Benchmarking de solveurs d'optimisation pour des problèmes d'optimisation topologique 3D

Godfred Oheneba Agyekum, Étudiant

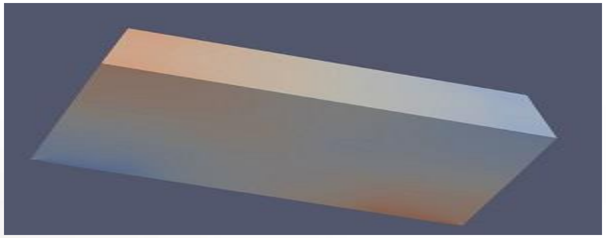
Prof. **J. Morlier** - Prof. **C. Gogu** - PhD. **S. Coniglio**, Encadrants

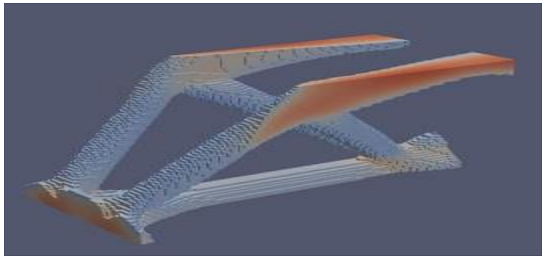
(stage – projet de 6 mois)

13 septembre 2019

Introduction

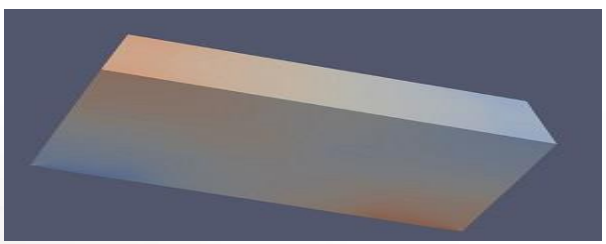
- Optimisation topologique

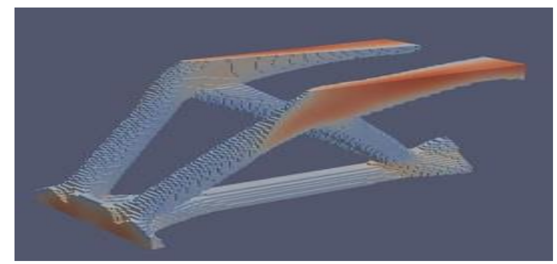




Introduction

- Histoire et motivation





Niels Aage, Erik Andreassen, boyan S. Lazarov1 , Ole Sigmund : Giga-voxel computational morphogenesis for structural design.

Sommaire

- Solveurs et problèmes d’optimisation topologique.
- Formulations et considérations des problèmes d’optimisation topologique.
- Benchmarking des solveurs d’optimisation pour des problèmes d’optimisation topologique 3D
- Résultats, conclusions et futur travail .

Quel était l'objectif ?

- Évaluer et comparer des solveurs d'optimisation pour des problèmes d'optimisation topologique 3D

Solveur d'optimisation

$$\begin{cases} \min_{x} f(x) \\ g(x) \leq 0 \\ h(x) = 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

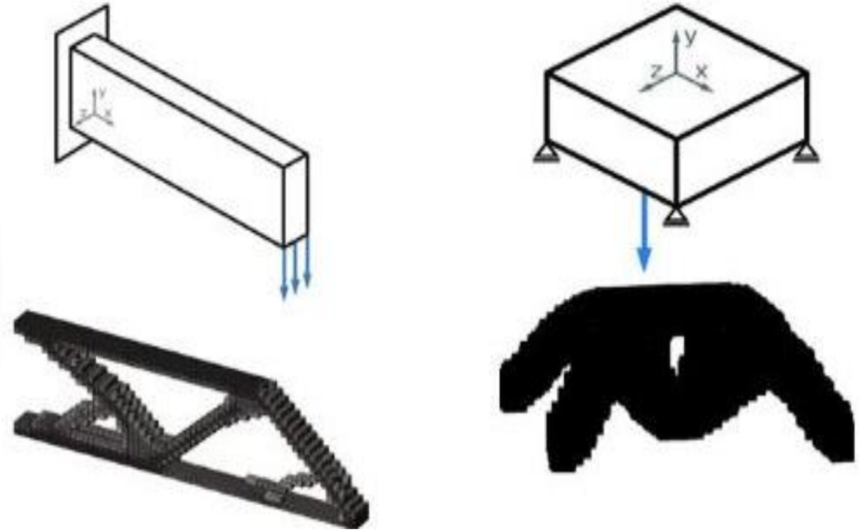
Solveurs d'optimisation topologique

- **OC :** critère d'optimalité.
- **MMA :** approximations séquentielle convexe.
- **GCMMA :** MMA globalement convergente.

