TÉCNICAS DE MODELADO Y PREDICCIÓN DE LA GARANTÍA DE FUNCIONAMIENTO

Hasta ahora ... Se han visto ...

Métricas y modelado de propiedades de un componente o un sistema completo

En esta presentación ... Se verán ...

Técnicas de modelado que permitan estimar y predecir las propiedades de un sistema completo a partir de propiedades de sus componentes

Los 2 grupos de técnicas más comunes son:

MODELADO COMBINACIONAL

Se calcula la fiabilidad de un sistema a partir del conocimiento de las de sus componentes y de la forma en la que están organizados

MODELADO MARKOVIANO

Se representa la evolución de los estados de funcionamiento del sistema como una cadena de Markov para determinar la probabilidad de estar en cualquiera de ellos

Este método es más potente que el anterior pues permite incluir:

- El proceso de reparación
- Aspectos de tolerancia a fallos

DIAGRAMAS DE BLOQUES SERIE-PARALELO

Un diagrama de bloques serie-paralelo representa la estructura lógica de un sistema para mostrar cómo afecta la fiabilidad de sus componentes a la fiabilidad del sistema

Los bloques se combinan usando tres configuraciones
- **Serie**
- **Paralelo**
- **K de N**

Se pueden usar las 3 configuraciones en un mismo diagrama

Dado un subsistema con n componentes ...

... La estructura
- **Serie → Si todos los**
- **Paralelo → Si 1 ó más**
- **K de N → Si K ó más**

Componentes funcionan ... Funciona el subsistema

Las estructuras serie y paralelo Son casos especiales de la K de N →
- **Serie = n de n**
- **Paralelo = 1 de n**

ESTRUCTURA DE BLOQUES EN SERIE

Funciona SI funcionan TODOS sus componentes (NO reparables)
El fallo de UNO de sus componentes provoca el fallo de la estructura

Esta representación es puramente simbólica
(representa que si un componente falla, la estructura falla)
NO se corresponde con la interconexión física de los componentes

Tasa de fallo

$$\lambda = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i$$

Fiabilidad

$$R(t) = \prod_{i=1}^{N} R_i(t)$$

Multiplicar las fiabilidades

Función de distribución

$$F(t) = 1 - \prod_{i=1}^{N} [1 - F_i(t)]$$

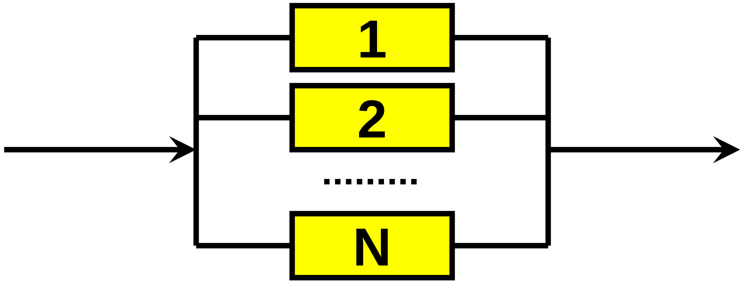
EJEMPLO: ESTRUCTURA DE BLOQUES EN SERIE

Un sistema informático está compuesto de 100 componentes y el fallo de cualquier componente provoca el fallo del sistema. Si cada uno de los componentes falla independientemente de los demás y cada componente tiene una fiabilidad de 0,999, calcular la fiabilidad del sistema global.

Un sistema serie que contiene 100 componentes debe alcanzar una fiabilidad de 0,999 como mínimo. Suponiendo que todos los componentes tienen la misma fiabilidad, ¿Cuál debe ser la fiabilidad de los componentes?

ESTRUCTURA DE BLOQUES EN PARALELO

Funciona SI funciona AL MENOS UN componente (NO reparable)
Sólo el fallo de TODOS sus componentes provoca el fallo de la estructura



Esta representación es puramente simbólica
(representa que si todos los componentes fallan, la estructura falla)
NO se corresponde con la interconexión física de los componentes

Fiabilidad

$$R(t) = 1 - \prod_{i=1}^{N} [1 - R_i(t)]$$

Multiplicar las INfiabilidades

Función de distribución

$$F(t) = \prod_{i=1}^{N} F_i(t)$$

TASA DE FALLOS DE BLOQUES EN PARALELO 1

El MTTF equivalente de 2 bloques NO reparables en paralelo es:

$$MTTF = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

El MTTF equivalente de n bloques NO reparables en paralelo es:

$$MTTF = \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} + \cdots + \frac{1}{\lambda_n} \right) - \left(\frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_3} + \cdots + \frac{1}{\lambda_i + \lambda_j} \right)$$
$$+ \left(\frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3} + \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_4} + \cdots + \frac{1}{\lambda_i + \lambda_j + \lambda_k} \right) - \ldots (-1)^{n+1} \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}$$

