

Morphable model

$$S = \bar{S} + \sum_j S_j \alpha_j$$

$$T = \bar{T} + \sum_j T_j \beta_j$$

или:

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{x}_i \\ \bar{y}_i \\ \bar{z}_i \end{pmatrix} + \sum_j \alpha^{(j)} \begin{pmatrix} x_i^{(j)} \\ y_i^{(j)} \\ z_i^{(j)} \end{pmatrix}$$

Morphable model (with expression)

$$S = \bar{S} + S_{id}\alpha_{id} + S_{exp}\alpha_{exp}$$

$$T = \bar{T} + T_{id}\beta_{id} + T_{exp}\beta_{exp}$$

или:

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{x}_i \\ \bar{y}_i \\ \bar{z}_i \end{pmatrix} + \sum_j \alpha_{id}^{(j)} \begin{pmatrix} x_{id}^{(i,j)} \\ y_{id}^{(i,j)} \\ z_{id}^{(i,j)} \end{pmatrix} + \sum_j \alpha_{exp}^{(j)} \begin{pmatrix} x_{exp}^{(i,j)} \\ y_{exp}^{(i,j)} \\ z_{exp}^{(i,j)} \end{pmatrix}$$

Параметрическая модель лица



V. Blanz, T. Vetter. A Morphable Model For The Synthesis Of 3D Faces.
SIGGRAPH 1999.

Регистрация трехмерных моделей

- Даны два множества трехмерных точек: $A = \{S_k\}_{k=1..n}$ и $B = \{S'_l\}_{l=1..m}$, $S_k, S'_l \in R^3$. Найти значения поворота R и трансляции T , при которых принимает свой минимум функция

$$D(R, T) = \sum_{k=1}^n d(RS_k + T - S'_{l(k, R, T)})^2$$

- Здесь $l(k, R, T)$ – индекс точки из множества B , ближайшей к точке из множества A после примененных к A поворота R и трансляции T .

Алгоритм Iterative Closest Point

1. Инициализируем R, T
2. Для каждой точки A находим ближайшую точку из B
3. Минимизируем $D(R, T)$
4. Повторяем шаги 2-3 до сходимости

Поскольку на каждом шаге значение $D(R, T) > 0$ уменьшается, алгоритм гарантированно сходится

Iterative closest point

- Как искать поворот и трансляцию? Нам надо минимизировать функцию $D(R, P)$ при заданных соответствиях между точками:

$$D(R, T) = \sum_{k=1}^n d(RS_k + T - S'_{l(k)})^2$$

- Как параметризовать поворот?

Кватернионы

- $q = a + bi + cj + dk$
- $ii = jj = kk = -1$
- $ij = k, ji = -k$
- $jk = i, kj = -i$
- $ki = j, ik = -j$
- $q^* = a - bi - cj - dk$
- $(q_1 q_2)^* = q_2^* q_1^*$
- Произведение некоммутативно!
- $|q|^2 \stackrel{\text{def}}{=} q^* q = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$

Поворот при помощи кватернионов

- $r = \cos \frac{\theta}{2} + u \sin \frac{\theta}{2}$, $u = u_x \mathbf{i} + u_y \mathbf{j} + u_z \mathbf{k}$
- $p = p_x \mathbf{i} + p_y \mathbf{j} + p_z \mathbf{k}$
- $p' = rpr^*$ -- вектор p , повернутый относительно вектора u на угол θ
- $|r| = 1$
- Кроме того, $|pq|^2 = |p|^2|q|^2$ для любых p и q

$$\begin{aligned}|pq|^2 &= (pq)^*(pq) = q^*p^*pq = q^*|p|^2q = \\&= |p|^2q^*q = |p|^2|q|^2\end{aligned}$$

Нахождение R в ICP

- Приведем здесь вывод для дистанции L_2 и заданного T (метод обобщается на поиск R и T в [1]). Без ограничения общности положим T = 0
- Заменим каждую точку $S_k = (X_k, Y_k, Z_k)$ на кватернион $s_k = iX_k + jY_k + kZ_k$, а поворот R на кватернион $r = \cos \frac{\theta}{2} + u \sin \frac{\theta}{2}$:
- $D(R, T) = \sum_{k=1}^n |rs_kr^* - s'_{l(k)}|^2$

[1] Faugeras, Olivier & Hebert, M.. (1986). The Representation, Recognition, and Locating of 3-D Objects. International Journal of Robotic Research - IJRR. 5. 27-52.

Нахождение R в ICP

Так как $|r| = 1$, то

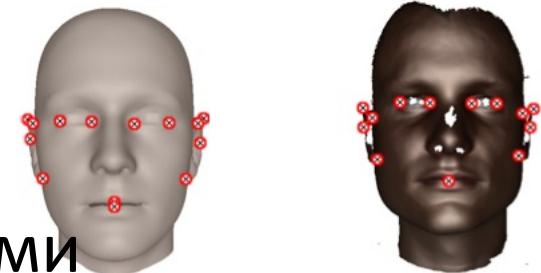
$$D(R, T) = \sum_{k=1}^n |rs_k r^* - s'_{l(k)}|^2 = \\ \sum_{k=1}^n |rs_k - s'_{t(k)} r|^2 = \tilde{r}^T A^T A \tilde{r}$$

Здесь \tilde{r} -- вектор из коэффициентов кватерниона r .

