

$$1. z = 5\sqrt{3} + 5i$$

$$|z| = \sqrt{25 \cdot 3 + 25} = 10$$

$$\begin{cases} \text{lo con } a = 5\sqrt{3} \\ \text{lo con } a = 5 \\ \text{denota } |z| \end{cases} \begin{cases} \text{sen y cos} \\ \text{positivos} \end{cases} : 1^{\text{er}} \text{ cuadrante}$$

$$\rightarrow a = \pi/6$$

2. la única gráfica que puede pertenecer a una raíz cúbica es la b), ya que la primera no tiene el mismo módulo para cada raíz y el c) no tiene los tres ángulos iguales.

$$3. z^3 + z^2(-1+3i) + z(2-\frac{3}{2}i) = 0$$

$$\begin{aligned} z(z^2 + z(-1+3i) + (2-\frac{3}{2}i)) &= 0 \quad \begin{cases} z=0 \\ z^2 + z(-1+3i) + (2-\frac{3}{2}i) = 0 \end{cases} \\ z = \frac{-(-1+3i) \pm \sqrt{(-1+3i)^2 - 4(2-\frac{3}{2}i)(1-3i)}}{2} &= \frac{(1-3i) \pm \sqrt{(1-9-6i)-(8-6i)}}{2} = \frac{(1-3i) \pm 4i}{2} \\ &= \frac{(1+i) \pm (1-7i)}{2} \end{aligned}$$

$$b) \frac{z-1i}{-z-i} \in \mathbb{R} \rightarrow \frac{a+(b-1)i}{-a-(b+1)i} = \frac{[a+(b-1)i][-a-(b+1)i]}{-a-(b+1)i[-a-(b+1)i]} =$$

$$c) 4a+4bi - (a-bi) = 12+20i$$

$$3a+5bi = 12+20i \rightarrow a=4, b=4$$

$$a+bi = 4+4i$$

$\rightarrow$  está mal el ejercicio

$$\frac{-a^2+a(b+1)i-a(b-1)i-(b-1)(b+1)}{a^2+(b^2-1^2)}$$

$$a^2+(b^2-1^2)$$

$$\frac{-a^2+a(b+1)i-a(b-1)i-b^2+1}{a^2+b^2-1}$$

$$a^2+b^2-1$$

$$a(b+1)-a(b-1)=0$$

$$a(b+1)-(b-1)=0 \rightarrow a=0$$

$$\rightarrow b \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$