一、物理问题

有一个房屋的砖墙，厚$\delta = 0.3m$，$\lambda = 0.85W/m \cdot \mathrm{K}$，$\rho c = 1.05 \times 10^6 J/m^3 \cdot \mathrm{K}$，室内温度$T_{f1} = 20$℃保持不变，对流换热系数 $h_1 = 6W/m^2 \cdot \mathrm{K}$。起初，该墙的温度处于稳定状态，内墙表面温度为$T_1 = 15$℃。后寒潮入侵，室外温度下降为$T_{f2} = -10$℃，外墙表面换热系数$h_2 = 35W/m^2 \cdot \mathrm{K}$。问寒潮入侵后，多少时间，内墙壁面方可感受到外界气温的变化。

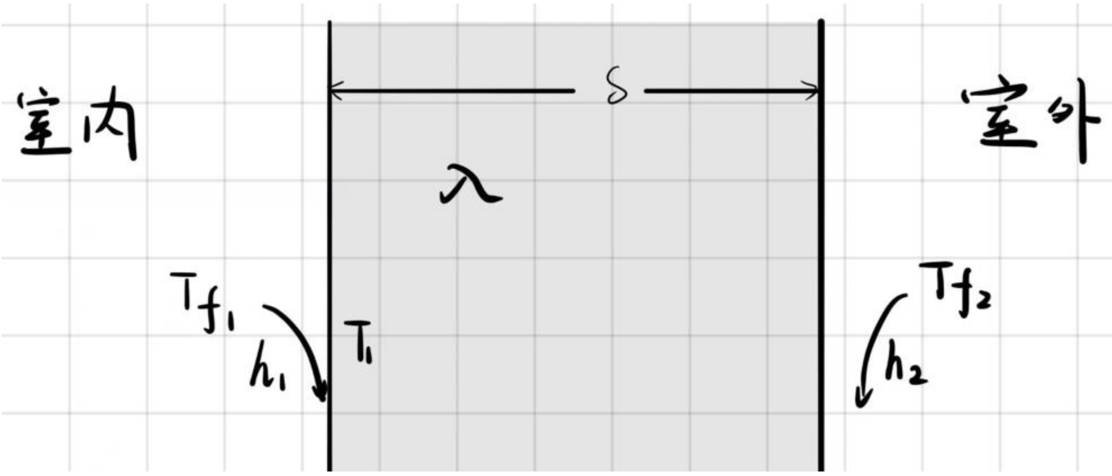


图 1 非稳态导热示意图

二、处理思路

先给出本问题的数学描写，然后对区域进行 B 类方法的离散化，基于区域离散，对控制方程进行离散，然后对边界条件进行处理，接着，给出 TDMA 方法求解本问题代数方程的思路，然后，使用 FORTRAN 编程实现上述思路，并通过输出中间结果和相关文件数据，对结果进行可视化的表示合分析，最后，讨论墙体材质对于房间保温效果的影响，给出建造房屋选材的科学建议。

1、数学描写

本问题是一个一维非稳态导热问题，没有源项，两侧为第三类边界条件，对应的数学描写为：

$$\begin{cases} \dfrac{\partial T}{\partial t}=\dfrac{\lambda}{\rho c}\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} \\ x=0,\alpha_1\left(T_{\mathrm{f1}}-T\right)=-k\dfrac{\partial T}{\partial x} \\ x=\delta,\alpha_2\left(T-T_{\mathrm{f2}}\right)=-k\dfrac{\partial T}{\partial x} \\ t=0,T=15-q\dfrac{x}{k},q=\alpha_1\left(T_{f1}-T_1\right)=30\,\mathrm{W/m^2} \end{cases} \tag{1}$$

