMY, A.M.; ENNS, D.; BOSWORTH, J. **The impact of control technology**: Nonlinear multivariable flight control. [S.l.], 2011. Disponível em: <<http://ieeccc.org/sites/ieeccc.org/files/documents/IoCT-FullReport.pdf>>. Acesso em: 19/01/2013.

SCHLICHTING, H.; TRUCKENBRODT, E. **Aerodynamics of the airplane**. New York: McGraw-Hill International Book Company, 1979. 536p.

SCHMIDT, D. K.; RANEY, D. L. Modeling and simulation of flexible flight vehicles. **AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 24, n.3, p.539-546, May-June 2001.

SESHAGIRI, S.; PROMTUN, E. Sliding mode control of F-16 longitudinal dynamics. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2008, Seattle. **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2008. p 1770-1775.

SESHAGIRI, S.; KHALIL, H. K. Robust output feedback regulation of minimum-phase nonlinear systems using conditional integrators. **Automatica**, v.41, n. 1, p. 43-54, Jan. 2005.

SESHAGIRI, S.; VO, H. Robust control of lateral flight dynamics, **International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering**, v.2, n.2, p 80-85, 2008.

SHEARER, C. M.; CESNIK, C. E.S. Modified generalized- α method for integrating governing equations of very flexible aircraft. In: AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS, AND MATERIALS CONFERENCE, 2006, Newport. **Proceedings...** Washington, DC: AIAA, 2006. p. 1-21. (AIAA 2006-1747).

SHEARER, Christopher M.; CESNIK, Carlos E.S. Non linear flight dynamics of very flexible aircraft. In: AIAA ATMOSPHERIC FLIGHT MECHANICS CONFERENCE AND EXHIBIT, 2005, San Francisco. **Proceedings...** Washington, DC: AIAA, 2005, p. 1-26. (AIAA 2005-5805).

SHEARER, Christopher. **Coupled non linear and flight dynamics, aeroelasticity and control of very flexible aircraft**. 2006. 236 p. Dissertation (Doctorate in Aerospace Engineering) - University of Michigan, Ann Arbor.

SILVESTRE , Flavio J. **Modelagem da mecânica de vôo de aviões flexíveis e aplicações de controle**. 2007. 116f. Tese (Mestrado em Engenharia Aeronaútica) -Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

SILVESTRE, F.J.; PAGLIONE, P. Dynamics and control of a flexible aircraft. In: AIAA ATMOSPHERIC FLIGHT MECHANICS CONFERENCE AND EXHIBIT, 2008, Honolulu. **Proceedings...** Washington: DC: AIAA, 2008. p. 1-18. (AIAA 2008-6876).

SIMÕES, A. M.; et.al. Lateral flight control design for a highly flexible aircraft using a nonsmooth method. In: IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL,48, CHINESE CONTROL CONFERENCE, 28., 2009, Shanghai **Proceedings...** Piscataway: IEEE, 2009. p.696-701.

SLOTINE, J-J.; LI, W. **Applied nonlinear control**. New Jersey: Prentice Hall, 1991. 476p.

SMARTCOCKPIT. **Embraer 190-195**. [S.I], 2011. Available at: <<http://www.smartcockpit.com/plane/EMBRAER/EMBRAER-190-195.html>>. Accessed on: 03/01/2013.

SOFLA, Y.A., et.al. Shape morphing of aircraft wing: status and challenges. **Materials & Design**, v.31. n. 3, p. 1284-1292. March 2010.

SOUSA, M. S.; PAGLIONE, P. Proposição de valores para os graus relativos de parâmetros da dinâmica de vôo de aviões. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 2012, São Luis. **Anais...** Rio de Janeiro: ABCM, 2012. (CONEM 2012-1399).

SU, Weihua. **Coupled non linear aeroelasticity and flight dynamics of fully flexible aircraft.** 2008. 266f. Dissertation (Doctorate in Aerospace Engineering) -University of Michigan, Ann Harbor.

TAYLOR, A.S. The present status of aircraft stability problems in the aeroelastic domain. **Journal of the Royal Aeronautical Society**, v.63, p.580, 1959.

TUZCU, I. **Dynamics and control of flexible aircraft.** 2001. 95f. Dissertation (Doctorate in Mechanical Engineering) - Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg.

XU, H.; IOANNOU, P.A.; MIRMIRANI, M. **Adaptive sliding mode control design for a hypersonic flight vehicle.** Los Angeles: University of Southern California, 2001. (CATT technical report No. 02-02-01).

YU, Wenbin. **VABS manual for users.** Atlanta: Utah State University Technology Commercialization Office, Georgia Institute of Technology Research Corporation, 2008.

WASZAK, Martin R.; SCHMIDT, David K. Flight dynamics of aeroelastic vehicles. **Journal of Aircraft**, v. 25, n.6, p.563-571, June 1988.

WASZAK, Martin R.; DAVIDSON, John B. **A simulation study of the flight dynamics of elastic aircraft.** Volume 1 – Experiment, results and analysis. Washington, DC: NASA, 1987. (NASA Contractor Report 4102).

WASZAK, Martin R.; DAVIDSON, John, B. **A simulation study of the flight dynamics of elastic aircraft.** Volume 2 – Data. Washington, DC: NASA, 1987. (NASA Contractor Report 4102).

WASZAK, M. R.; BUTTRIL,C. S.; SCHMIDT, D. K. **Modeling and model simplification of aeroelastic vehicles:** an overview. Washington, DC: NASA, 1992. (NASA TM 107691).

WIKIPEDIA. **Chord (aircraft).** 2002. Available at:
[http://en.wikipedia.org/wiki/Chord_\(aircraft\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Chord_(aircraft)). Accessed on: 20/02/2013.

WIKIPEDIA. **Mecânica de Hamilton.** 2008. Available at:
http://pt.wikipedia.org/wiki/Mec%C3%A2nica_de_Hamilton Accessed on: 27/03/2013.

WIKIPEDIA. **Outer Product**. 2002. Available at:
http://en.wikipedia.org/wiki/Outer_product Accessed on: 28/03/2013.

WIKIPEDIA. **Windshear**. 2008. Available at:
http://pt.wikipedia.org/wiki/Cisalhamento_no_vento. Accessed on: 08/04/2013.

WRIGHT, J. R ;COOPER, J. E. **Introdution to aircraft aeroelasticity and loads**. Washington, DC: AIAA Education Series, 2007. 499 p.

YELLOWAIRPLANE. **Various types of woods rib design**. [S.l.], 2013. Available at:
http://yellowairplane.com/pitts/build/Pitts_wings_4a.html. Accessed on: 12/04/2013.

Apêndice A - Controle por estrutura variável

A técnica de controle do tipo regulador integrativo universal é derivada da técnica de controle por modos deslizantes (estrutura variável). Por este motivo um melhor entendimento da técnica do regulador integrativo universal só é possível ao se ter um conhecimento prévio de controle por modos deslizantes. A teoria de controle por modos deslizantes é muito extensa. Este item apresenta uma explicação resumida do método de controle por modos deslizantes (estrutura variável). O foco neste capítulo é passar os conceitos de modos deslizantes, superfície deslizante, camada limite e a importância e utilidade desta técnica de controle. Informações mais detalhadas podem ser vistas em (DA SILVA, 2007), (SLOTINE; LI, 1991).

A técnica de controle por modos deslizantes (estrutura variável) permite que o modelo matemático do sistema seja impreciso. Imprecisão no modelo pode vir de incerteza real a respeito da planta (parâmetros não conhecidos), ou por uma escolha proposital, como usar um modelo simplificado da dinâmica do sistema. A partir do ponto de vista de controle, imprecisões no modelo podem ser classificadas em dois tipos:

- Incertezas estruturadas (ou paramétricas) – correspondem a incertezas em valores de parâmetros já incluídos no modelo.
- Incertezas não estruturadas ou dinâmica não modelada – corresponde em subestimação da ordem do sistema.

Modelamento de incorrências ou imprecisões no modelo pode ter um efeito adverso no controle de sistemas não lineares. Por este motivo, qualquer projeto prático de leis de controle deve levar imprecisões do modelo em consideração. A “estrutura básica” de leis de controle por estrutura variável (modos deslizantes) é constituída de uma parte nominal, que é similar a

leis de controle definidas por linearização por retroação ou inversão dinâmica, e uma segunda parte “focada” exclusivamente com o intuito de minimizar efeitos de imprecisões no modelo.

O método do controle por estrutura variável é baseado na observação de que é muito mais simples controlar sistemas de primeira ordem (sistemas descritos por equações diferenciais de primeira ordem) do que controlar sistemas de ordem n , mesmo que sejam sistemas não lineares com incertezas. De acordo com esta observação, é usada uma simplificação na notação que permite que sistemas de ordem n sejam transformados para sistemas de primeira ordem. Pode ser demonstrado facilmente que um desempenho muito satisfatório, ou “perfeito” pode ser alcançado, mesmo com incertezas no modelo matemático. Mas, este desempenho é obtido ao custo de alta atividade de controle (entenda-se altos ganhos dos controladores).

As desvantagens de alta atividade dos controladores é a possibilidade de ocorrência de chattering, e a possibilidade de que a alta atividade dos controladores excite modos naturais de dinâmica não modelada (com alta freqüência natural). Estes dois fatos certamente podem afetar o desempenho da lei de controle. Existem diferentes formas de contornar este problema, mas que, uma vez definida a atividade de controle admissível, levam a um compromisso entre o desempenho satisfatório, e incerteza paramétrica permitida (robustez).

Projeto de leis de controle com estrutura variável provêem uma abordagem sistemática para se manter estabilidade, e desempenho satisfatório, mesmo com imprecisões de modelagem. Controle por modos deslizantes tem sido aplicado com sucesso em controle de veículos submarinos, manipuladores robóticos, transmissões automotivas, motores, motores elétricos de alta performance, sistemas de potência (SLOTINE; LI, 1991), aviões de alto desempenho (SESHAGIRI; PROMTUN, 2008), aviões hipersônicos (XU, 2005, SILVA, 2007). Para que o conceito e a metodologia de controle por modos deslizantes seja mais facilmente assimilado, é inicialmente apresentado um exemplo de sistema com um controle (u escalar). O conceito de superfícies deslizantes $s(t)$ á apresentado também.

Superfícies deslizantes (*sliding surfaces*).

Considere o sistema dinâmica com um sinal de controle escalar u .

$$X^n = f(X) + b(X)u \quad \text{eq.A.1}$$

Onde: o escalar x é a saída de interesse, o escalar u é o sinal de controle, e o vetor $X = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{(n-1)}]$ é vetor de estados. Na Equação A.1, $f(X)$ (em geral não linear) não é exatamente conhecida, mas a imprecisão em $f(X)$ é limitada superiormente por uma função contínua de X . De forma similar a função $b(X)$ não é exatamente conhecida, mas o seu sinal é, e $b(X)$ também é limitada superiormente por uma função contínua de X . O problema de controle é fazer o vetor de estados X rastrear um vetor $X_d = [x_d \ \dot{x}_d \ \dots \ x_d^{(n-1)}]$, mesmo na presença de incertezas em $f(X)$ e $b(X)$. Para que a tarefa de rastreamento seja alcançada (realizável) com um controle finito u , o vetor inicial X_d deve ser igual ao vetor X .

$$X_d(0) = X(0). \quad \text{(eq.A.2)}$$

De outra forma, o rastreamento será possível após um transiente. Nesta situação pode-se definir ganhos dos controladores que garantam um tempo de transiente mínimo.

Simplificação Notacional

Considere o vetor erro de rastreamento $\tilde{X} = X - X_d = [\tilde{x} \ \dot{\tilde{x}} \ \dots \ \tilde{x}^{(n-1)}]^T$, onde $\tilde{x} = x - x_d$.

Considere também uma superfície variante no tempo $S(t)$, que é definida no espaço de estados $R^{(n)}$, pela equação escalar $s(\tilde{x}; t) = 0$, onde:

$$s(\tilde{x}; t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{x} = \left(\frac{d \tilde{x}}{dt} + \lambda \tilde{x} \right)^{n-1}, \quad \text{(eq.A.3)}$$

onde λ é uma constante estritamente positiva cuja escolha é interpretada depois.

Se, $n=2$, tem-se:

$$\overset{\bullet}{s} = \tilde{x} + \lambda \overset{\sim}{\dot{x}} \quad \text{Neste caso, } s \text{ é uma soma ponderada do erro de posição } \tilde{x} \text{ e do erro de velocidade } \overset{\sim}{\dot{x}}.$$

$$\text{Se } n=3, \text{ tem-se: } \overset{\bullet}{s} = \overset{\bullet}{\overset{\bullet}{x}} + 2\lambda \overset{\sim}{\ddot{x}} + \lambda^2 \overset{\sim}{\dot{x}}$$

Dada uma condição inicial (Eq. A.2), o problema de rastreamento: $x \equiv x_d$ é equivalente aquele de permanecer na superfície $S(t)$ para todo $t > 0$. Ainda pode-se falar que $s \equiv 0$ representa uma Equação diferencial cuja solução única é $\tilde{x} \equiv 0$, dada a condição inicial $X_d(0) = X(0)$.

Então, o problema de rastrear o vetor X_d pode ser reduzido a manter o escalar s em zero. Note que o problema de rastreamento de um sistema de ordem n foi reduzido a um problema de estabilização de primeira ordem em s . E pode-se notar também que como a expressão de s é função de $\tilde{x}^{(n-1)}$, apenas é preciso diferenciar s uma vez para o sinal de entrada u aparecer. Limitantes superiores (*bounds*) em s podem ser diretamente traduzidos em limitantes para o vetor erro de rastreamento \tilde{x} , e portanto, o escalar s representa uma medida verdadeira do desempenho do rastreamento. Especificamente, assumindo que $\tilde{x}(0) = 0$ (os efeitos de condições iniciais não nulas pode ser adicionado separadamente), tem-se:

$$\forall t \geq 0, |s(t)| \leq \Phi \Rightarrow \forall t \geq 0, |\tilde{x}^{(i)}(t)| \leq (2\lambda)^i \varepsilon \quad i = 0, \dots, n-1$$

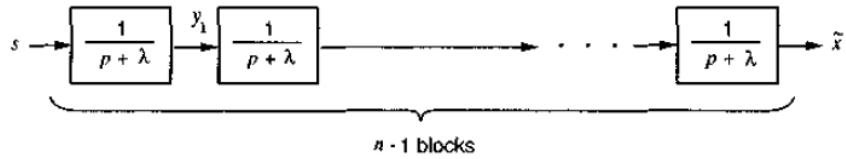


Figura A.1– Cálculo de limitantes em \tilde{x} (SLOTINE; LI, 1991)

Onde: $\varepsilon = \phi / \lambda^{n-1}$, e $p=d/dt$ é o operador de Laplace.

Da Equação A.3, o erro em rastreamento \tilde{x} é obtido através de uma sequência de filtros passa-baixa de primeira ordem. Seja y_1 a saída do primeiro filtro. Neste caso, tem-se:

$$y_I(t) = \int_0^t e^{-\lambda(t-T)} s(T) dT \quad (\text{eq.A.4})$$

Como $|s| \leq \phi$, a seguinte inequação é obtida:

$$|y_I(t)| \leq \Phi \int_0^t e^{-\lambda(t-T)} dT = \frac{\Phi}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \leq \frac{\Phi}{\lambda} \quad (\text{eq.A.5})$$

O mesmo raciocínio pode ser aplicado ao segundo filtro, e sucessivamente até chegarmos a

variável $\tilde{x} = y_{n-1}$. Fazendo assim, obtém-se:

$$|\tilde{x}| \leq \frac{\Phi}{\lambda^{n-1}} = \varepsilon \quad (\text{eq.A.8})$$

Similarmente, $\tilde{x}^{(i)}$ pode ser obtido como de uma sequência apresentada na Figura A.2

A partir do resultado prévio, tem-se: $|z_1| \leq \phi / \lambda^{n-1-i}$, onde z_1 é a saída do filtro de ordem $n-1-i$.

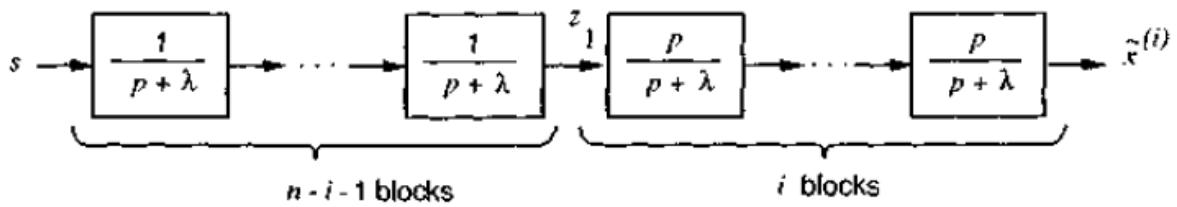


Figura A.2– Calculando limites em $\tilde{x}^{(i)}$ (SLOTINE; LI, 1991)

Notando que: $\frac{p}{p+\lambda} = \frac{p+\lambda-\lambda}{p+\lambda} = 1 - \frac{\lambda}{p+\lambda}$, pode-se ver que a sequência da Figura A.2 implica em:

$$\left| \tilde{x}^{(i)} \right| \leq \left(\frac{\Phi}{\lambda^{n-1-i}} \right) \left(1 + \frac{\lambda}{p+\lambda} \right)^i = (2\lambda)^i \varepsilon \quad (\text{eq.A.9})$$

A Equação A.9 mostra que $\tilde{x}^{(i)}$ é limitado. Finalmente quando $\tilde{x}(0) \neq 0$, $\tilde{x}^{(i)}$ decai assintoticamente até os limitantes (*bounds*) com uma constante de tempo $(n-1)/\lambda$. Então, um problema de rastreamento de ordem n foi substituído por um problema de estabilização de primeira ordem, no escalar s. O problema de primeira ordem simplificado, de manter o escalar s em zero pode ser resolvido ao se escolher um controle u, tal que, fora da superfície S(t):

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta |s| \quad (\text{eq.A.10})$$

onde η é uma constante estritamente positiva. A Equação A.10 diz que a “distância” ao quadrado até a superfície S(t) decresce ao longo de todas as trajetórias do sistema (SLOTINE; LI, 1991). Com isso, as trajetórias de um ponto até a superfície S(t) são limitadas. Quando a trajetória do sistema alcança a superfície S, esta permanece na superfície. Em outras palavras, o atendimento da condição de deslizamento A.10 (*sliding condition*) torna a superfície S um conjunto invariante (*invariant set*). O que foi dito pode ser visto graficamente na Figura A.3. As trajetórias podem ser mover, enquanto estão se dirigindo para a superfície S(t).

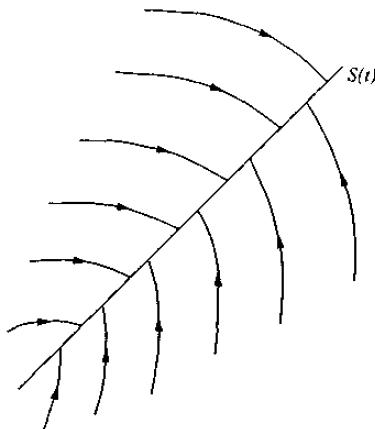


Figura A.3– Condição de deslizamento (SLOTINE; LI, 1991)

Uma vez em $S(t)$, o sistema se torna insensitivo a incertezas e pertubações. Uma vez atendida a condição A.10, $S(t)$ é chamado de superfície deslizante, e uma vez que a trajetória do sistema (vetor X) esteja contido em $S(t)$, o comportamento (dinâmica) do sistema na superfície é chamada de modo deslizante (*sliding mode*).

Outro aspecto interessante do conjunto invariante $S(t)$ é que uma vez nele, as trajetórias do sistema são definidas pela Equação do conjunto invariante propriamente dito;

$$\left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \tilde{x} = 0 \quad (\text{eq.A.11})$$

$S(t)$ é ao mesmo tempo um lugar e uma dinâmica. Finalmente, se a condição A.1- é atendida, mas a condição A.2 não, isto é, se $x(0) \approx x_d(0)$, a superfície $S(t)$ será alcançada em um tempo finito menor que $|s(t=0)|/\eta$.