Si los n bloques son idénticos la expresión es:

$$MTTF = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} \longrightarrow \lambda_P = \frac{\lambda}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}}$$

TASA DE FALLOS DE BLOQUES EN PARALELO 2

MTTF equivalente APROXIMADO de n bloques NO reparables en paralelo

1) Calcular la tasa de fallos media de los bloques en paralelo

$$\lambda_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}{n}$$

2) Calcular el MTTF de un sistema hipotético, compuesto por n bloques en paralelo idénticos con la tasa de fallos media calculada anteriormente

$$MTTF_m = \frac{1}{\lambda_m} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i}$$

3) Seleccionar como MTTF del conjunto de bloques en paralelo como

$$MTTF_P = Máximo\left[MTTF_m, \frac{1}{\lambda_1}, \cdots, \frac{1}{\lambda_n} \right] \longrightarrow \qquad \lambda_p = \frac{1}{MTTF_p}$$

EJEMPLO: ESTRUCTURA BLOQUES PARALELO

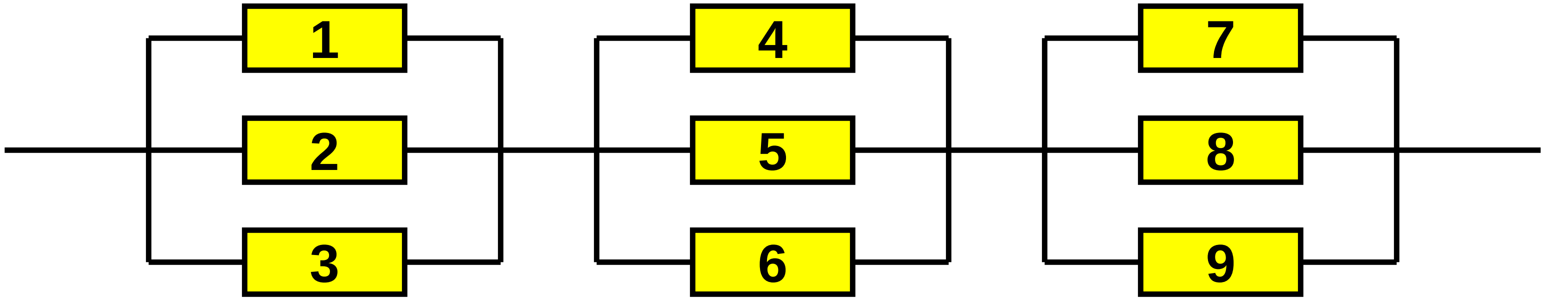
Un sistema consta de 3 módulos idénticos, que fallan independientemente unos de otros. El sistema funciona correctamente si al menos un módulo está operativo. Si la fiabilidad de cada módulo es 0,999, ¿Cuál es la fiabilidad del sistema?

Se necesita que un sistema alcance una fiabilidad de 0,999. Un módulo diseñado para satisfacer los requisitos del sistema tan solo alcanza una fiabilidad del 0,85. Si se usa una combinación de módulos en paralelo para obtener la fiabilidad deseada, ¿Cuál es el número mínimo de módulos necesarios?

COMBINACIONES SERIE-PARALELO

Un diagrama de un sistema real (complejo) es una mezcla de estructuras

Los diagramas se reducen sistemáticamente hasta obtener un único elemento que es equivalente al sistema global



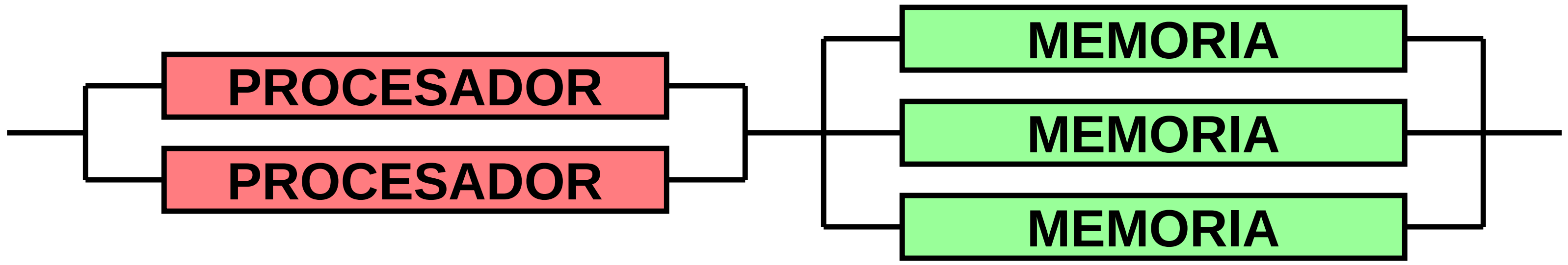
1) Reducir los 3 componentes de cada estructura paralela a uno solo

