



**Universidad de Oviedo**

*Departamento de Informática*  
*Campus de Gijón*

## Firma digital

*Presentación*

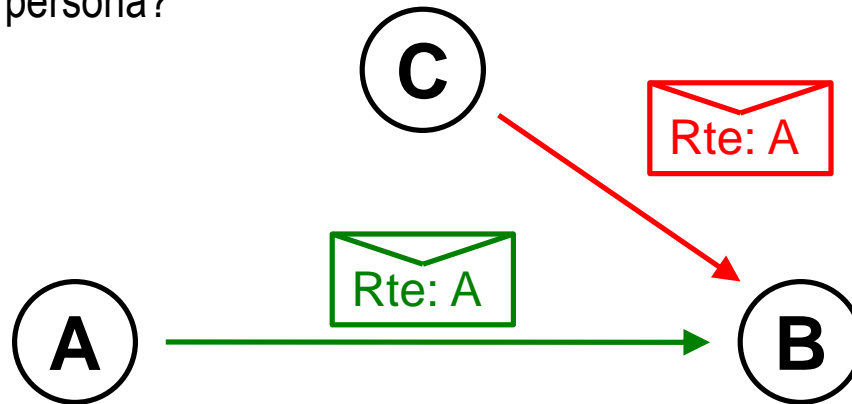
**Daniel F. García**

# Problemas de autenticación (1)

La firma digital resuelve problemas relacionados con la autenticación  
Por ello se presentan primero este tipo de problemas

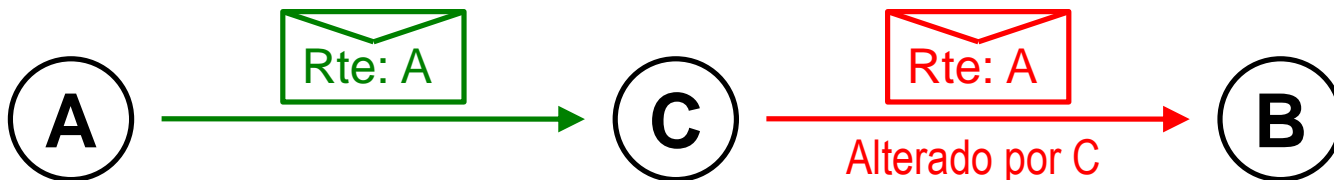
## Autenticidad del emisor

¿Cómo comprueba **Benito** que el mensaje recibido del emisor que dice ser **Adela** es efectivamente esa persona?



## Autenticidad del mensaje ( $\approx$ Integridad del mensaje)

¿Cómo comprueba **Benito** que el mensaje recibido de **Adela** es el auténtico y no fue falseado?



# Problemas de autenticación (2)

## Repudio del emisor

¿Cómo prueba **Benito** que el mensaje recibido del emisor **Adela** –que niega haberlo enviado– ha sido realmente enviado por Adela?



## Repudio del receptor

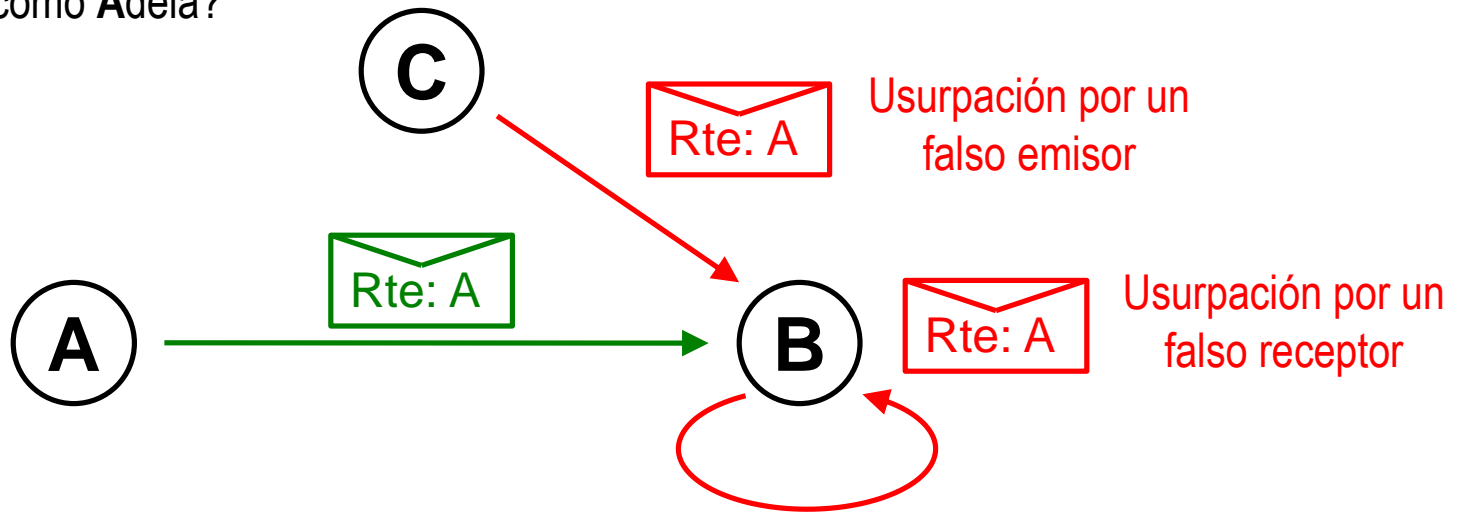
¿Cómo prueba **Adela** que el mensaje enviado al receptor **Benito** –que niega haberlo recibido– ha sido realmente recibido por Benito?



