TECNOLOGÍA ELECTRÓNICA DE COMPUTADORES

2º Curso – GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN

Tema 2. Lección 2. Fundamentos de resolución de circuitos. Teoremas

Lección 2. Fundamentos de resolución de circuitos. Teoremas

2.1. Resolución de circuitos de continua

2.2. Teorema de Thevenin

2.3. Teorema de Norton

2.4. Teorema de Millman

2.5. Circuitos RC y RL. Transitorios de primer orden.

2.6. Curva característica, recta de carga y punto de funcionamiento

2.7. Teorema o principio de superposición

Bibliografía de la lección

Lectura clave

Parte 1 de T.L. Floyd
Principios de circuitos electrónicos
Editorial Pearson-Prentice Hall

Otras lecturas complementarias

Valores normalizados de resistencias:

http://www.logwell.com/tech/components/resistor_values.html

Consultar

http://es.rs-online.com/web/

http://es.farnell.com/

para ver resistencias y condensadores

Unidades del Sistema Internacional http://physics.nist.gov/cuu/index.html

2.1 Resolución de circuitos de continua

Circuitos de corriente continua, contienen únicamente:

- Fuentes
- Resistencias
- No hay variación en el tiempo de tensiones y corrientes. Por tanto:
  - Los condensadores equivalen a circuitos abiertos (i=0):

$$i_C = C \cdot \frac{du_c}{dt} \Rightarrow \text{Si } \frac{du_c}{dt} \Rightarrow i_C = 0$$

  - Las bobinas equivalen a cortocircuitos (u=0)

$$u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} \Rightarrow \text{Si } \frac{di_L}{dt} \Rightarrow u_L = 0$$

Métodos de cálculo

a) Análisis de las mallas

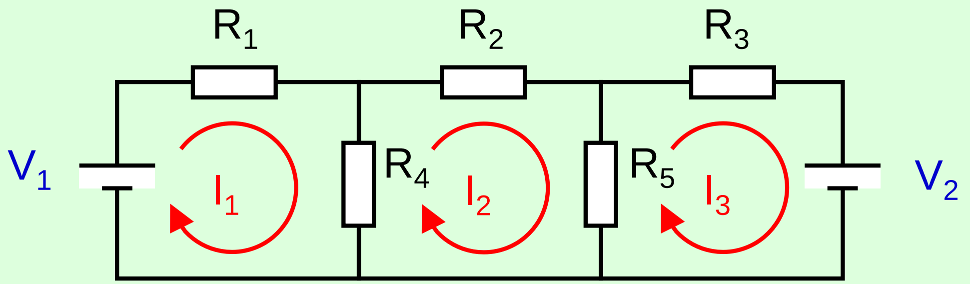
b) Análisis de los nudos

c) Asociación de elementos en serie y en paralelo

d) Utilización de teoremas

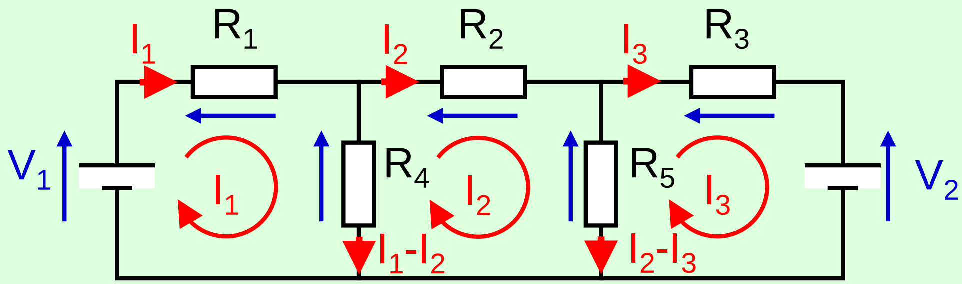
En electrónica, la asociación de elementos y el uso de los teoremas son los más usados

Análisis mediante corrientes de malla



- Se basa en plantear las ecuaciones de malla que permitan plantear un sistema de ecuaciones independientes, utilizando unas "corrientes de malla" tomadas a conveniencia para facilitar los cálculos (son un artificio para facilitar los cálculos)
- Las corrientes "reales" se obtienen a partir de las corrientes de malla, mediante sumas y restas. Ejemplo: $I(R_4)=I_1-I_2$, con el sentido de I_1
- Se basa en la segunda ley de Kirchhoff: "la suma ALGEBRAICA de todas las tensiones en una malla debe ser igual a cero"
- El planteamiento de las ecuaciones permite hacer una resolución matricial (cómoda en computadores)
- En general, el cálculo para circuitos sencillos es algo engorroso.

Análisis mediante corrientes de malla



- Ecuaciones:

$$\begin{cases} 0 = V_1 - I_1 \cdot R_1 - (I_1 - I_2)\cdot R_4 \Rightarrow V_1 = I_1 \cdot R_1 + I_1 \cdot R_4 - I_2 \cdot R_4 \\ 0 = (I_1 - I_2)\cdot R_4 - I_2 \cdot R_2 - (I_2 - I_3)\cdot R_5 \Rightarrow 0 = I_1 \cdot R_4 - I_2 \cdot R_4 - I_2 \cdot R_2 - I_2 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_5 \\ 0 = (I_2 - I_3)\cdot R_5 - I_3 \cdot R_3 - V_2 \Rightarrow -V_2 = -I_2 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_5 + I_3 \cdot R_3 \end{cases}$$

FORMA MATRICIAL

$$\begin{cases} V_1 = I_1 \cdot (R_1 + R_4) - I_2 \cdot R_4 + I_3 \cdot 0 \\ 0 = -I_1 \cdot R_4 + I_2 \cdot (R_4 + R_2 + R_5) - I_3 \cdot R_5 \\ -V_2 = I_1 \cdot 0 - I_2 \cdot R_5 + I_3 \cdot (R_5 + R_3) \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ 0 \\ -V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + R_4 & -R_4 & 0 \\ -R_4 & R_4 + R_2 + R_5 & -R_5 \\ 0 & -R_5 & R_5 + R_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}$$

Vector de tensiones

Matriz de Impedancias (simétrica respecto diagonal)