Considere, por exemplo, que $s(t=0)>0$, considere $t_{alcance}$ o tempo requerido para a trajetória do sistema alcançar a superfície $s=0$. Integrando A.10 de $t=0$ até $t_{alcance}$, tem-se:

$$0 - s(t=0) = s(t = t_{alcance}) - s(t=0) \leq -\eta(t_{alcance} - 0), \text{ que implica:}$$

$$t_{alcance} \leq |s(t=0)|/\eta. \text{ Se fosse considerado } s(t=0)<0, \text{ obter-se-ia: } t_{alcance} \leq |s(t=0)|/\eta.$$

Uma vez na superfície, o erro de rastreamento tende exponencialmente a zero, com uma constante de tempo $(n-1)/\lambda$ (a partir da sequência de $n-1$ filtros de constante de tempo λ ,

mostrados na Figura A.1). Considerando o que foi dito, e considerando n=2, o atendimento das condições A.3 e A.10 pode ser representado graficamente na Figura A.4

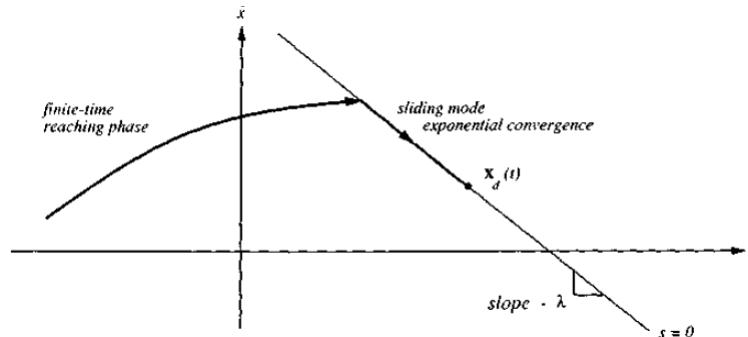


Figura A.4 -Interpretação gráfica das condições A.3 e A.10 (n=2)

A superfície deslizante na Figura A.4 é uma linha no plano de fase, com inclinação $-\lambda$, e que

contém o ponto $X_d = \begin{bmatrix} x_d & \dot{x}_d \end{bmatrix}^T$. A trajetória começa em qualquer ponto fora da superfície e

alcança esta em um tempo menor que $|s(t=0)|/\eta$, e então desliza na superfície até alcançar

X_d exponencialmente com uma constante de tempo $1/\lambda$. A idéia do controle por modos deslizantes é definir uma superfície $S(t)$, que é função do erro de rastreamento, e então definir uma lei de controle u que garanta que s^2 se comporte como uma função de Lyapunov, quando o sistema estiver em malha fechada, apesar das incertezas e perturbações externas (SLOTINE; LI, 1991). Para que o controle garanta a condição A.10, este deve ter uma descontinuidade através superfície $s(x,t)$. Como na prática, o chaveamento do controle não é instantâneo, e o valor de s pode não ser conhecido com suficiente precisão, ocorre o fenômeno de chattering (Figura A.5), que é indesejável por poder excitar dinâmicas de alta freqüência não modeladas, e também pela própria questão da estabilidade da lei de controle em malha fechada. Atrasos na atuação da lei de controle podem levar a instabilidade do sistema.

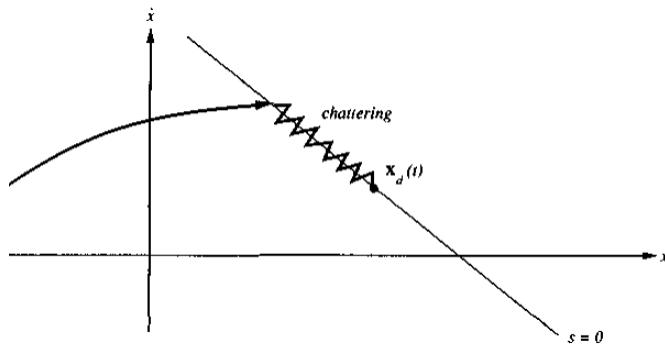


Figura A.5: Chattering (SLOTINE; LI, 1991)

A idéia central que pode ser usada para minimizar ou anular o chattering é suavizar a descontinuidade da lei de controle, de forma a manter uma solução de compromisso entre a precisão desejada e a largura de banda (*bandwidth*) do controle.

A seguir é uma descrição matemática de sistemas com estrutura variável, e com base nesta descrição algumas limitações no uso de controle por modos deslizantes (estrutura variável). Limitações estas que têm sido superadas com os resultados obtidos por muitos pesquisadores.

Descrição Matemática de Sistemas de Estrutura Variável com controle escalar

Considere um sistema com a seguinte dinâmica no espaço de estados:

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (\text{eq. A.12})$$

Onde: $x \in R^n$ representa o vetor de estados, $u \in R^1$ é o controle escalar do sistema, $t \in [t_0, +\infty)$ é o tempo como variável independente, e $f \in R^n$ é uma função vetorial, geralmente não linear, com componentes reais definida e continua dentro de um certo domínio com respeito a todos os seus argumentos.

Considerando u como a variável de controle do sistema, e definindo esta como $u=u(x,t)$, deve-se tratar a dinâmica definida pela Eq.A.12 como uma estrutura de controle por retroação.

Agora considere uma hiper-superfície definida pela Equação: $s(x)=0$. O espaço de estados x é dividido pela superfície s em três sub-espacos: S , $(R^n)^+$, $(R^n)^-$, de tal forma que $S \cup (R^n)^+ \cup (R^n)^- = R^n$.

Com estas definições, tem-se obviamente que: $s(x) > 0$, para $x \in (R^n)^+$; $s(x) < 0$, para $x \in (R^n)^-$

Para que a condição A.10 seja atendida, é necessário que o sinal $u=u(x,t)$ seja uma função definida por estritamente dois valores:

$$u = \begin{cases} u^+, s(t) > 0 \\ u^-, s(t) < 0 \end{cases} \quad (\text{eq.A.13})$$

Onde: u^+ , u^- são funções continuas, limitadas em seus argumentos, de tal forma que $u(x,t)$ permanece continua em todo o espaço de estados com exceção dos pontos na hiper-superfície $S(t)$. Com este valor do escalar de controle definido pela Equação A.13, a dinâmica do sistema se torna uma função definida por dois valores:

$$\dot{x} = g(x,t) = \begin{cases} f^+(x, u^+(x,t), t), s(t) > 0 \\ f^-(x, u^-(x,t), t), s(t) < 0 \end{cases} \quad (\text{eq.A.14})$$

Esta dinâmica possui descontinuidade em todos os pontos da hiper-superfície $S(x,t)=0$.

Muitas referências na literatura consideram que a dinâmica é linear com relação ao controle, podendo ser linear ou não linear com relação aos estados.

Desta forma:

$$\dot{x} = g(x,t) = \begin{cases} f^+(x, u^+(x,t), t) = F(x,t) + b(x,t)u^+(x,t) \\ f^-(x, u^-(x,t), t) = F(x,t) + b(x,t)u^-(x,t) \end{cases} \quad (\text{eq.A.15})$$

Modelos matemáticos de sistemas de estrutura variável com vetor de controle u

Considerando as mesmas definições do item anterior, mas desta vez com o sinal de controle u com dimensão r , tem-se: $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_r]$. Da mesma forma como no item anterior cada componente $u_i = u_i(x, t)$ pode ser definido independentemente como uma função de dois valores, que é descontinua na hiper-superfície S_i . Quando o sinal de controle u tem dimensão r , deve haver r hiper-superfícies, definidas pela Equação $s_i(x, t) = 0, i = 1, 2, \dots, r$

Cada component $u_i(x, t)$ é definido pela seguinte Equação A.16:

$$u_i(x, t) = \begin{cases} u_i^+, & s_i(t) > 0 \\ u_i^-, & s_i(t) < 0 \end{cases} \quad (\text{eq.A.16})$$

E a dinâmica é definida pela Equação A.17:

$$\dot{x} = F(x, t) + B(x, t)u(x, t) \quad (\text{eq.A.17})$$

onde $F(x, t) \in R^n$ e $B(x, t) \in R^{n \times r}$.

Cada hiper-superfícies $s_i(x, t)$ divide o espaço de estados em dois sub-espacos $(R_i^n)^+, (R_i^n)^-$.

Todo o espaço é dividido pelo *manifold* $S = \bigcup_i S_i$ em 2^r domínios separados. O lado direito da

Equação A.17 possui 2^r valores possíveis. O espaço de estados é dividido em pelas r hiper-superfícies $s_i(x, t)$

Exemplo de Aplicação

A seguir são apresentados alguns exemplos básicos com o intuito de esclarecer melhor a metodologia de controle por estrutura variável ou modos deslizantes. Estes exemplos foram tirados de (SLOTINE; LI, 1991)

Ex. A.1) Seja um sistema de segunda ordem:

$$\ddot{x} = f + u \quad (\text{eq.A.18})$$

Onde: u é o sinal de controle, x é a saída de interesse, f é a dinâmica (podendo ser não linear e variante no tempo), e não é exatamente conhecida, mas estimada como \hat{f} . O erro de estimação em f pode ser suposto limitado por uma função $F = F(x, \dot{x})$, onde $|f - \hat{f}| \leq F$.

Considere $f = a(t)x^{\bullet 2} \cos(3x)$, onde $a(t)$ é desconhecido, mas seus valores extremos são conhecidos: $1 \leq a(t) \leq 2$. Se alguém estimar o valor de f como: $\hat{f} = 1.5x^{\bullet 2} \cos 3x$, o valor máximo da incerteza em F pode ser estimado como¹:

$$\left| f - \hat{f} \right| \leq F \rightarrow \left| f - \hat{f} \right| = \left| a(t)x^{\bullet 2} \cos(3x) - (1.5x^{\bullet 2} \cos 3x) \right| = \left| (a(t) - 1.5)x^{\bullet 2} \cos 3x \right| \leq |a(t) + 1.5| x^{\bullet 2} |\cos 3x| \leq 0.5x^{\bullet 2} |\cos 3x| = F$$

Para que o sistema rastreie uma saída desejada, isto é, $x(t) \equiv x_d(t)$, deve ser definida uma superfície deslizante de acordo com a Equação A.19

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{x} = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} \quad (\text{eq. A.19})$$

Derivando s , obtém-se:

$$\dot{s} = \ddot{x} - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} = f + u - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} \quad (\text{eq. A.20})$$

Com base na Equação A.20, a melhor aproximação para uma lei de controle continua \hat{u} capaz de garantir que $\dot{s} = 0$ é:

$$\hat{u} = -\hat{f} + \ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}}. \quad (\text{eq. A.21})$$

¹ No exemplo da página 285, de (SLOTINE; LI, 1991) – f estimado é negativo. Se continuasse a demonstração, alguém chegaria a conclusão que F deve ser 5 vezes maior. O autor da tese supõe que o livro estava incorreto.

Onde \hat{u} pode ser interpretado como a melhor estimativa de controle equivalente. Para que condição de deslizamento (*sliding condition*) A.10 seja atendida, apesar da incerteza na dinâmica f , um termo descontínuo (através da superfície $s=0$) é adicionado a lei de controle:

$$\hat{u} = u - k * \text{sgn}(s) \quad (\text{eq. A.22})$$

onde: sgn é a função sinal

$\text{sgn}(s)=+1$, se $s>0$

$\text{sgn}(s)=-1$, se $s<0$

Escolhendo um valor de k suficientemente alto, pode-se garantir que a condição A.10 é atendida. Considerando as Equações (A.20, A.21, A.22), obtem-se:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = \dot{s}s = [f - \hat{f} - \text{sgn}(s)]s = (f - \hat{f})s - k|s| \quad (\text{eq. A.23})$$

Considerando $k = F + \eta$, obtém-se: $\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 \leq -\eta|s|$, como desejado.

Note, com o exemplo dado, que quanto maior for a incerteza, maior deverá ser o ganho k na lei de controle.

Considerando o mesmo exemplo, com $x_d(t) = \sin(\pi t / 2)$, e os valores $\eta=0.1$ e $\lambda=20$, tem-se:

$$\hat{u} = \hat{u} - k|s| = 1.5 \overset{\bullet}{x}^2 \cos 3x + \ddot{x}_d - 20 \overset{\bullet}{x} - (0.5 \overset{\bullet}{x}^2 |\cos 3x| + 0.1) \text{sgn}(\overset{\bullet}{x} + 20 \tilde{x}) \quad (\text{eq. A.24})$$

A Figura A.6a mostra o estado $x(t)$, $x_d(t)$, e o valor da parâmetro s . A Figura A.6b apresenta o erro de rastreamento e o controle equivalente u_1 , o controle u_2 usado para compensar incertezas, o controle total u aplicado e o erro de rastreamento. No primeiro gráfico da Figura A.6a, pode-se ver que x e x_d são coincidentes, e no terceiro gráfico, pode-se ver que s é da ordem de $4*10^{-5}$. Praticamente zero.

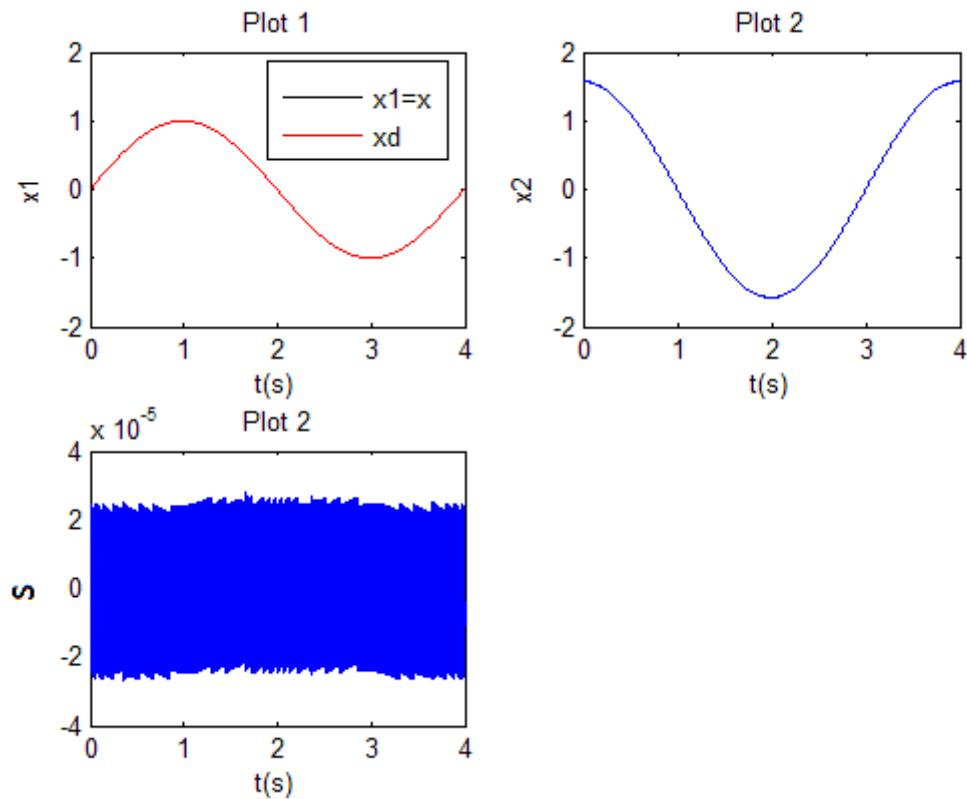


Figura A.6a Valores de $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_d, s$, controle descontínuo em S

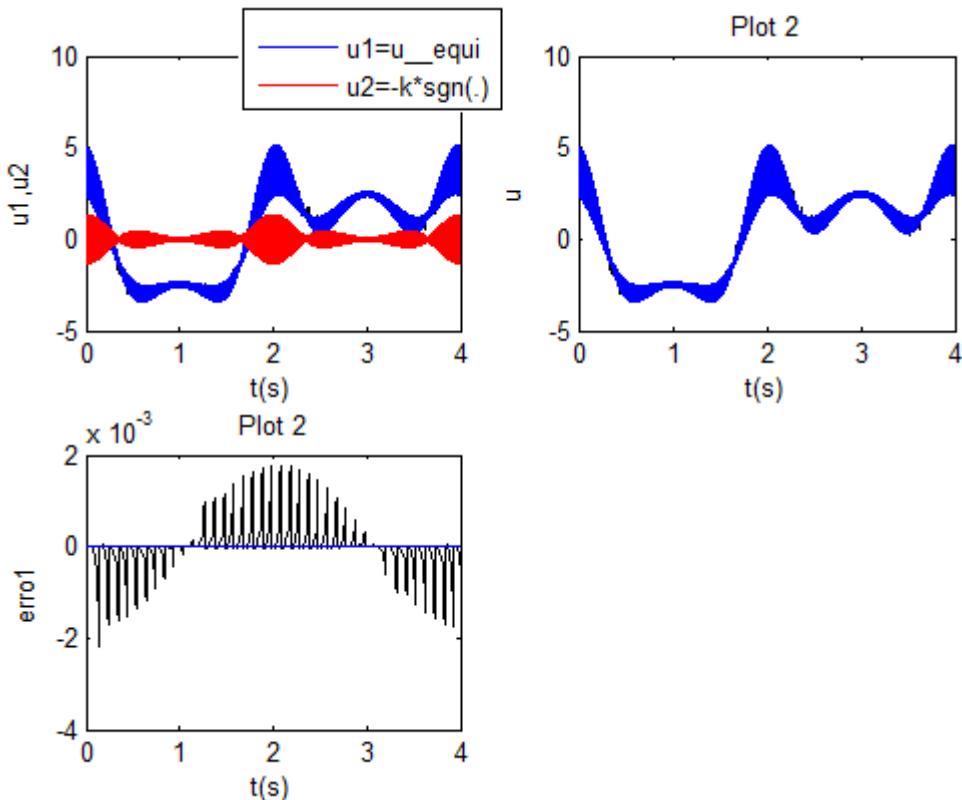


Figura A.6b- Erro de Rastreamento e sinal de controle u , controle descontinuo em S

Obs: Foram obtidos resultados bastante semelhantes com o livro, mas o integrador usado foi ode45, com passo de integração 0,00001s.

O primeiro gráfico da A.6b mostra os sinais de controle equivalente ($u_1=u_{\text{equi}}$), em vermelho e o sinal de controle $u_2=-k*\text{sgn}(s)$, em preto. O segundo gráfico mostra o sinal de controle total= $u_{\text{equi}}+u_{\text{desc}}$, e o terceiro gráfico mostra o erro de rastreamento que está na ordem de $2*10^{-3}$. O rastreamento foi excelente, mas a custa de alta ação de controle, que, em uma situação real pode não ser possível devido a limitações físicas, como por exemplo, taxa máxima do atuador. Uma forma de contornar este problema é não cobrar que a trajetória do sistema esteja exatamente na superfície s , mas tolerar que esteja em uma pequena região em torno da superfície s , chamada de **camada limite**.

Esta é definida por:

$$B(t) = \{x, |s(x; t)| \leq \phi\} \quad \phi > 0 \quad (\text{eq. A.25}),$$

onde ϕ é a chamada espessura da camada limite, e $\varepsilon = \phi/\lambda^{n-1}$ é a chamada largura da camada limite. A Figura A.7 ilustra o caso $n=2$.