2) Reducir los 3 componentes de la estructura serie a uno solo

DIAGRAMAS DE BLOQUES
Ejemplo: Sistema Multiprocesador (1)

Sistema multiprocesador tolerante a averías: 2 Procs + 3 Mems compartidas
El sistema está operativo si funciona al menos 1 CPU y 1 MEM

Diagrama de bloques para la predicción de la fiabilidad:



El diagrama contiene 2 subsistemas en serie:

Subsistema 1: Consiste de 2 componentes (procesadores) en paralelo
Subsistema 2: Consiste de 3 componentes (memorias) en paralelo

DIAGRAMAS DE BLOQUES
Ejemplo: Sistema Multiprocesador (2)

Suponer conocido el tiempo hasta el fallo de los componentes

(En este caso se supone distribuido exponencialmente)

Procesadores: $F_p(t) = 1 - e^{-0.00139t}$ $MTTF_p = 1/0.00139 = 719.424\, días$

Memorias: $F_m(t) = 1 - e^{-0.00764t}$ $MTTF_m = 1/0.00764 = 130.890\, días$

Función de distribución del tiempo hasta el fallo de los subsistemas:

Subsistema de Procesadores: $F_{sp} = F_p \cdot F_p = F_p^2$

Subsistema de Memorias: $F_{sm} = F_m \cdot F_m \cdot F_m = F_m^3$

Estructuras paralelas

Función de distribución del tiempo hasta el fallo de todo el multiprocesador:

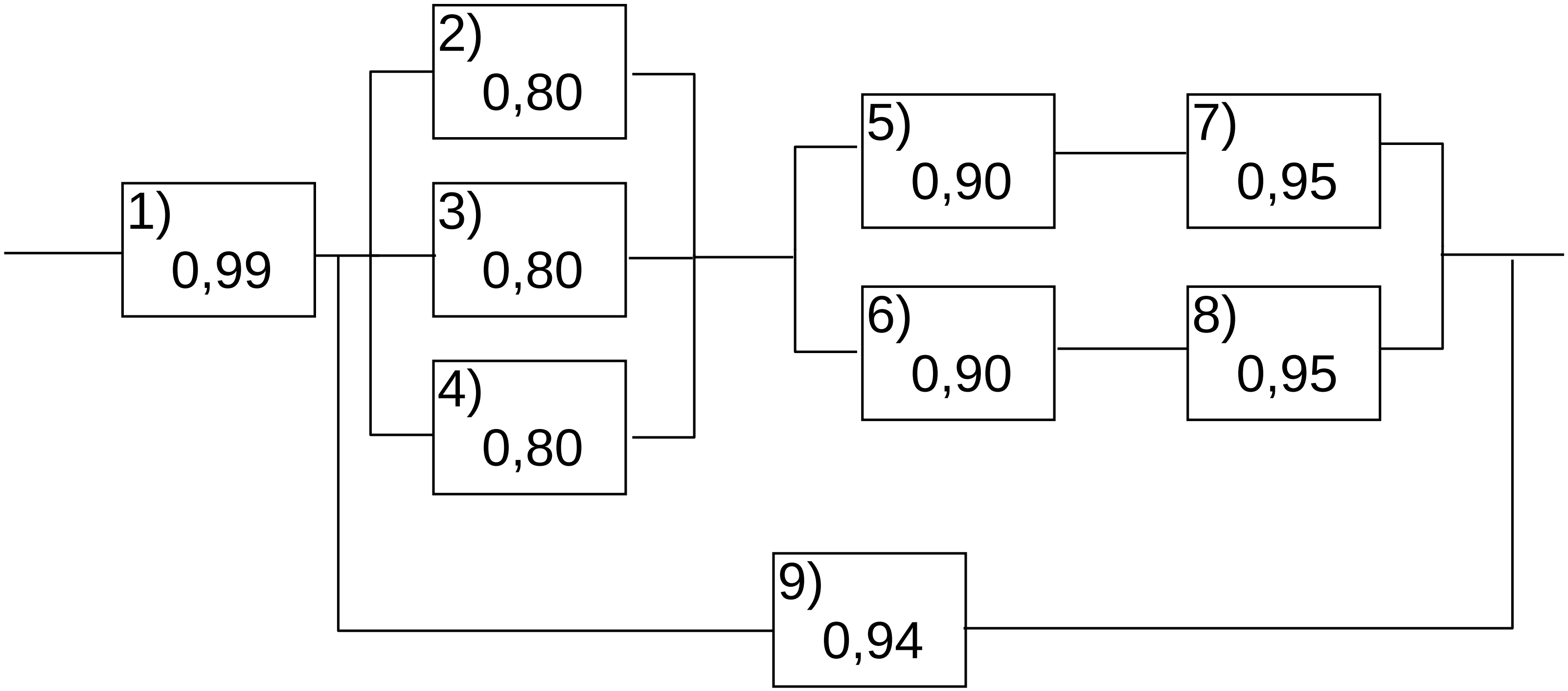
(el multiprocesador se modela como dos subsistemas en serie)