Vector de corrientes

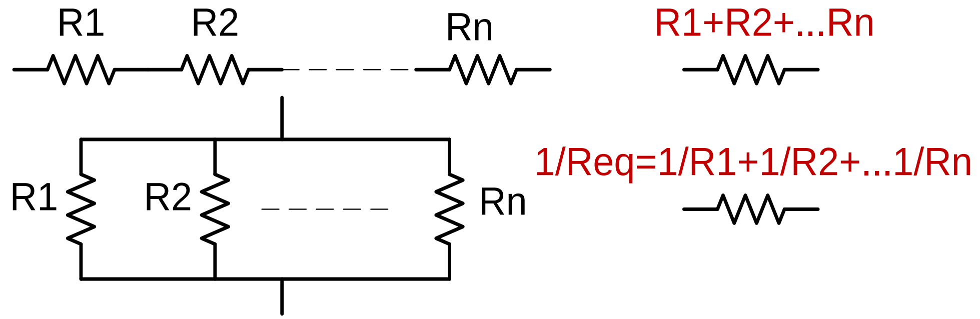
Análisis mediante ecuaciones de nudos

- Se basa en plantear las ecuaciones de nudos que permitan plantear un sistema de ecuaciones independientes. Partimos de un nodo de referencia, y se irán obteniendo tensiones en el resto a partir de él.
- El planteamiento de las ecuaciones permite hacer una resolución matricial (cómoda en computadores)
- Similar en el cálculo a las corrientes de malla (el cálculo para circuitos sencillos es algo engorroso)

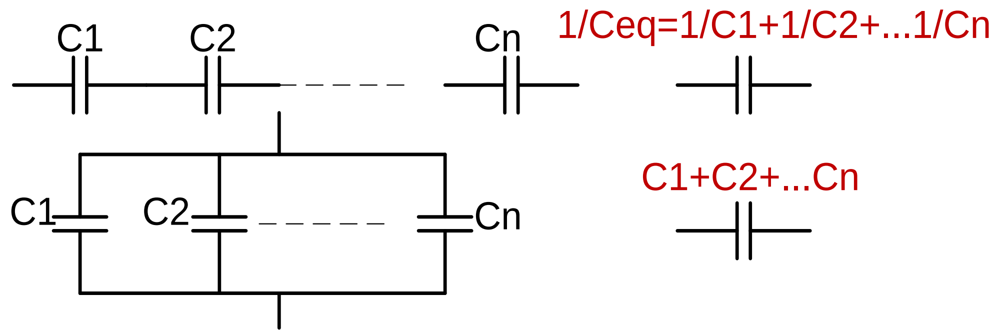
IMPORTANTE: En circuitos electrónicos, la presencia de elementos no lineales impide utilizar estos métodos directamente, por lo que utilizaremos teoremas para facilitar el cálculo sin recurrir a estos métodos genéricos.

Asociación de elementos pasivos en serie y en paralelo

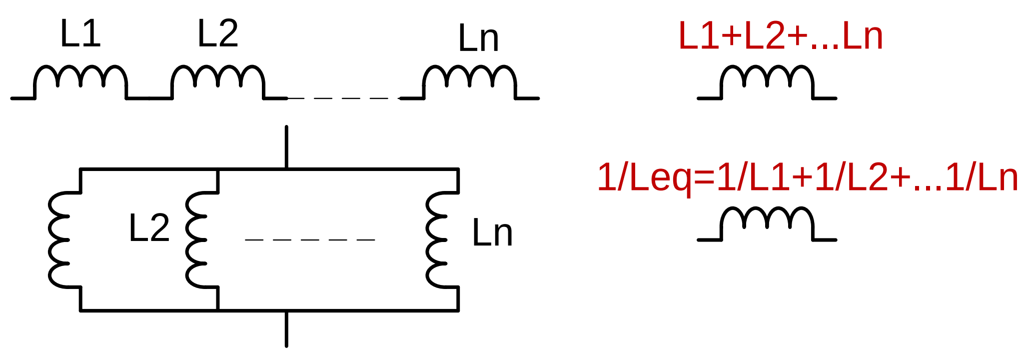
Resistencias



Condensadores

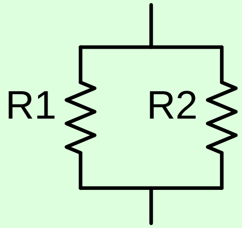


Bobinas



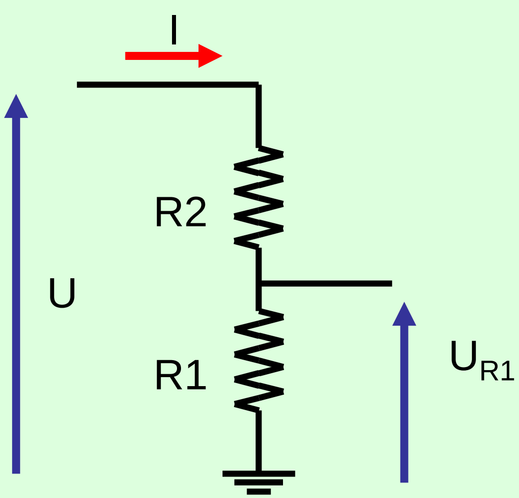
Algunos circuitos muy utilizados

Asociación de dos resistencias paralelo



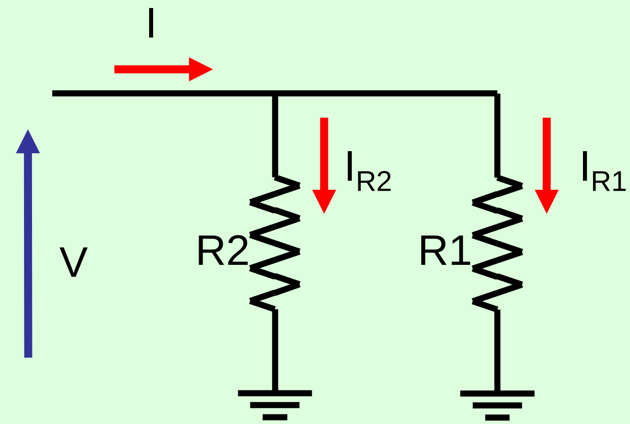
$$R_{equivalente} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Divisor de tensiones



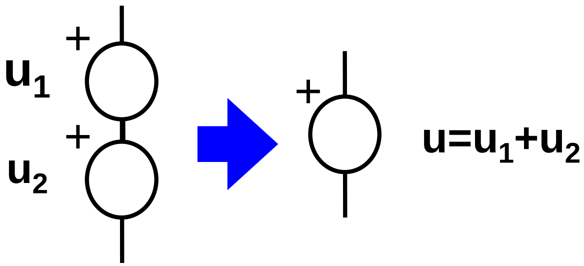
$$U_{R1} = U \cdot \frac{R_1}{R_{SERIE}} = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Divisor de corrientes