M.P Bendsøe. Optimal shape design as a material distribution problem. Structural Optimization, 1 :192–202, 1995
Krister Svanberg. MMA and GCMMA – two methods for nonlinear optimization, 2007 .
Andreassen, E and Clausen, A and Schevenels, M and Lazarov, B. S and Sigmund, O. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. Structural and Multidisciplinary Optimization, 43(1): 1–16, 2011

Problèmes d’optimisation topologique

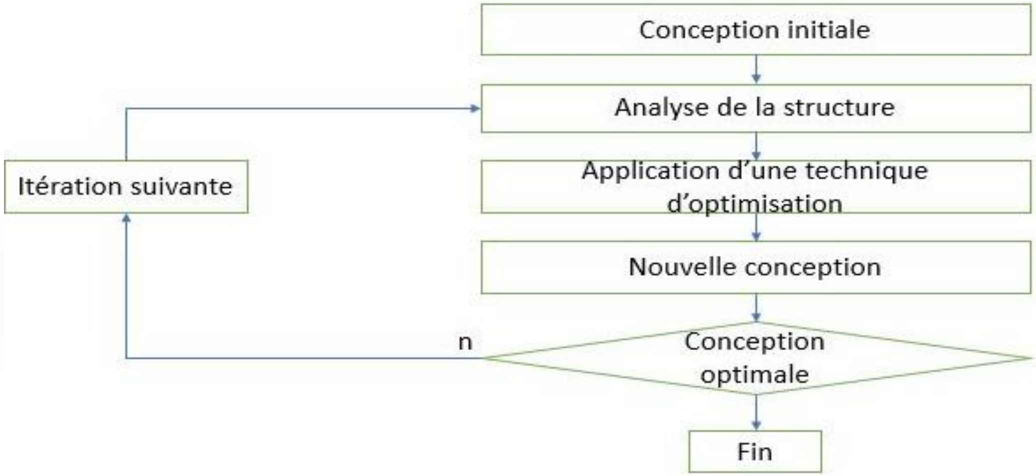
- But: Obtenir une conception optimale d'une structure étant donnés des conditions limites et des chargements



Bongartz, I., Conn, A.R., Gould, N., Toint, P.L, CUTE: Constrained and unconstrained testing environment, ACM Transactions on Mathematical Software, 1995

Problèmes d'optimisation topologique

- But: Obtenir une conception optimale d'une structure avec conditions limites et chargements



Formulations des problèmes d’optimisation topologique

- Formulation Nested

  - Compliance minimale

$$\begin{cases} \min_x u(x)^T K(x) u(x) \\ a^T x \leq V \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

  - Volume minimal

$$\begin{cases} \min_x a^T x \\ u(x)^T K(x) u(x) \leq C \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

- $u(x) = K(x)^{-1} f.$
- $f \in \mathbb{R}^d$ vecteur de chargement
- $a \in \mathbb{R}^n$ vecteur de volume
- V fraction volumique
- C contrainte de compliance

Considérations sur la formulation du problème

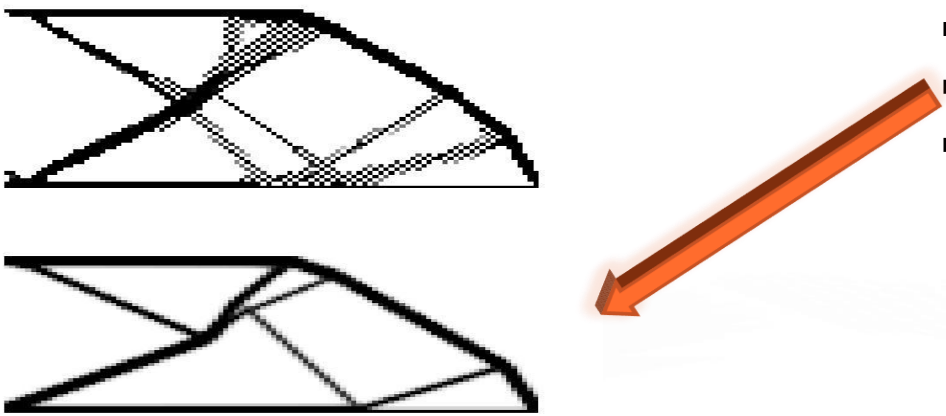
- SIMP (Solid Isotropic Material Penalization)

$$K(x) = \sum_{e=1}^{n} (E_v + (E_1 - E_v) x_e^p) K_e$$

- E_v module de Young du matériau « artificiel »
- E_1 module de Young du matériau solide

M. P. Bendsøe. Optimal shape design as a material distribution problem. Springer, 1(4), 1989.
H. P. Mlejnek. Some aspects of the genesis of structures. Science Direct, 5(1-2), March 1992.
I.N.Rozvany M.ZhouG. The COC algorithm, Part II : Topological, geometrical and generalized shape optimization. Science Direct, 89(1-3), 1991.

Considérations sur la formulation du problème



- Filtre de densité
- Filtre de sensibilité
- Filtre d’ Helmholz

J. Petersson O. Sigmund. Numerical instabilities in topology optimization : A survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. Springer, 16(1), August 1998.

Benchmarking de solveurs d'optimisation pour des problèmes d'optimisation topologique 3D

- Comment ? Profiles de performance et « Data profiles »
  - Ratio d'une mesure de performance
  - Mesure de performance
    - fraction de problèmes résolus pour chaque solveur, conjointement à un test de convergence

Elizabeth D. Dolan and Jorge J. Moré. Benchmarking optimization software with performance profiles, 2002
Jorge J. Moré and Stefan M. Wild. Benchmarking Derivative-Free Optimization Algorithms, April 2008

INSTITUT CLÉMENT ADER

UNIVERSITÉ DE NANTES
FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES

Benchmarking de solveurs d'optimisation pour des problèmes d'optimisation topologique 3D