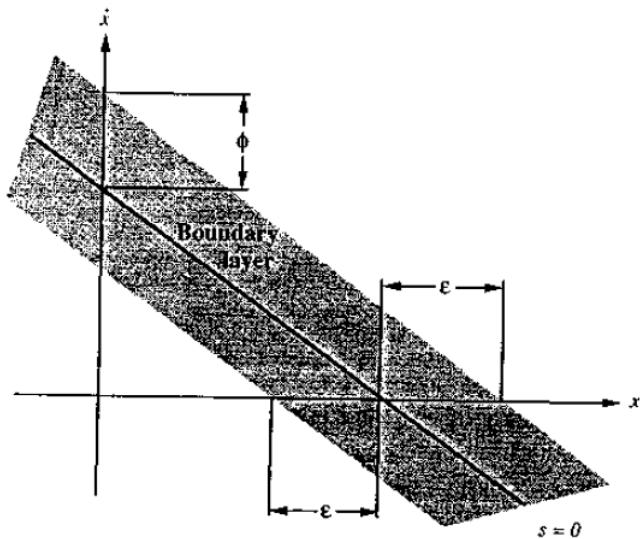


Figura A.7- Camada Limite (SLOTINE; LI, 1991)

Para pontos fora de $B(t)$, é escolhida uma lei de controle u como antes, que satisfaça a condição de deslizamento A.10, garantindo assim que a camada limite é atrativa. Uma vez que uma trajetória esteja na camada limite $B(t)$, a partir do instante t_0 permanecerá, lá para todo $t \geq t_0$. Mas, dentro da camada limite o sinal de controle u pode ser interpolado, de forma a substituir a função descontínua $\text{sgn}(s)$ por outra função contínua, como por exemplo: s/ϕ .

Desta forma, o controle será contínuo, e assim, será mais difícil a ocorrência de chattering, mas, não se pode mais falar de rastreamento perfeito, mas sim, rastreamento com uma precisão garantida ε .

Uma vez que a trajetória estiver dentro da camada limite, o erro pode convergir exponencialmente para ε , que é função da espessura da camada limite ϕ e da constante λ (largura de banda)

A Equação A.25 apenas relembra o que foi apresentado na Figura A.1:

$$\forall t \geq 0, |s(t)| \leq \Phi \quad \Rightarrow \quad \forall t \geq 0, |\tilde{x}^{(i)}(t)| \leq (2\lambda)^i \varepsilon \quad i = 0, \dots, n-1$$

Com o que foi dito a função descontinua $\text{sgn}(s)$ pode ser substituída por uma função continua $\text{sat}(s/\phi)$, onde:

$$\begin{aligned} \text{sat}(s/\phi) &= s/\phi && \text{se } |s(t)| \leq 1 \\ \text{sat}(s/\phi) &= \text{sgn}(s/\phi) && \text{se } |s(t)| > 1 \end{aligned} \quad (\text{Eq.A.26})$$

Refazendo o exemplo A.1, mas desta vez com o controle em função de $\text{sat}(s/\phi)$ ao invés de $\text{sgn}(s)$, e considerando $\phi=0.1$, obtém-se os resultados apresentados nas Figuras A.8a e A.8b:

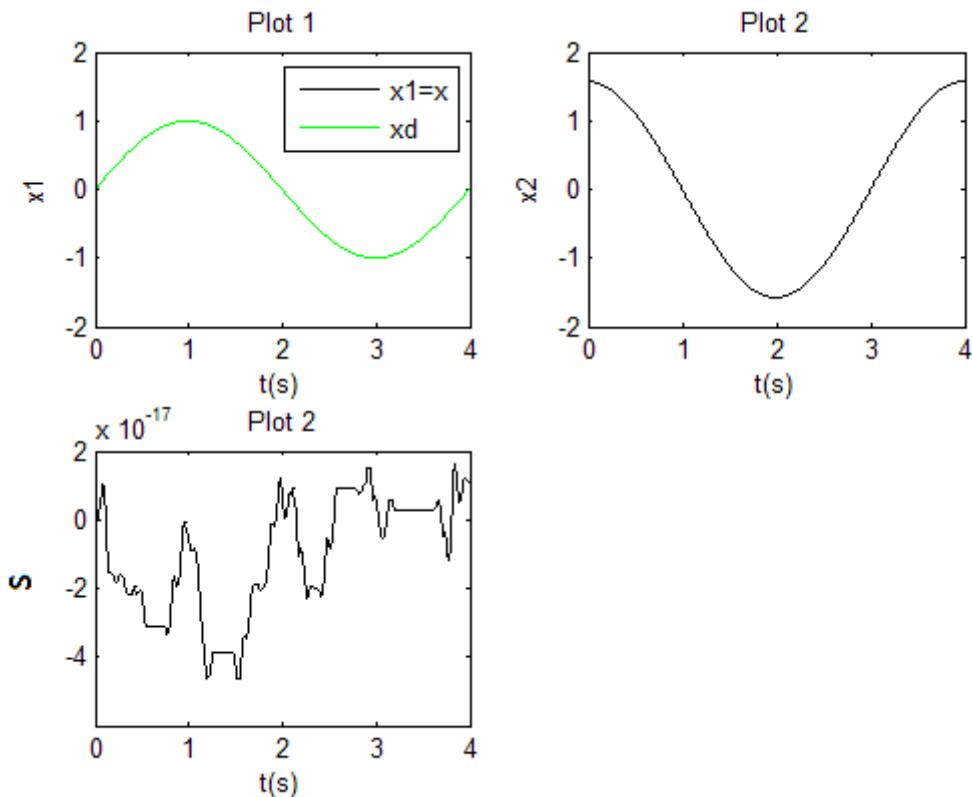


Figura A.8a- Valores de $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_d, s$, controle continuo em s

A Figura A.8a mostra que x e x_d são praticamente coincidentes, mas, o que chamou a atenção é o fato do escalar s ser muito menor do que o obtido na simulação apresentada na Figura A.6a. Era esperado valor maior, uma vez que esta sendo considerada a camada limite.

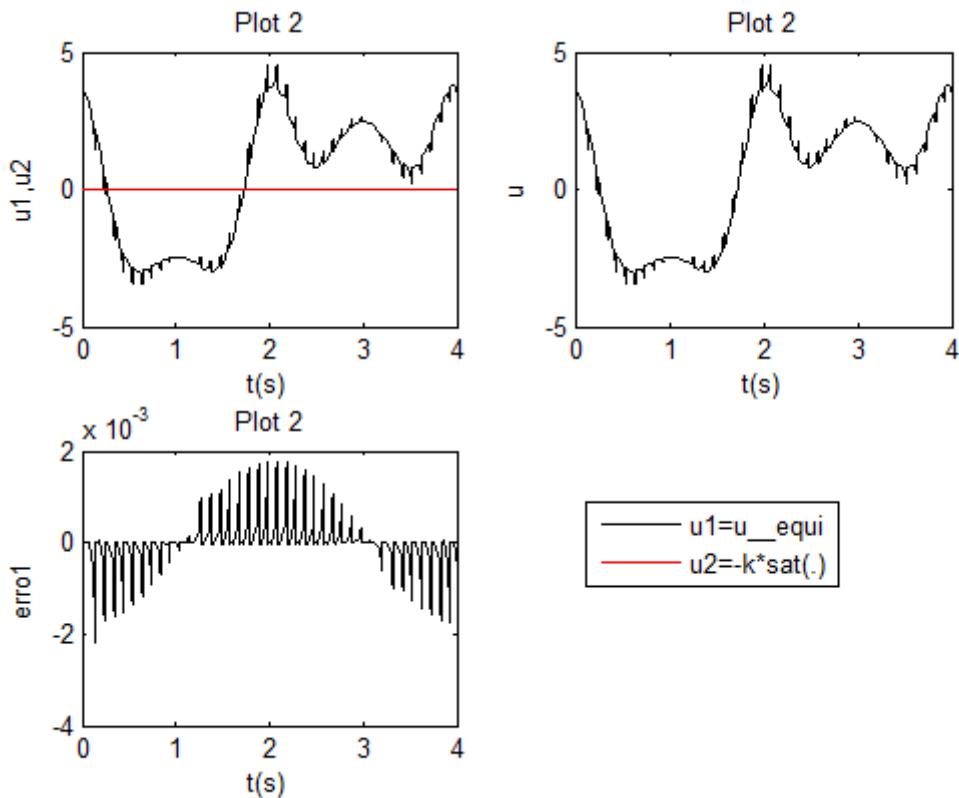


Figura A.8b - Erro de Rastreamento e sinal de controle u , controle continuo em s

A Figura A.8b mostra um controle equivalente com amplitudes média próximas dos valores apresentados na Figura A.6b, mas sem a ocorrência de chattering. As descontinuidades observadas na Figura A.8b ocorrem devido ao integrador usado: ode45. Na Figura A.8.b é observado também um controle u_2 com menor amplitude do observado na Figura A.6b. Pode-se ver que o erro de rastreamento foi da ordem de 2×10^{-3} , mesmo valor obtido na simulação anterior. Em todas as simulações foi usado o integrador ode45 com passo de integração 0,00001 s. Ao usar a função $\text{sat}()$ ao invés de $\text{sgn}()$ e ao considerar a camada limite, o erro de rastreamento não foi afetado, e a possibilidade de chattering foi minimizada. Na mesma simulação apresentada em (SLOTINE; LI, 1991), o erro de rastreamento foi aumentado de 10^{-7} para 10^{-4} , por causa da camada limite. Acredita-se que esta diferença de resultados da simulação apresentada nesta tese e da mesma simulação apresentada em (SLOTINE; LI, 1991) se deva a diferentes rotinas de integração usadas.

Apêndice B:Regulador integrativo universal

Este item apresenta a teoria usada na técnica de regulador integrativo universal. Esta técnica é usada no projeto de leis de controle robustas de sistemas de fase mínima com um grau relativo bem definido (SESHAGIRI; KHALIL, 2005). Antes de se apresentar a teoria do regulador integrativo universal é apresentado um exemplo com o intuito de esclarecer melhor a importância e utilidade da técnica de controle.

Exemplo B.1:

No Apêndice A foi visto que o termo $u_2 = -k * \text{sgn}(s)$ é usado para compensar as incertezas do modelo matemático e perturbações externas. Quanto maior for a incerteza no modelo matemático, maior deve ser o ganho k usado. Mas há um limite neste aumento devido os seguintes motivos:

- Os ganhos não podem ser aumentados indefinidamente porque isto pode levar a chattering;
- Como o controle descontínuo foi trocado por controle continuo (termo $\text{sign}(s)$ foi trocado por $\text{sat}(s/\mu)$, a propriedade de modos deslizantes ideais (convergência de s_i e erros para zero) foi perdida. Então certamente há erros estacionários, que podem ser minimizados com aumento nos ganhos do controlador, que podem levar a chattering novamente.
- Uma outra forma de minimizar o erro estacionário é diminuir o tamanho da camada limite que levará a ocorrência de chattering novamente.

Então, é desejável que os ganhos não aumentem muito, e que a camada limite não diminua muito. O que se deseja é o desempenho e robustez da lei de controle frente às incertezas do modelo matemático. A seguir são citadas algumas idéias implementadas e apresentadas na literatura:

- 1) Em (XU, 2005) é apresentada uma forma de estimar os parâmetros incertos, de forma a diminuir a incerteza, e assim diminuir os ganhos necessários para compensar as incertezas, que são minimizadas. É uma idéia que se mostrou eficiente, mas leva o controlador a depender muito do estimador dos parâmetros incertos. Esta técnica não foi usada nesta dissertação.
- 2) Como se deseja evitar o chattering, o controle descontínuo pode ser trocado por controle por saturação, que certamente leva a ocorrência de erro estacionário. Como foi dito, aumentar os ganhos pode minimizar o erro estacionário, mas pode levar a chattering novamente. Uma forma de evitar isso é usar integradores que minimizam ou anulam o erro estacionário (BYRNES; PRISCOLI; ISIDORI, 1997), (KHALIL, 1994), (KHALIL, 2000), (ISIDORI, 1997), (MAHMOUD; KHALIL, 1996) . Contudo, o uso de integradores convencionais degrada a resposta transitória (SESHAGIRI; KHALIL, 2005). Mesmo no caso de não ocorrer saturação do controlador, a resposta fica mais oscilatória. E quando o controlador satura (atinge o batente), começam a ser verificados grandes sobressinais e tempos de acomodação (*settling times*) (SESHAGIRI; KHALIL, 2005).
- 3) Uma solução que tem se mostrado eficiente para evitar o problema associado com o uso de integradores convencionais é o uso de integradores condicionais (SESHAGIRI; KHALIL, 2005). Os integradores condicionais só atuam quando a trajetória do sistema está dentro da camada limite. Desta forma, a resposta estacionária tem erro minimizado, e a resposta transitória não é afetada. Para melhor explicar o conceito de integração condicional , os mesmos exemplos apresentados em (SESHAGIRI; KHALIL, 2005) são comentados nesta tese:

Integração Condisional.

Considere o seguinte sistema de segunda ordem:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= ax_1^2 + bx_2 + cx_2^3 + u \\
 y &= x_1
 \end{aligned} \tag{eq. B.1}$$

Onde: x_1, x_2 são os estados, y é a saída, u é o sinal de controle, e as constantes a,b,c (do modelo real) são assumidas serem desconhecidas, mas limitadas com valores máximos (limitantes) conhecidos. O objetivo do controle é regular a saída y até um valor constante r .

Em controle por estrutura variável (modos deslizantes), a superfície deslizante pode ser escolhida como $s = k_1 e_1 + e_2$, onde $e_1 = y - r$, e $\dot{e}_2 = \dot{e}_1$, e $k_1 > 0$. Quando a trajetória (o movimento) é restrito a $s=0$, o erro e_1 converge assintoticamente para zero. Diferenciando a função escalar s , obtem-se:

$$\dot{s} = k_1 \dot{e}_2 + a(e_1 + r)^2 + b e_2 + c e_2^3 + u \tag{eq. B.2}$$

A convergência em tempo finito para a superfície deslizante $s=0$, e invariância de (permanência em) $s=0$, pode ser alcançada ao escolher $u = u_1 + u_2$, onde o controle equivalente u_1 é definido de forma a cancelar termos conhecidos ou nominais (estimados) na expressão de

$$\dot{s} :$$

$$u_1 = -k_1 e_2 - \hat{a}(e_1 + r)^2 - \hat{b} e_2 - \hat{c} e_2^3 \tag{eq. B.3}$$

onde $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ são valores nominais (estimados) de a, b, c respectivamente. O controle por chaveamento u_2 é definido de forma a compensar as incertezas nos termos incertos (a, b, c) da expressão de \dot{s} , e pode ser definido como:

$$u_2 = -[\alpha(e_1 + r)^2 + \beta|e_2| + \gamma|e_2|^3 + \delta] \text{sgn}(s) \tag{eq. B.4}$$

onde α, β, γ são limitantes superiores em $|a - \hat{a}|, |b - \hat{b}|, |c - \hat{c}|$ respectivamente, $\delta > 0$ e $\text{sgn}(.)$ é a função sinal definida por:

$$\text{sgn}(u) = \begin{cases} 1 & \text{se } u > 0 \\ -1 & \text{se } u < 0 \end{cases} \quad (\text{eq. B.5})$$

Esta definição da lei de controle u assegura que s converge para 0 em tempo finito e permanece lá por todo o tempo. Isto por sua vez, garante que os erros e_1 e e_2 convergem para zero assintoticamente. Contudo, como é conhecido, leis de controle com chaveamento apresentam chattering quando o chaveamento não é ideal, e quando há dinâmica de alta freqüência não modelada (SESHAGIRI; KHALIL, 2005). Uma forma muito usada para se evitar o chattering é trocar o termo descontínuo devido o chaveamento por uma aproximação continua $\text{sat}(s/\mu)$, onde $\text{sat}(.)$ é função saturação padrão, definida por:

$$\text{sat}(u) = \begin{cases} u & \text{se } |u| \leq 1 \\ \text{sgn}(u) & \text{se } |u| > 1 \end{cases} \quad (\text{eq. B.6})$$

Este método pode eliminar *chattering*, mas ao custo de erros em regime permanente não nulos, que são proporcionais a espessura da camada limite μ . Então para se obter erros menores, deve-se diminuir μ (ou aumentar os ganhos), o que leva a *chattering* novamente. Uma forma de anular o erro permanente é usar controle integrativo. A ação integrativa é adicionada ao aumentar o sistema com um integrador dirigido pelo erro de rastramento $\dot{\sigma} = e_1$.

No caso do exemplo que está sendo considerado, a expressão da função escalar s é modificada para $s = k_0\sigma + k_1e_1 + e_2$, onde k_0 e k_1 são escolhidos de forma a garantir que o polinomial $\lambda^2 + k_1\lambda + k_0$ é Hurwitz, que garante que o erro converge assintoticamente para zero, quando a trajetória (dinâmica) está contida na superfície $s=0$. Com base nas modificações propostas, a nova lei de controle contínua, com ação integrativa também é definida por:

$$u_1 = -k_0e_1 - k_1e_2 - \hat{a}(e_1 + r)^2 - \hat{b}e_2 - \hat{c}e_2^3 \quad (\text{eq. B.7})$$

$$u_2 = -[\alpha(e_1 + r)^2 + \beta|e_2| + \gamma|e_2|^3 + \delta]\text{sat}(s/\mu) \quad (\text{eq. B.8})$$

Note que o primeiro termo da Equação B.7: $-k_0 e_1$ corresponde à parcela com ação integrativa, usada para anular o termo $k_0 \dot{\sigma}$ contido na nova expressão de \dot{s} . A presença de ação integral garante que há um ponto de equilíbrio na vizinhança $O(\mu)$ da origem, na qual $e_1=0$. Com o uso da ação integrativa, μ não precisa mais ser arbitrariamente pequeno (tendendo a zero), mas pode ser escolhido suficientemente pequeno para estabilizar o ponto de equilíbrio.

As Figuras B.1, apresentam uma comparação do efeito lei de controle definida pelas Equações B.3, B.4 (modos deslizante ideais), com a mesma lei de controle, mas com a função descontinua $\text{sgn}(s)$ aproximada pela função $\text{sat}(s/\mu)$ (aproximação continua dos modos deslizantes ideais). São apresentados gráficos de x_1 , x_2 e da função escalar s .

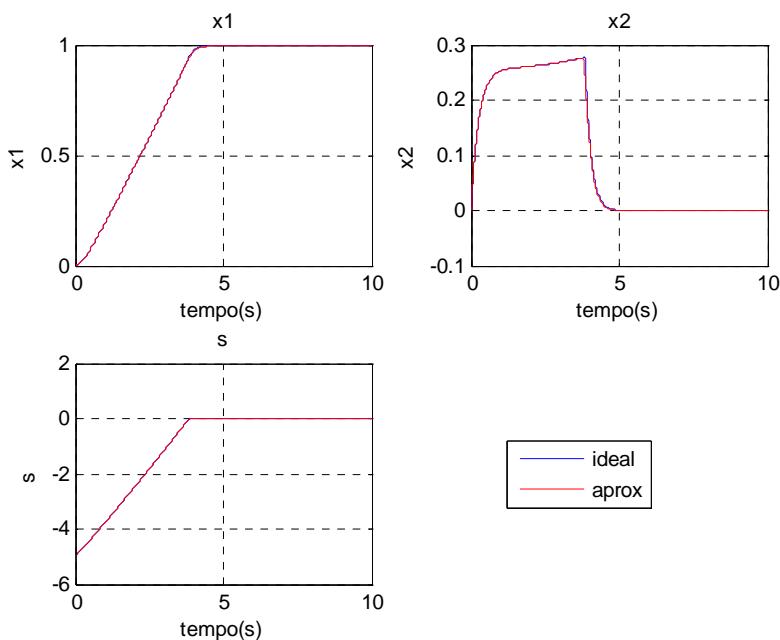


Figura B.1 – Ação das leis de controle por modo deslizante ideal, lei de controle continua aproximada

Na Figura B.1 pode-se ver que o efeito da aproximação feita (no termo de chaveamento da lei de controle) na resposta transitória é mínimo. As curvas vermelha e azul são praticamente coincidentes. Se ampliarmos a Figura B.1, poderá ser notado o erro estacionário após a

aproximação feita. Vide Figura B.2. Após a aproximação feita, a saída $y=x_1$, não consegue mais rastrear o sinal $r=1$. Há um erro em torno de 0,01 no estado x_1 . O mesmo pode ser notado na função escalar s . No controle ideal, com termo de chaveamento, s converge para zero, mas após a aproximação feita na lei de controle, as trajetórias do sistema não convergem exatamente para a superfície $s=0$, mas sim, para uma região em torno desta superfície. Por este motivo, s não converge para zero.