# Problemas de autenticación (3)

## Usurpación de la identidad

¿Cómo comprueba **Adela** que **Benito**, **Carmen** u otros están enviando mensajes firmados como **Adela**?



La suplantación de identidad es una estafa común en Internet

Ej. Un hacker se hace pasar por un banco y solicita datos bancarios al que recibe el mensaje

## Actualidad del mensaje

¿Cómo comprueba **Benito**, que el mensaje recibido del emisor **Adela** es actual, y no es un mensaje de fecha anterior reenviado?

# Soluciones para la autenticación (repaso)

## ① Autenticación mediante cifrado de mensajes con un algoritmo simétrico

El receptor al descifrar el mensaje y ver que es inteligible puede autenticar:

- El mensaje (integridad) pues si fuese modificado el descifrado sería ininteligible
- El emisor, pues solo él o el receptor pueden haberlo encriptado (solo ellos tienen la clave)

## ② Autenticación mediante funciones hash

Una función pública genera un resumen del mensaje de longitud fija que permite autenticar el mensaje (mensaje auténtico  $\approx$  mensaje íntegro)

## ③ Autenticación con un MAC

Una función pública y una clave secreta generan un código de longitud fija a partir del mensaje que se puede utilizar para autenticar el mensaje

## ④ Autenticación mediante una firma digital

Una función pública y una pareja de claves (pública y privada) permiten la autenticación del mensaje y del emisor

# La firma digital

## Definición

Una firma digital es una información (secuencia de bits) que se añade a un documento electrónico que permite autenticar al documento y a su autor de forma inequívoca y segura

## Requisitos

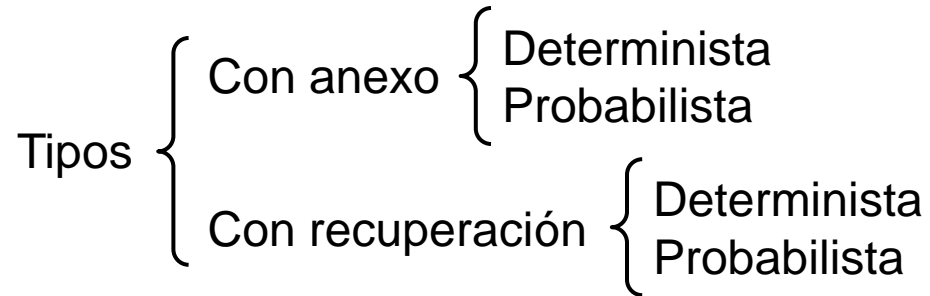
- 1) Será **única**: solo la podrá generar su propietario
- 2) Será **irrevocable**: el propietario no podrá rechazarla
- 3) Debe ser **fácil** de **generar**
- 4) Debe ser **fácil** de **usar** por  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Su propietario (emisor de información)} \\ \text{Los usuarios (receptores de información)} \end{array} \right.$
- 5) Debe **depender** del:
  - Documento
  - Autor



¡ REQUISITO ESENCIAL !

**¡ Estos requisitos son mas fuertes que los de una firma manuscrita !**

# Clasificación de los esquemas de firma digital



## ► Esquema con anexo (del mensaje)

Requiere el mensaje original como entrada al algoritmo de verificación

## ► Esquema con recuperación (del mensaje)

NO Requiere el mensaje original como entrada al algoritmo de verificación

El mensaje original se recupera de la propia firma

## ► Esquema Probabilista

Introduce información generada aleatoriamente en el proceso de construcción de la firma

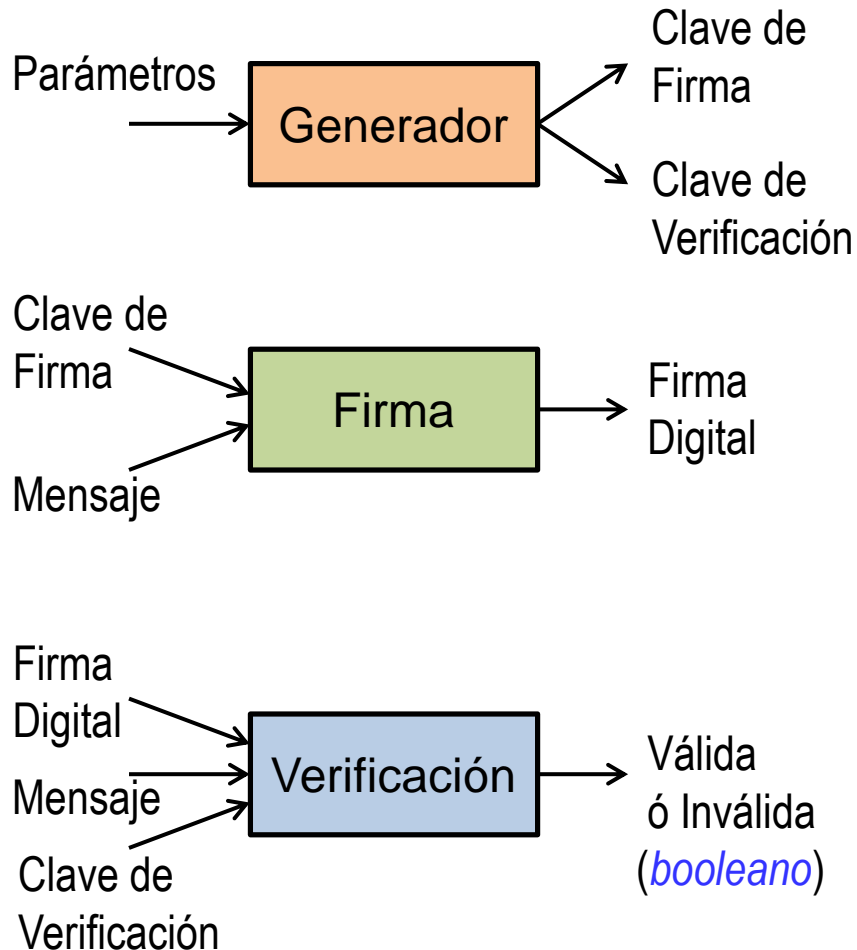
## ► Esquema Determinista

NO Introduce información generada aleatoriamente en el proceso de construcción de la firma