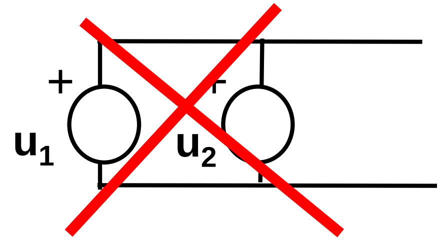


$$I_{R1} = I \cdot \frac{R_{PARALELO}}{R_1}$$

Asociación de fuentes

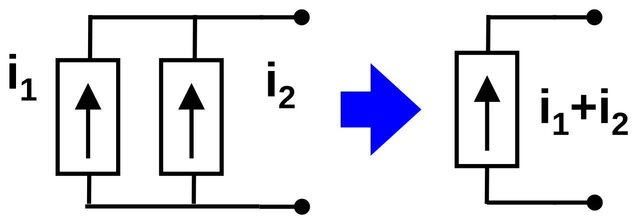


Asociación en serie

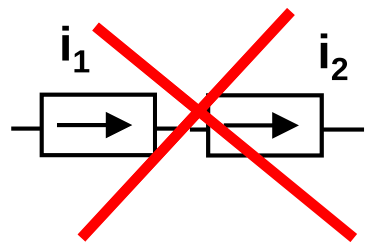


No se pueden poner en paralelo

¡¡OJO¡¡ No se puede cortocircuitar una fuente de tensión ideal



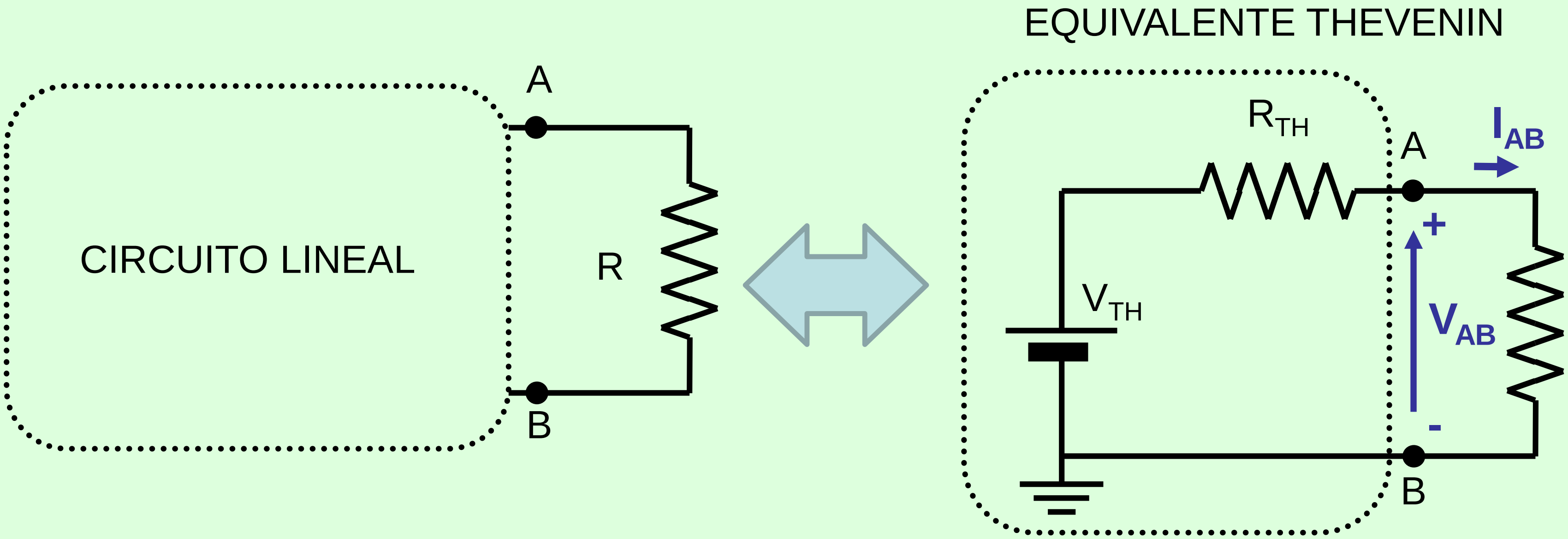
Asociación en paralelo



No se pueden poner en serie

¡¡OJO¡¡ No se puede dejar una fuente de corriente ideal en circuito abierto

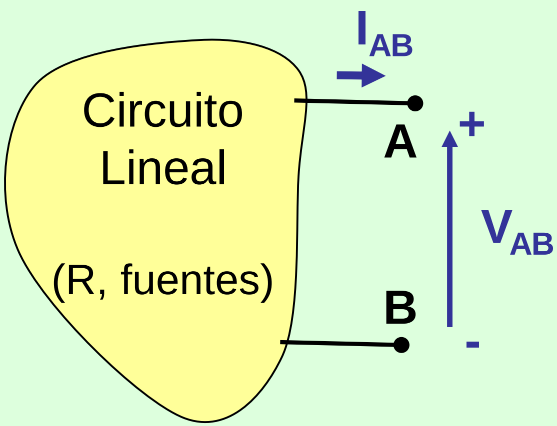
2.2. Teorema de Thevenin (muy importante)



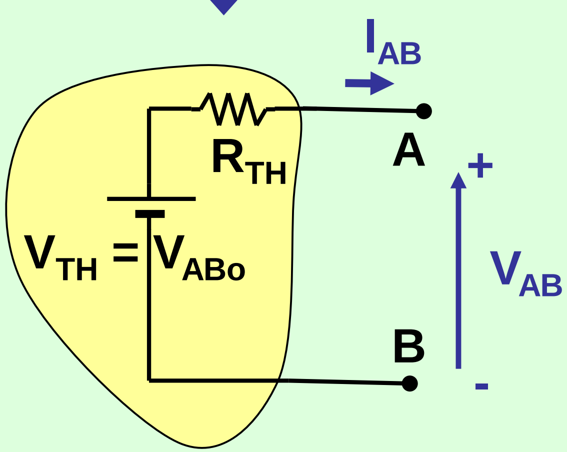
Un circuito o parte de un circuito lineal comprendido entre dos terminales A y B puede sustituirse por un circuito equivalente formado por un generador de tensión y una resistencia en serie.