其中，第一行为微分方程，第二、第三行为边界条件，第四行为初值条件。

2、区域离散化

使用方法 B 将区域离散化：

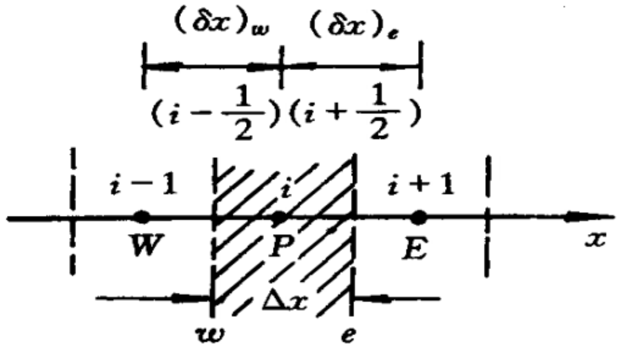


图 2 方法 B 区域离散化

3、控制方程离散化

将一维非稳态导热控制方程离散化：

$$\begin{cases} a_P T_P = a_E T_E + a_W T_W + T_P^0 a_P^0 \\ a_E=\dfrac{\lambda}{\Delta x}\ ,\ a_W=\dfrac{\lambda}{\Delta x}\ \ ,\ a_P^0=\dfrac{\rho c\Delta x}{\Delta t} \\ a_P = a_E + a_W + a_P^0 \end{cases} \tag{2}$$

4、边界条件的处理

将第三类边界条件表示

$$T_{M1}=\frac{T_{M1-1}+\dfrac{h\cdot\Delta x}{\lambda}T_f}{1+\dfrac{h\cdot\Delta x}{\lambda}} \tag{3}$$

5、代数方程的求解

TDMA 方法：

$$A_iT_i=B_iT_{i+1}+C_iT_{i-1}+D_i \tag{4}$$

消元得到

$$T_i=P_iT_{i+1}+Q_i \tag{5}$$

$$P_i=\frac{B_i}{A_i-C_iP_{i-1}}\quad Q=\frac{D_i+C_iQ_{i-1}}{A_i-C_iP_{i-1}} \tag{6}$$

此公式为递归公式，只需要知道 P_1 和 Q_1 即可，由端点条件知：

$$P_1=\frac{B_1}{A_1}\quad Q_1=\frac{D_1}{A_1} \tag{7}$$

将式(7)带入式(6)中，得到所有得内节点温度，下面计算右边界温度：

$$T_{M1}=Q_{M1} \tag{8}$$

再将式(8)与式(6)(7)计算结果带入式(5)中，计算得到所有节点的温度。

三、计算结果与分析

上面的分析，将上述基于微分方程的传热问题转化为代数方程可以求解的问题，借助 Fortran 语言，设定内层迭代，计算出一个时刻下，不同位置的温度分布，再设置外层迭代，计算出每个时刻下，不同位置的温度分布。

