Juan Francisco Mier

martes, 24 de noviembre de 2020 10:33

Se considera la aplicación lineal $f:\mathbb{R}_2[x]\to\mathbb{R}_3[x]$ cuya matriz asociada en las bases
$\mathcal{B}_1=\{p_1(x)=x-1, p_2(x)=-x, p_3(x)=x^2+x+1\}$ de $\mathbb{R}_2[x]$ y
$\mathcal{B}_2=\{q_1(x)=-x^3+x^2+1, q_2(x)=x^3-x-1, q_3(x)=x^3-x^2-x-1, q_4(x)=x^3-x^2\}$ de $\mathbb{R}_3[x]$
es

$$A=\begin{pmatrix} -8 & 4 & 11 \\ 20 & -10 & -25 \\ -26 & 13 & 33 \\ 18 & -9 & -21 \end{pmatrix}.$$

1.- Calcula la matriz M asociada a f en las bases canónicas.

$$M=\begin{pmatrix} 64 & -6 & 36 \\ 20 & 0 & 12 \\ 25 & -5 & 13 \\ -20 & 5 & -10 \end{pmatrix}$$

.

2.- En el desarrollo que entregarás en la carpeta compartida, calcula una en caso de que exista, una base de la imagen de f. De acuerdo con esto, $rg(f)=$ 0

3.- En el desarrollo de la carpeta compartida , calcula, en caso de que exista, una base de $ker(f)$. De acuerdo con esto $dim(ker(f))=$ 0

Paso 1: Cambio de base en $\mathbb{R}_2[x]$

Calculamos las coordenadas de los vectores de B_1 en la base canónica $B_c^2=\{1,x,x^2\}$

$p_1(x)=(-1,1,0)_{B_c^2}$ $p_2(x)=(0,-1,0)_{B_c^2}$ y $p_3(x)=(1,1,1)_{B_c^2}$

Así:

$$P=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ es la matriz de cambio de base de B_c^2 a B_1

$\boxed{PX_{B_1}=X'_{B_c^2}}$ Dato 1.

Paso 2: Cambio de base en $\mathbb{R}_3[x]$.
Calculamos las coordenadas de los vectores de B_2 en la base canónica $B_c^3 = \{1, x, x^2, x^3\}$

$q_1(x) = (1, 0, 1, -1)_{B_c^3}$, $q_2(x) = (-1, -1, 0, 1)_{B_c^3}$

$q_3(x) = (-1, -1, -1, 1)_{B_c^3}$, $q_4(x) = (0, 0, -1, 1)_{B_c^3}$

Por lo tanto

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

es la matriz de cambio de base de B_c^3 a B_2, es decir

$$\boxed{QY_{B_2} = Y'_{B_c^3}}$$ Dato 2.

Paso 3: Δ es la matriz de la aplicación lineal en B_1 y B_2 por lo tanto, $\boxed{\Delta X_{B_1} = Y_{B_2}}$ Dato 3

Buscamos M asociada a f en B_c^2 y B_c^3, por lo tanto buscamos

$$¿MX'_{B_c^2} = Y'_{B_c^3}?$$ Incógnita

Partiendo de "Dato 3"

$$\Delta X_{B_1} = Y_{B_2},$$

$A X_{B_1} = Y_{B_2}$,

Por "Dato 1" $\quad P X_{B_1} = X'_{B_c^2}$

$\Rightarrow X_{B_1} = P^{-1} X'_{B_c^2}$

Por "Dato 2" $\quad Q Y_{B_2} = Y'_{B_c^3}$

$\Rightarrow Q^{-1} Y'_{B_c^3} = Y_{B_2}$

de "Dato 3"

$A P^{-1} X'_{B_c^2} = Q^{-1} Y'_{B_c^3} \Rightarrow$

$Q A P^{-1} X'_{B_c^2} = Y'_{B_c^3}$

$\Rightarrow M = Q A P^{-1}$

```
>> M=Q*A*P^-1

M =

     1    -1     3
    -3     3    -8
     0     0    -1
   -10    10   -24
```