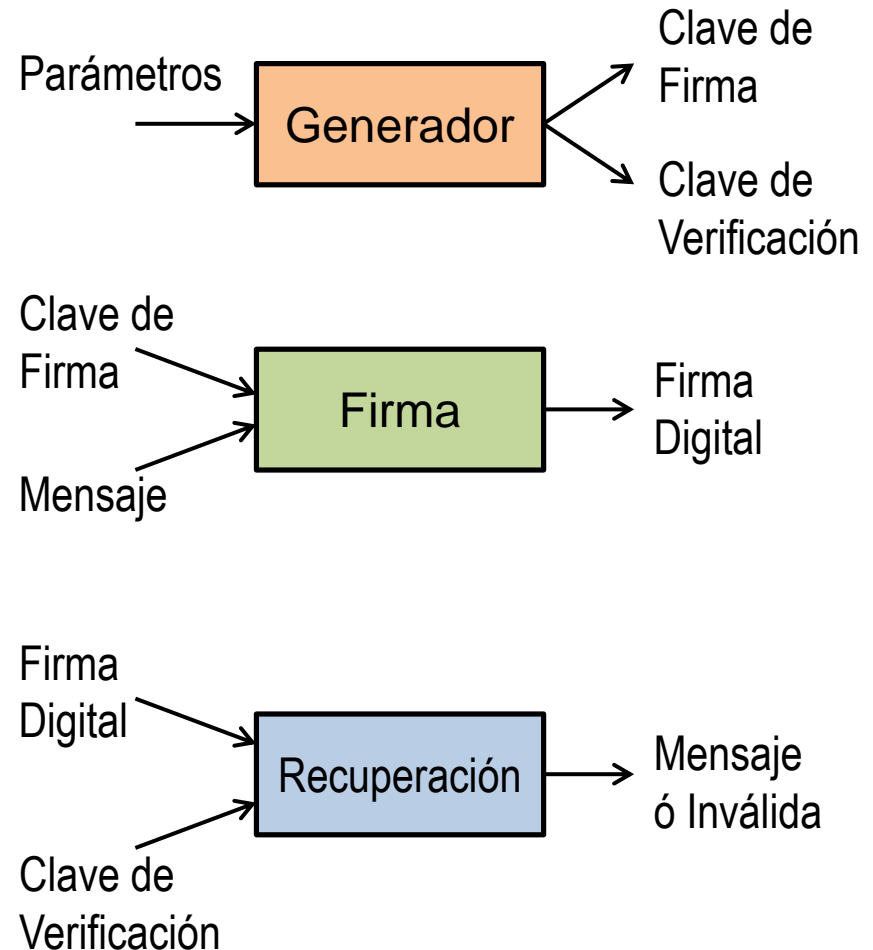
# Componentes de un esquema de firma digital

