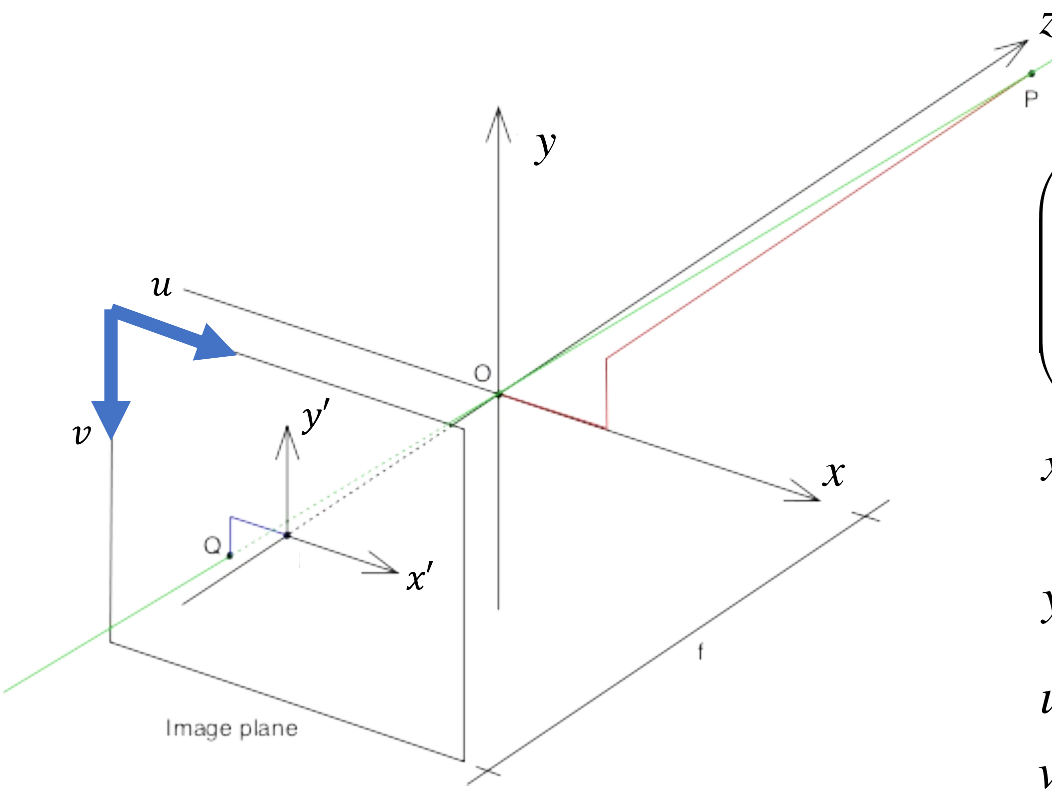
Pinhole camera model



$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + t$$

$$x' = \frac{X}{Z}$$

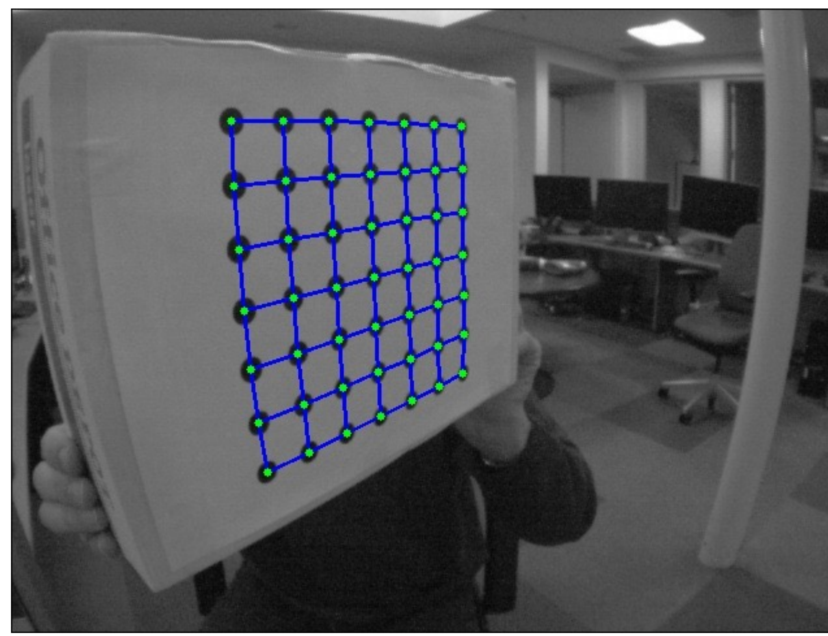
$$y' = \frac{Y}{Z}$$

$$u = f_x x' + c_x$$

$$v = f_y y' + c_y$$

Калибрация камеры

- Оценить внутренние параметры камеры по изображениям известного шаблона



Нахождение матрицы проекции камеры

$$w_{ij}\begin{pmatrix}u_{ij}\\v_{ij}\\1\end{pmatrix}=K\left[R^{(j)}|T^{(j)}\right]\begin{pmatrix}X_i\\Y_i\\Z_i\\1\end{pmatrix}$$

$$P^{(j)}=K\left[R^{(j)}|T^{(j)}\right]$$

DLT: $$\begin{pmatrix}u_{ij}\\v_{ij}\\1\end{pmatrix}\times P^{(j)}\begin{pmatrix}X_i\\Y_i\\Z_i\\1\end{pmatrix}=0$$