- Comment ? Profiles de performance et « Data profiles ».
  - **Test de convergence** :

$$f(x) \leq f_L + \tau(f(x_0) - f_L)$$

  - **Ratio de performance** :

$$r_{p,s} = \frac{t_{p,s}}{\min_s \{t_{p,s} : s \in S\}}$$

Elizabeth D. Dolan and Jorge J. Moré. Benchmarking optimization software with performance profiles, 2002
Jorge J. Moré and Stefan M. Wild. Benchmarking Derivative-Free Optimization Algorithms, April 2008

Benchmarking de solveurs d'optimisation pour des problèmes d'optimisation topologique 3D

- Comment ? Profiles de performance et « Data profiles ».
  - **Profile de performance** :

$$\rho_s(\alpha) = \frac{1}{|\mathcal{P}|} \quad \mathrm{card}\{p \in \mathcal{P} : r_{p,s} \leq \alpha\}$$

  - **Data profile** :

$$d_s(\kappa) = \frac{1}{|\mathcal{P}|} \quad \mathrm{card}\{p \in \mathcal{P} : \frac{t_{p,s}}{n_p+1} \leq \kappa\}$$

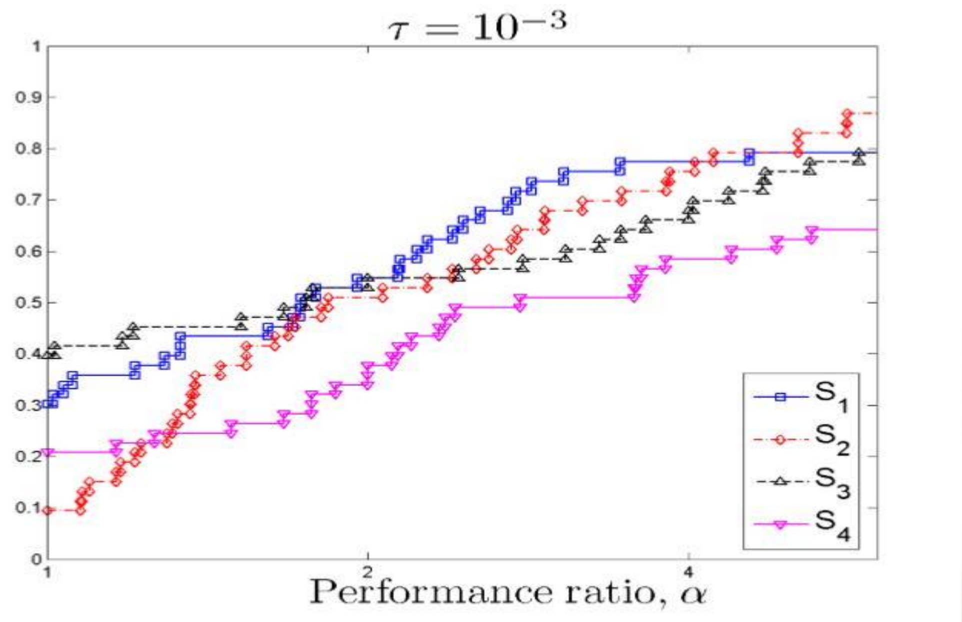
Elizabeth D. Dolan and Jorge J. Moré. Benchmarking optimization software with performance profiles, 2002
Jorge J. Moré and Stefan M. Wild. Benchmarking Derivative-Free Optimization Algorithms, April 2008.

INSTITUT CLÉMENT ADER

UNIVERSITÉ DE NANTES
FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES

Benchmarking en optimisation topologique 3D

Profiles de performance

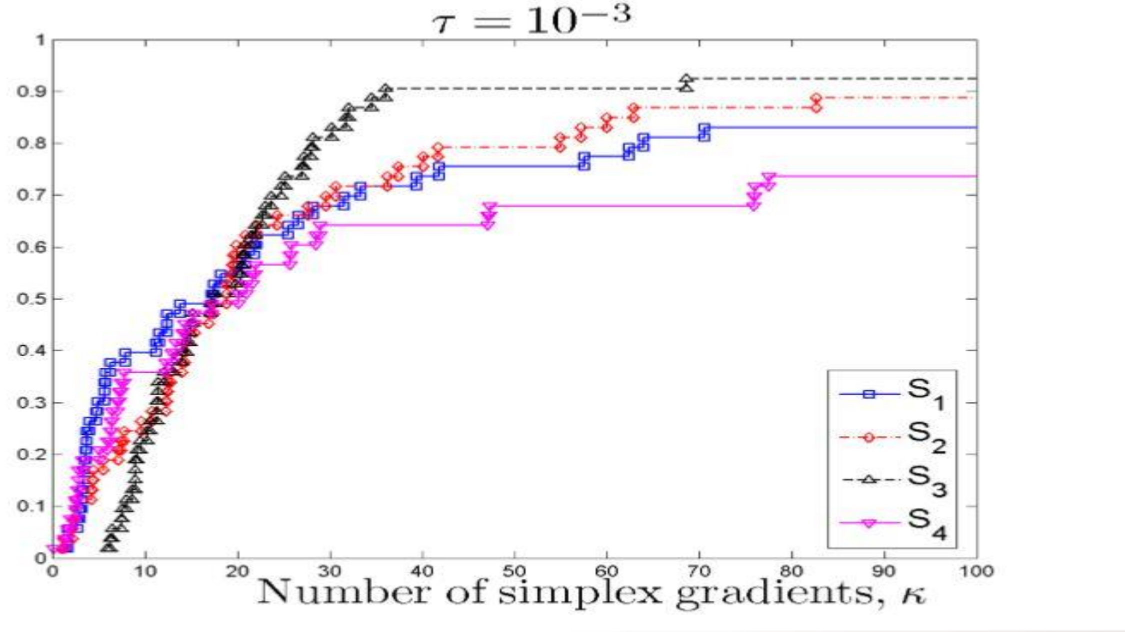


Elizabeth D. Dolan and Jorge J. Moré. Benchmarking optimization software with performance profiles, 2002
Jorge J. Moré and Stefan M. Wild. Benchmarking Derivative-Free Optimization Algorithms, April 2008.