Todos los esquemas de firma digital se basan en tres algoritmos fundamentales

## Esquema con anexo



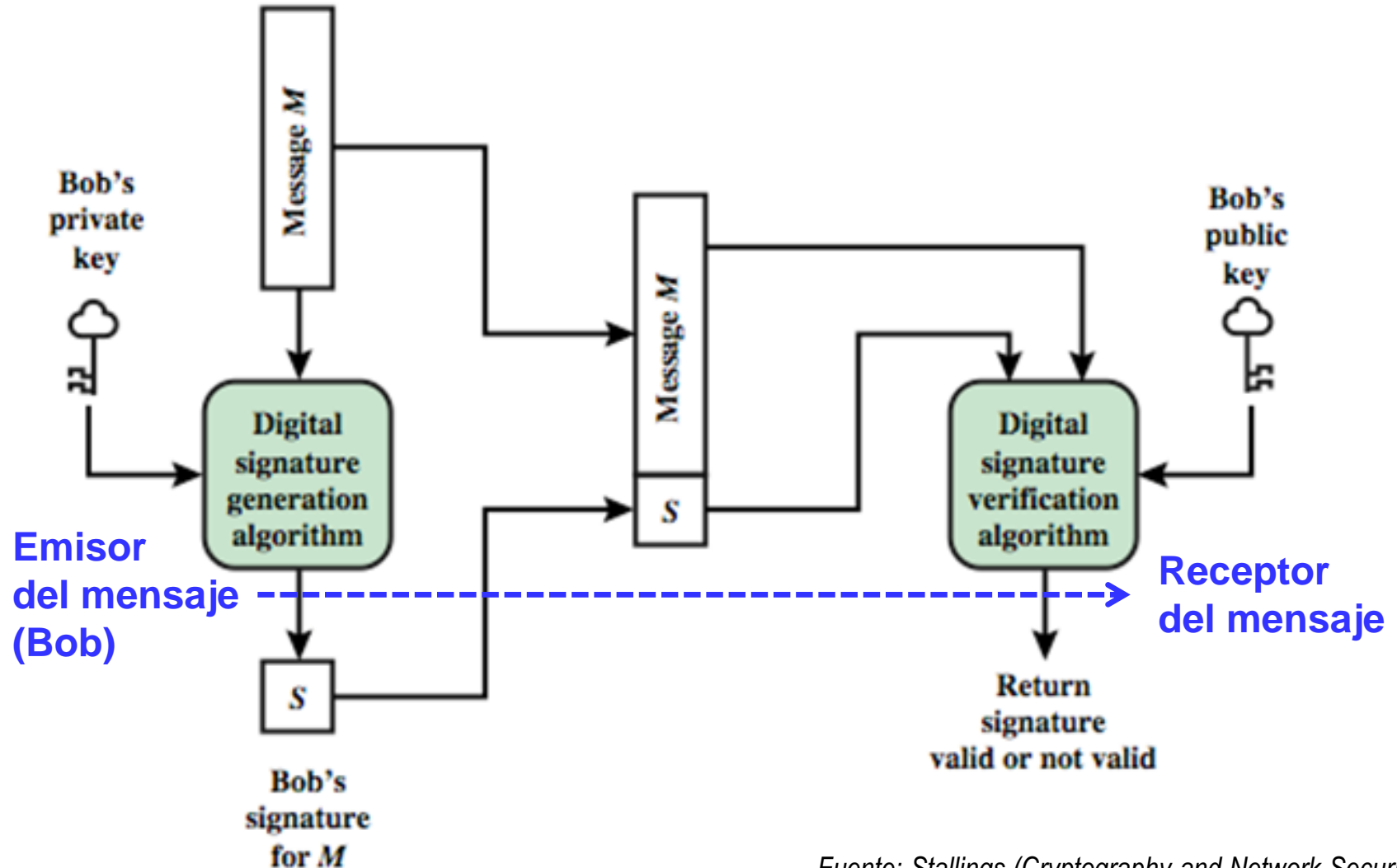
## Esquema con recuperación





# Esquema general de firma digital con anexo

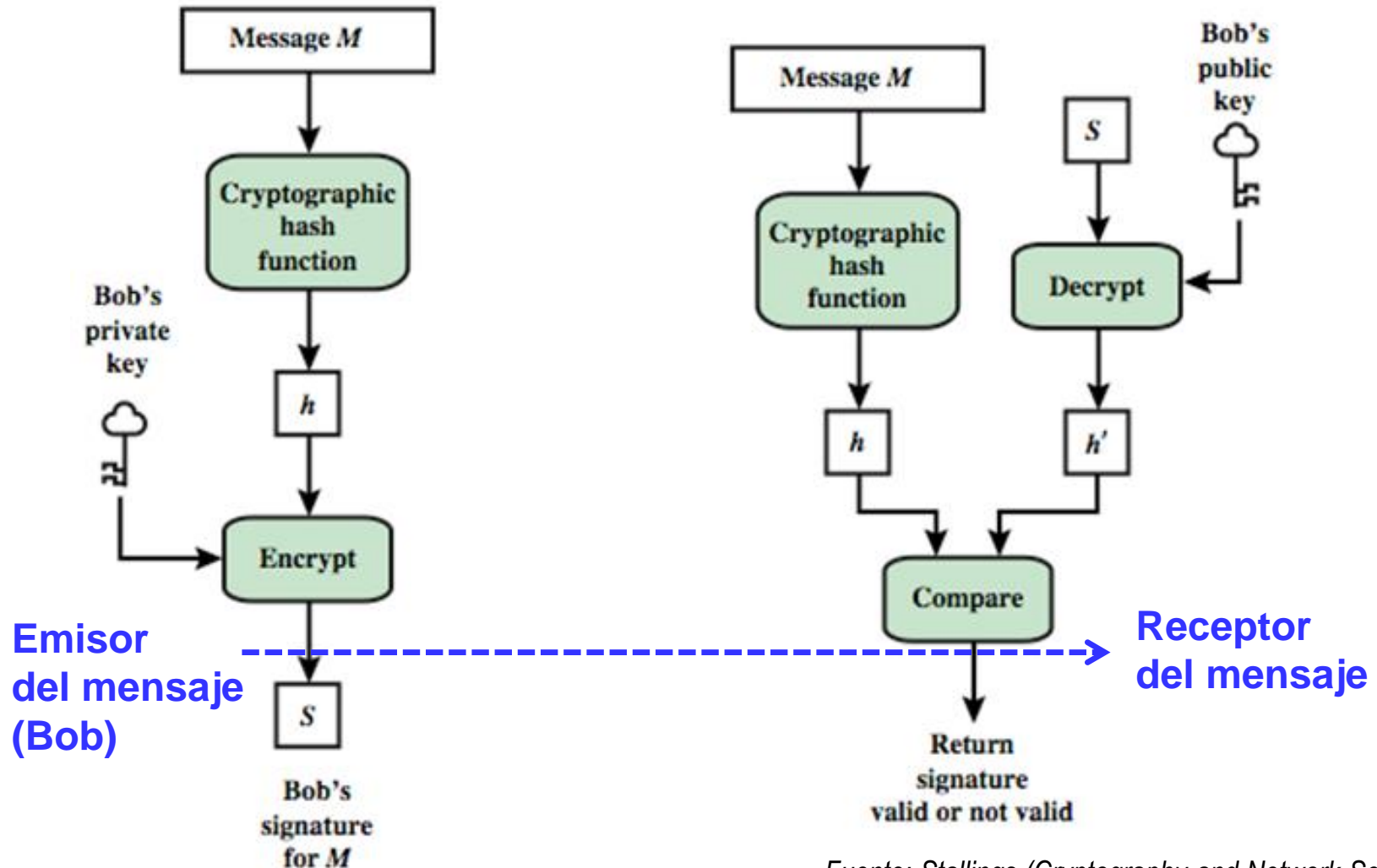
Los esquemas de firma digital con anexo son los más comunes:



Fuente: Stallings (Cryptography and Network Security)

# Esquema de firma digital con anexo basado en hash

Los esquemas de firma con anexo más comunes se basan en una F. de hash + Alg. de Cifrado/Descifrado



Fuente: Stallings (Cryptography and Network Security)

# El estándar de firma digital DSS

**DSS = Digital Signature Standard**

DSS es un estándar de firma digital propuesto por el NIST

- Básicamente el estándar DSS utiliza el algoritmo DSA (*Digital Signature Algorithm*)  
Es una variante del Alg. Schnorr basado en una modificación del Alg. ElGamal
- Pero DSS también soporta: RSA y ECDSA (*Elliptic Curve Digital Signature Algorithm*)

## Evolución

1994 NIST Integra el DSA en el estándar DSS publicado en FIPS 186 (19-May-1994)

1998 Primera revisión menor de DSS publicada en FIPS 186-1 (15-Dic-1998)

2000 Se expande el estándar DSS publicado en FIPS 186-2 (27-Ene-2000)

2009 Nueva expansión del estándar DSS (Junio-2009)

2013 Revisión del estándar DSS (Julio-2013)

2023 Nueva expansión del estándar DSS (Febrero-2023 Borrador)

<https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.186-5.pdf>

## Partes DSA

Para usar DSA hay que considerar 3 partes

- 1) Generación de claves
- 2) Firmar un mensaje
- 3) Verificar la firma de un mensaje

# DSA: Generación de claves 1

La generación de claves tiene dos fases:

- FASE-1:** Elección de los parámetros del algoritmo DSA que tienen que ser compartidos por todos los usuarios de un dominio
- FASE-2:** Cálculo de una pareja de claves (pública y privada) para cada uno de los usuarios

## FASE-1 Generación de parámetros

- 1 Elegir una función de hash  $H$  aprobada por el estándar DSS

La especificación original de DSS usaba la función SHA-1

En la actualidad hay que utilizar una función SHA-2

- 2 Elegir la longitud de los parámetros  $L$  y  $N$

$L$  (longitud del parámetro  $p$ )  $N$  (longitud del parámetro  $q$ )

*Posibilidades*



L	N
1024	160
2048	224
2048	256
3072	256

- 3 Elegir el parámetro  $p$ , primo de  $L$  bits ( $2^{L-1} < p < 2^L$ )  $p = 223$

- 4 Elegir el parámetro  $q$ , primo de  $N$  bits y divisor de  $(p-1)$  ( $2^{N-1} < q < 2^N$ )

$$223-1=222=2 \cdot 3 \cdot 37 \rightarrow q=37$$

# DSA: Generación de claves 2

## 5 Elegir el parámetro $g$ , generador de orden $q$ del grupo $p$ ( $1 < g < p$ )

Un generador de orden  $q$ , es una raíz  $g$  en el cuerpo  $\underbrace{Z_p^*}_{\text{[ Números primos } < p \text{ ]}}$ , que verifica  $\rightarrow g^q \bmod p = 1$

Se puede encontrar  $g$  con esta ecuación:

$$g = \beta^{(p-1)/q} \bmod p$$

Eligiendo aleatoriamente un  $\beta$  tal que  $1 < \beta < p-1 \rightarrow \begin{cases} \text{Si } g \neq 1 \text{ el valor de } g \text{ es válido} \\ \text{Si } g = 1 \text{ elegir otro valor de } \beta, \text{ etc.} \end{cases}$

$$g = \beta^{(223-1)/37} \bmod 223 = \beta^6 \bmod 223$$

$$\text{Con } \beta=19 \quad g = 19^6 \bmod 223 = 17 \text{ (es válido)}$$

## FASE-2 Generación de claves

### 1 Elegir una clave secreta $X$ ( $1 \leq X \leq q-1$ )

Usar un “buen” método de generación de aleatorios

Elegir  $X=25$  verifica:  $1 \leq X \leq 36$

### 2 Calcular la clave pública $Y$

$$Y = g^X \bmod p$$

$$Y = 17^{25} \bmod 223 = 30$$

## RESUMEN

Datos públicos:

$$p = 223 \quad q = 37$$

$$g = 17 \quad Y = 30$$

Datos secretos:

$$X = 25$$

# DSA: Firmar un mensaje

Para firmar un mensaje se dan los pasos siguientes:

- ① Generar un número secreto  $K$ , PARA CADA MENSAJE ( $1 \leq K \leq q-1$ )

La generación debe ser aleatoria

Ejemplo:  $K = 12 < 37-1$

- ② Calcular  $r = (g^K \bmod p) \bmod q$

$r = (17^{12} \bmod 223) \bmod 37 = 23$

- ③ Calcular  $s = (K^{-1} (z + X \cdot r)) \bmod q$

$s = (34 (30 + 25 \cdot 23)) \bmod 37 = 35$

$z$  = los  $n$  bits más-a-la-izquierda de  $H(M)$

$\downarrow$   
 $n = \min(L_q, L_h) \begin{cases} L_q = \text{Longitud de } q \\ L_h = \text{Longitud del hash} \end{cases}$

Sea  $L_h < L_q \rightarrow$  Usamos todos los bits del hash  
Entonces  $z = H(M) = 30$  (ejemplo)

$K^{-1}$  es el inverso multiplicativo de  $K$  con respecto a la multiplicación en módulo  $q$

Se verifica  $\rightarrow \begin{cases} 0 < K^{-1} < q \\ (K^{-1} \cdot K) \bmod q = 1 \end{cases}$

$(K^{-1} \cdot 12) \bmod 37 = 1$

$K^{-1} = 34$  obtenido con un bucle ...