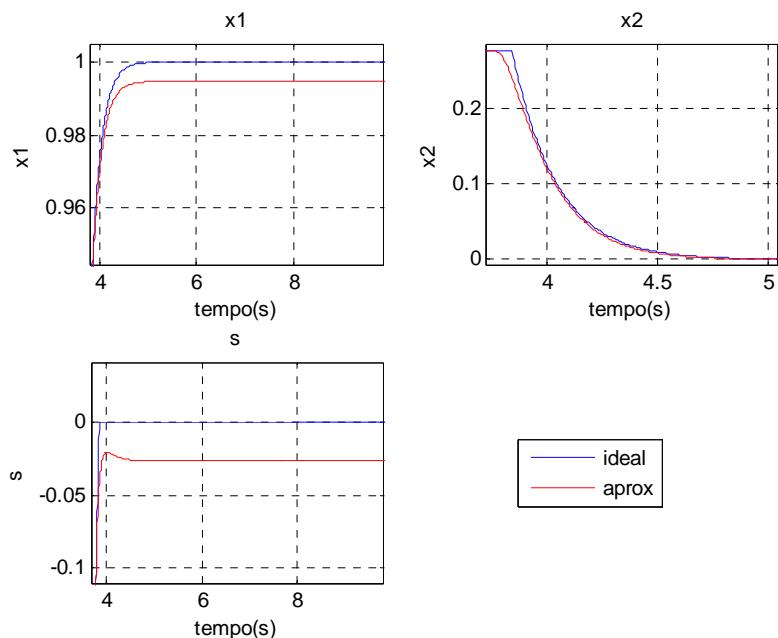


Figura B.2 – Ação das leis de controle por modo deslizante ideal, lei de controle continua aproximada – Ampliação para se verificar melhor o erro estacionário.

A Figura B.3 mostra o efeito do controlador com integrador convencional (Eqs.B.7, B.8). Nesta Figura são apresentados os gráficos dos estados x_1 , x_2 , da função escalar s , e do parâmetro sigma (σ). As curvas pretas mostram a resposta do sistema após a ação do controlador com ação integrativa. Pode-se ver que a resposta transitória foi muito degradada por ocorrer um afastamento significativo das curvas azuis e pretas nos primeiros segundos de simulação.

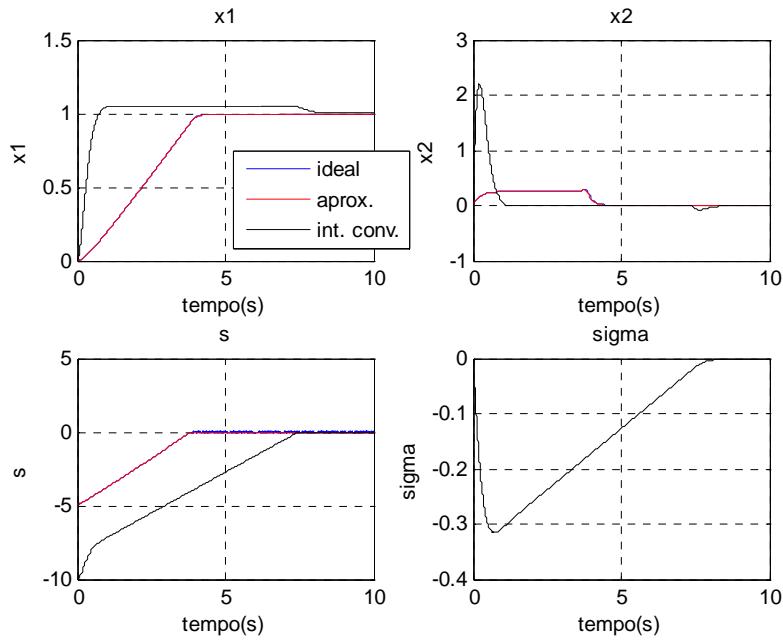


Figura B.3 – Ação das leis de controle por modo deslizante ideal, lei de controle continua aproximada, e controle com integrador convencional

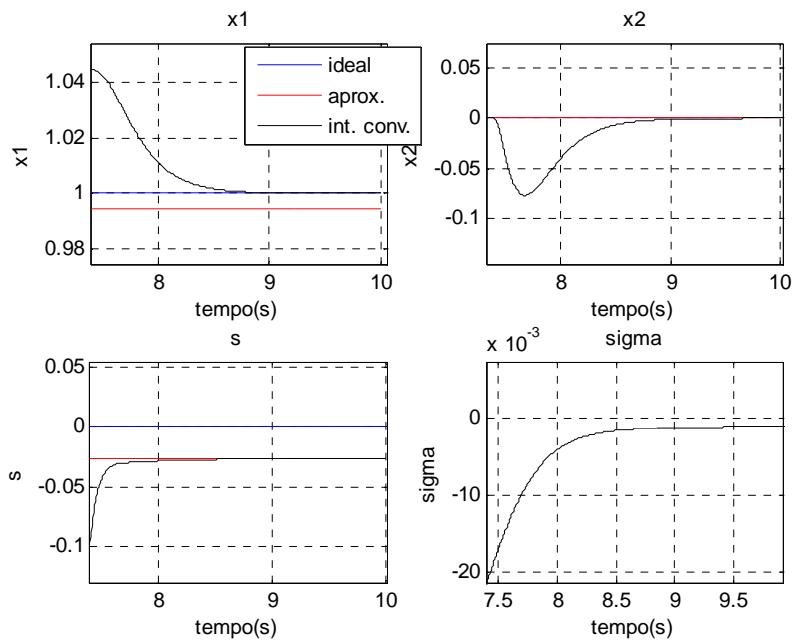


Figura B.4 – Ação das leis de controle - ampliação para se verificar melhor o erro estacionário .

A Figura B.4 mostra que a ação integrativa do controlador garante que o erro estacionário seja nulo, da mesma forma como no controle ideal por modos deslizantes (SMC ideal). A curvas

preta no gráfico de x_1 converge para 1. Apesar disso, o valor da função escalar s não converge para zero, uma vez que está sendo usada o termo $\text{sat}(s/\mu)$ ao invés da função $\text{sgn}(s)$. Vide último termo da Equação B.8. A ação integrativa anulou o erro estacionário, mas prejudicou muito a resposta transitória.

Uma forma de evitar a degradação da resposta transitória e de tornar o erro estacionário, é usar integradores condicionais. Mantendo $s = k_0\sigma + k_1e_1 + e_2$, mas com k_0 arbitrário, e com o mesmo k_1 usado no controle SMC ideal, e com o parâmetro σ como sendo solução (saída) da Equação B.11:

$$\dot{\sigma} = -k_0\sigma + \mu.\text{sat}(s / \mu) \quad (\text{eq.B.11})$$

Pode-se notar que quando $|s| \leq \mu$, a Equação B.11 reduz a

$$\dot{\sigma} = -k_0\sigma + \mu.\text{sat}(s / \mu) = -k_0\sigma + \mu.\text{sat}((k_0\sigma + k_1e_1 + e_2) / \mu) = -k_0\sigma + k_0\sigma + k_1e_1 + e_2 = k_1e_1 + e_2 = k_1e_1 + \dot{e}_1 \quad (\text{eq. B.12})$$

Isto implica que $e_1=0$ no equilíbrio porque no equilíbrio tem-se:

$$s = 0 \rightarrow \dot{s} = 0 \rightarrow \dot{\sigma} = 0 \rightarrow e_1 \rightarrow 0 :$$

Resolvendo a Equação diferencial B.12 com o uso do software Maxima, obtém-se:

$$\sigma = e_1(t) + k_1e_1 * t + c \quad (\text{Eq B.13})$$

onde c é uma constante.

Como e_1 vai tender a zero, σ vai convergir para a constante c .

Por outro lado, quando $|s| > \mu$, a Equação B.11 reduz-se a:

$$\dot{\sigma} = -k_0\sigma + \mu.\text{sat}(s / \mu) = -k_0\sigma + \mu.\text{sign}(s / \mu) = -k_0\sigma \pm \mu \quad (\text{eq. B.14})$$

Resolvendo a equação diferencial acima com o uso do software Maxima, obtém-se:

$$\sigma(t) = e^{-k_0t} \left(\frac{\mu}{k_0} e^{k_0t} + c_1 \right) \quad (\text{eq. B.15})$$

onde c_1 é uma constante.

Na Equação B.15 pode-se ver que $\lim_{t \rightarrow \infty} \sigma(t) = \frac{\mu}{k_0}$. Estas considerações feitas e o limite calculado querem dizer apenas que após a trajetória sair da camada limite, a integração cessará de ocorrer. Estas observações que estão sendo feitas com relação ao parâmetro σ são importantes porque o desempenho da lei de controle com o integrador condicional é função do parâmetro σ . Uma vez que o comportamento deste parâmetro já foi entendido, pode-se definir a lei de controle com o integrador condicional. A lei de controle é definida da mesma forma como nos casos anteriores, em que o controle equivalente u_1 é usado para anular a derivada de s (com relação ao tempo).

$$\dot{u}_1 = -k_0 \dot{\sigma} - k_1 e_2 - \hat{a}(e_1 + r)^2 - \hat{b}e_2 - \hat{c}e_2^3 \quad (\text{eq. B.16})$$

$$u_2 = -[\alpha(e_1 + r)^2 + \beta|e_2| + \gamma|e_2|^3 + \delta] \text{sat}(s/\mu) \quad (\text{eq. B.17})$$

Onde $\dot{\sigma}$ é definido pela Equação B-11.

As Figuras B.5 e B.6 apresentam resultados das simulações feitas com o uso do integrador condicional. As curvas azuis apresentam os resultados obtidos com controle por modos deslizantes ideal (com termo descontínuo), as curvas vermelhas apresentam resultados do controle por modos deslizantes com aproximação feita ao trocar o termo $\text{sgn}(s)$ por $\text{sat}(s/\mu)$, as curvas pretas apresentam resultados do controle com o integrador condicional e as curvas verdes apresentam os resultados com o integrador condicional. Pode-se ver que o uso do integrador convencional anulou o erro permanente sem degradar significativamente a resposta transitória. De fato há diferenças entre as respostas transitórias do controle por modos deslizantes ideal, e do controle por modos deslizantes com o integrador condicional, mas estas diferenças são mínimas, como pode ser visto no primeiro gráfico da Figura B.5.

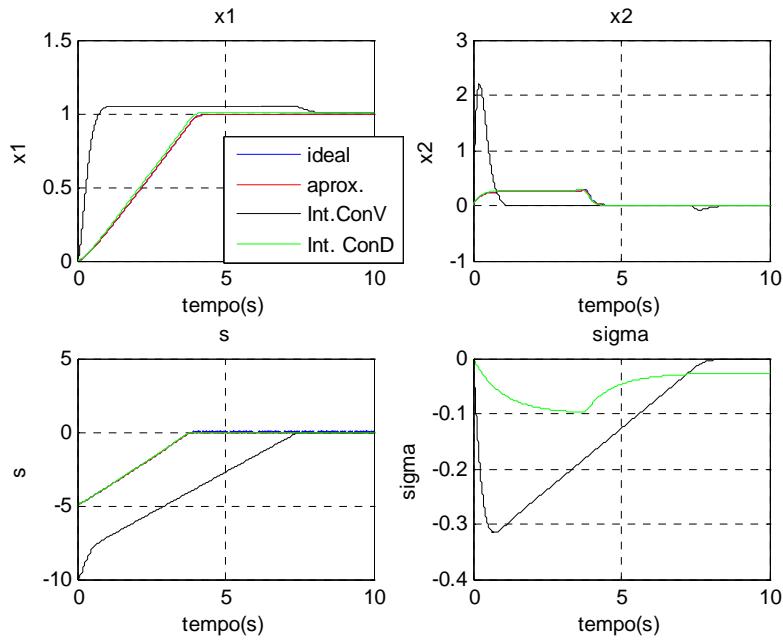


Figura B.5 – Ação das leis de controle por modo deslizante ideal, lei de controle continua aproximada, e controle com integrador convencional e integrador condicional

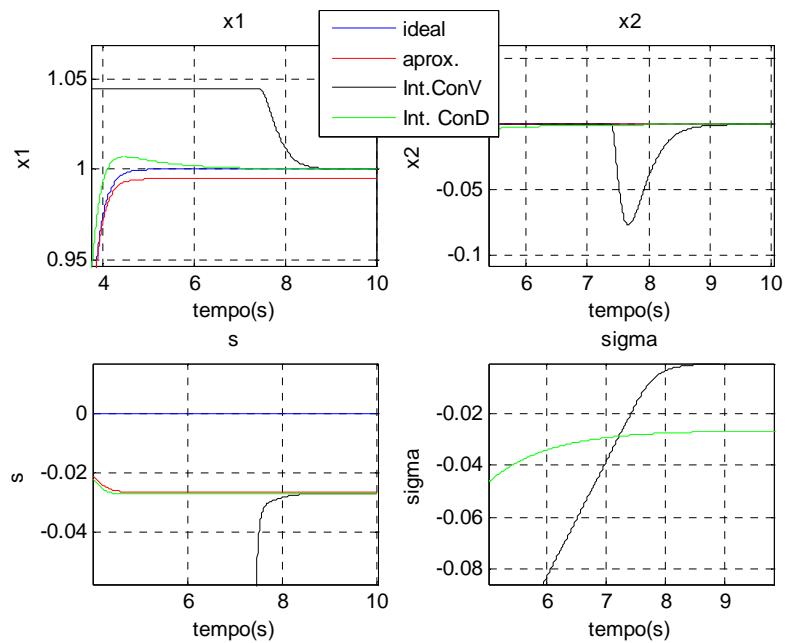


Figura B.6 – Ação das leis de controle – ampliação para se verificar melhor o erro estacionário .

O exemplo B.1 e os resultados apresentados esclareceram o conceito e utilidade do integrador condicional. O próximo item apresenta a teoria matemática usada para definir a técnica do regulador integrativo universal (SESHAGIRI; KHALIL, 2005).

Definição do problema

Considere um sistema não linear MIMO, modelado pelas Equações B.18:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, \theta) + \sum_{i=1}^m g_i(x, \theta)[u_i + \delta_i(x, \theta, w)] \\ y_i &= h_i(x, \theta)\end{aligned}\quad (\text{eq.B.18})$$

Onde: $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $u \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de controle, $y \in \mathbb{R}^m$ é o sinal de saída, θ é um vetor de parâmetros constantes não conhecidos, e pertencentes a um conjunto compacto $\Theta \subset \mathbb{R}^p$, $w(t)$ é um sinal externo contínuo, com exceção de número finito de descontinuidades, e pertencente a um conjunto compacto $W \subset \mathbb{R}^q$, $f(\cdot)$ e $g_i(\cdot)$ são campos vetoriais suaves em $D \equiv D_x \times \Theta$, onde D_x é um subconjunto aberto conectado de \mathbb{R}^n , $h_i(\cdot)$ são funções suaves em D , e as perturbações δ_i são funções continuas em $D \times W$.

A primeira hipótese assumida para a definição da lei de controle é que, para sistemas livres de perturbações, a dinâmica do sistema possui forma normal bem definida, possivelmente com dinâmica zero não trivial.

Hipótese 1:

O sistema definido pelas Equação B.19:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, \theta) + \sum_{i=1}^m g_i(x, \theta)[u_i] \\ y_i &= h_i(x, \theta)\end{aligned}\quad (\text{eq.B.19})$$

apresenta as seguintes propriedades:

a) tem um vetor uniforme de grau relativo $\{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m\}$ em D_x . Isto é: $L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0$

quando $0 \leq k \leq \rho_i - 2$, $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq m$

b) $A(x, \theta) \equiv \{L_{g_j} L_f^{\rho_i-1} h_i\}$ é não singular para todo $x \in D_x$ e $\theta \in \Theta$.

c) o conjunto de campos vetoriais $\{g_1, \dots, g_m\}$ é involutivo,

d) há uma mudança das variáveis $[x, y]$ para $[\eta, \xi]$:

$$\begin{bmatrix} \eta \\ \xi \end{bmatrix} = T(x, \theta) = \begin{bmatrix} T_1(x, \theta) \\ T_2(x, \theta) \end{bmatrix}, \quad \eta \in R^{n-\rho}, \quad \xi \in R^\rho \quad (\text{eq.B.20})$$

onde:

$$\xi = \{\xi^i\}, \quad \text{com} \quad \xi_j^i = L_f^{j-1} h_i, \quad 1 \leq j \leq \rho_i, \quad 1 \leq i \leq m \quad (\text{eq.B.21})$$

$$L_{g_j} \eta_i = 0, \quad 1 \leq j \leq m, \quad 1 \leq i \leq n - \rho \quad (\text{eq.B.22})$$

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_m$$

A transformação $T(x, \theta)$ definida pelas Equações B.20, B.21, B.22 é um difeomorfismo de D_x em sua imagem. As condições do vetor de grau relativo e da involutividade do conjunto de campos vetoriais $\{g_1, \dots, g_m\}$ garantem a existência da mudança de variáveis definida pela Equação B.20. Esta mudança é feita localmente para cada θ e para uma dada região, uniformemente em θ . Com a mudança de variáveis, a Equação A.1 pode ser re-escrita na forma normal:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= \phi(\eta, \varepsilon, \theta) \\ \dot{\xi}_i &= A_i \xi_i + B_i [b_i(\eta, \varepsilon, \theta) + \sum_{j=1}^m a_{ij}(\eta, \varepsilon, \theta)(u_j + \delta_j(\eta, \varepsilon, \theta, w))] \end{aligned} \quad (\text{eq.B.23})$$

Para $1 \leq i \leq m$, o par (A_i, B_i) é a forma canônica controlável que representa uma cadeia de ρ_i

integradores, $b_i(\cdot) = L_f^{\rho_i} h_i$, e $a_{ij} = A(\cdot)$.

O problema de interesse é um problema de regulação. Para este fim, é requerido que o sinal externo $w(t)$ se aproxime de um sinal constante w_{ss} , definido como o limite de $w(t)$, quando t tende a infinito: $\lim_{t \rightarrow \infty} w(t) = w_{ss}$.

O sinal de referência $r_i(t)$ que a saída $y_i(t)$ deve rastrear assintoticamente deve ter atender as seguintes propriedades:

- $r_i(t)$ e suas derivadas até ordem ρ_i são limitadas e $r_i^{(\rho_i)}(t)$ é continua, com exceção de número finito de descontinuidades, para todo $t \geq 0$;
- $\lim_{t \rightarrow \infty} r_i(t) = r_{iss}$ e $\lim_{t \rightarrow \infty} r_i^{(j)}(t) = 0$, para $1 \leq j \leq \rho_i$

A situação em que o sinal de referência é constante é um caso particular. Se apenas a primeira condição acima é satisfeita, a lei de controle assegura que o erro de rastreamento é limitado. Se a segunda condição é satisfeita também, a lei de controle (a ser definida) garante que o erro converge assintoticamente para zero (SESHAGIRI; KHALIL, 2005).

Com as seguintes definições: $r_{ss} = \{r_{iss}\}$, $\tilde{w}(t) = w - w_{ss}$,

$$\varpi(t) = \{r_i^{\rho_i}\}, v^i(t) = [r_i - r_{iss}, r_i^{(1)}, \dots, r_i^{(\rho_i-1)}]^T, \text{ e } v(t) = \{v^i\}.$$

Percebe-se que, por construção, $\tilde{w}(t)$, $v(t)$ e $\varpi(t)$ são limitadas para todo $t \geq 0$ e convergem para zero a medida que t tende a infinito.

Considere agora conjuntos compactos $X \subset R^m$, $\Lambda \subset R^{m\rho}$,

$\Lambda_0 \subset R^m$, tais que $r_{ss} \in X$, $v(t) \in \Lambda$, $\varpi(t) \in \Lambda_0$ para todo $t \geq 0$, e uma constante positiva l_0 , tal que $\|v\| \leq l_0$, para todo $v \in \Lambda$. Seja $d = (r_{ss}, \theta, w_{ss})$ e $D_d = X \times \Theta \times W$. Para resolver o problema de regulação é necessário que para cada $d \in D_d$, exista um único ponto no qual $y = r_{ss}$, e um sinal de controle u que pode manter o equilíbrio. Isto é proposto pela segunda hipótese:

Hipótese 2:

Para cada $d \in D_d$, há um único ponto de equilíbrio $\bar{x} = \bar{x}(d) \in D_x$ e um único controle $\bar{u} = \bar{u}(d)$ tal que $f(\bar{x}, \theta) + g(\bar{x}, \theta)[\bar{u} + \delta(\bar{x}, \theta, w_{ss})] = 0$ e $r_{ss} = h(\bar{x}, \theta)$.