IMT Mines Albi-Carmaux
INSA TOULOUSE
isae SUPAERO
UNIVERSITÉ TOULOUSE III PAUL SABATIER
cnrs
Université Fédérale Toulouse Midi-Pyrénées

Benchmarking en optimisation topologique 3D

Data profiles



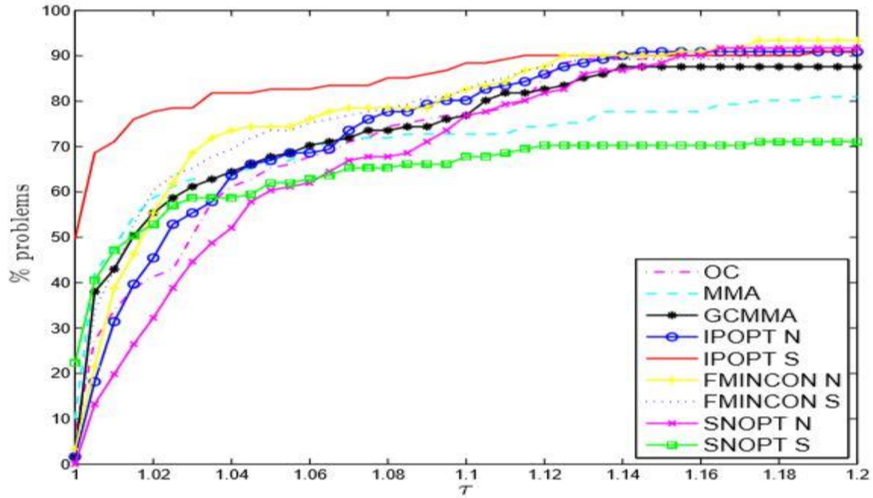
Elizabeth D. Dolan and Jorge J. Moré. Benchmarking optimization software with performance profiles, 2002
Jorge J. Moré and Stefan M. Wild. Benchmarking Derivative-Free Optimization Algorithms, April 2008.

INSTITUT CLÉMENT ADER

UNIVERSITÉ DE NANTES
FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES

Benchmarking de solveurs d'optimisation pour des problèmes d'optimisation topologique 3D

Exemple de benchmarking 2D



(a) Penalization of problems with $\omega_{\max} = 1e-2$

Mathias Stolpe Susana Rojas Labanda. Benchmarking optimization solvers for structural topology optimization, 2015

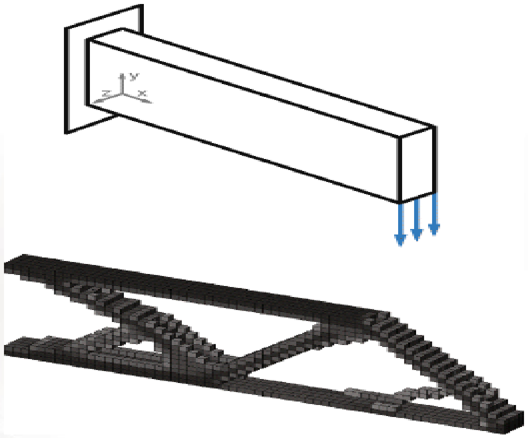
Considérations sur la formulation du problème

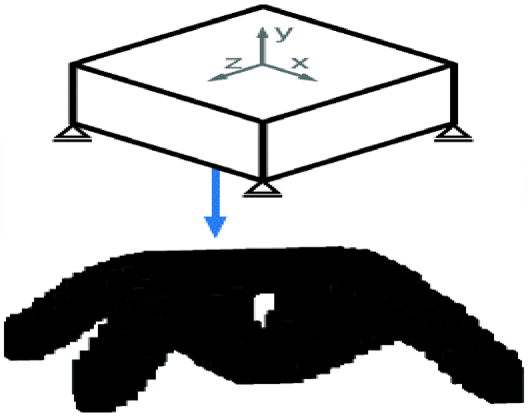
- Un seul point de chargement externe.
- Élasticité linéaire dans l'équation d'équilibre
- K(x) est définie positive
- Les variables de densité x sont dans [0,1]
- Une seule méthode d'interpolation : la méthode SIMP
- Un seul filtre : filtre d' Helmholz

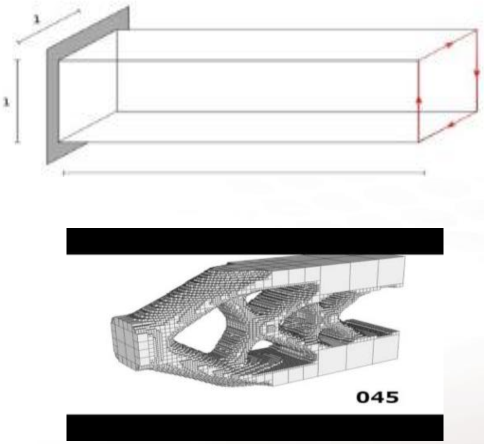
Le plan d’expériences

Compliance minimale

- Cantilever, Wheel, Michell, respectivement.