- Tensión Thevenin V_{TH}: Tensión entre A y B con el circuito lineal original en vacío
- Resistencia Thevenin R_{TH} :Carga entre A y B con el circuito lineal original en vacío

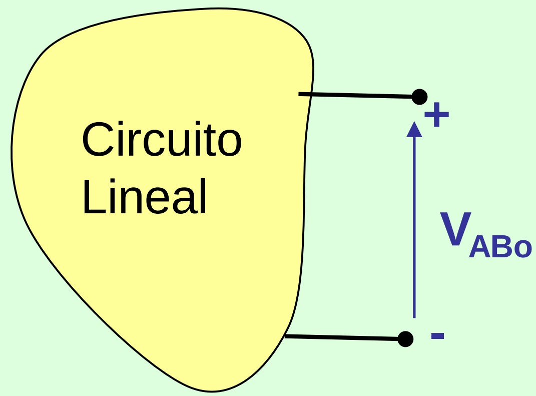
Cálculo del equivalente Thevenin en circuitos de continua



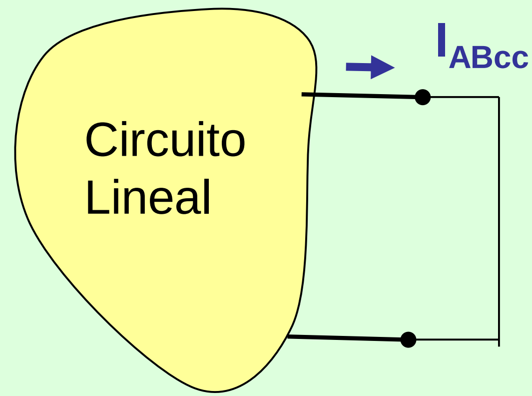
Equivalente Thevenin



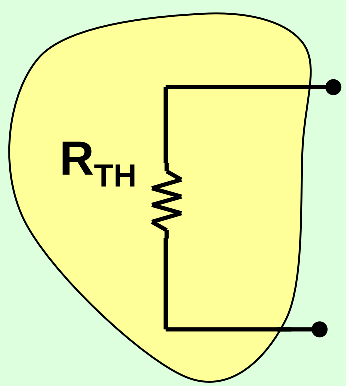
Tensión de vacío



Corriente de cortocircuito



Resistencia Thevenin = (V_{ABo} / I_{ABcc})

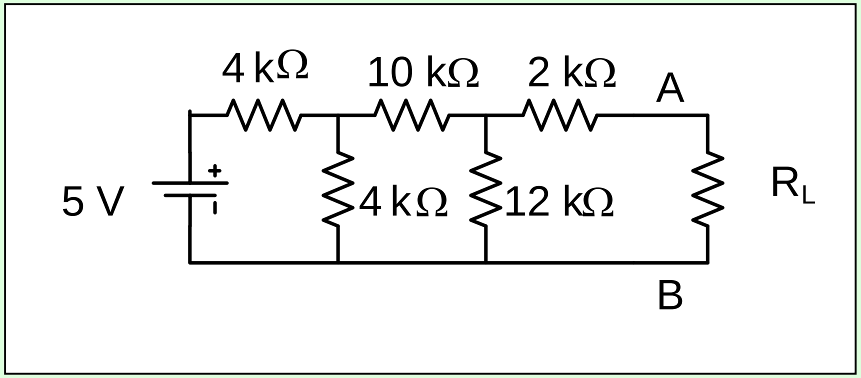


Si no hay fuentes dependientes, la "R" que se ve entre los terminales una vez anuladas las fuentes

F. tensión => cortocircuito
F. corriente => circuito abierto

Ejemplo 1

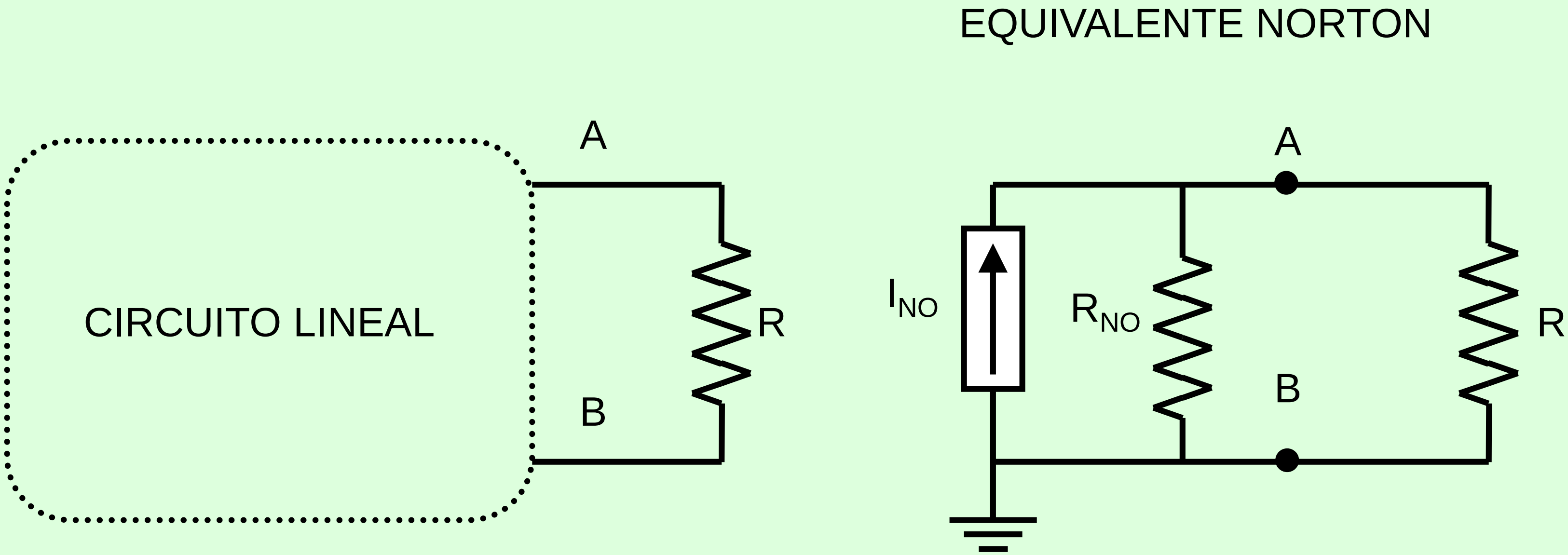
Calcular la corriente en R_L para R_L =1 kΩ, R_L=4,7 kΩ, R_L=22 kΩ