Hay un método para calcular  $K^{-1}$  en el Apéndice C1 de FIPS186-3  
(Es muy típico usar el Algoritmo de Euclides Extendido)

- ④ Re-calcular la firma en el caso improbable de que  $r = 0$  ó  $s = 0$

La firma digital DSA de  $H(M)$  es el par  $(r, s)$

A envía a B  $\rightarrow (M, r, s) = (M, 23, 35)$

# DSA: Verificar una firma

Antes de verificar una firma hay que obtener los datos públicos necesarios de una entidad de confianza

Cualquiera que tenga acceso a los datos públicos puede verificar la firma digital

El propio firmante puede verificar su firma antes de enviarla con el documento

Datos públicos

p	q	g	Y
223	37	17	30

El receptor dispone del mensaje firmado recibido  $M' \ r' \ s'$   
 $M' \ 23 \ 35$

Para verificar una firma se dan los pasos siguientes:

① Comprobar que  $0 < r' < q$  Y  $0 < s' < q$   $0 < 23 < 37$  Y  $0 < 35 < 37$

Si alguna de estas condiciones no se cumple, la firma NO es válida

② Calcular  $w = s'^{-1} \bmod q$   $(s'^{-1} \cdot 35) \bmod 37 = 1$   $w = 18 \bmod 37 = 18$   
 $s'^{-1} = 18$

③ Calcular  $u1 = (z \cdot w) \bmod q$   $u1 = (30 \cdot 18) \bmod 37 = 22$   
 $H(M') = z$

④ Calcular  $u2 = (r' \cdot w) \bmod q$   $u2 = (23 \cdot 18) \bmod 37 = 7$

⑤ Calcular  $v = [(g^{u1} \cdot Y^{u2}) \bmod p] \bmod q$   $v = [(17^{22} \cdot 30^7) \bmod 223] \bmod 37 = 23$

Si  $v = r'$  la firma es válida  
Si  $v \neq r'$  la firma NO es válida

# Firma Digital basada en RSA

Todo el proceso de firma se describe en el estándar **PKCS#1**:

1998 Mar V1.5 RFC-2313 RSA Encryption

1998 Oct V2.0 RFC-2437 RSA Cryptography Specifications

2003 Feb V2.1 RFC-3447 RSA Cryptography Specifications

<https://www.rfc-editor.org/rfc/rfc3447>

2016 Nov V2.2 RFC-8017 RSA Cryptography Specifications

<https://www.rfc-editor.org/rfc/rfc8017>

El estándar describe dos esquemas de firma con anexo (*appendix*)

Determinista → RSASSA-PKCS1-V1.5

Probabilista → RSASSA-PSS

**SSA** = **S**ignature **S**cheme with **A**ppendix

**PPS** = **P**robabilistic **S**ignature **S**cheme

El estándar de firma digital DSS del NIST soporta ambos esquemas RSA

<https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/FIPS/NIST.FIPS.186-5.pdf> (Ver sección 5)

Pero impone restricciones adicionales a las indicadas en PKCS#1 v2.2



# RSASSA – PKCS1: Generación de la firma

## Fase 1: Codificación del mensaje

Aplicar una función de hash para obtener  $H = \text{Hash}(M)$

Codificar el ID de la función de hash y el valor del hash como un tipo Digest Info de ASN.1 → **T**

ASN.1 = Abstract Syntax Notation 1

Generar un **PS** (*Padding String*) de la longitud apropiada con el byte 0xFF

Construir la codificación del mensaje EM por concatenación:

$EM = 0x00 \parallel 0x01 \parallel \text{PS} \parallel 0x00 \parallel \text{T}$

## Fase 2: Cifrado de la codificación del mensaje

Convertir la codificación del mensaje EM (cadena de bytes) en un número  $m$

Cifrar con RSA usando la clave privada  $(d, n)$  →  $s = m^d \bmod n$

Convertir el número  $s$  a bytes para obtener la firma  $S$  (cadena de bytes)

# RSASSA – PKCS1: Verificación de la firma

## Fase 1: Descifrado de la firma

Convertir la firma  $S$  (cadena de bytes) en un número  $s$

Descifrar con RSA usando la clave pública  $(e, n) \rightarrow m = s^e \bmod n$

Convertir el número  $m$  a bytes para obtener la codificación del mensaje  $EM'$  (cadena de bytes)

## Fase 2: Verificación de la codificación del mensaje

### Método 1:

Codificar el mensaje recibido  $M_R$

$$EM'_R = \text{EMSA-PKCS1-Encode}(M_R)$$

Comparar  $(EM' == EM'_R) ?$

Si  $\rightarrow$  Firma verificada

No  $\rightarrow$  Firma no verificada

### Método 2:

Decodificar  $EM'$  (**no especificado en el estándar**)

Extraer el Hash( $M$ ) =  $H'$  de la decodificación

Calcular el hash del mensaje recibido  $H'_R$

Comparar  $(H' == H'_R) ?$

Si  $\rightarrow$  Firma verificada

No  $\rightarrow$  Firma no verificada

# RSASSA – PSS: Generación de la firma

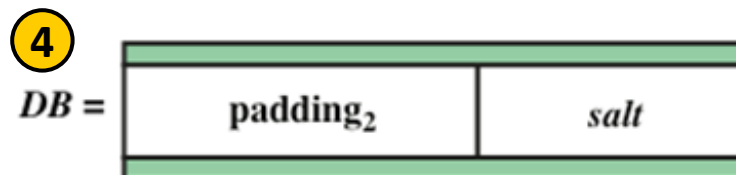
## Fase 1: Codificación del mensaje

① Generar el hash de M:  $mHash = Hash(M)$

② Generar salt (cadena de bytes aleatoria)  
componer  $M' = padding_1 || mHash || salt$