Bongartz, I., Conn, A.R., Gould, N., Toint, P.L, CUTE: Constrained and unconstrained testing environment, ACM Transactions on Mathematical Software, 1995

Le plan d'expériences

Compliance minimale

- Contraintes volumique : $0.1 - 0.5$
- Total compliance minimale : 120

Bongartz, I., Conn, A.R., Gould, N., Toint, P.L, CUTE: Constrained and unconstrained testing environment, ACM Transactions on Mathematical Software, 1995

Le plan d’expériences

Compliance minimale

- Ratio de longueur et discrétisation:

DOMAINE	L_x	L_y	L_z	N_x	N_y	N_z	n	d
	2	1	1	88	88	176	1362944	4206051
	2	1	1	176	88	88	1362944	4206051
	2	1	1	128	64	64	524288	1635075
	4	1	1	88	88	176	1362944	4206051
	4	1	1	176	88	88	1362944	4206051
	4	1	1	128	64	64	524288	1635075
MICHELL								

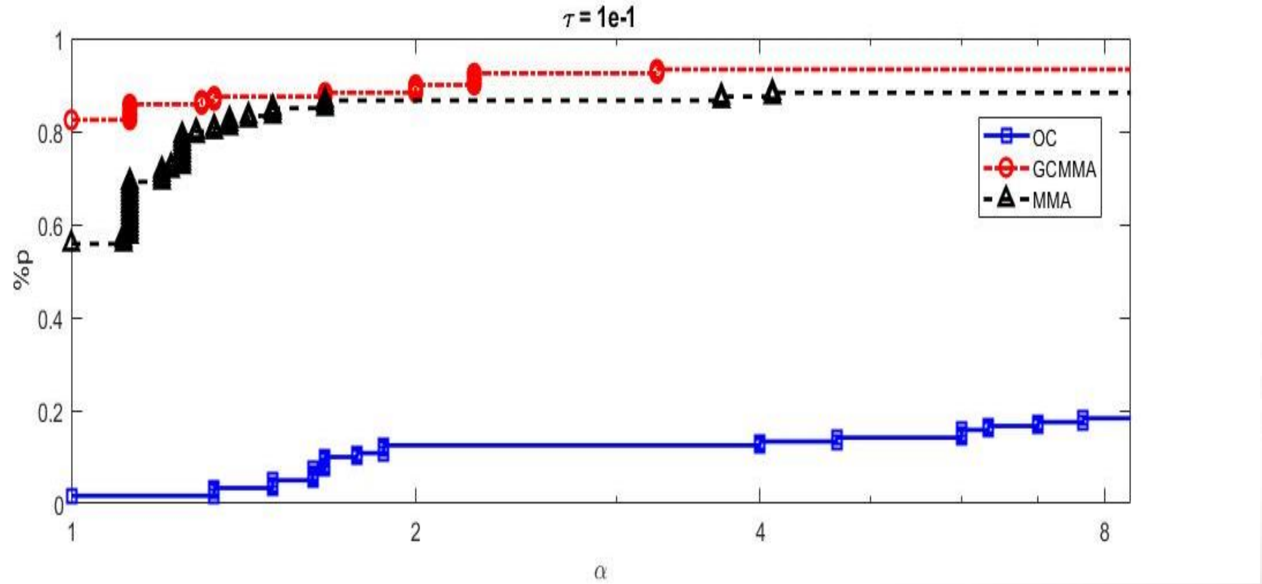
DOMAINE	L_x	L_y	L_z	N_x	N_y	N_z	n	d
	2	1	1	88	88	176	1362944	4206051
	2	1	1	176	88	88	1362944	4206051
	2	1	1	128	64	64	524288	1635075
	4	1	1	88	88	176	1362944	4206051
	4	1	1	176	88	88	1362944	4206051
	4	1	1	128	64	64	524288	1635075
	4	3	1	88	88	176	1362944	4206051
	4	3	1	176	88	88	1362944	4206051
	4	3	1	128	64	64	524288	1635075
CANTILEVER								

DOMAINE	L_x	L_y	L_z	N_x	N_y	N_z	n	d
	2	1	1	88	88	176	1362944	4206051
	2	1	1	176	88	88	1362944	4206051
	2	1	1	128	64	64	524288	1635075
	4	1	1	88	88	176	1362944	4206051
	4	1	1	176	88	88	1362944	4206051
	4	1	1	128	64	64	524288	1635075
	4	3	1	88	88	176	1362944	4206051
	4	3	1	176	88	88	1362944	4206051
	4	3	1	128	64	64	524288	1635075
WHEEL								

Bongartz, I., Conn, A.R., Gould, N., Toint, P.L, CUTE: Constrained and unconstrained testing environment, ACM Transactions on Mathematical Software, 1995