Solución:

$$i = \frac{1,25}{8\ k\Omega + R_L}\ (A)$$

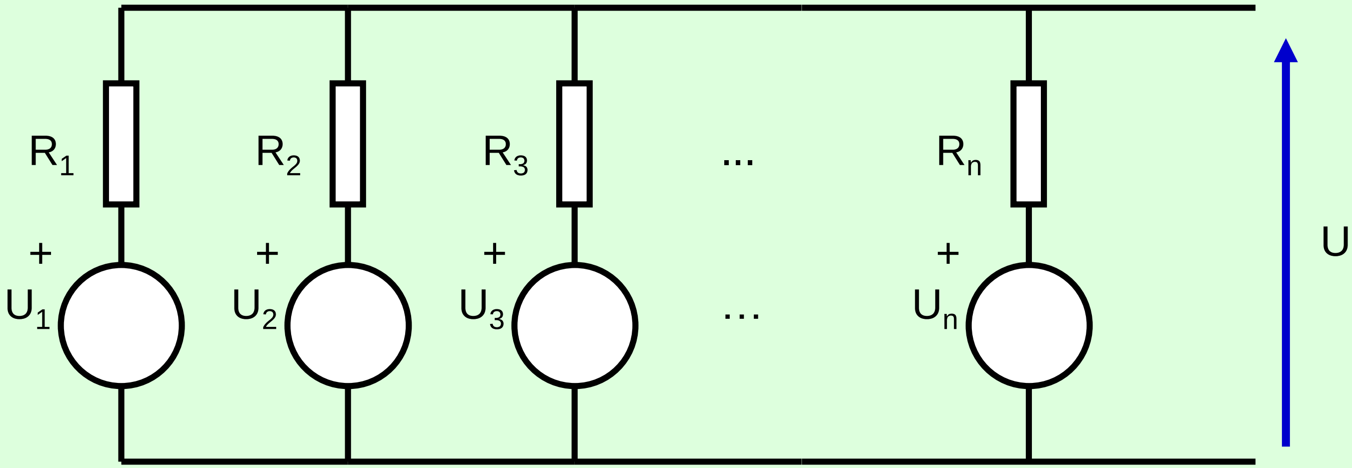
2.3 Teorema de Norton



Corriente Norton: I_{NO}: Corriente por A y B con el circuito original en corto (I_{ABcc})
Resistencia Norton: $R_{NO:}$ Carga entre A y B con el circuito lineal original en vacío. Es igual a R_{TH}

Ejercicio propuesto: Calcular el equivalente Norton entre A y B en el circuito anterior

2.4 Teorema de Millman

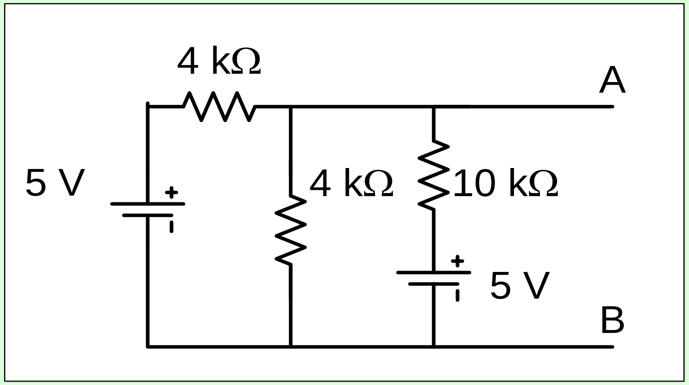


$$U = \frac{\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} + \ldots + \frac{U_n}{R_n}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n}}$$

Facilita notablemente el cálculo de la tensión entre dos puntos en ciertos circuitos

Ejemplo 2

Calcular la tensión entre A y B en el siguiente circuito

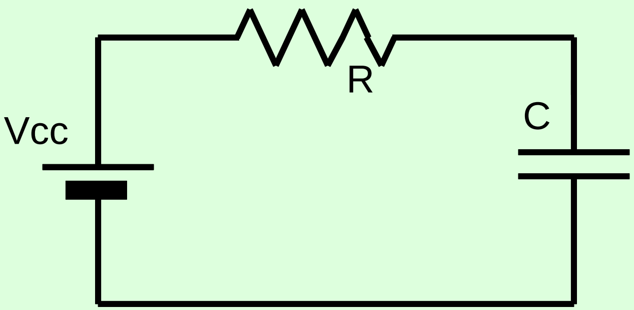


Solución: $v = \frac{35}{12}$ (V)

2.5 Régimen transitorio de primer orden, circuitos RC y RL

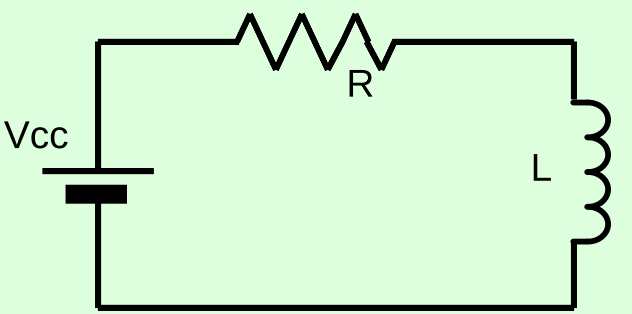
- Aparecen cuando hay una resistencia en serie con un elemento acumulador de energía (bobina o condensador).
- Si además existe una fuente de continua, las evoluciones de tensiones y corrientes son exponenciales de la forma:

$$A(t) = A_\infty - [A_\infty - A_0]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

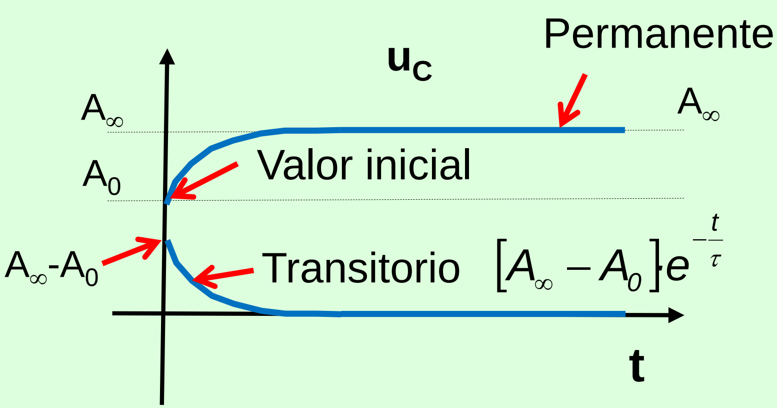


$$\tau = R \cdot C$$

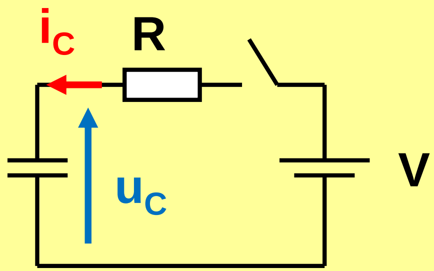
A_∞: Valor en régimen permanente
A_0: Valor en el instante inicial
τ: Constante de tiempo



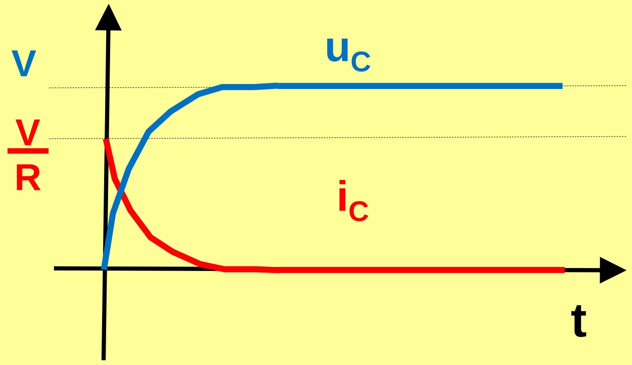
$$\tau = \frac{L}{R}$$



Ejemplo :