Разложение матрицы проекции на компоненты

- QR разложение для обратимой матрицы единственно, если диагональные элементы треугольной матрицы выбраны положительными.

$$P = K\left[R \mid T\right]$$

$$K = \begin{pmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Альтернативный способ нахождения K

- Если в мировой системе координат плоскость шаблона Z=0, задача сводится к нахождению гомографии:

$$w_{ij}\begin{pmatrix}u_{ij}\\ v_{ij}\\ 1\end{pmatrix} = K\left[r_1^{(j)}|r_2^{(j)}|T^{(j)}\right]\begin{pmatrix}X_i\\ Y_i\\ 1\end{pmatrix}$$

$$H^{(j)} = K\left[r_1^{(j)}|r_2^{(j)}|T^{(j)}\right]$$

Zhengyou Zhang, A Flexible New Technique for Camera Calibration, Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, V 22, pp 1330-1334, 2000.

Нахождение внутренних параметров

$$H^{(j)} = K\left[r_1^{(j)} | r_2^{(j)} | T^{(j)}\right]$$

$r_s^{(j)} = K^{-1} h_s^{(j)}$, при этом ${r_1^{(j)}}^T r_2^{(j)} = 0,\ {r_1^{(j)}}^T r_1^{(j)} = {r_2^{(j)}}^T r_2^{(j)}$

$${h_2^{(j)}}^T K^{-T} K^{-1} h_1^{(j)} = 0$$

$${h_1^{(j)}}^T K^{-T} K^{-1} h_1^{(j)} = {h_2^{(j)}}^T K^{-T} K^{-1} h_2^{(j)}$$

Нахождение внутренних параметров: алгоритм Zhang et al

1. Находим гомографию для каждого кадра,
2. По гомографиям для всех кадров находим матрицу $\mathrm{B} = K^{-T}K^{-1}$, решая систему линейных уравнений количеством 2*количество кадров,
3. Из B однозначно восстанавливаем внутренние параметры.

Нахождение параметров дисторсии

$$min \sum_i \left(\begin{pmatrix} x_i'' \\ y_i'' \end{pmatrix} - \sum_{j,k} \begin{pmatrix} a_{jk} \\ b_{jk} \end{pmatrix} {x'}_i^j \, {y'}_i^k \right)^2$$

Решение – методом наименьших квадратов

Детали реализации

- Уточнение параметров методом LM
- Для повышения точности можно использовать circle pattern
- Для калибрации широкоугольных камер:
  - Использовать рациональную модель дисторсии вместо полиномиальной
  - Использовать больше изображений шаблона на границе, где искажения сильнее

Вопросы

- Зависят ли f_x и f_y от разрешения изображения?
- Как решить задачу PnP, пользуясь SVD?
- Множество пар 2D-3D точек в задаче PnP содержит 80% ошибок. Сколько итераций RANSAC надо сделать?

Дополненная реальность

Векторное произведение

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{x_0} & \overrightarrow{y_0} & \overrightarrow{z_0} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)_i = \sum_{j,k} \varepsilon_{ijk} a_j b_k$$

ε_{ijk}-- символ Леви-Чивиты

$$\vec{a}\times\vec{b} = [\vec{a}]_\times \vec{b} \qquad ([\vec{a}]_\times)_{ik} = \sum_j \varepsilon_{ijk} a_j$$

Смешанное произведение

$$\left(\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right) = \left(\vec{a},\vec{b}\times\vec{c}\right) = \sum_{i,j,k} \varepsilon_{ijk} a_i b_j c_k$$

$$\det(M) = (\vec{m}_1,\vec{m}_2,\vec{m}_3)$$

$$\det(M) = \left(\vec{m}_i,\vec{m}_j,\vec{m}_k\right)\varepsilon_{ijk}$$

Векторное произведение и алгебраическое дополнение

Пусть M – квадратная обратимая матрица. Также, пусть M^* -- алгебраическое дополнение матрицы M:

$$(M^*)_{ij} = (-1)^{i+j} det\left(\widehat{M}_{ij}\right)$$

Тогда справедливо:

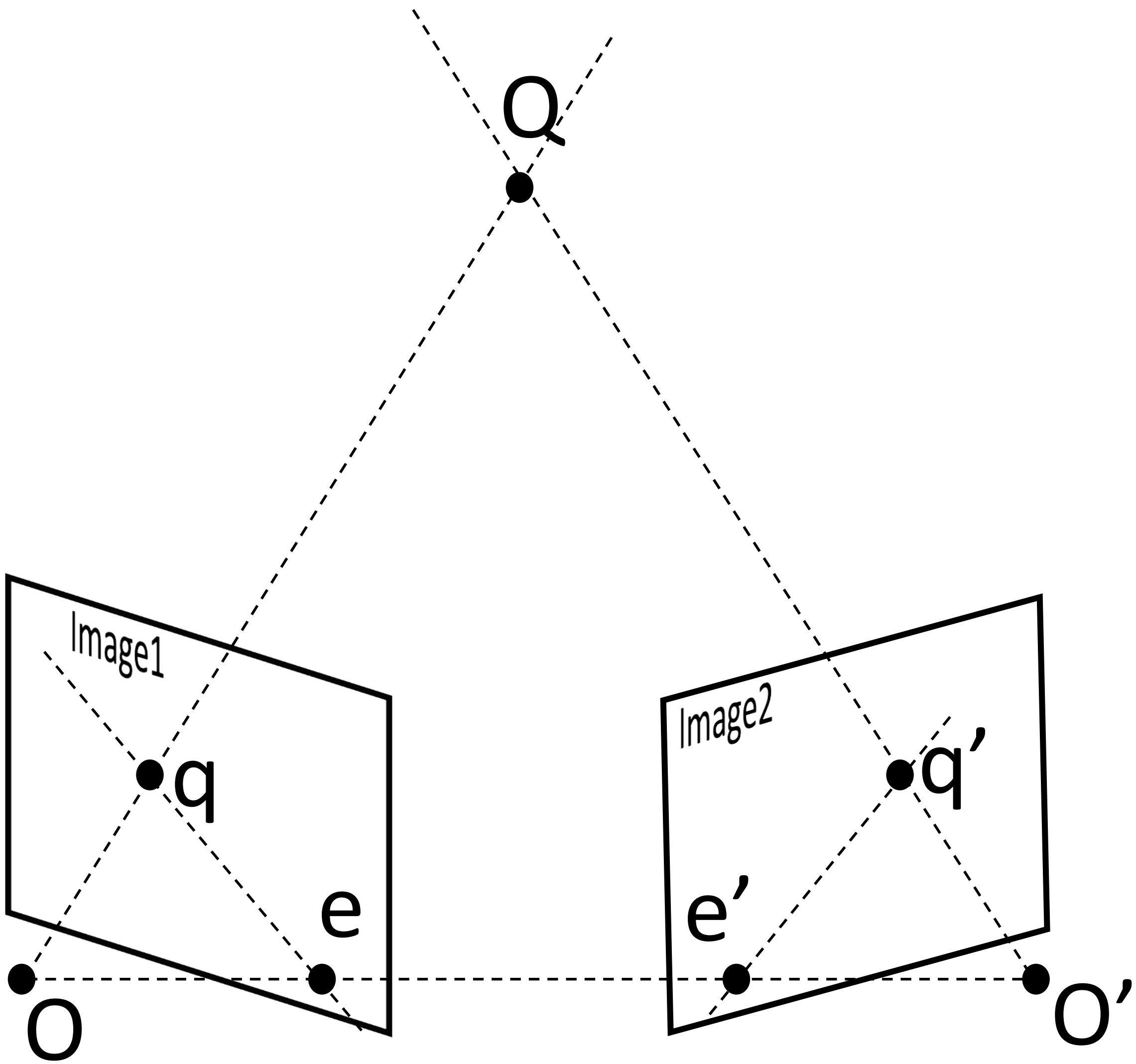
$$M^* = det(M)M^{-T}$$

$$(Ma)\times(Mb) = M^*(a\times b)$$

$$[Ma]_\times M = M^*[a]_\times$$

$$[Ma]_\times M = det(M)M^{-T}[a]_\times$$

Стерео: эпиполярная геометрия



Фундаментальная
матрица

$$\left(u', v', 1\right) \cdot F \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

Доказательство

- Луч, проходящий через центр камеры O и точку на изображении q, содержит точку

$$Q = P^{+}q \quad (PQ = PP^{+}q = q)$$

- Проекция этого луча на второе изображение содержит точки $P'P^{+}q$ и $e' = P'O$, тогда уравнение этой прямой --

$$q'^{T}l' = 0, l' = e' \times P'P^{+}q = [e']_{\times}P'P^{+}q$$