$$F_{sis}(t) = 1 - [1 - F_p^2] \cdot [1 - F_m^3] = 1 - [1 - (1 - e^{-0.00139t})^2][1 - (1 - e^{-0.00764t})^3]$$

$$F_{sis}(t) = 1 - 6e^{-0.00903t} + 3e^{-0.01042t} + 6e^{-0.01667t} - 3e^{-0.01806t} - 2e^{-0.02431t} + e^{-0.0257t}$$

EJEMPLO: COMBINACIONES SERIE-PARALELO

La fiabilidad de un sistema se modela mediante el siguiente diagrama se bloques serie-paralelo. En cada bloque se indica su fiabilidad, calcular la fiabilidad del sistema.



$R_{sistema} = 0{,}988$

MODELADO DE DISPONIBILIDAD CON DIAGRAMAS DE BLOQUES SERIE-PARALELO

SE PRESUPONE:

1) Cada componente puede repararse después de un fallo

2) El comportamiento de cada componente NO depende del de los otros componentes

3) Hay suficientes recursos para reparar todos los componentes simultáneamente
(La tasa de reparación no depende del numero de componentes reparándose a la vez)

Se puede usar el diagrama de bloques de fiabilidad para modelar y evaluar la DISPONIBILIDAD porque:

La estructura de los diagramas de bloques serie-paralelo expresa la misma relación entre componentes cuando se modela { Fiabilidad o Disponibilidad

Serie: Todos los componentes | Funcionan o
Paralelo: Al menos un componente | están disponibles ⇒ **Sistema** | Funciona o está disponible

---

Disponibilidad de N bloques en SERIE

$$A(t) = \prod_{i=1}^{N} A_i(t)$$

Disponibilidad de N bloques en PARALELO

$$A(t) = 1 - \prod_{i=1}^{N} [1 - A_i(t)]$$

SISTEMAS REPARABLES 1/2

Se emplea la siguiente relación:

$$\left.\begin{array}{l} MTTR = 1/\mu \\ MTTF = 1/\lambda \end{array}\right\} \longrightarrow \frac{MTTR}{MTTF} = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\frac{1-A}{A} = \frac{1-\dfrac{MTTF}{MTTF+MTTR}}{\dfrac{MTTF}{MTTF+MTTR}} = \frac{MTTR}{MTTF}$$

$$\longrightarrow \boxed{\frac{\lambda}{\mu} = \frac{1-A}{A}}$$

La disponibilidad *A* de N bloques en serie o en paralelo se calcula con las fórmulas vistas

La tasa de reparación equivalente *μ* de los N bloques se obtiene calculando la <u>media armónica ponderada</u> de las tasas de reparación de los bloques

$$\mu = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{w_i}{\mu_i}}$$

SISTEMAS REPARABLES 2/2

Los factores de ponderación de las tasas de reparación son: $$w_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^{N} \lambda_j}$$

El factor de ponderación de la tasa de reparación de un bloque es proporcional a la frecuencia con la que falla el bloque

Tasa de reparación equivalente (promedio) de los bloques: $$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} \lambda_i}{\sum_{i=1}^{N} \frac{\lambda_i}{\mu_i}}$$

$$\boxed{MTTF = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} - \frac{1}{1+1} = 1{,}5}$$