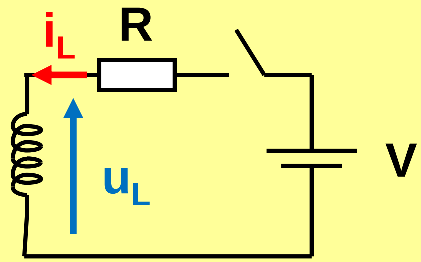
$$u_{C0} = 0 \text{ (dato)}$$
$$u_{C\infty} = V$$



$$u_C(t) = u_{C\infty} - (u_{C\infty} - u_{C0}) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$
$$\text{Si } u_{C0} = 0$$
$$u_C(t) = V - (V - 0) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = V \cdot (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

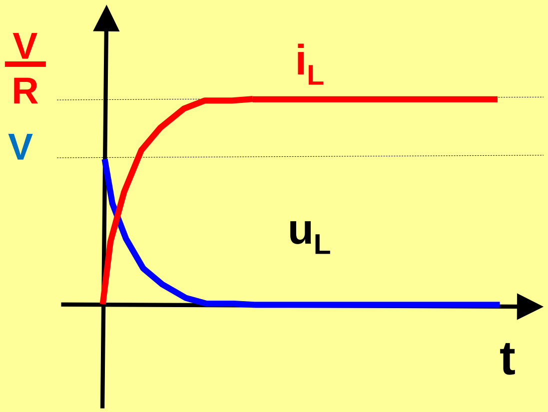
$$i_C(t) = i_{C\infty} - (i_{C\infty} - i_{C0}) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$
$$\text{Si } u_{C0} = 0 \Rightarrow i_{C0} = \frac{V}{R}$$
$$i_C(t) = 0 - \left(0 - \frac{V}{R}\right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{V}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Ejemplo :



$$i_{L0} = 0 \text{ (dato)}$$

$$i_{L\infty} = \frac{V}{R}$$



$$i_L(t) = i_{L\infty} - (i_{L\infty} - i_{L0})\cdot e^{-\frac{t}{\left(\frac{L}{R}\right)}}$$

$$\text{Si } i_{L0} = 0$$

$$i_L(t) = I - (I - 0)\cdot e^{-\frac{t}{\left(\frac{L}{R}\right)}} = \frac{V}{R}\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{\left(\frac{L}{R}\right)}}\right)$$

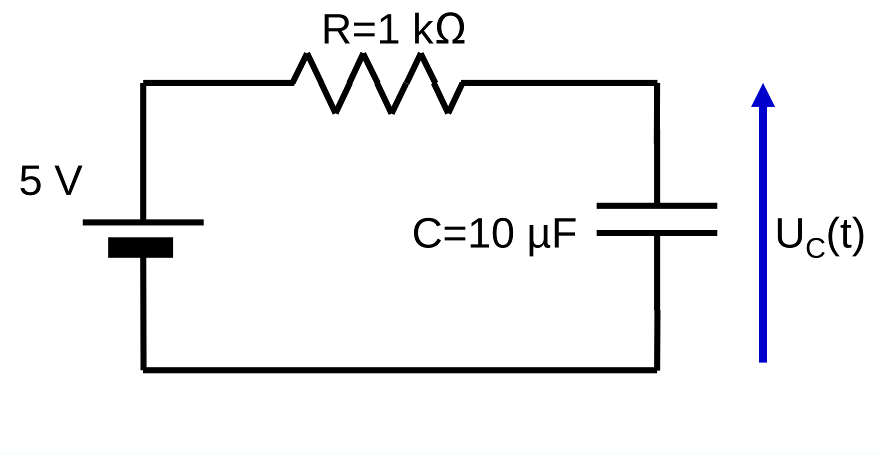
$$u_L(t) = u_{L\infty} - (u_{L\infty} - u_{L0})\cdot e^{-\frac{t}{\left(\frac{L}{R}\right)}}$$

$$\text{Si } i_{L0} = i_{R0} = 0 \Rightarrow u_{R0} = 0 \Rightarrow u_{L0} = V$$

$$u_L(t) = u_{L0} - (u_{L0} - 0)\cdot e^{-\frac{t}{\left(\frac{L}{R}\right)}} = V\cdot e^{-\frac{t}{\left(\frac{L}{R}\right)}}$$

Ejemplo 3:

Determinar la evolución de la tensión en el condensador.
Suponer que el condensador está inicialmente descargado

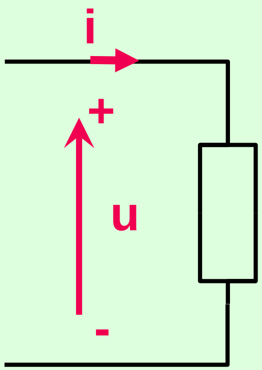


2.6 Curva característica, recta de carga y punto de funcionamiento

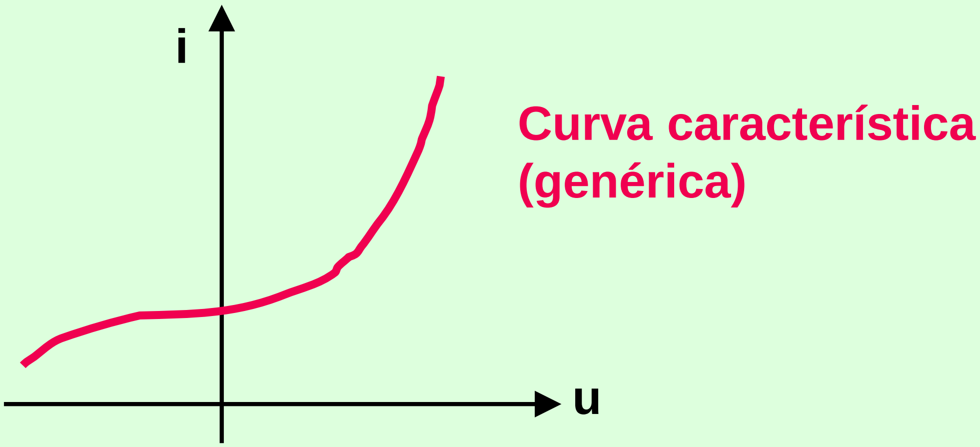
Dipolo: Dispositivo de dos terminales

En general:

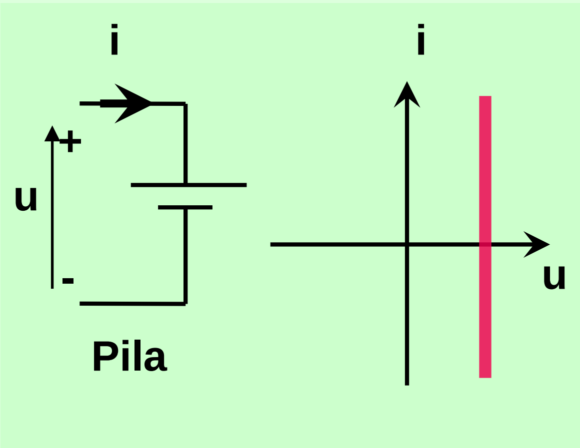
- Soporta una tensión "u"
- Circulará por el una corriente "i"



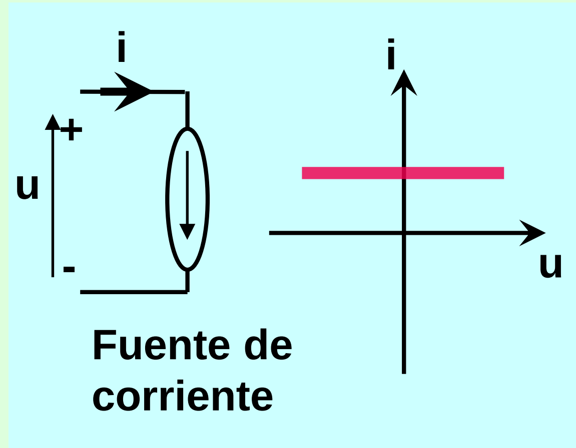
Curva característica: es la curva formada por el conjunto de pares tensión-corriente de un dipolo. Se representa sobre un diagrama u-i



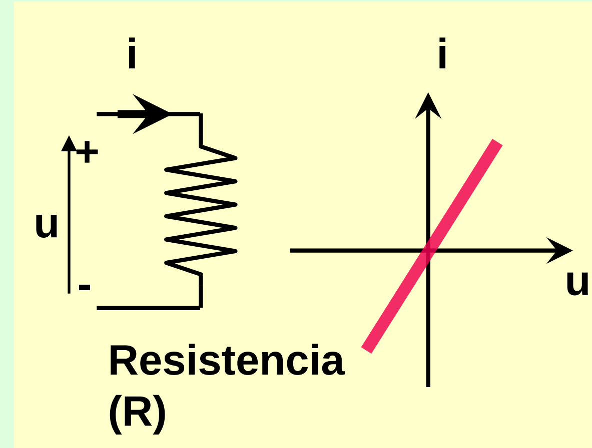
Curvas características de algunos elementos básicos



Pila



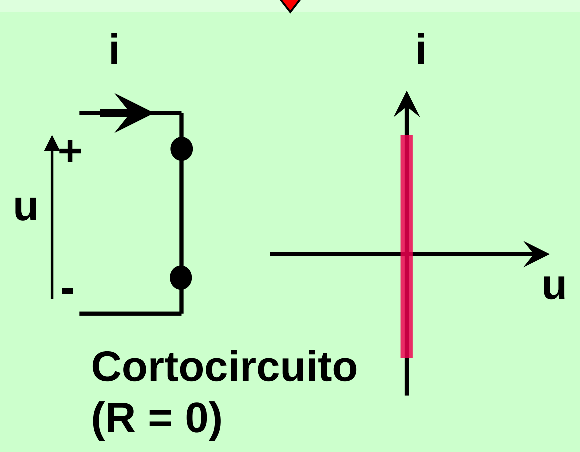
Fuente de corriente



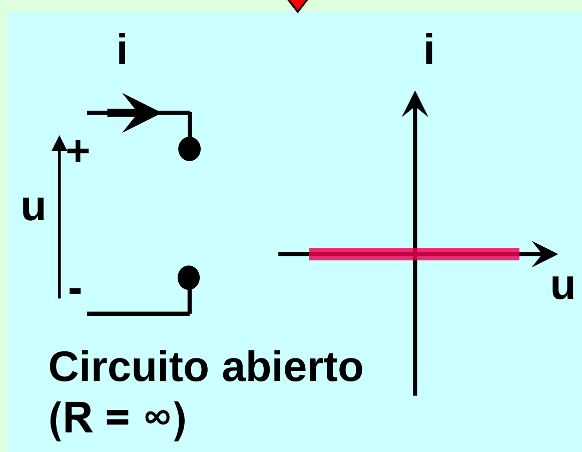
Resistencia (R)

Caso particular

Caso particular



Cortocircuito (R = 0)

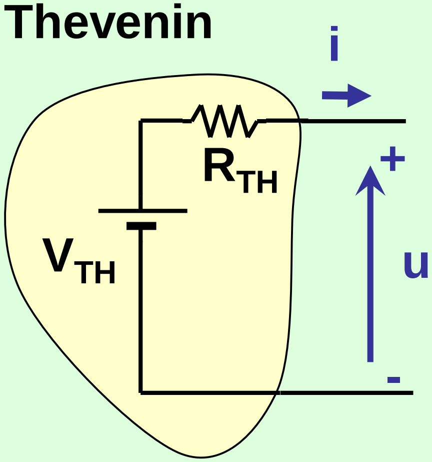


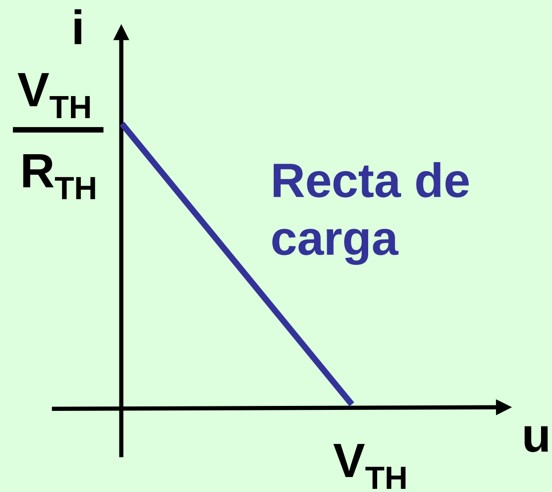
Circuito abierto (R = ∞)

Recta de carga de un circuito lineal de continua

Cualquier circuito lineal de continua se puede sustituir por su equivalente Thevenin en continua. El conjunto de pares V-I posibles para ese circuito es una recta, denominada RECTA DE CARGA del circuito.