Com a mudança de variáveis das Equações B.20, B.21, B.22, o ponto $\bar{x}(d)$ pode ser mapeado em $(\bar{\eta}(d), \bar{\xi}(d))$, onde $\bar{\xi}_i(d) = [r_{iss}, 0, \dots, 0]^T$.

Definindo $z = \eta - \bar{\eta}$ e $e_i = \xi_i - \bar{\xi}_i - v_i$, a Equação B.23 pode ser re-escrita como:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \phi(z, e + v, d) \\ \dot{e}_i &= A_i e_i + B_i [b_i(\eta, e + v, \theta) - r_i^{(\rho_i)} + \sum_{j=1}^m a_{ij}(z, e + v, d) \times (u_j + \delta_j(z, e + v, \theta, \tilde{w}))] \end{aligned} \quad (\text{eq.B.24})$$

Onde, por conveniência, as funções ϕ, b_i, a_{ij} e δ_i são escritas em termos das novas variáveis.

A análise feita nas variáveis (z, e) é feita em uma região que pode ser mapeada de volta ao domínio D_x . A seguinte hipótese estabelece tal restrição:

Hipótese 3: Existem constantes positivas l_1 e l_2 , independentes de d , tais que para todo $d \in D_d$, $w \in W$, $v \in \Lambda$, $\varpi \in \Lambda_0$,

$$e \in E \equiv \{\|e\| < l_1\}, \quad z \in Z \equiv \{\|z\| < l_2\} \Rightarrow x \in D_x$$

No caso de realimentação do sinal de saída, as únicas componentes do estado (z, e) disponíveis para retroação são o erro $e_1^i = y_i - r_i$, $1 \leq i \leq m$. Os outros componentes do vetor $e \in E$ são obtidos com observadores de alto ganho para estimar os componentes não medidos. A não disponibilidade de z não é um problema, desde que o sistema tenha **dinâmica interna estável**. Desta forma z é considerado limitado, e um sinal de controle u em função do erro é definido. Este sinal de controle u garante que o erro e converge para zero. A hipótese 4 estabelece a condição de que a dinâmica interna do sistema, definida pela equação $\dot{z} = \phi(z, e + v, d)$ é ISS (*input to state stable*) em uma região em torno do ponto de equilíbrio.

Hipótese 4

- (i) Existe uma função própria de classe C^1 $V_z: z \rightarrow R_+$ possivelmente dependente de d , e funções $\lambda_i : [0, l_2] \rightarrow R_+$ ($i = 1, 2, 3$) e $\gamma : [0, l_0 + l_1] \rightarrow R_+$ independentes de d , tais que:

$$\begin{aligned}\lambda_1(\|z\|) &\leq V_z(t, z, d) \leq \lambda_2(\|z\|) \\ \frac{\partial V_z}{\partial t} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \phi(z, e + v, d) &\leq -\lambda_3(\|z\|) \\ \forall \|z\| &\geq \gamma(\|e + v\|)\end{aligned}$$

Para todo $e \in E, z \in Z, v \in \Lambda, d \in D, \gamma(l_0) < \lambda_2^{-1}(\lambda_1(l_2))$

- (ii) O ponto de equilíbrio $z=0$ de $\dot{z} = \phi(z, 0, d)$

é exponencialmente uniformemente estável em d .

Projeto da lei de controle

A definição da lei de controle é feita em duas etapas: inicialmente é definida uma lei de controle com realimentação de estados. Isto é feito com base na hipótese de que o erro e suas derivadas estão disponíveis para retroação. Depois, um observador de alto ganho é definido, caso as derivadas dos erros medidos não estejam disponíveis para retroação. A demonstração analítica de estabilidade do sistema em malha fechada é apresentada em (SESHAGIRI; KHALIL, 2005).

O primeiro passo no projeto de leis de controle por modos deslizantes/ estrutura variável é especificar a superfície deslizante na qual o movimento deslizante acontece (SESHAGIRI; KHALIL, 2005), (SLOTINE; LI, 1991). Na ausência de ação integrativa, é definida a seguinte superfície deslizante:

$$s_i = \sum_{j=1}^{\rho_i-1} k_j^i e_j^i + e_{\rho_i}^i \quad (\text{eq.B.25a})$$

Onde as constantes positivas $k_1^i, k_2^i, \dots, k_{\rho_i-1}^i$ são escolhidas de tal forma que a Equação polinomial **B.25b** tenha todas as suas raízes no semi-plano complexo esquerdo.

$$\lambda_{\rho_i-1} + k_{\rho_i-1}^i \lambda_{\rho_i-2} + \dots + k_1^i = 0 \quad (\text{eq.B.25b})$$

Desta forma o erro de rastreamento e_1^i e suas derivadas convergem para zero, quando a dinâmica do sistema está contida na superfície s .

Diferenciando (B.25a) e usando (B.24), é obtido:

$$\dot{s}_i = F_i(z, e, v, d, r_i^{(\rho_i)}) + \sum_{j=1}^m a_{ij}(.)[u_j + \delta_j(.)] \quad (\text{eq.B.26})$$

onde $F_i(.) = b_i(.) - r_i^{(\rho_i)} + \sum_{j=1}^{\rho_i-1} k_j^i e_{j+1}^i$.

Para sistemas SISO, a Equação A.8a é reduzida a $\dot{s} = F(.) + a(.)[u + \delta(.)]$. Neste caso é requerido que $a(.)$ seja limitada em um valor diferente de zero, e que seu sinal seja conhecido.

Para sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas, é necessária uma hipótese adicional, que permite que a teoria usada para sistemas SISO seja expandida para sistemas MIMO:

Hipótese 5:

A matriz $A(.) = a_{ij}$ cujos termos são usados na Equação B.23 pode ser usada para o cálculo da matriz estimada $\hat{A}(.)$. A relação entre as matrizes $A(.)$ e $\hat{A}(.)$ pode ser definida pela Equação A.10:

$$A(z, e + v, d) = \Gamma(z, e + v, d) \hat{A}(e, v) \quad (\text{eq. B.27})$$

onde $\hat{A}(e, v)$ é uma matriz não singular conhecida e $\Gamma = \text{diag}[\gamma_1, \dots, \gamma_m]$, com $\gamma_i \geq \gamma_0 > 0$, $1 \leq i \leq m$, para todo $e \in E, z \in Z, v \in \Lambda, d \in D_d$, e uma constante positiva γ_0 .

No controle ideal or modos deslizantes, a lei de controle u pode ser definida como:

$$\begin{aligned} u &= \hat{A}^{-1}(e, v) [-\hat{F}(e, v, \varpi) + v] \\ v_i &= -\beta_i(e, v, \varpi) \operatorname{sgn}(s_i) \end{aligned} \quad (\text{eq.B.28})$$

Onde $\operatorname{sgn}(\cdot)$ é a função sinal, v_i é um termo definido para compensar incertezas, $\hat{F}(\cdot)$ é o valor nominal (estimado) de $F(\cdot)$, que pode ser definido como

$$\hat{F}_i(\cdot) = \hat{b}_i(\cdot) - r_i^{(\rho_i)} + \sum_{j=1'}^{\rho_i-1} k_j^i e_{j+1}^i \quad (\text{eq. B.29})$$

onde \hat{b}_i é o valor nominal de b_i . De acordo com (SESHAGIRI; KHALIL, 2005) o valor de $\hat{F}_i(\cdot)$ não precisa ser definido exclusivamente pela expressão B.29, e pode ser definido como $\hat{F}_i(\cdot) = 0$.

O controlador definido pela Equação B.28 é descontínuo devido ao termo $\operatorname{sgn}(s)$. Isto pode levar a uma atuação excessiva dos atuadores, conhecida na literatura como chattering. Este fenômeno é indesejável devido ao desgaste que pode ocorrer nos atuadores e/ou devido ao fato de dinâmicas de alta frequência do sistema serem excitadas. Uma forma de evitar o chattering, é mudar a lei de controle definida na Equação B.28 por outra definida na Equação B.30. A diferença entre as Equações B.28 e B.30 está na troca do termo $\operatorname{sgn}(x)$ por $\operatorname{sat}(x)$, que torna a lei de controle contínua.

$$\begin{aligned} u &= \hat{A}^{-1}(e, v) [-\hat{F}(e, v, \varpi) + v] \\ v_i &= -\beta_i(e, v, \varpi) \operatorname{sat}(s_i / \mu_i) \end{aligned} \quad (\text{eq.B.30})$$

Onde

$$\begin{aligned} \operatorname{sat}(x) &= x \quad \text{se } |x| \leq 1 \\ \operatorname{sat}(x) &= \operatorname{sgn}(x) \quad \text{se } |x| > 1 \end{aligned}$$

μ_i é a espessura da camada limite. A lei de controle definida pela Equação B.30 faz com que as propriedades do controle por modo deslizante ideal sejam perdidas. Com isto, pode haver

um erro estacionário. A forma de diminuir o erro estacionário é aumentar o ganho β_i e/ou diminuir o valor da camada limite μ_i . Uma ou outra solução pode levar a ocorrência de chattering. Uma solução eficiente descrita em (SESHAGIRI; KHALIL, 2005) é usar integradores condicionais, nos quais a integração só ocorre dentro da camada limite. Desta forma o erro permanente tenderá para zero, e a resposta transitória não será prejudicada.

Usando o integrador condicional, as superfícies deslizantes s_i podem ser definidas como:

$$s_i = k_0^i \sigma_i + \sum_{j=1}^{\rho_i-1} k_j^i e_j^i + e_{\rho_i}^i \quad (\text{eq.B.31})$$

onde σ_i é a saída de:

$$\dot{\sigma}_i = -k_0^i \sigma_i + \mu_i \text{sat}\left(\frac{s_i}{\mu_i}\right) \quad (\text{eq.B.32})$$

$k_0^i > 0$, μ_i é uma pequena constante positiva, e

$$\sigma_i(0) \in [-\mu_i/k_0^i, \mu_i/k_0^i]$$

Dentro da camada limite ($|s_i| \leq \mu_i$) a Equação B.32 se reduz a:

$$\dot{\sigma}_i = \sum_{j=1'}^{\rho_i-1} k_j^i e_{j+1}^i + e_{\rho_i}^i \equiv e_a^i \quad (\text{eq.B.33})$$

onde e_a^i é uma combinação linear do erro de rastreamento e_1^i e de suas derivadas até a ordem ρ_i-1 . No equilíbrio $e_a^i = 0$, o valor de e_1^i é zero. Dentro da camada limite ocorrerá a integração condicional e o erro de rastreamento convergirá para zero.

Considerando a hipótese 5, o controle contínuo (Eq.B.30), a integração condicional, e a expressão para a superfície deslizante definida pela (Eq. B.31), pode-se re-escrever a Equação B.26 como:

$$\dot{s}_i = \Delta_i(z, e, \varpi, \sigma, d, \tilde{\omega}) - \gamma_i(z, e + v, d) \beta_i(e, v, \varpi) \text{sat}(s_i / \mu_i) \quad (\text{eq.B.34})$$

onde: $\Delta(\cdot) = \{\Delta_i(\cdot)\} = F(\cdot) - \Gamma(\cdot)\hat{F}(\cdot) + A(\cdot)\delta(\cdot) + \dot{\sigma}_i$.

O ganho β_i apresentado na Equação A.13 é ecolhido com base na hipótese 6.

Hipótese 6:

$$\text{Considere } \max \left| \frac{\Delta_i(\cdot)}{\gamma_i(\cdot)} \right| \leq \vartheta_i(e, v, \varpi) \quad 1 \leq i \leq m \quad (\text{eq.B.35})$$

Para algumas funções conhecidas $\vartheta_i(\cdot)$, com a maximização é feita sobre todo

$$(z, e, \varpi) \in \Psi_c, d \in D_d, v \in \Lambda, \varpi \in \Lambda_0, w \in W$$

O conjunto compacto Ψ_c é definido com funções de Lyapunov e serve como uma estimativa da região de atração. As funções β_i são escolhidas como:

$\beta_i = \vartheta_i + q_i$, onde $q_i > 0$. A partir das Equações B.34 e B.35, tem-se que, dentro do conjunto compacto Ψ_c , $\dot{s}_i s_i \leq -\gamma_0 q_i |s_i|$, quando $|s_i| \geq \mu_i$. Quando a trajetória (dinâmica) estiver fora da camada limite, a trajetória convergirá cada vez mais para esta. Quando a dinâmica estiver dentro da camada limite, a integração condicional ocorrerá e o erro de rastreamento tenderá para zero. A demonstração analítica da estabilidade do sistema em malha fechada é feita em (SESHAGIRI; KHALIL, 2005)

Output Feedback design

Nas situações em que nem todos os estados estiverem disponíveis para retroação, deve ser usada retroação dos sinais de saída e observador dos estados não mensuráveis. Em (SESHAGIRI; KHALIL, 2005) é usado o seguinte observador de alto ganho para se estimar e^i :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{e}}_j^i &= \hat{e}_{j+1}^i + \frac{\alpha_j^i(e_1^i - \hat{e}_1^i)}{(\varepsilon_i)^j}, \quad 1 \leq j \leq \rho_i - 1 \\ \dot{\hat{e}}_{\rho_i}^i &= \frac{\alpha_{\rho_i}^i(e_1^i - \hat{e}_1^i)}{(\varepsilon_i)^{\rho_i}}\end{aligned}\tag{eq.B.36}$$

Onde ε_i é um parâmetro de projeto e as constantes positivas α_j^i são escolhidas de forma que as raízes de $\lambda^{\rho_i} + \alpha_1^i\lambda^{\rho_i-1} + \dots + \alpha_{\rho_i-1}^i\lambda + \alpha_1^i = 0$ tenha todas as raízes com parte real negativa.

Regulador Universal Integrativo

Para sistemas SISO, a lei de controle definida pela Equação A.13 permite grande flexibilidade na escolha dos termos $\hat{F}(.), \beta_i$.

Com o intuito de simplificar o controlador, a lei de controle pode ser definida como:

$$u = -k \cdot \text{sat}\left(\frac{s}{\mu}\right) = -k \cdot \text{sat}\left(\frac{k_0\sigma + k_1e_1 + k_2e_2 + \dots + e_\rho}{\mu}\right)\tag{eq. B.37}$$

Leis de controle definidas de acordo com a Equação B.37 são chamadas de regulador universal integrativo. O único conhecimento da planta requerido é o grau relativo ρ e o sinal do ganho de alta frequência $L_g L_f^{\rho-1} h$. Para sistemas com graus relativos 1 e 2, a estrutura do regulador universal integrativo coincide com controladores PI/PID, seguidos de saturação.

Para sistemas MIMO, o controlador pode ser escrito de forma semelhante com a Equação A.13, mas com $\hat{F}(.) = 0$. Neste caso, tem-se a seguinte lei de controle:

$$\begin{aligned}u &= \hat{A}^{-1}(e, v)[v] \\ v_i &= -\beta_i(e, v, \varpi) \text{sat}(s_i / \mu_i)\end{aligned}\tag{eq.B.38.}$$

Como no item 2.2.1 foi dito que \hat{A} é o valor estimado de A, e como \hat{A} pode ser considerada uma matriz diagonal, pode-se definir a matriz \hat{A} como a matriz identidade, de forma que a lei

de controle u , com dimensão $mx1$ (Equação B.38) seja decomposta em m leis de controle com dimensão $1x1$, cada:

$$u = \{u_i\} = [-\beta_i(e, v, \varpi) \operatorname{sat}(s_i / \mu_i)] \quad (\text{eq.B.39})$$

A lei de controle definida pela Equação B.39 foi aplicada para o controle de altitude, velocidade e ângulo de rolamento dos aviões NFLS e NFNS, e os resultados obtidos foram bastante satisfatórios, como foi apresentado no capítulo 8.

Apêndice C: Integrador α -generalizado (Newmark) modificado

O método de integração α -generalizado é apresentado em (CHUNG; HULBERT, 1993), (CHUNG; HULBERT, 1995), (HILBER; HUGHES; TAYLOR, 1977), (JANSEN; WHITING; HILBERT, 2000), (SHEARER, 2006), (SHEARER; CESNIK, 2006). Este método tem sido usado para a resolução de equações lineares de movimento de estruturas flexíveis. Quando se é usado método de elementos finitos para fazer a discretização da estrutura considerada, a resolução espacial dos modos de alta freqüência não é satisfatória. Algoritmos numéricos são usados para se eliminar estes modos numéricos com alta freqüência que surgem na discretização usada (CHUNG; HULBERT, 1993). O algoritmo de dissipação dos modos de alta freqüência não pode afetar os modos de baixa freqüência. O método de integração α -generalizado foi desenvolvido com este fim. Contudo, como foi dito acima, o método α -generalizado é usado para se resolver equações lineares. Para se resolver equações diferenciais não lineares, é feita uma modificação no método. Este método de integração modificado é chamado de método de Newmark modificado (SHEARER, 2006) ou de α -generalizado modificado. Em cada passo de tempo, é usado o método de predição-correção (SHEARER, 2006). Com base no método α -generalizado e com os valores das variáveis no instante n , são previstos os valores das variáveis no instante $n+1$. Esta é a “fase de predição”. Então os valores previstos são usados nas equações diferenciais e todos os termos são postos no mesmo lado da equação. Logicamente, se todos os valores estão corretos, o valor obtido deve ser zero. Se o residual não é zero, são calculadas variações nas variáveis, de forma a zerar o residual. Esta é a “fase de correção”. Durante a fase de correção é usado o método de Newton-Raphson para a obtenção dos valores dos estados que tornam o residual nulo. As variáveis finais obtidas no instante $n+1$ são as variáveis iniciais para o próximo instante de tempo.

PREDIÇÃO

O método de Newmark modificado foi desenvolvido para resolver equações diferenciais não lineares. Usando um passo discreto de tempo , n, a velocidade e os deslocamentos podem ser obtidos com as Equações C.1:

$$\begin{aligned} d_{n+1} &= d_n + \Delta t v_n + \Delta t^2 \left(\left(\frac{1}{2} - \beta_2 \right) a_n \right) \\ v_{n+1} &= v_n + \Delta t ((1 - \gamma_2) a_n) \\ a_{n+1} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{eq.C.1})$$

Os parâmetros β_2 e γ_2 são usados para amortecer os modos obtidos numericamente, com alta freqüência, que não são importantes. O índice 2 é usado para mostrar que estes parâmetros são suavizados para equações diferenciais de segunda ordem. De acordo com (SHEARER, 2006), estes parâmetros são calculados com as Equações C.2:

$$\begin{aligned} \beta_2 &= \frac{1}{4} (1 - \alpha_{m2} + \alpha_{f2})^2 \\ \gamma_2 &= \frac{1}{2} - \alpha_{m2} + \alpha_{f2} \end{aligned} \quad (\text{eq.C.2})$$

onde:

$$\alpha_{f2} = \frac{\rho_{\infty 2}}{\rho_{\infty 2} + 1}$$

$$\alpha_{m2} = \frac{2 \cdot \rho_{\infty 2} - 1}{\rho_{\infty 2} + 1}$$

O parâmetro $\rho_{\infty 2}$ é usado para controlar a dissipação numérica acima da freqüência normalizada $\Delta t/T$ e T é o período associado com a mais alta freqüência de interesse. $0 \leq \rho_{\infty 2} \leq 1$.