Tasa de fallos equivalente de los bloques reparables: $$\lambda = \mu \frac{1-A}{A}$$

Comparación del MTTF de 2 bloques iguales en paralelo (λ =1):

MTTF (NO Rep): $\frac{1{,}5}{\lambda}$ **= 1,5**

MTTF (SÍ Rep): $\frac{2\lambda + \mu}{\lambda^2}$ **= 12 (μ=10)**
= 102 (μ=100)

ÁRBOLES DE FALLO

Definición

Un árbol de fallo representa todas las secuencias de fallos de componentes individuales que causan la parada del sistema en una estructura de tipo árbol

Organización de la representación gráfica del árbol:

La raíz (tope) del árbol representa el evento simple e indeseable que consiste en el fallo del sistema global

Un evento en el nivel i se obtiene como combinación de eventos del nivel inferior por medio de puertas lógicas

El descenso por el árbol termina cuando se alcanzan los eventos básicos:

- Fallos de componentes básicos o indivisibles
- Interacción con humanos
- Condiciones externas

ÁRBOLES DE FALLO

Suposiciones

- Los eventos básicos son mutuamente independientes
- Para modelar su ocurrencia se conocerá al menos su
  - Probabilidad
  - Tasa de ocurrencia
  - Función de distribución

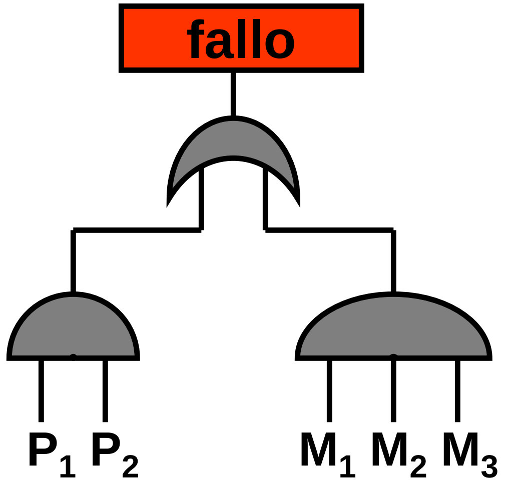
Las puertas de un árbol de fallos

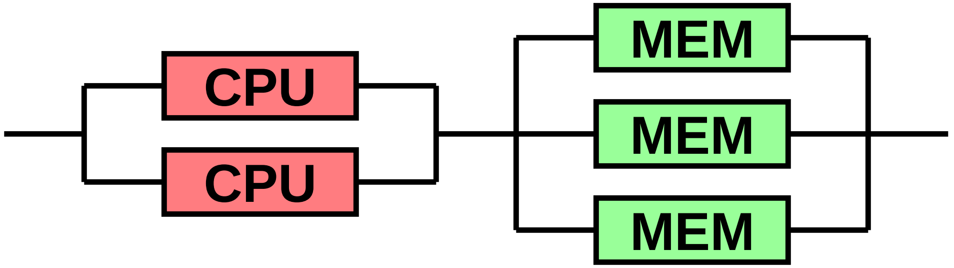
- Cada puerta tiene varias entradas y una salida
- La entrada a una puerta es
  - Un evento básico
  - La salida de otra puerta

Puerta	Su salida es 1 si ...
AND	Todas su entradas son 1
OR	Una o más entradas son 1
K de N	K o más de sus entradas son 1

ANÁLISIS DE ÁRBOLES DE FALLO
SIN EVENTOS BÁSICOS REPETIDOS

Sistema multiprocesador tolerante a averías: 2 Procs + 3 Mems compartidas
El sistema está operativo si funciona al menos 1 CPU y 1 MEM





La ESTRUCTURA DEL ARBOL
indica cuándo ha fallado el sistema
(cuando la salida de la puerta superior es 1)

La ESTRUCTURA DEL DIAGRAMA
indica cuándo está funcionando el sistema
(cuando hay un camino a lo largo del diagrama)