Profiles de performance pour la compliance minimale 3D

Valeur de la fonction objectif

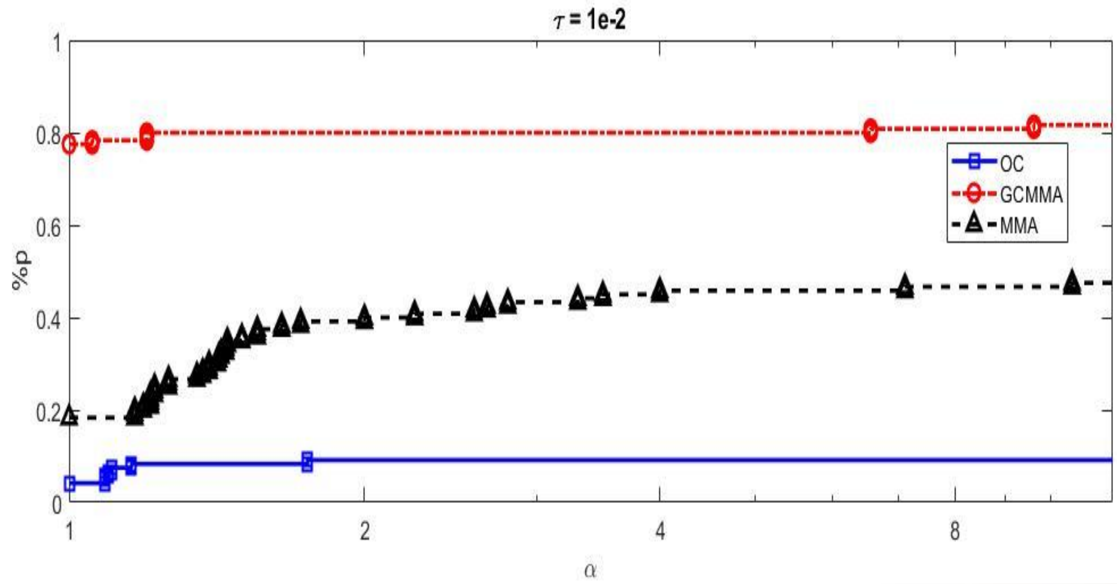


INSTITUT CLÉMENT ADER

UNIVERSITÉ DE NANTES
FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES

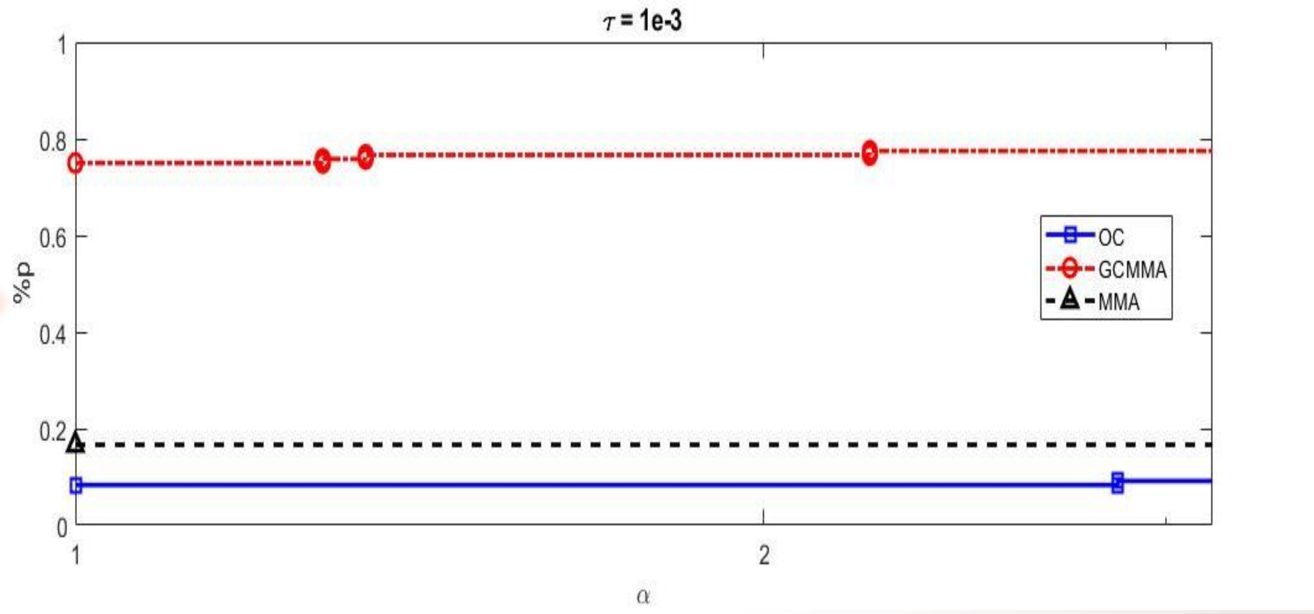
Profiles de performance pour la compliance minimale 3D