De forma similar, o metodo aoa-generalizado foi desenvolvido para se resolver equações diferenciais de primeira ordem (JANSEN; WHITING; HULBERT, 2000), (SHEARER, 2006):

$$\dot{x} = ax \quad (\text{eq.C.3})$$

As variáveis no instante $n+1$ podem ser previstas com as Equações C.4:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{n+1} &= x_n + \Delta t(1 - \gamma_1) \dot{x}_n \\ \dot{x}_{n+1} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{eq.C.4})$$

$$\text{onde: } \gamma_1 = \frac{1}{2} + \alpha_{m1} - \alpha_{f1}$$

Os parâmetros α_{f1}, α_{m1} são função do raio spectral $\rho_{\infty 1}$:

$$\alpha_{f1} = \frac{1}{\rho_{\infty 1} + 1} \quad (\text{eq.C.5})$$

$$\alpha_{m1} = \frac{1}{2} \left(\frac{3 - \rho_{\infty 1}}{1 + \rho_{\infty 1}} \right)$$

CORREÇÃO

As predições calculadas nas Equações C.1, C.4 não são os valores reais esperados, uma vez que se está considerando sistemas não lineares. Para verificar isso, devem ser calculados.

Considere uma equação diferencial da forma:

$$\dot{x} = f(x) \quad (\text{eq.C.6})$$

O residual é a diferença entre os termos do lado esquerdo e direito:

$$\text{residual} = \dot{x} - f(x) \quad (\text{eq.C.7})$$

Este termo deve ser sempre zero. Substituindo os valores previstos nas Equações C.1, C.4 na Equação C.7, é esperado que, o residual não seja zero. Neste caso, devem ser calculadas variações no vetor x de forma a tornar o residual igual a zero. Para isto, algumas iterações são necessárias. A Equação C.8 apresenta o valor do residual na sub-iteração $k+1$ (no instante de tempo $n+1$) em função do residual na sub-iteração k e da variação no vetor x entre as sub-iterações k e $k+1$:

$$r_{n+1}^{k+1} = r_{n+1}^k + \left[\frac{\partial r}{\partial x} \right]_{n+1}^k (x_{n+1}^{k+1} - x_{n+1}^k) \quad (\text{eq.C.8})$$

onde :

r_{n+1}^{k+1} é o residual da iteração $k+1$, no instante $n+1$;

r_{n+1}^k é o residual da iteração k , no instante $n+1$;

x_{n+1}^{k+1} é o vetor de estados na iteração $k+1$, no instante $n+1$;

x_{n+1}^k é o vetor de estados na iteração k , no instante $n+1$;

$\left[\frac{\partial r}{\partial x} \right]_{n+1}^k$ é a matriz tangente na iteração $k+1$ no instante de tempo $n+1$. Esta matriz mostra

como o residual sofre variações com o vetor de estados x .

A Equação C.8 é obtida com expansão em série de Taylor. É desejado obter residual nulo.

Usando a mesma Equação C.8, é calculado o vetor x_{n+1}^{k+1} que torna o residual zero.

Considerando $r_{n+1}^{k+1}=0$, e $S_{n+1}^k = \left[\frac{\partial r}{\partial x} \right]_{n+1}^k$, é obtida a Equação B.9:

$$\Delta x_{n+1}^k = (x_{n+1}^{k+1} - x_{n+1}^k) = [S_{n+1}^k]^{-1} r_{n+1}^k \quad (\text{eq.C.9})$$

Se lembarmos que termos de ordem mais alta foram desconsiderados na Equação C.8, pode-se esperar que o residual poderá não ir imediatamente para zero na primeira iteração. Então

serão necessárias algumas iterações para o residual ir para zero, ou tão pequeno quanto desejado. Neste trabalho foi considerado um residual máximo permitido de 10^{-3} .

Os valores dos estados e suas derivadas após a fase de correção são calculados com as

Equações C.10 e C.11:

Para as equações diferenciais de segunda ordem:

$$\begin{aligned} x_{n+1}^{k+1} &= x_{n+1}^k + \Delta x_{n+1}^k \\ \dot{x}_{n+1}^{k+1} &= \dot{x}_{n+1}^k + \left(\frac{\gamma_2}{\beta_2 \Delta t} \right) \Delta x_{n+1}^k \\ \ddot{x}_{n+1}^{k+1} &= \ddot{x}_{n+1}^k + \left(\frac{1}{\beta_2 \Delta t^2} \right) \Delta x_{n+1}^k \end{aligned} \quad (\text{eq.C.10})$$

Para as equações diferenciais de primeira ordem:

$$\begin{aligned} x_{n+1}^{k+1} &= x_{n+1}^k + \Delta x_{n+1}^k \\ \dot{x}_{n+1}^{k+1} &= \dot{x}_{n+1}^k + \left(\frac{1}{\gamma_1 \Delta t} \right) \Delta x_{n+1}^k \end{aligned} \quad (\text{eq.C.11})$$

Depois de k iterações, é obtido o “residual zero”. Então, é obtido os valores corretos do vetor de estados no instante n+1. E o processo se repete de novo para o próximo instante de tempo.

Durante a integração numérica, há alguns parâmetros que devem ser setados:

O passo de tempo Δt e os raios espectrais $\rho_{\infty 2}$, $\rho_{\infty 1}$. As propriedades de estabilidade e convergência numérica são função destes parâmetros.

Nas simulações apresentadas no capítulo 7, foram usados os seguintes valores:

$$\Delta t = 0,01s$$

$$\rho_{\infty 1} = 0,95$$

$$\rho_{\infty 2} = 0,95$$

Para se determinar a matriz tangente foi feita derivação analítica dos resíduos com relação aos estados. Em (SHEARER, 2006) é apresentada uma forma de se calcular a matriz tangente. É

muito importante a definição da matriz tangente porque a dinâmica do sistema está contida na matriz tangente.

As Figuras C1.a até C1.k apresentam a comparação das simulações de um doublet de 5 graus no profundo, aileron e leme, no avião NFNS com o integrador descrito neste apêndice e com o integrador implícito ode15i do matlab. As curvas vermelhas correspondem aos resultados obtidos com o integrador ode15i e as curvas azuis correspondem aos resultados obtidos com o integrador α -generalizado modificado. Pode-se notar que todos os estados são coincidentes nos gráficos. Este resultado foi considerado como uma validação do integrador nas simulações apresentadas no capítulo 7.