Eq. Thevenin





$$u = V_{TH} - R_{TH} \cdot i$$

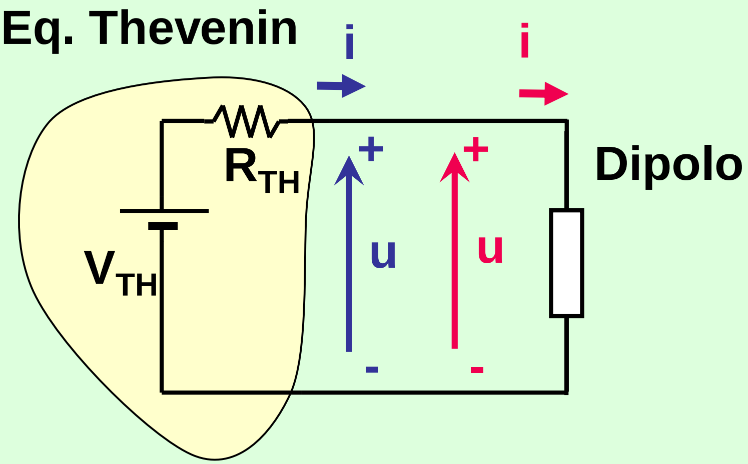
$$i = \frac{V_{TH} - u}{R_{TH}}$$

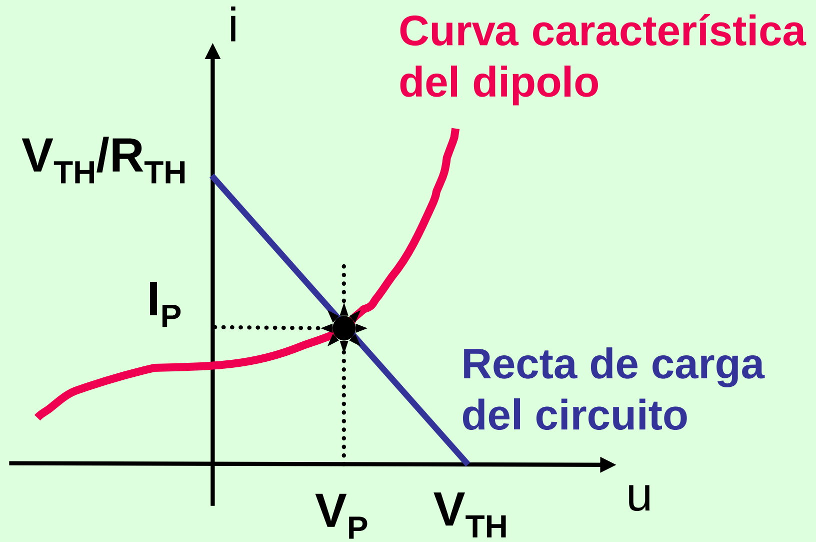
En vacío: $i=0 \Rightarrow u = V_{TH}$

En cortocircuito: $u=0 \Rightarrow i = \frac{V_{TH}}{R_{TH}}$

Punto de funcionamiento

Si se conecta un circuito lineal de RECTA DE CARGA conocida a un dipolo cuya CURVA CARACTERÍSTICA se conoce, el punto de intersección (pareja u-i válida en ambos casos) define el PUNTO DE FUNCIONAMIENTO del circuito.



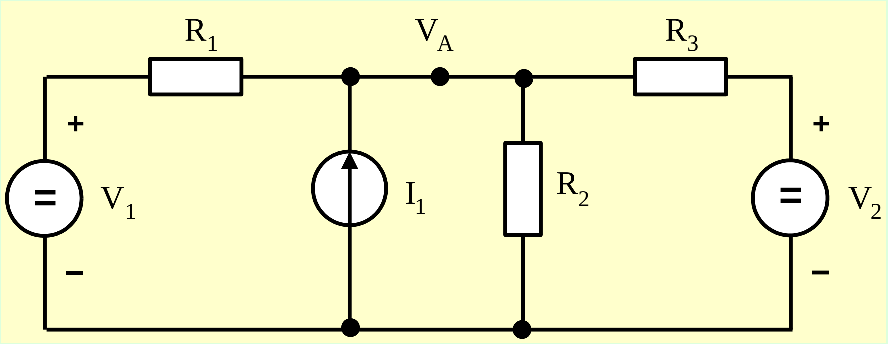


Punto de funcionamiento (Vp, Ip)

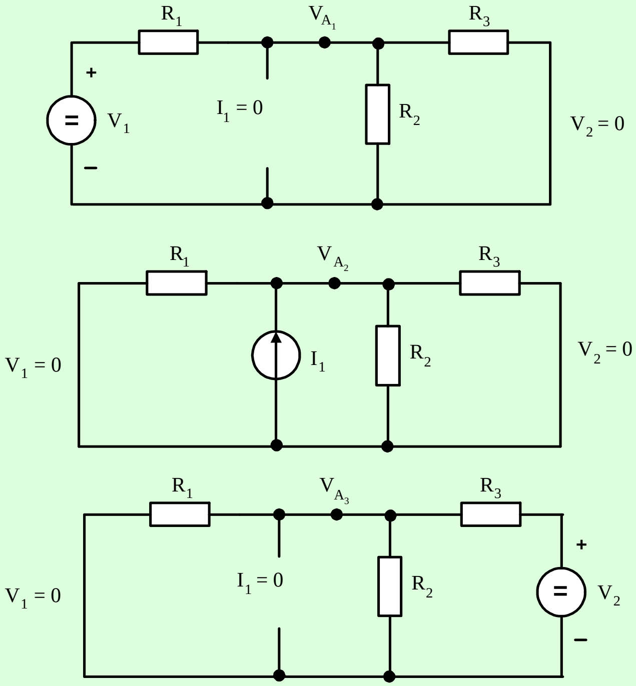
2.7.Teorema de superposición

La respuesta de un elemento que forma parte de un **circuito lineal** con dos o más **fuentes independientes**, es igual a la suma de la respuesta a cada una de las fuentes por separado.

Para obtener la respuesta por separado se plantea tantos circuitos como fuentes y se resuelve cada uno de ellos con cada fuente anulando todas las demás (fuentes de tensión=cortos, fuentes de corriente=abiertos)



P.e. la tensión en cualquier punto del circuito se puede obtener como la suma de la obtenidas resolviendo los tres circuitos de la derecha (uno para cada fuente)



Aspectos importantes

- Manejar con soltura los equivalentes de la asociación serie y paralelo de resistencias, bobinas y condensadores

- Resolver circuitos eléctricos simples en continua

- Conocer la ecuación que rige el comportamiento de resistencias, bobinas y condensadores

- Manejar con soltura el equivalente Thevenin

- Saber calcular la evolución del transitorio de un circuito de primer orden e interpretar la cte. de tiempo

- Manejar con soltura los divisores de tensión y corriente

- Tener claros los conceptos de recta de carga, curva característica y punto de funcionamiento