Valeur de la fonction objectif



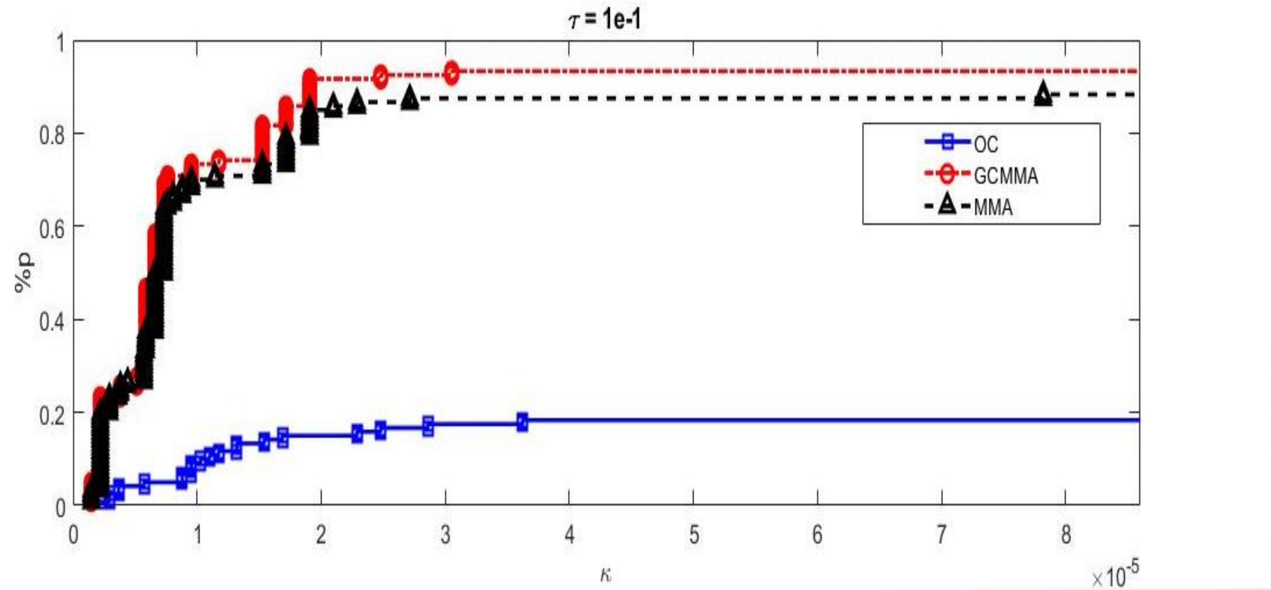
Profiles de performance pour la compliance minimale 3D

Valeur de la fonction objectif



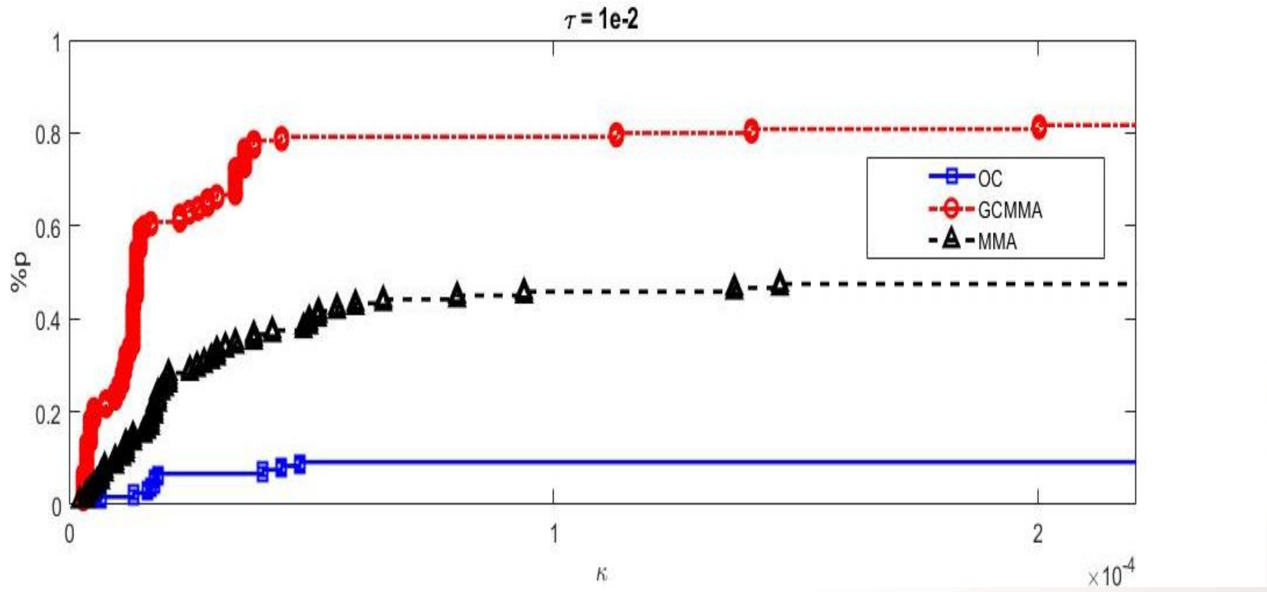
Data profiles pour la compliance minimale 3D

Valeur de la fonction objectif



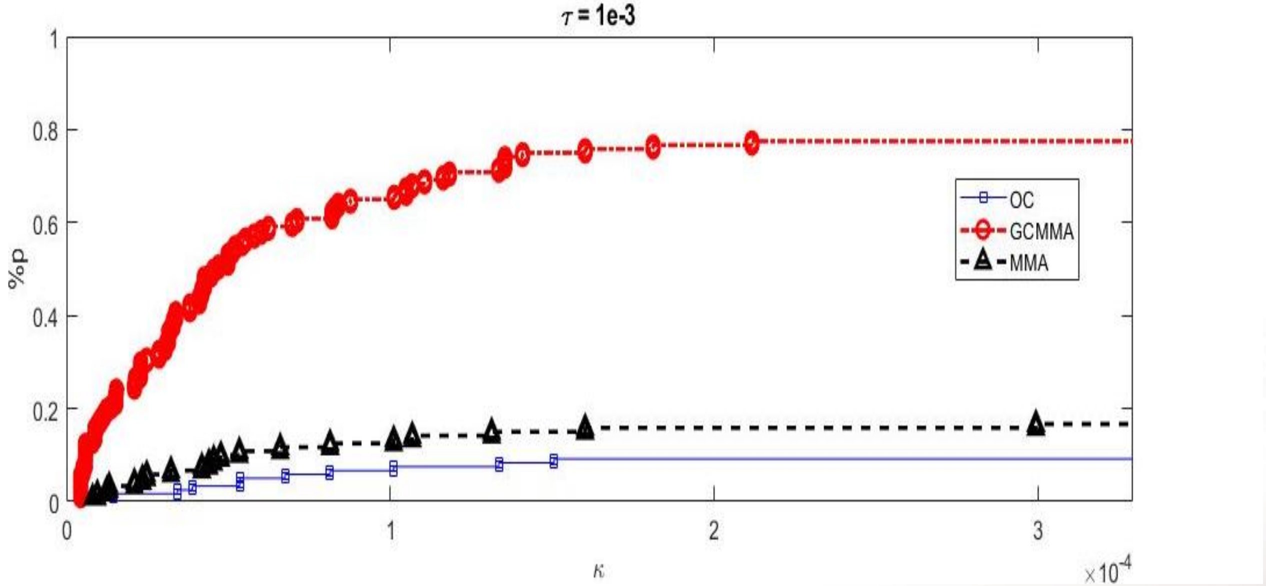
Data profiles pour la compliance minimale 3D