③ Generar el hash de  $M'$ :  $H = Hash(M')$

④ Formar el Data Block  
 $DB = padding_2 || salt$



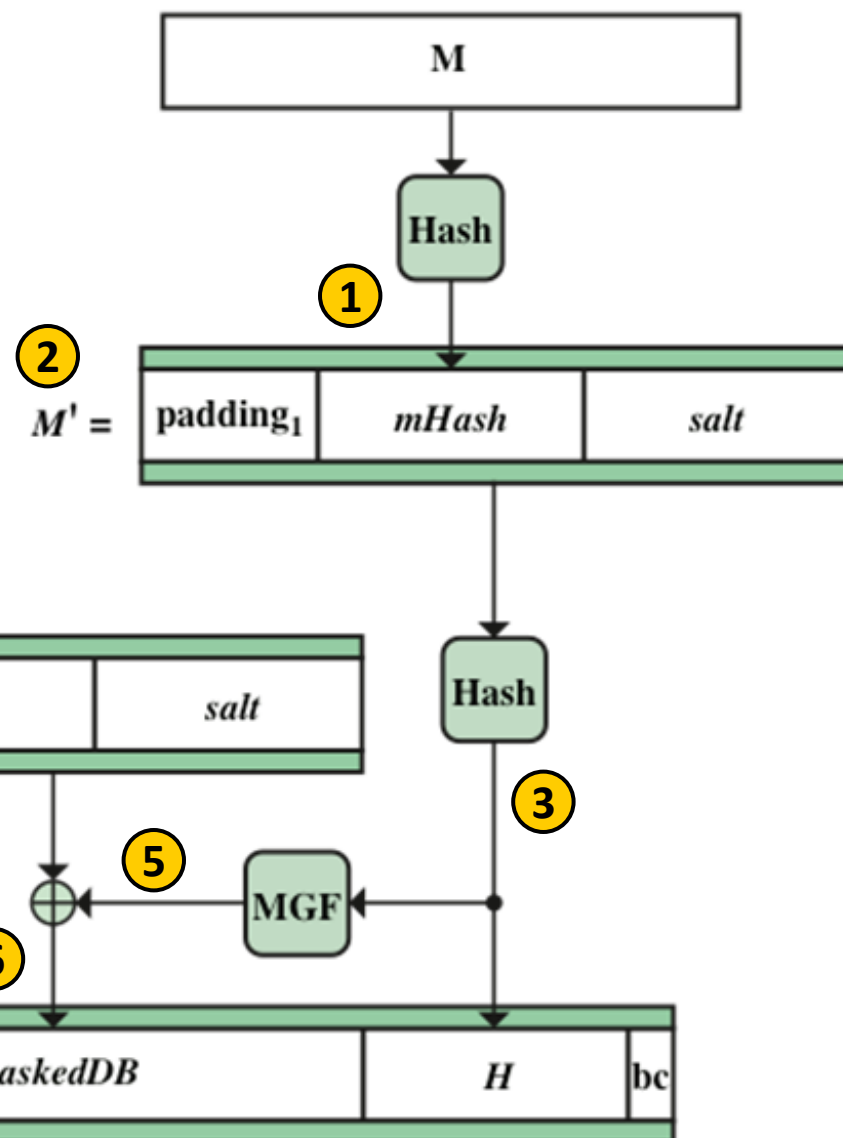
⑤ Calcular  $dbMask = MGF(H)$

⑥ Calcular  $maskedDB = DB \oplus dbMask$

⑦ Poner bits +lza de maskedDB a 0

⑧  $EM = maskedDB || H || bc$

⑧



Fuente: Stallings (Cryptography and Network Security)

# RSASSA – PSS: Cifrado y Descifrado de EM

## Fase 2 Generación: Cifrado de la codificación del mensaje

Convertir la codificación del mensaje EM (cadena de bytes) en un número  $m$

Cifrar con RSA usando la clave privada  $(d,n)$  →  $s = m^d \bmod n$

Convertir el número  $s$  a bytes para obtener la firma  $S$  (cadena de bytes)

Ejemplo: Si el tamaño de la clave RSA es 2048 bits → Tamaño de  $S = 2048/8 = 256$  bytes