本程序模拟了厚度为 0.3 米的墙体，在寒潮来临后的 8000 秒内，

墙壁在不同时间的温度分布数据借助Origin绘图软件，表示出来，如图3所示：

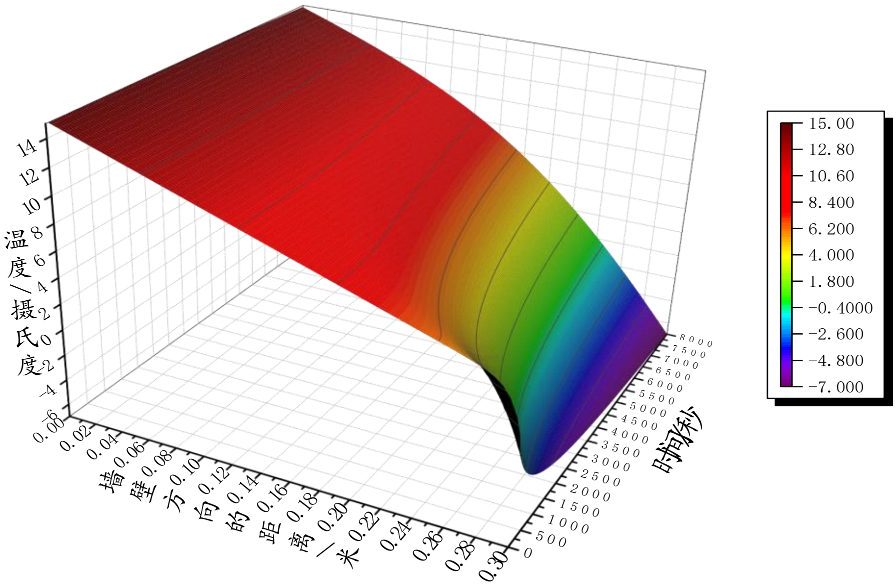


图3 墙体温度变化

由图可以看出，寒潮来临后，靠近外界环境侧墙体首当其冲，温度迅速下降到零下，然后下降速度变缓，逐渐趋于稳定，由牛顿冷却定律知，随着外墙面温度下降，外墙对流换热温差减小，所以换热量降低，温度下降缓慢，这符合我们所学的传热学基本原理；

相比之下，靠近屋内的墙体温度变化有一定的滞后效应，呈现出开始时温度基本不变，后来温度下降速度加快的特点，由傅里叶导热定律知，虽然外墙面温度变化快，但是这一效果需要经过墙体内部的导热才可以影响到内墙面，这一导热过程需要一定的时间，因此内墙面温度变化存在滞后效应与我们学过的传热学基本知识相符；

我们也可以预测，再经过一段时间后，整个系统还会处于新的热平衡状态，即墙体内各点的温度在寒潮来临一段时间后，会重新稳定下来。

为了更加直观的定量回答题目的问题——内墙面在寒潮来临后

多久，才可以感受到外界环境的温度变化，我们将图 3 在墙壁方向上距离为 0 的平面取出，单独研究，如图 4 所示：

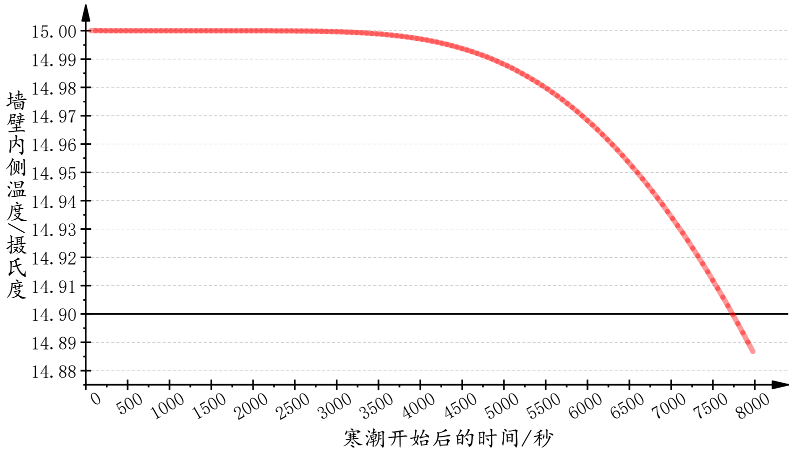
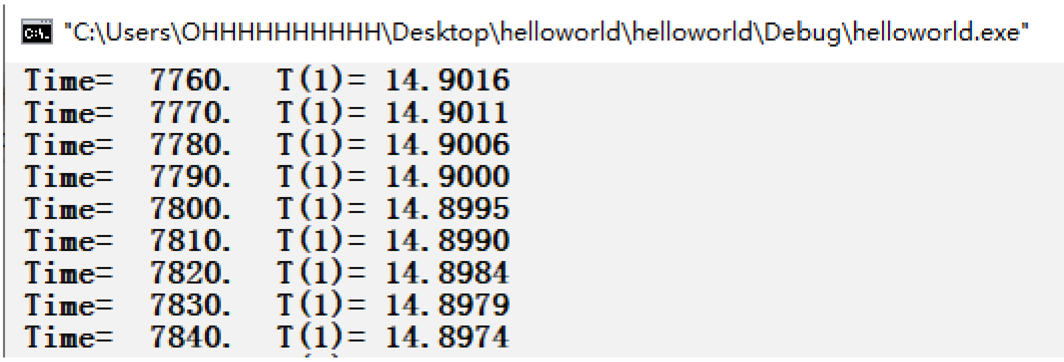