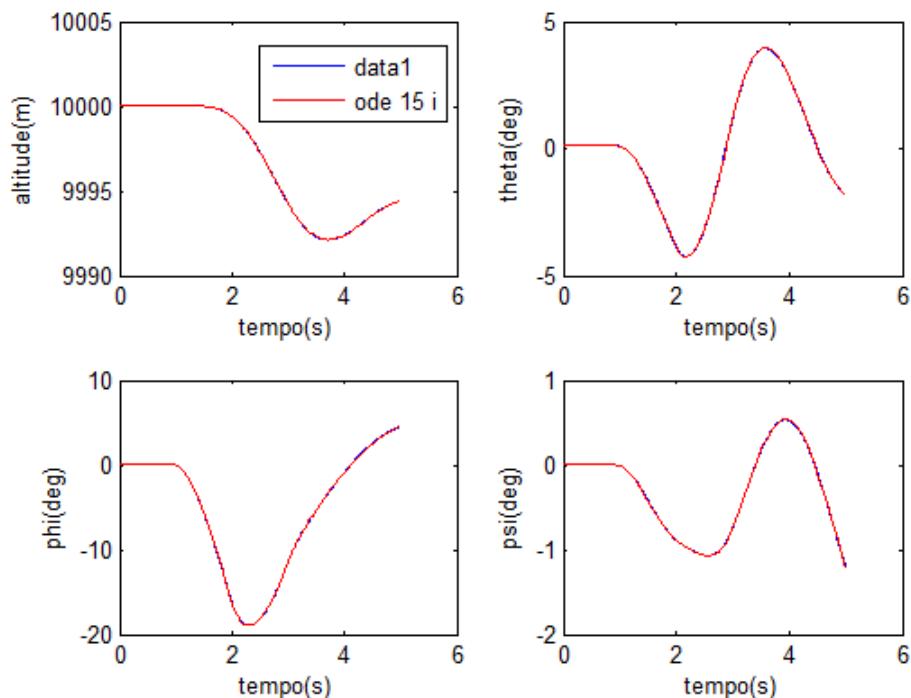


Figura C.1a- Validação do integrador α -generalizado modificado

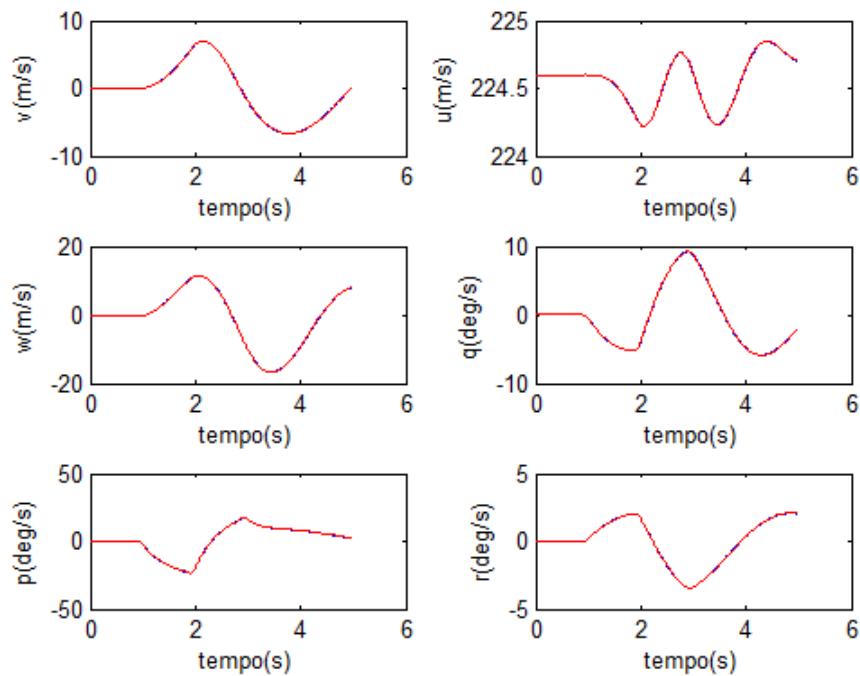


Figura C.1b) Validação do integrador α -generalizado modificado

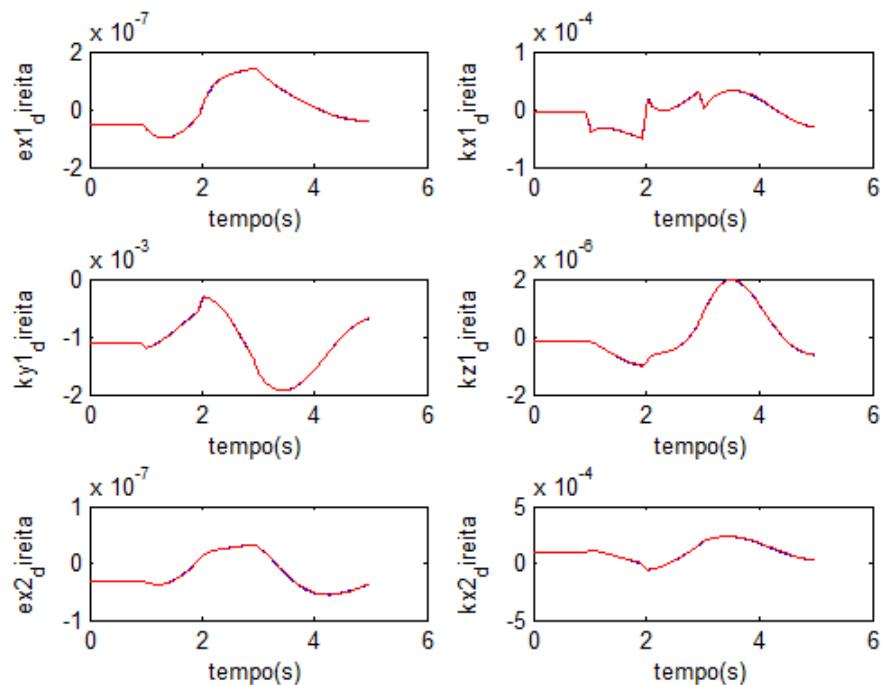


Figura C.1c) Validação do integrador α -generalizado modificado

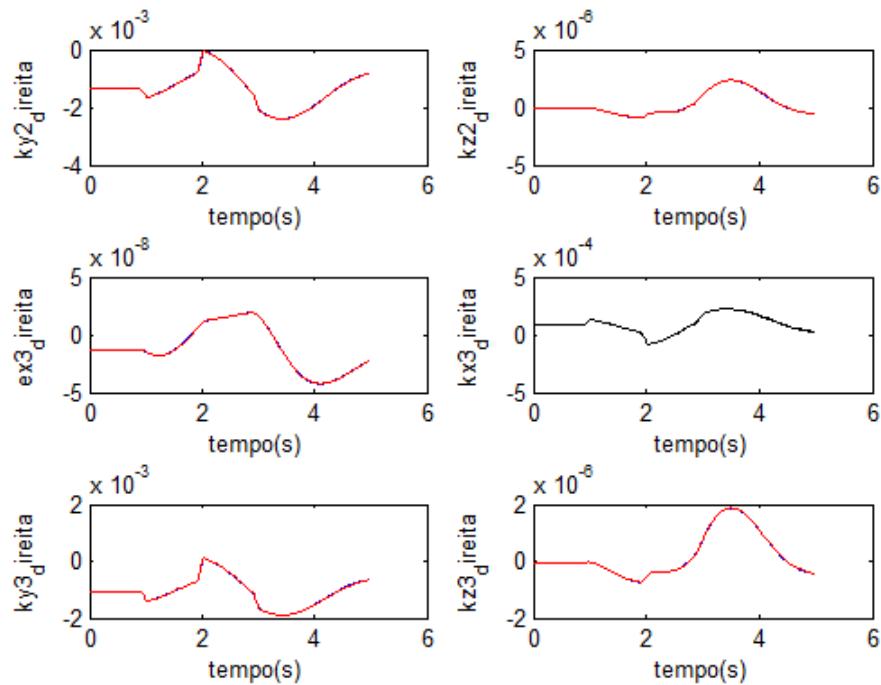


Figura C.1d) Validação do integrador α -generalizado modificado

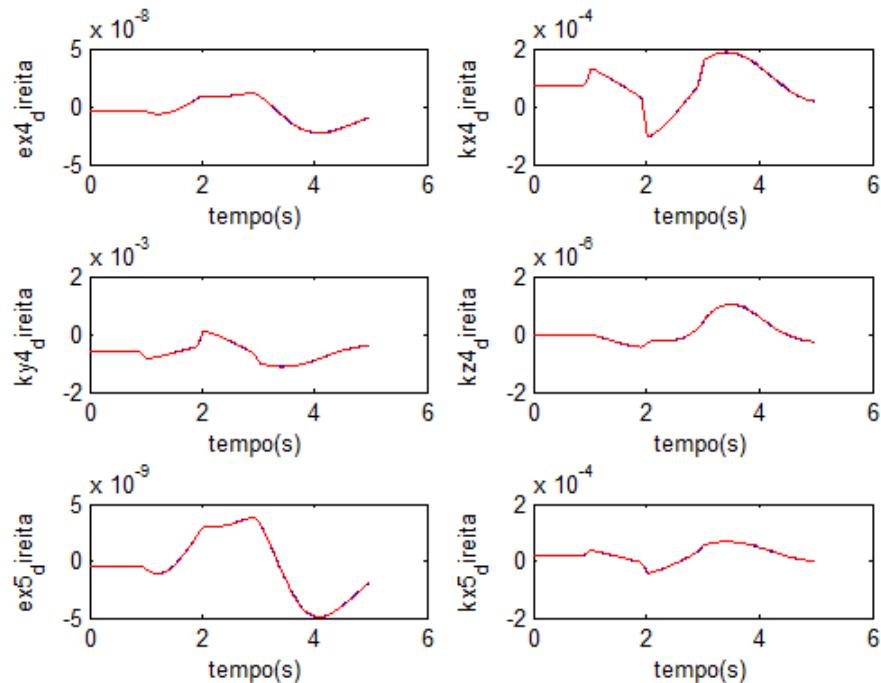


Figura C.1e) Validação do integrador α -generalizado modificado

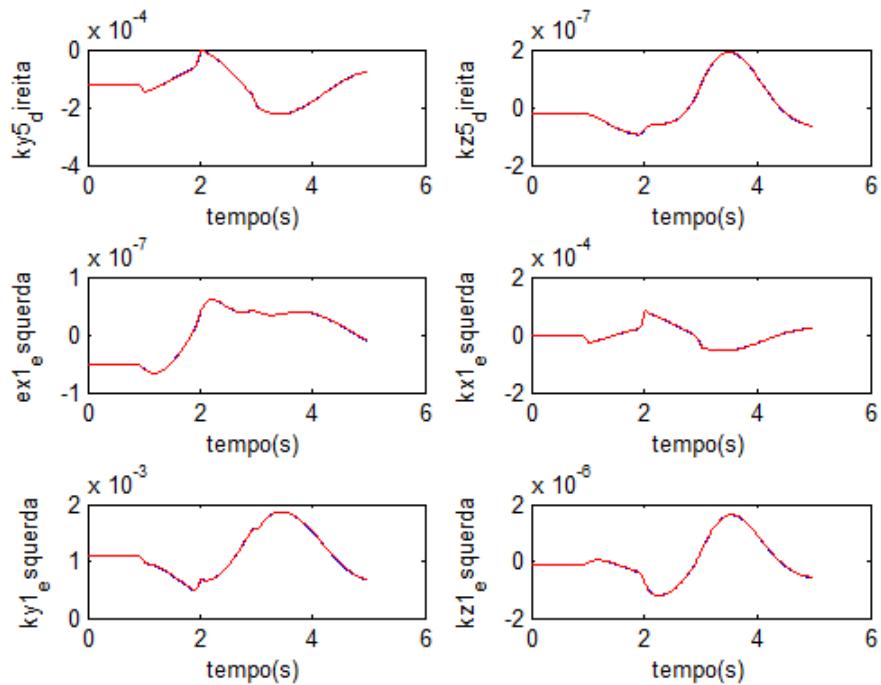


Figura C.1f) Validação do integrador α -generalizado modificado

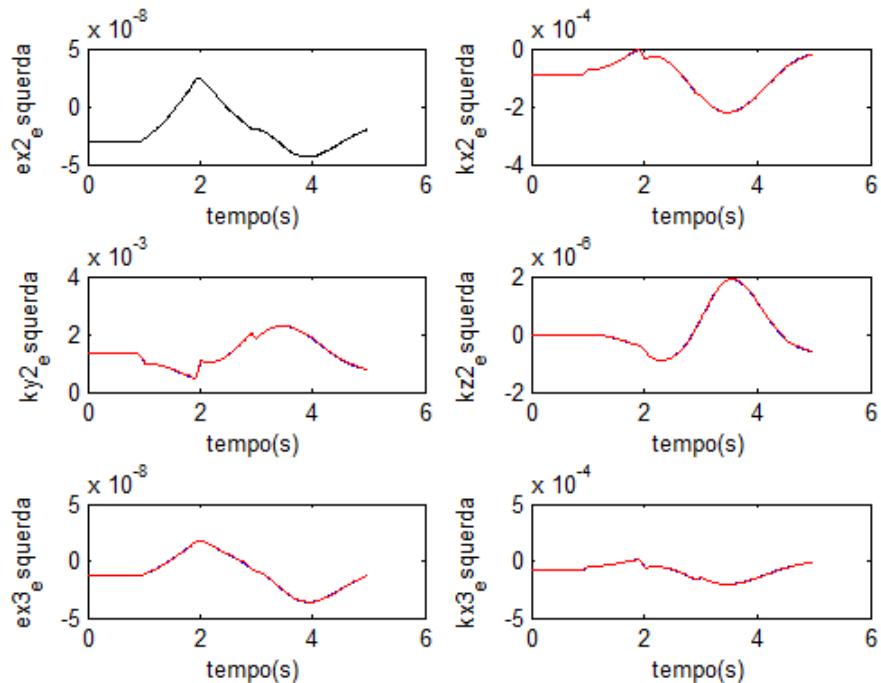


Figura C.1g) Validação do integrador α -generalizado modificado

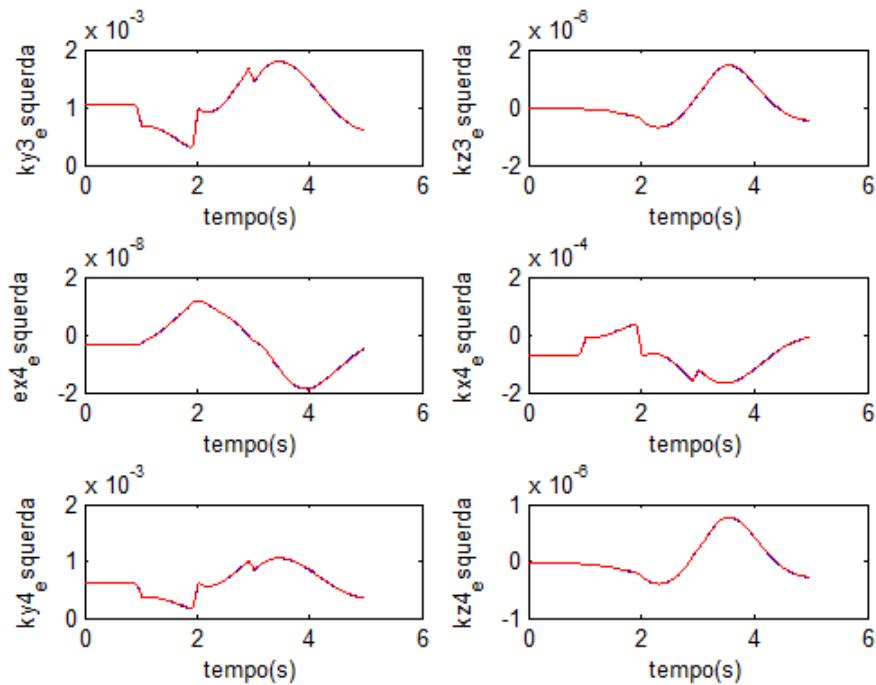


Figura C.1h) Validação do integrador α -generalizado modificado

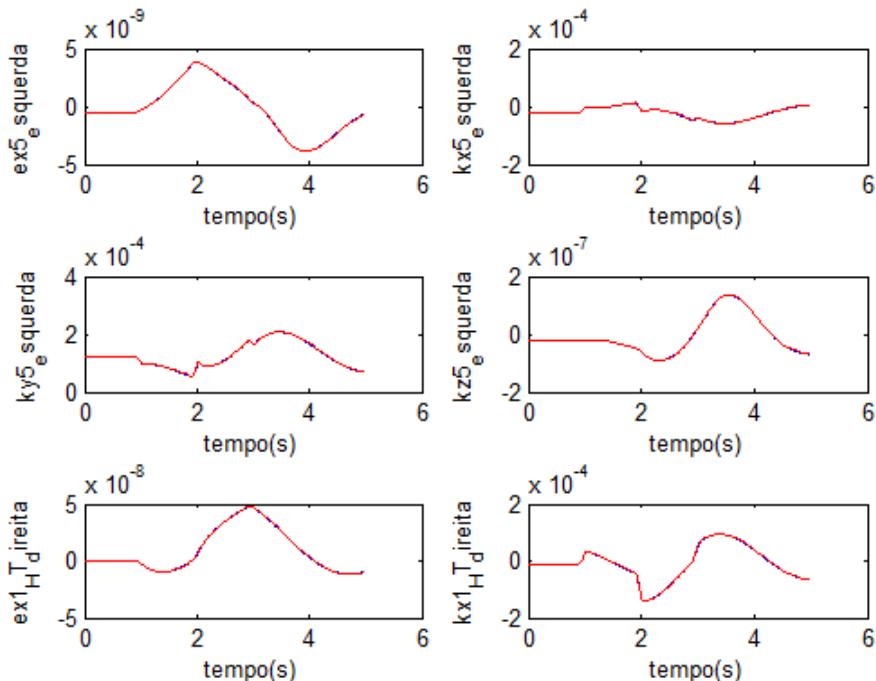


Figura C.1i) Validação do integrador α -generalizado modificado

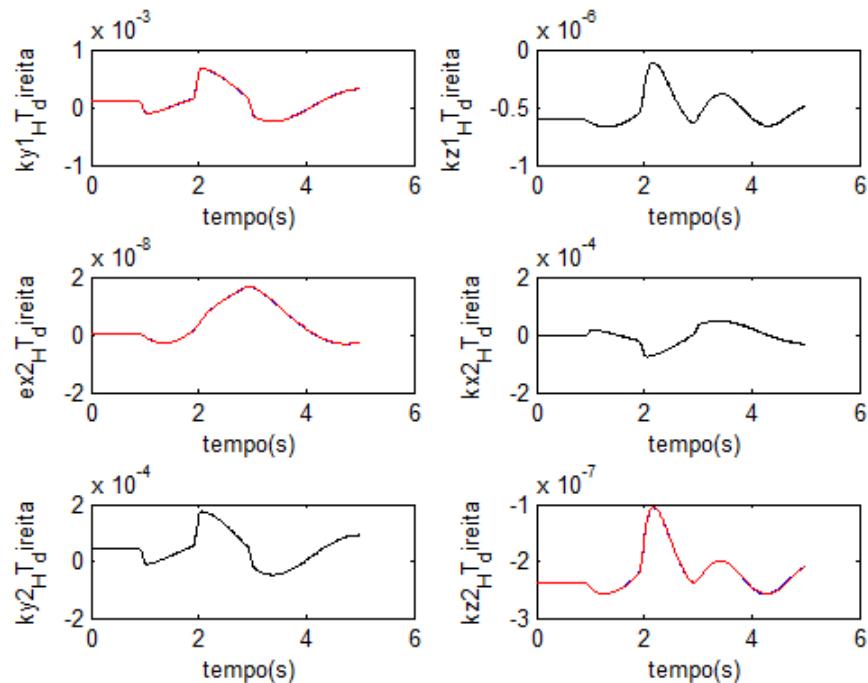


Figura C.1j) Validação do integrador α -generalizado modificado

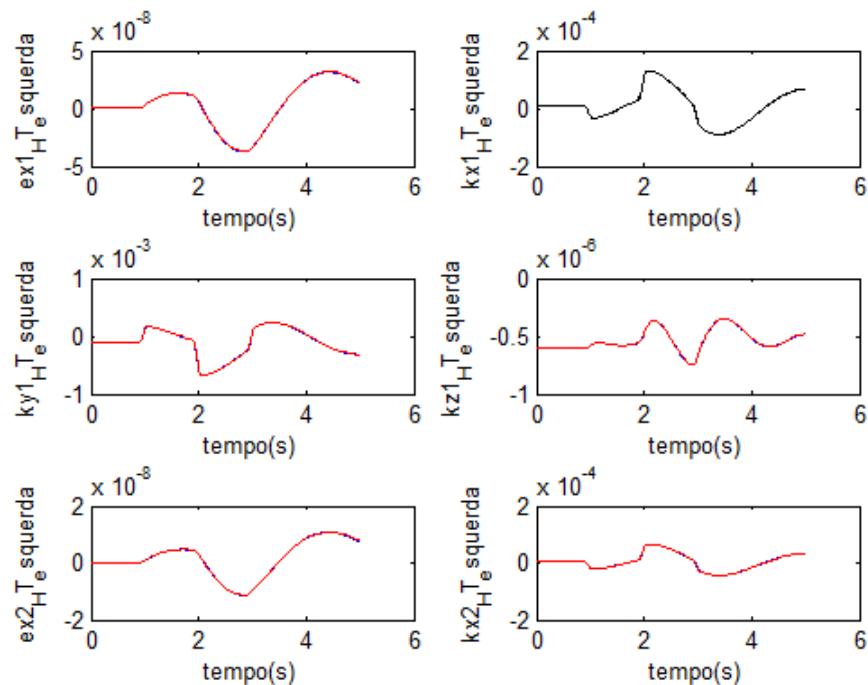


Figura C.1k) Validação do integrador α -generalizado modificado

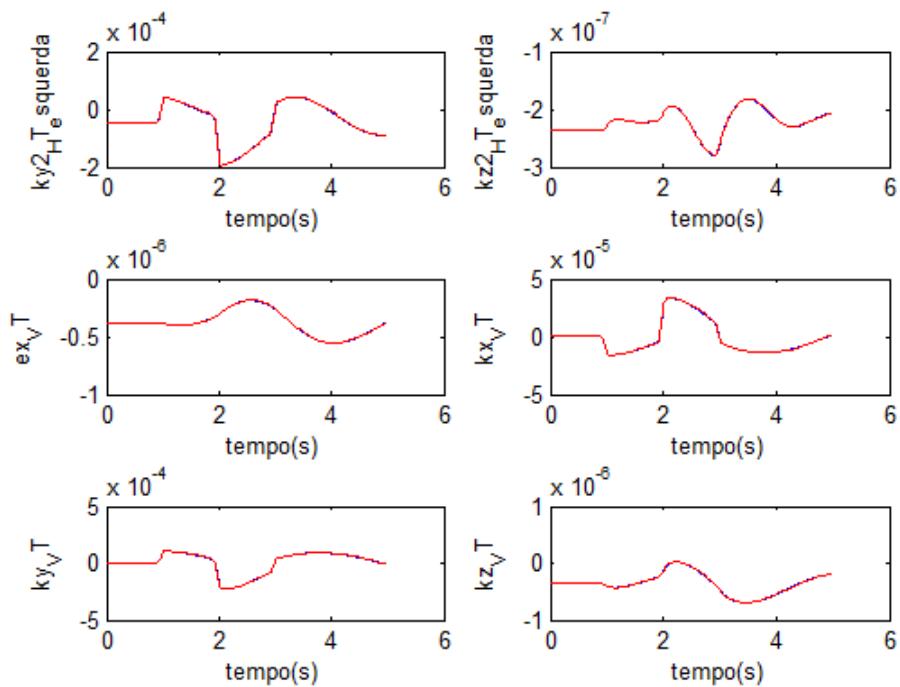


Figura C.1l) Validação do integrador α -generalizado modificado

Apêndice D – Simulações adicionais

Neste anexo são apresentadas simulações adicionais, com o intuito de reforçar as conclusões tiradas com os resultados dos capítulos 7 e 8. Aqui são mostradas as respostas dos aviões NFNS flexível e muito flexível à rajadas e a resposta dos mesmos aviões à tesoura de vento.

Resposta a rajadas

Este item mostra simulações similares às apresentadas nas Figuras 7.21 a 7.24. O modelo de rajada usado é definido pela Equação D.1, muito similar à Equação 7.3, mas sem a condição $x_g = 0$ quando $x_g > L_g$.

$$w_g(x_g) = \frac{w_{g0}}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi x_g}{L_g}\right)\right) \quad (\text{Eq.D.1})$$

O resultado foi a ocorrência de não apenas uma rajada como a mostrada na Figura 7.19, mas várias rajadas consecutivas, com perfil cosseinalodal. Os gráficos do Anexo D foram apresentados para enfatizar mais o efeito da flexibilidade estrutural na resposta a rajadas. A flexibilidade estrutural altera muito a resposta látero-direcional do avião a rajadas, enquanto que a resposta longitudinal é pouco afetada.

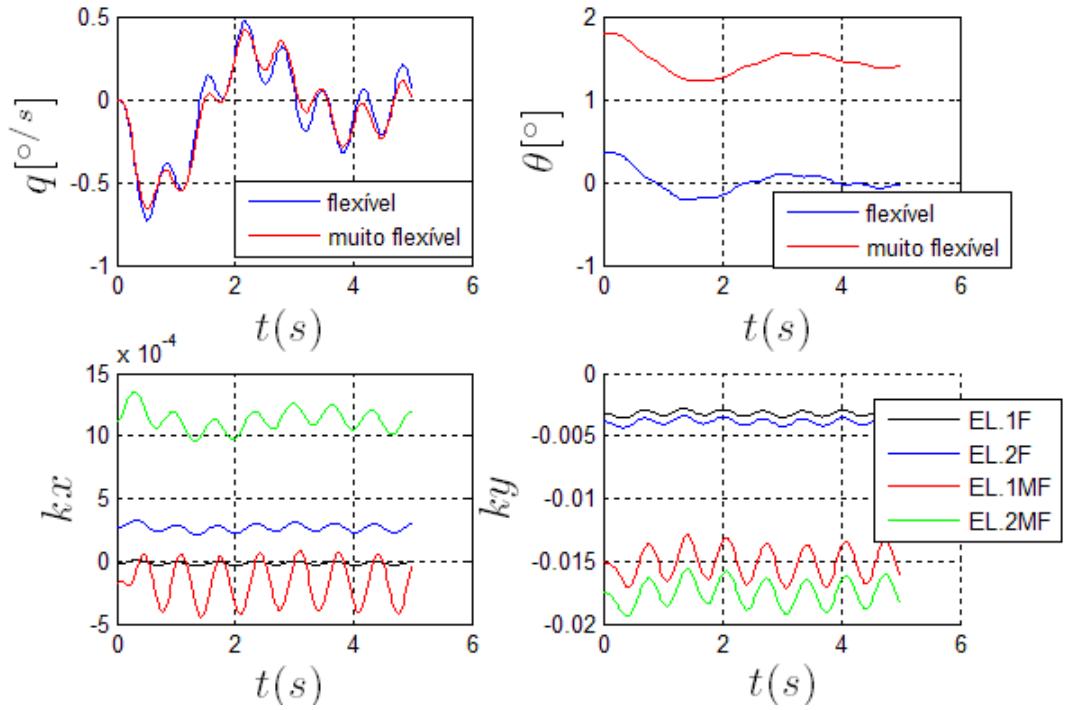


Figura D.1 – Resposta de q , θ , k_x e k_y a rajada com $L_g = 150$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s

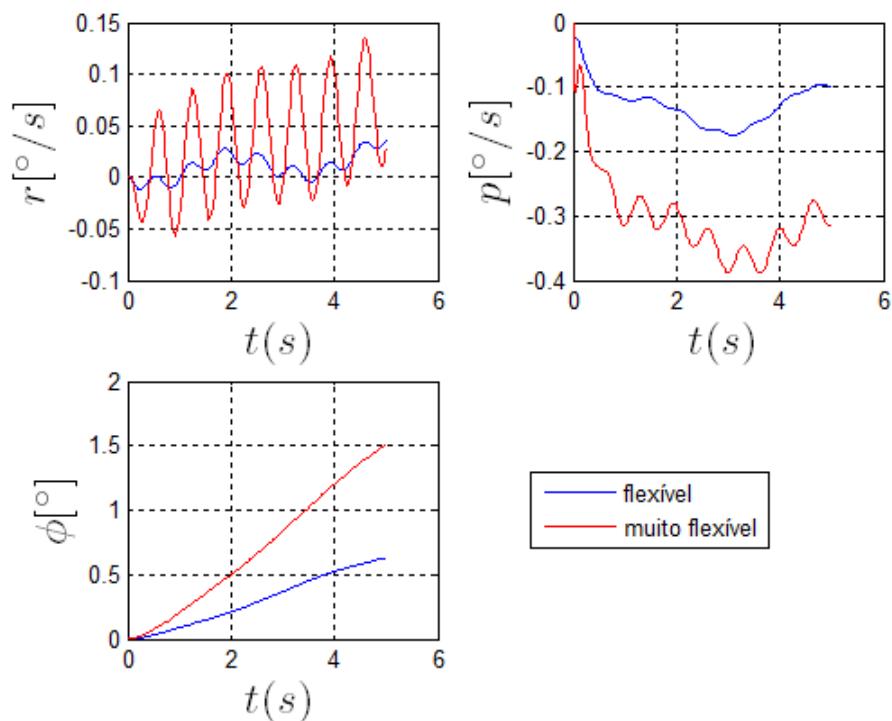


Figura D.2 – Resposta de p , r , e ϕ a rajada com $L_g = 150$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s

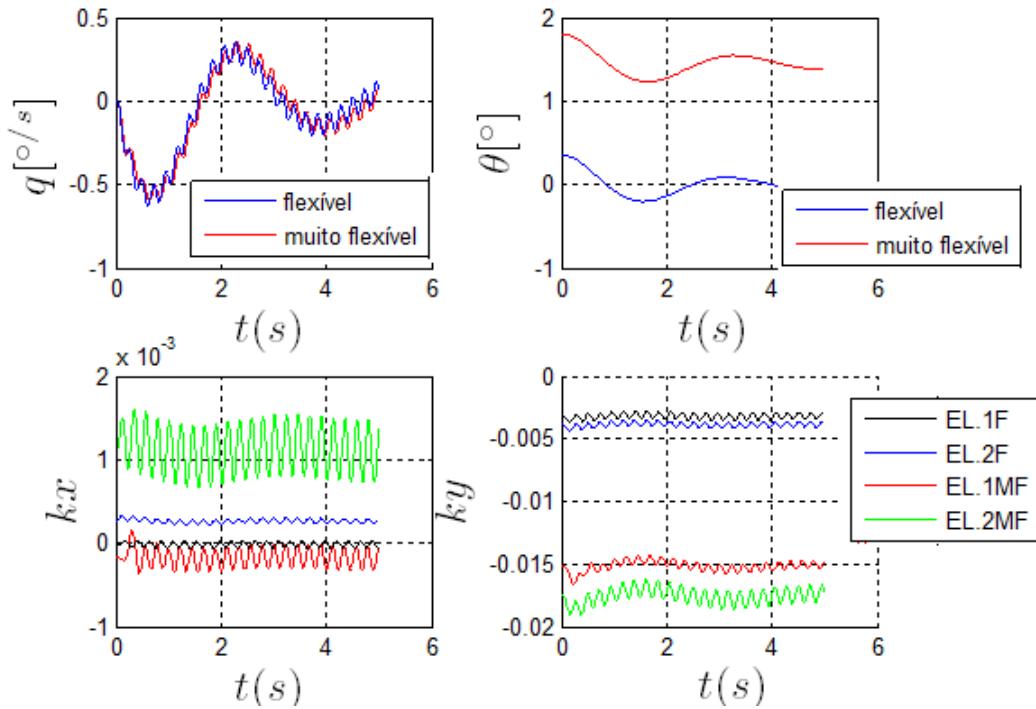


Figura D.3 – Resposta de q , θ , kx e ky a rajada com $L_g = 50$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s

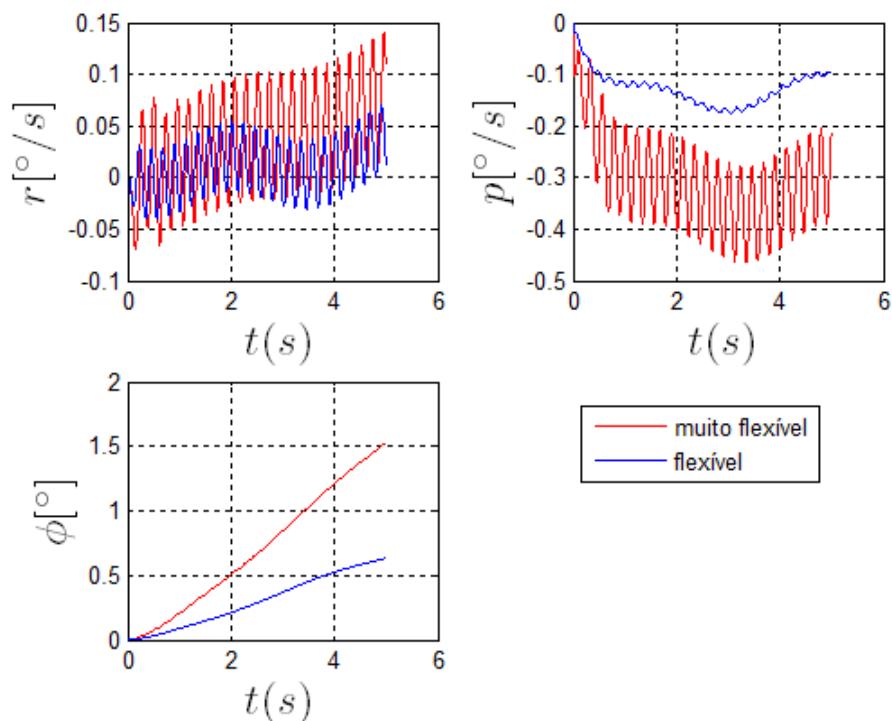


Figura D.4 – Resposta de p , r , e ϕ a rajada com $L_g = 50$ m e $w_{g0} = 3,0$ m/s

Resposta àtesoura de vento

Nas simulações da resposta do avião à tesoura de vento apresentadas nas Figuras 8.4 a 8.16, a condição inicial do avião foi definida pela velocidade de 224,6 m/s e altitude de 10000 m. As simulações foram feitas para este ponto do envelope de vôo porque o modelo aerodinâmico implementado em (DA SILVA, 2012) e aqui, foi definido para este ponto. Entretanto, sabe-se que tesoura de vento ocorre em baixas altitudes (WIKIPEDIA, 2008b). Com o intuito de simular uma tesoura de vento em uma altitude na qual esta possa ocorrer de fato, e de demonstrar mais uma vez o conceito da robustez da lei de controle projetada com a técnica do regulador integrativo universal, foram feitas simulações da resposta do avião à tesoura de vento, com e sem atuação do controlador em uma altitude de 500 m e velocidade de 125,0m/s. A lei de controle e os ganhos usados foram exatamente as mesmas definidas no capítulo 8,0.

