

Proyecto Final

Instrucciones Generales - El alumno deberá desarrollar un trabajo de investigación con los siguientes puntos:

- El trabajo debe realizarse de forma **individual**.
- El documento debe estar estructurado, redactado con claridad y contener los desarrollos matemáticos completos.
- Puede entregarse en formato PDF o cuaderno de Jupyter si incluye programación.
- Extensión sugerida: **6 a 10 páginas**, sin incluir portada ni bibliografía.

1. Marco teórico

Explique de forma clara y estructurada:

- ¿Qué es una cadena de Markov?
- ¿Cuál es la diferencia entre cadenas de tiempo discreto y continuo?
- Conceptos a Investigar:
 - espacio de estados,
 - matriz de transición,
 - probabilidad de transición en nn pasos,
 - estado estacionario.
- Condiciones para la existencia de un estado estacionario.

2. Resolución de Problemas:

Ejercicio 1: Probabilidades a corto plazo

Una persona puede estar en tres estados emocionales cada día:

- Feliz (H), Neutra (N), Triste (T)

Las transiciones diarias están dadas por la siguiente matriz:

$$P = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.10 & 0.05 \\ 0.40 & 0.40 & 0.20 \\ 0.10 & 0.30 & 0.60 \end{bmatrix}$$

Si la persona empieza el lunes en estado **feliz**, calcule la probabilidad de que esté en cada uno de los estados el **miércoles** (es decir, dos pasos después).

Ejercicio 2: Estado estacionario

Una empresa clasifica a sus clientes como:

- Fieles (F)
- Intermitentes (I)
- Perdidos (P)

La matriz de transición mensual es:

$$P = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.10 & 0.05 \\ 0.40 & 0.40 & 0.20 \\ 0.10 & 0.30 & 0.60 \end{bmatrix}$$

- Determine si existe un estado estacionario.
- Si existe, calcule el vector estacionario.
- Interprete el significado de este vector para la empresa.

Ejercicio 3: Modelación de un sistema

Una máquina puede estar:

- Funcionando bien (B)
- Funcionando con fallas (F)
- Detenida por reparación (R)

Cada semana cambia de estado según la siguiente matriz:

$$P = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

- Modele el proceso como una cadena de Markov.
- Suponga que esta semana la máquina está en falla. ¿Cuál es la probabilidad de que dentro de dos semanas esté funcionando bien?
- Estime, mediante simulación o iteración, el comportamiento del sistema a largo plazo.

3. Aplicaciones:

Investigue al menos 2 aplicaciones reales de cadenas de Markov en el mundo actual. Puede elegir sectores como:

- Logística y supply chain
- Finanzas
- Salud
- Inteligencia artificial.
- Análisis de rendimiento de computadoras.
- Juegos o comportamiento de usuarios

Para cada aplicación:

- Describa brevemente el problema.
- Explique cómo se utiliza la cadena de Markov.
- Indique la fuente de su información.