图 4 寒潮来临后墙壁内侧温度变化

从图中可以看出，寒潮来临后，内墙温度开始时变化不明显，后来变化加快。将“可以感受到外界温度的变化”的表征临界值设定为“内墙温度变化超过 0.1℃”，即认为当内墙温度从 15.00℃下降到 14.90℃时，可以感受到外界温度的变化。

由 Fortran 程序计算结果可知，经过 7790 秒感受到了外界温度变化，程序运行结果如图 5 所示：



```
"C:\Users\OHHHHHHHHHH\Desktop\helloworld\helloworld\Debug\helloworld.exe"
Time=   7760.   T(1)= 14.9016
Time=   7770.   T(1)= 14.9011
Time=   7780.   T(1)= 14.9006
Time=   7790.   T(1)= 14.9000
Time=   7800.   T(1)= 14.8995
Time=   7810.   T(1)= 14.8990
Time=   7820.   T(1)= 14.8984
Time=   7830.   T(1)= 14.8979
Time=   7840.   T(1)= 14.8974
```

图 5 程序运行结果

此外，本文还研究了不同墙体材料抵御寒潮能力的大小。分别选取了实心砖、空心砖、厚木板三种常见的墙体材料，找到对应对的导热系数，代入程序中，计算得到墙体在不同材质下，内墙温度随时间

的变化曲线，如图 6 所示：

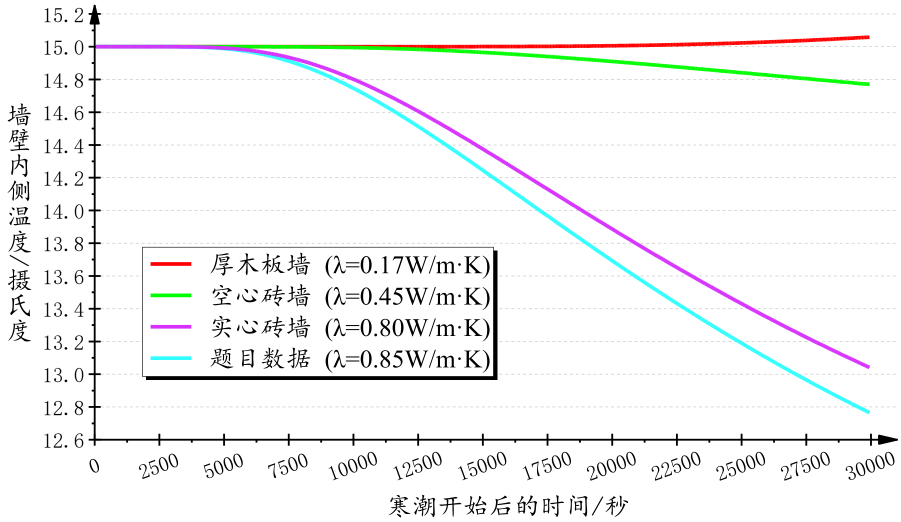


图 6 不同材质墙体内侧温度随时间的变化

可见，墙壁导热系数越小，越有利于房间的保温。此外，从图中还可以看到，当选用厚木板作为墙体材料时，寒潮来临后，内墙面温度不降反升，这是因为室内空气温度是 20℃，由于木板的导热系数过于小，使得寒潮来临后的最终稳态情况下，内墙温度要比此前没有寒潮时使用题目建筑材料(λ =0.85W/m •K)下的内墙温度稳态 15℃还要更高。

在寒冷地区，考虑到建筑节能环保，降低屋内用于取暖的能源消耗，应尽量选用空心砖、厚木板类导热系数较低的建筑材料。