---

## Fase 1 Verificación: Descifrado de la firma

Convertir la firma  $S$  (cadena de bytes) en un número  $s$

Descifrar con RSA usando la clave pública  $(e,n)$  →  $m = s^e \bmod n$

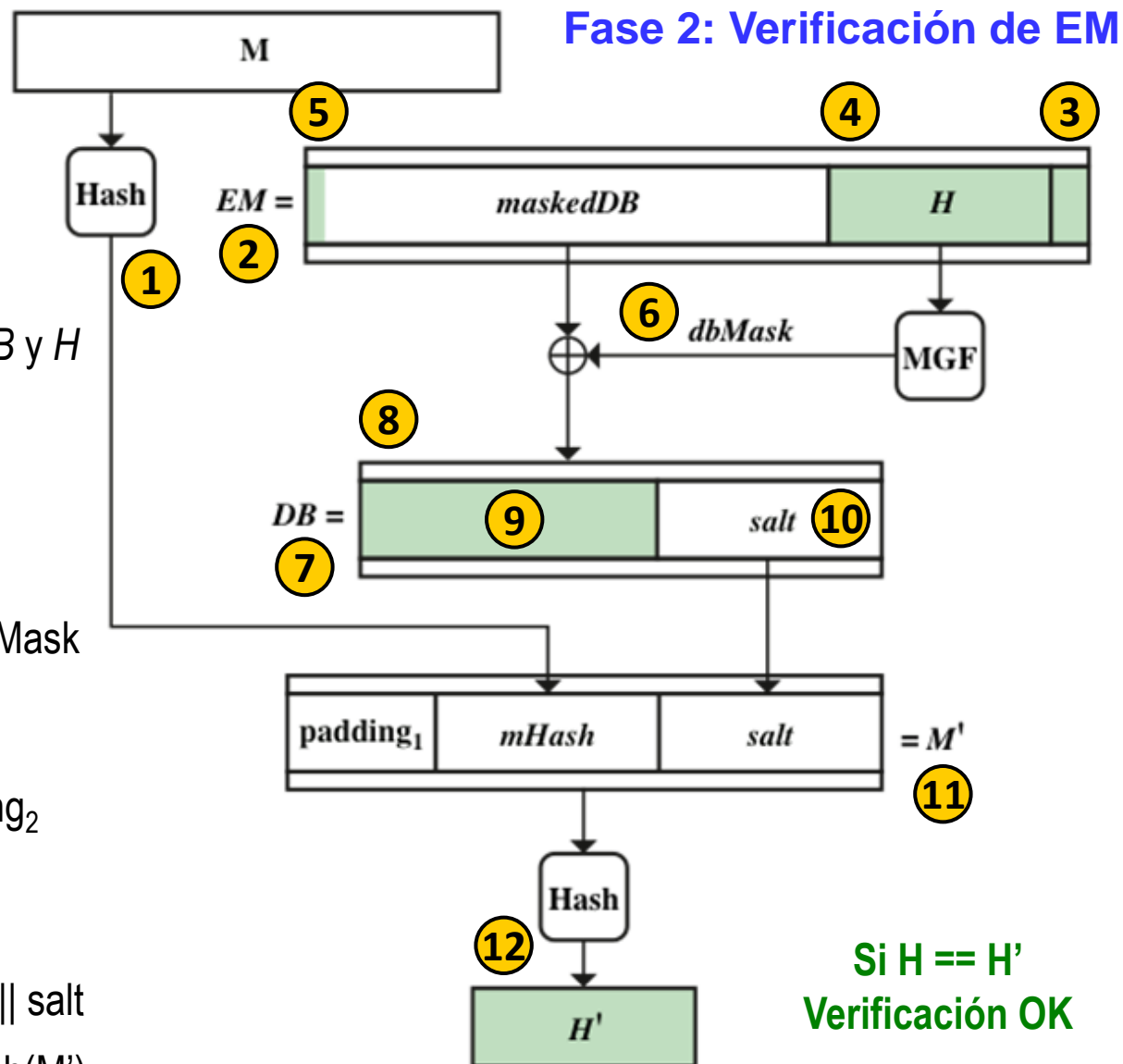
Convertir el número  $m$  a bytes para obtener la codificación del mensaje EM (cadena de bytes)

La longitud en bytes de EM es  $emLen = \lceil (modBits-1)/8 \rceil$

*modBits es la longitud en bits del módulo  $n$  de RSA*

# RSASSA – PSS: Verificación de la firma

- 1 Generar  $mHash = Hash(M)$
- 2 Si  $emLen < (hLen + sLen + 2)$   
Hay inconsistencia → Stop
- 3 Si Byte Dcho EM  $\neq bc$   
Hay inconsistencia → Stop
- 4 Descomponer EM en  $maskedDB$  y  $H$
- 5 Si Bits +lza de  $maskedDB \neq 0$   
Hay inconsistencia → Stop
- 6 Calcular  $dbMask = MGF(H)$
- 7 Calcular  $DB = maskedDB \oplus dbMask$
- 8 Poner bits +lza de DB 0
- 9 Si Bits en verde de DB  $\neq padding_2$   
Hay inconsistencia → Stop
- 10 Salt = sLen bits +Dcha de DB
- 11 Formar  $M' = padding_1 || mHash || salt$
- 12 Generar el hash de  $M'$ :  $H' = Hash(M')$



Si  $H == H'$   
Verificación OK

Fuente: Stallings (Cryptography and Network Security)

# RSASSA – PSS: Función de generación de máscaras

## MGF = Mask Generation Function

Función que genera una máscara de bits ( $mask$ ) de la longitud deseada ( $maskLen$ ) a partir de  
Una cadena de bits de cualquier longitud ( $X$ )

$$mask = MGF(X, maskLen)$$

MGF es una función pseudoaleatoria, típicamente basada en una función hash como SHA-1

MGF basada en Hash  $\leftrightarrow$  Método para generar un resumen de longitud variable a partir  
de una función que genera un resumen de longitud fija

### Algoritmo

$T \leftarrow$  Cadena vacía (a transformar progresivamente)

$k = \lceil maskLen / hLen \rceil - 1$

for  $C=0$  to  $k$

$T = T \parallel Hash(X \parallel C)$

$mask =$  Los primeros  $maskLen$  bytes de  $T$

### Funcionamiento

Si ( $masklen = hLen$ )  $mask = Hash(X \parallel 0)$

Si ( $masklen > hLen$ )  $mask = Hash(X \parallel 0) \parallel Hash(X \parallel 1) \parallel \dots \parallel Hash(X \parallel k)$

# RSASSA – PSS: Generación + Verificación de la firma