As Figuras D.5a, D.5b ,D.6a, D.6b, D.7a, D.7b mostram os gráficos da velocidade V, altitude H, taxa de arfagem q, deflexão do profundor δp , comando de tração no motor π , ângulo de atitude θ , deflexão de aileron δa , deflexão de leme δl , ângulo de rolamento ϕ e taxa de guinada r. As curvas vermelhas mostram os estados desejados (des.) e as curvas azuis mostram os valores reais obtidos durante as simulações (real).

As Figura D.5a, D.5b mostram a resposta do avião NFNS flexível à tesoura de vento, sem atuação do controlador. Pode-se notar um sgnificativo desvio na velocidade, altitude, ângulo de rolamento enquanto o avião passa pela tesoura de vento, e também dutch-roll devido a perturbação causada pela tesoura de vento.

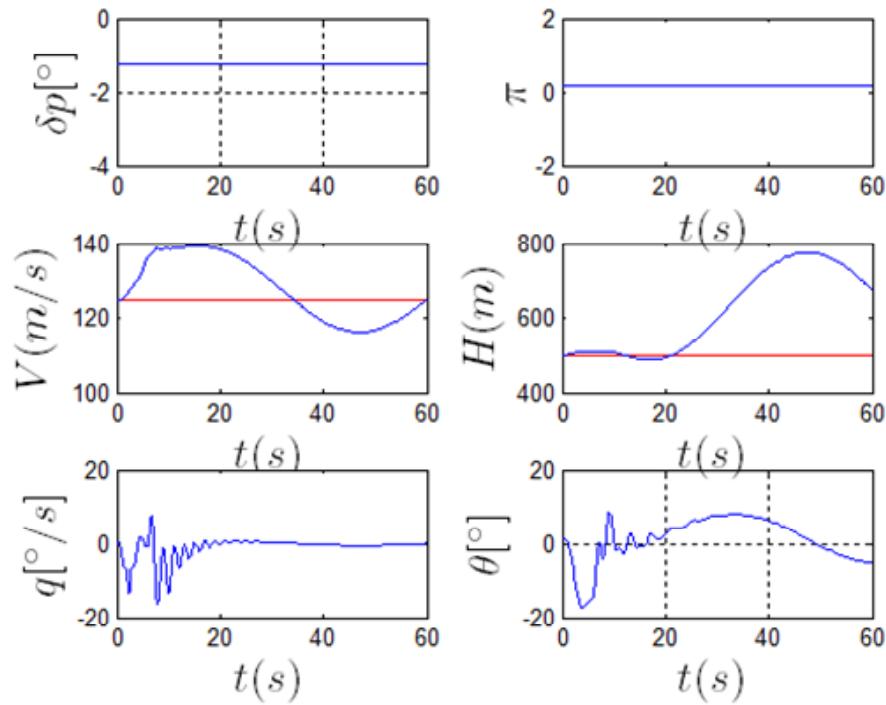


Figura D.5a – Resposta do avião NFNS flexível a tesoura de vento, $H = 500\text{m}$, $V=125,0\text{m/s}$, sem controlador

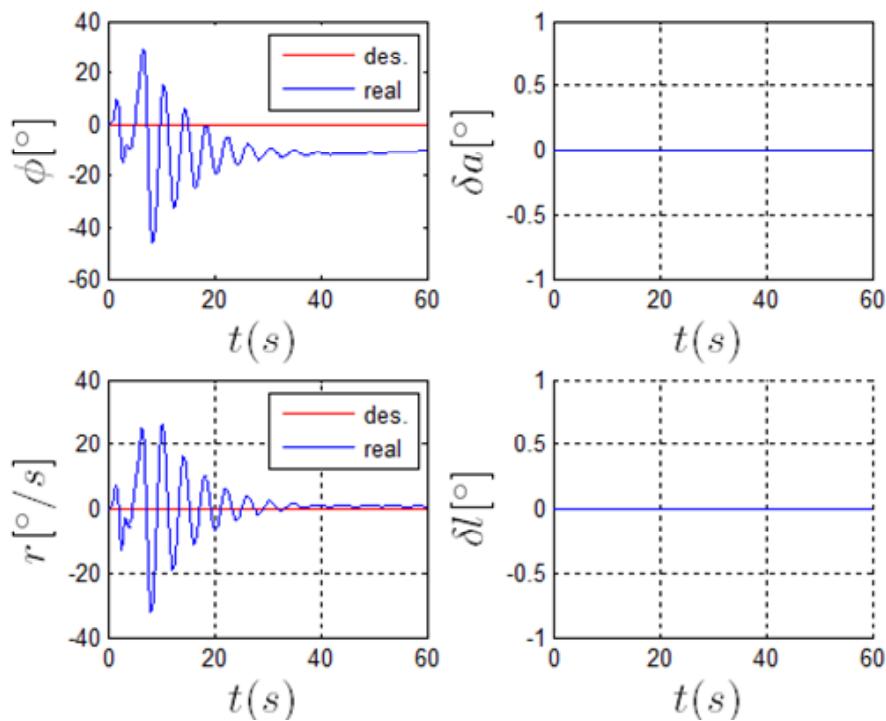


Figura D.5b – Resposta do avião NFNS flexível a tesoura de vento, $H = 500\text{m}$, $V=125,0\text{m/s}$, sem controlador

As Figuras D.6a, e D.6b mostram a resposta do avião NFNS flexível à tesoura de vento. Nestas simulações ocorre a atuação do controlador. Nota-se uma atuação satisfatória deste. A velocidade V voltou a seu valor inicial em pouco mais de 20 s, e apresentou variação máxima de 10m/s, a altitude H voltou a seu valor inicial em 60s, o ângulo de rolamento ϕ e a taxa de guinada r voltaram a seus valores iniciais em 10s, e apresentaram amplitudes menores do que 4deg e 5deg/s, respectivamente. Não foi notada oscilações **permanentes** dos controladores. Em resumo, a lei de controle projetada para uma condição inicial de vôo com velocidade de 224,6m/s e altitude de 10000m também funciona bem para a velocidade de 125,0m/s e altitude de 500 m. Esta é uma prova adicional da robustez das leis de controle projetadas.

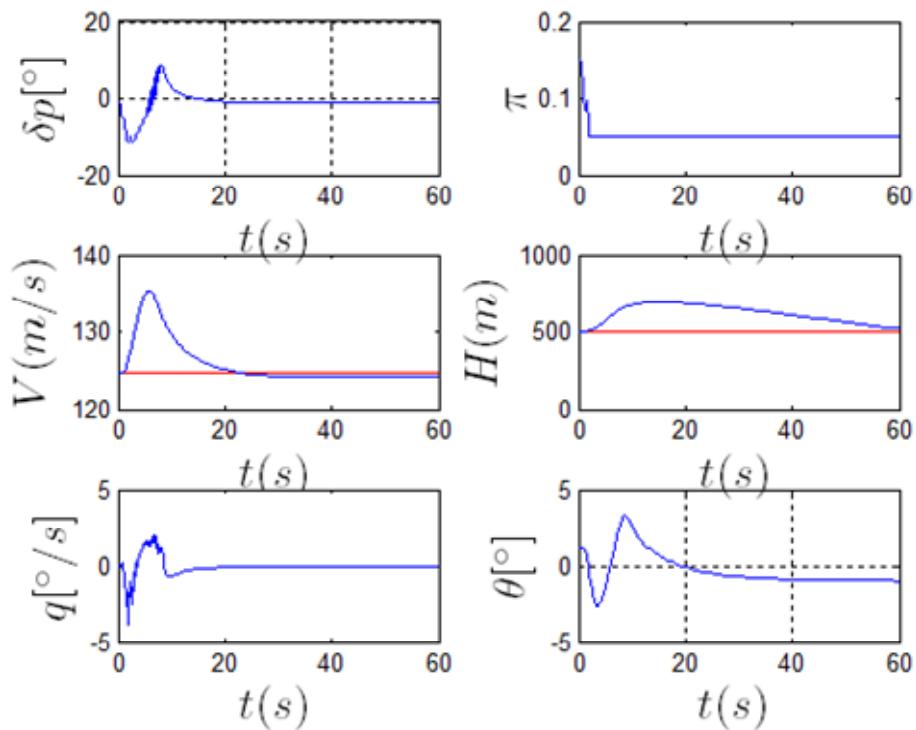


Figura D.6a – Resposta do avião NFNS flexível a tesoura de vento, $H= 500m$, $V=125,0m/s$, com controlador

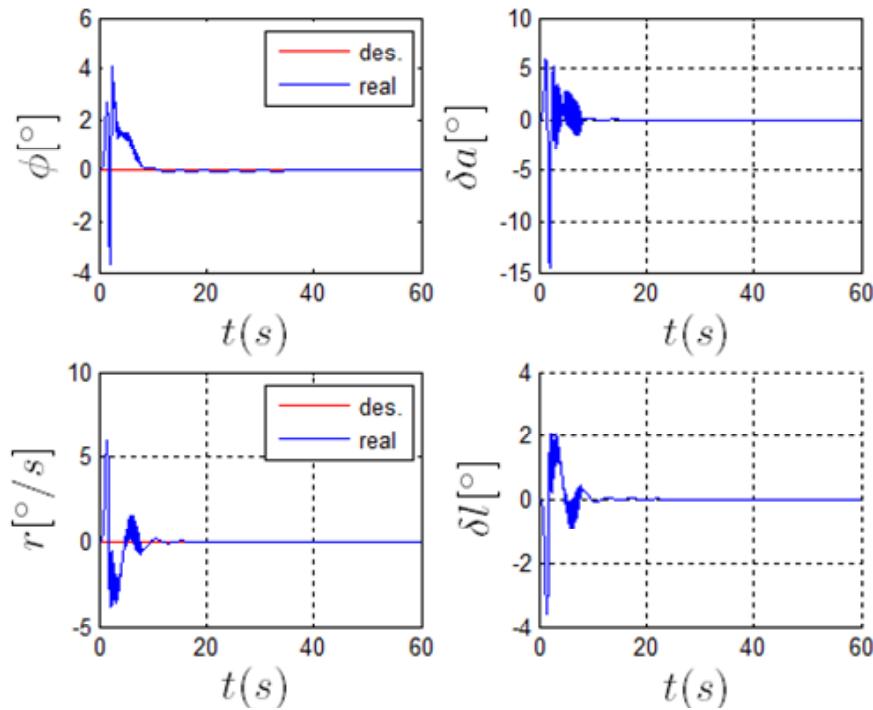


Figura D.6b – Resposta do avião NFNS flexível a tesoura de vento, H= 500m, V=125,0m/s, com controlador

As Figuras D.7a e D.7b mostram exatamente a mesma simulação das Figuras D.6a, D.6b, mas desta vez feitas no avião NFNS muito flexível, definido no capítulo 7.0. Houve também um rastreamento muito satisfatório das velocidade, altitude, ângulo de rolamento e taxa de guinada desejadas. A velocidade, altitude, ângulo de rolamento e taxa de guinada voltaram a seus valores iniciais em, 22s, 60s, 20s, 20s, respectivamente. E as variações máximas destes estados foram de 15m/s, 200m, 8 deg, 5deg/s, respectivamente. O tempo de alcance dos estados desejados foi maior e amplitude das variações também. Apesar disso, foram alcançados os valores finais desejados e uma vez alcançados, não se verifica a atuação permanente das superfícies de controle, como foi verificado nas simulações do avião NFNS muito flexível em alta altitude e alta velocidade.

Estes resultados comprovam o fato de não ocorrerem aquelas oscilações permanentes do profundo e aileron quando o avião estava em alta altitude e alta velocidade. Em pontos com velocidade e altitude mais altas, a pressão dinâmica é diferente da pressão dinâmica em

baixa altitude e velocidade, e este fato mostra, o efeito da condição de vôo na dinâmica estrutural, e o efeito desta, por sua vez na dinâmica e controle de vôo. Este é um tema de pesquisa, mas, pretende-se concluir que a comparação das Figuras D.7a D.7b com as Figuras 8.13 e 8.15 mostra o acoplamento da dinâmica de vôo, dinâmica estrutural e leis de controle de vôo, e também a robustez da lei de controle, que foi capaz de compensar efeitos da flexibilidade estrutural e do diferente ponto do envelope de vôo.

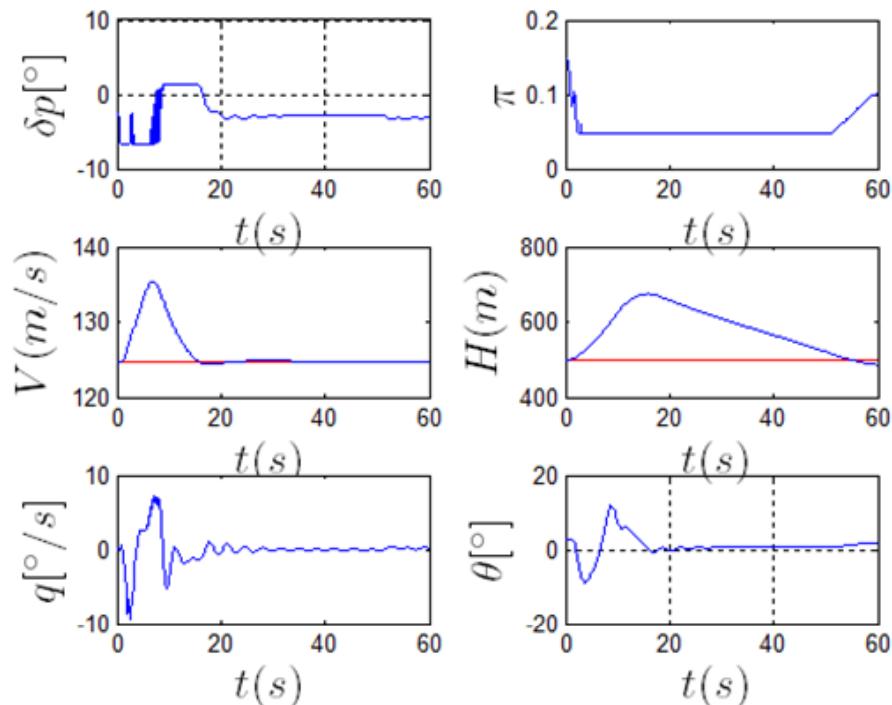


Figura D.7a – Resposta do avião NFNS muito flexível a tesoura de vento, $H= 500m$, $V=125,0m/s$, com controlador

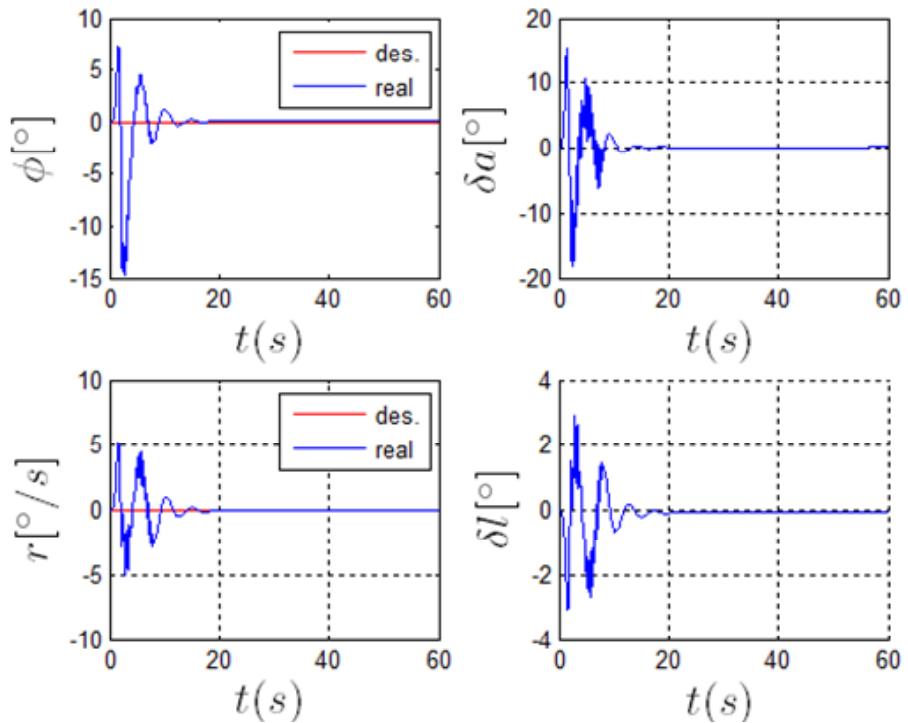


Figura D.7b – Resposta do avião NFNS muito flexível a tesoura de vento, H= 500m, V=125,0m/s, com controlador

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO				
1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO TD	2. DATA 09 de maio de 2013	3. REGISTRO N° DCTA/ITA/TD-011/2013	4. N° DE PÁGINAS 389	
5. TÍTULO E SUBTÍTULO: Modelagem, simulação e controle não-linear de aeronaves muito flexíveis.				
6. AUTOR(ES): Marcelo Santiago de Sousa				
7. INSTITUIÇÃO(ÓES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÓES) Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA				
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: 1. Aviões Flexíveis. 2. Controle de voo. 3. Simulação de voo. 4. Controle não linear. 5. Regulador integrativo universal				
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Estruturas de aeronaves; Corpos flexíveis; Controle de voo; Simulação de voo; Sistemas não-lineares; Modelagem (processo); Reguladores; Engenharia aeronáutica.				
10. APRESENTAÇÃO: (X) Nacional () Internacional				
ITA, São José dos Campos. Curso de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica. Área de Mecânica e Controle de Voo. Orientador: Pedro Paglione; co-orientador: Roberto Gil Annes da Silva. Defesa em 25/03/2013. Publicada em 2013.				
11. RESUMO: Esta tese trata da modelagem, simulação e controle de voo de aviões muito flexíveis. A metodologia de modelagem usada foi NFNS (<i>Non Linear Flight Dynamics – Non Linear Structural Dynamics</i>). A metodologia NFNS foi usada para implementar o modelo de um avião, que havia sido previamente implementado com a metodologia NFLS (<i>Non Linear Flight Dynamics – Linear Structural Dynamics</i>). Foi realizada uma comparação entre as metodologias NFLS e NFNS com base em resultados de simulações feitas, e com base nas próprias considerações tecidas durante a modelagem. Foram notadas diferenças entre as duas metodologias, particularmente com relação a modelagem aerodinâmica. As causas encontradas para estas diferenças indicam algumas melhorias necessárias na formulação aerodinâmica na metodologia NFNS. Os efeitos de uma grande flexibilidade estrutural na dinâmica de vôo foram verificados, analisados, e explicações físicas para estes efeitos são propostas. Por fim, leis de controle não linear com a técnica do regulador integrativo universal são implementadas. Os resultados obtidos demonstram a eficácia e robustez das leis de controle projetadas.				
12. GRAU DE SIGILO: (X) OSTENSIVO () RESERVADO () CONFIDENCIAL () SECRETO				