Valeur de la fonction objectif



Data profiles pour la compliance minimale 3D

Valeur de la fonction objectif



Conclusions et futur travail

- Contributions
  - Prise en main de TopOpt Petsc.
  - Construction d’un plan d’expériences 3D.
  - Implémentation des solveurs OC, GCMMA en PETSc
  - Benchmarking de solveurs d'optimisation non linéaire pour des problèmes d'optimisation topologique 3D.

Conclusions et futur travail

- Que manque-t-il?
  - Plus de solveurs d'optimisation : méthodes SQP dans NLOPT et méthodes de points intérieurs dans IPOPT.
  - Benchmarking des solveurs d’optimisation pour des problèmes d’optimisation à la formulation SAND

Conclusions et futur travail

- Que pouvons-nous conclure des profiles de performance et "Data profiles?
  - GCMMA surpasse MMA, OC.
  - MMA surpasse OC.
  - MMA, GCMMA, sont capables d'obtenir une conception avec une tolérance large.
  - GCMMA produit les meilleurs designs en utilisant peu d'itérations.
  - OC est les solveur le moins robuste des solveurs.
  - GCMMA est le plus robuste.

INSTITUT CLÉMENT ADER

UNIVERSITÉ DE NANTES
FACULTÉ DES
SCIENCES ET TECHNIQUES

MERCI !!!

Autres formulations des problèmes d'optimisation topologique

- Formulation SAND

  - Compliance minimale

$$\begin{cases} \min\limits_{x,u} f^T u \\ a^T x \leq V \\ K(x)u - f = 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

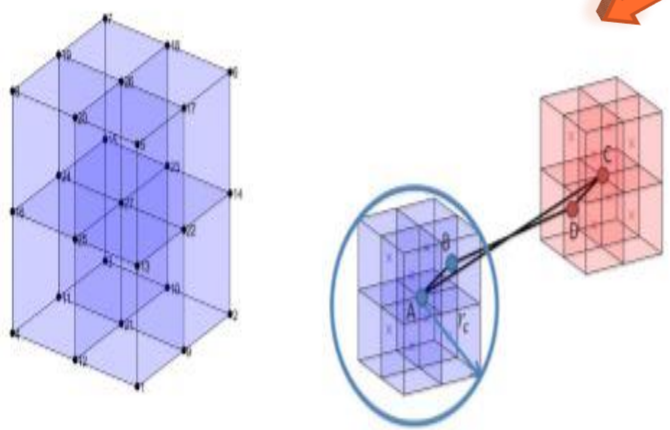
  - Volume minimal

$$\begin{cases} \min\limits_{x} a^T x \\ f^T u \leq C \\ K(x)u - f = 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

- $f \in \mathbb{R}^d$ vecteur de chargement
- $a \in \mathbb{R}^n$ vecteur de volume
- V fraction volumique
- C contrainte supérieur de la compliance

Analyse structurale

- MGCG



(a) (b)

Pré-lissage : $\{U_l\} \leftarrow smooth^{\nu_1}([K_l], \{U_l\}, \{F_l\})$;
Obtenir résidu : $\{r_l\} \leftarrow \{F_l\} - [K_l]\{U_l\}$;
Raffinement : $\{r_{l-1}\} \leftarrow [I_{l,l-1}]^T \{r_l\}$;
Si $l = 1$;
Résoudre : $[K_{l-1}]\{\delta_{l-1}\} = \{r_{l-1}\}$;
Sinon ;
Récursion : $\delta_{k-1} \leftarrow$ V-cycle$([K_{l-1}], \{0\}, \{r_{l-1}\})$;
Fin si;
Correction : $\{U_l\} \leftarrow \{U_l\} + [I_{l,l-1}]\{\delta_{l\_1}\}$;
Post-lissage : $\{U_l\} \leftarrow smooth^{\nu_2}([K_l], \{U_{l,0}\}, \{F_l\})$;

Algorithme MGCG à 4 niveaux : $\{U_l\}$ =V-cycle$([K_l], \{U_l\}, \{F_l\})$

Simone Coniglio, Joseph Morlier, Christian Gogu, Remi Amargier, Engine Pylon Topology Optimization Framework Based on Performance and Stress Criteria. AAIA Journal , 28 Aug 2019

.