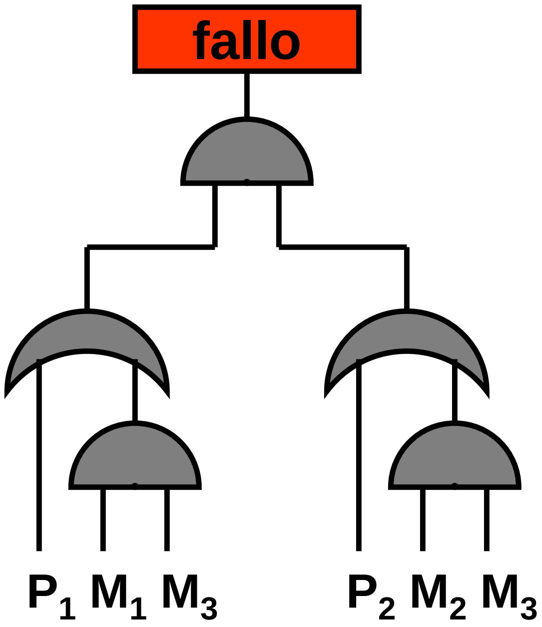
Puerta AND: $F(t) = \prod_{i=1}^{N} F_i(t)$

Puerta OR: $F(t) = 1 - \prod_{i=1}^{N} [1 - F_i(t)]$

ANÁLISIS DE ÁRBOLES DE FALLO
CON EVENTOS BÁSICOS REPETIDOS (1)

Multiprocesador tolerante a averías: 2 Procs + 3 Mems $\begin{cases} M_1 \text{ privada de P1} \\ M_2 \text{ privada de P2} \\ M_3 \text{ compartida} \end{cases}$

Está operativo si funciona al menos UN procesador que pueda acceder a su memoria privada O a la compartida



Cuando hay un evento básico repetido (M_3) NO se pueden usar las formulas previas

Las fórmulas requieren que las distribuciones de los eventos básicos sean independientes
No se cumple cuando hay eventos repetidos

Emplear la técnica de:
FACTORIZACIÓN o DESCOMPOSICIÓN

ANÁLISIS DE ÁRBOLES DE FALLO
CON EVENTOS BÁSICOS REPETIDOS (2)

Técnica de FACTORIZACIÓN

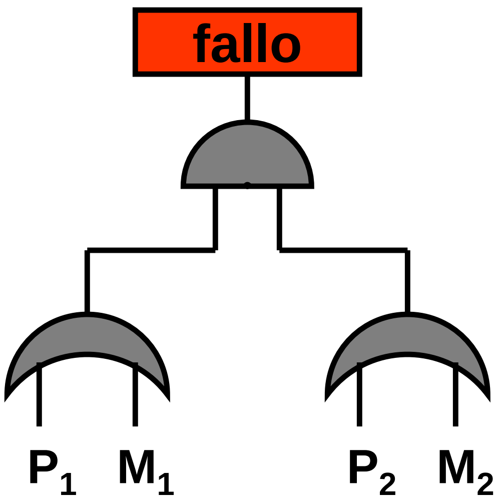
Consiste en elegir el componente repetido y descomponer el árbol en 2 casos:

A - Suponer que el componente ha fallado

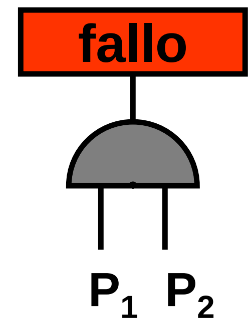
B - Suponer que el componente NO ha fallado

Se construye un árbol de fallo para cada caso

Caso A: M_3 ha fallado (M_3=1)



Caso B: M_3 NO ha fallado (M_3=0)



Estos árboles de fallo NO tienen componentes repetidos
Por tanto, pueden analizarse con las fórmulas vistas

ANÁLISIS DE ÁRBOLES DE FALLO
CON EVENTOS BÁSICOS REPETIDOS (3)

Cálculo de la distribución del tiempo hasta el fallo

Caso A: M$_3$ ha fallado (M$_3$=1)

$$F_a = [1-(1-F_p)(1-F_m)]\cdot[1-(1-F_p)(1-F_m)] = [1-(1-F_p)(1-F_m)]^2$$

P$_1$ OR M$_1$ AND P$_2$ OR M$_2$

$$F_a = 1-2e^{-0.00903t}+e^{-0.01806t}$$

Caso B: M$_3$ NO ha fallado (M$_3$=0)

$$F_b = F_p \cdot F_p = F_p^2$$

$$F_b = 1-2e^{-0.00139t}+e^{-0.00278t}$$

Para obtener la función de distribución del **sistema multiprocesador** $F_s(t)$: Multiplicar la F(t) de cada caso por la probabilidad de que ocurra el caso y sumar ambos productos

$$F_s = F_m(t)F_a(t)+(1-F_m(t))F_b(t)$$

$$F_s = (1-e^{-0.00764t})(1-2e^{-0.00903t}+e^{-0.01806t})+e^{-0.00764t}(1-2e^{-0.00139t}+e^{-0.00278t})$$