Cuestionario 4 A

miércoles, 21 de abril de 2021 14:25

$X = \_\_\_\_\_ \sim N(\mu, \sigma) \rightarrow$ m.a.s $(X_1, \dots X_n)$

Ejercicio 1. a) Con la calculadora se introducen los datos del enunciado y se obtiene la media de esa muestra de la población: 4.385 $= \bar{X}$ ✓

b) $\bar{X} = 4.385$ ✓, $n = 10$, $S = 0.3533$ ← mediante la calculadora ✓

Calculo IC para μ con σ desconocida

1º $T = \dfrac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1} = t_9$ Se escoge el estadístico ↳ grados en la tabla t.

2º $t_{0.99} = 2.82$

3º $0.98 = p\left(t_{\alpha/2} \leq \dfrac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \leq t_{1-\alpha/2}\right)$ Se aplica el estadístico al intervalo de confianza

simetría

$0.98 = p\left(-t_{1-\alpha/2} \leq \dfrac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \leq t_{1-\alpha/2}\right)$

← Se despeja →

$0.98 = p\left(-t_{1-\alpha/2} \dfrac{S}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq t_{1-\alpha/2} \dfrac{S}{\sqrt{n}}\right)$

Se despeja $\bar{x}$

$0.98 = p\left(-\bar{X} - t_{1-\alpha/2} \dfrac{S}{\sqrt{n}} \leq -\mu \leq t_{1-\alpha/2} \dfrac{S}{\sqrt{n}} - \bar{X}\right)$

Se multiplica por -1 la inecuación

$0.98 = p\left(\bar{X} + t_{1-\alpha/2} \dfrac{S}{\sqrt{n}} \geq \mu \geq \bar{X} - t_{1-\alpha/2} \dfrac{S}{\sqrt{n}}\right)$

Se extrae el error máximo

$0.98 = p\left(\bar{X} + \varepsilon \geq \mu \geq \bar{X} - \varepsilon\right), \varepsilon = t_{1-\alpha/2} \dfrac{S}{\sqrt{n}}$

$0.98 = p\left(\mu \in [\bar{X} - \varepsilon, \bar{X} + \varepsilon]\right)$

← Al aplicar datos, ya no podemos hablar de probabilidad

4º $\mu \in [4.385 - \varepsilon, 4.385 + \varepsilon]$,

$\varepsilon = 2.\cancel{26} \cdot 0.3533 / \sqrt{10} = 0.2525$ →

Se calcula el err. max. →

$\mu \in [4.385 - 0.2525, 4.385 + 0.2525]$ →

$\mu \in [4.\cancel{1325}, 4.\cancel{6375}]$ Se aplica el err. máx y se obtiene el intervalo final.

Escogiendo una muestra de población, hay una confianza de 98% de que la media caiga dentro de ese intervalo.

c) Se utiliza el mismo estadístico pero se desconoce n.

$t_{1-\alpha/2} \dfrac{S}{\sqrt{n}} = \varepsilon \leq 0.03 \rightarrow$ Se despeja n.

$n \geq \dfrac{t^2_{1-\alpha/2} S^2}{0.03^2} = \dfrac{\cancel{2.26}^2 \cdot 0.3533^2}{0.03^2}$ → 2.82

$n \geq \cancel{707}$ tornillos

Ejercicio 2. $8.8 = E(X) = \frac{1}{\lambda}$ exp$\left(\frac{1}{8.8}\right)$

a) X: nº de años de vida útil de una batería ~ exp(8.8)

$p(X \geq 6) = \int_6^{+\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx = -e^{-\lambda x}\Big]_6^{+\infty} =$

$= -e^{-\frac{1}{8.8}x}\Big]_6^{+\infty} = e^{-\frac{6}{8.8}} - 0 = 0.5057 \rightarrow 50.57\%$ ✓

b) $0.10 = -e^{-\frac{x}{8.8}}\Big]_0^n = 1 - e^{-\frac{n}{8.8}} \Rightarrow$

$0.1 = p(X < n)$ ← P_{10} ✓

$\Rightarrow 0.9 = e^{-\frac{n}{8.8}}$

$\ln(0.9) = \frac{-n}{8.8}$

$-0.1054 = -n/8.8$

$n = 0.9272$ ✓ en 7 años

X 0.7 ~

c) Y: nº de sustituciones de batería $\sim P\left(\frac{1}{8.8}\right)$

$$p(Y<2) = p(y=0) + p(y=1) = \frac{1}{\cancel{1!}}\Big) = e^{-\lambda}(1+\lambda) =$$

$$= 0.8926 \cdot \left(1 + \frac{1}{8.8}\right) = 0.9940$$

X, $\left(\frac{2}{8{,}8}\right)$

$$= e^{-\lambda}\left(\frac{\cancel{\lambda^0}}{\cancel{0!}} + \lambda\right.$$