Задача сведена к решению переопределенной однородной системы уравнений, решать можно при помощи SVD

Non-rigid ICP (NICP)

- Трехмерные модели отличаются друг от друга по форме, регистрация их при помощи ICP приводит к ошибкам
- NICP решает эту проблему, определяя преобразование для каждой точки множества, и добавляя условие гладкости (преобразования для соседних точек должны быть близкими друг к другу)
- Соответствие между особыми точками (landmarks) также используются для в целевой функции



Morphable face model

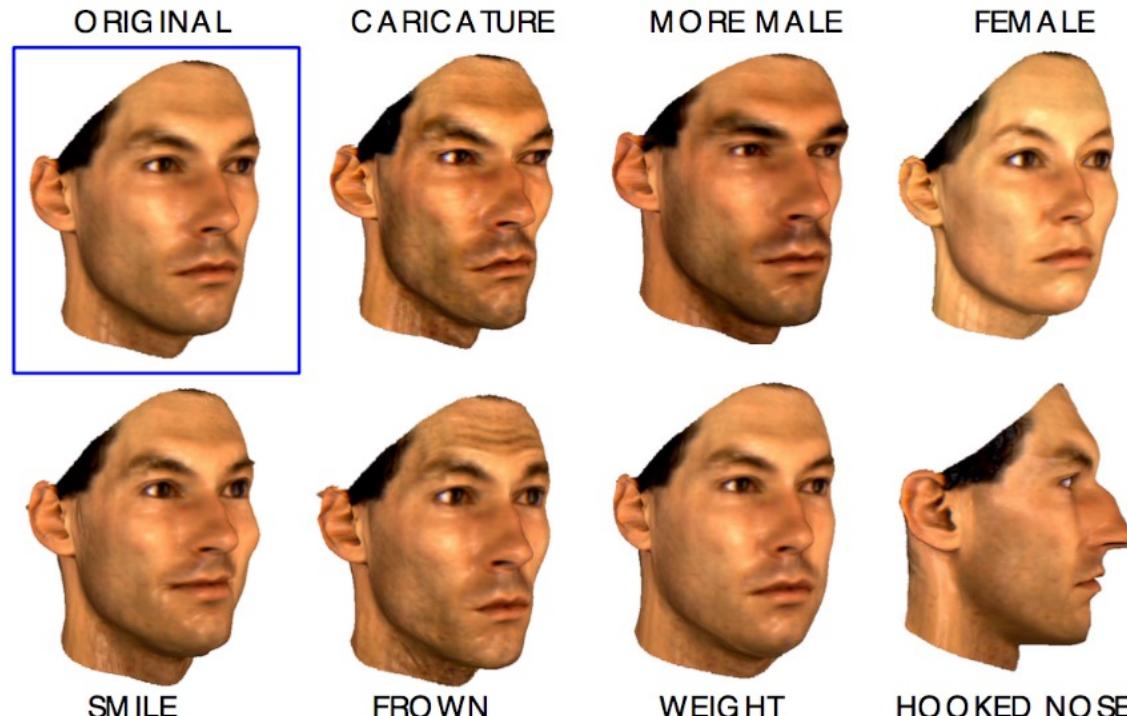


Image credit:
V. Blanz, T. Vetter. A Morphable Model For The Synthesis Of 3D Faces. SIGGRAPH 1999.

Morphable face model

2D Input



Initializing
the
Morphable Model

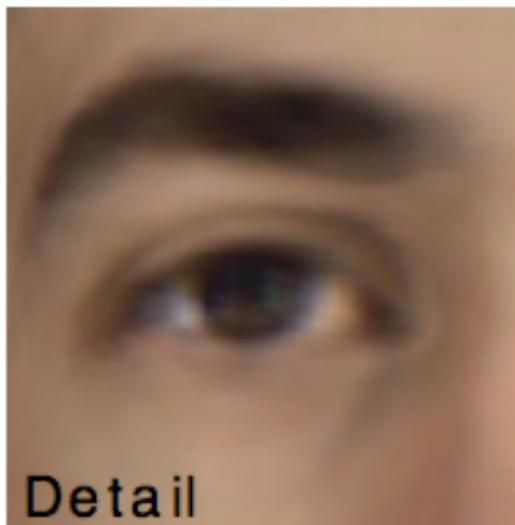
rough interactive
alignment of
3D average head



Image credit:
V. Blanz, T. Vetter. A Morphable Model For The Synthesis Of 3D Faces. SIGGRAPH 1999.

Morphable face model

Automated 3D Shape and Texture Reconstruction



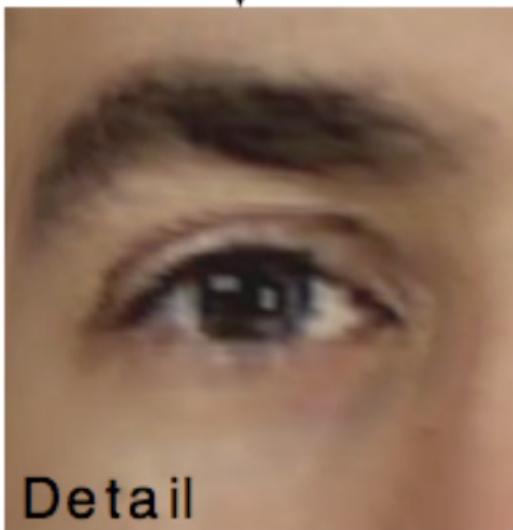
Detail



Image credit:
V. Blanz, T. Vetter. A Morphable Model For The Synthesis Of 3D Faces. SIGGRAPH 1999.

Morphable face model

Illumination Corrected Texture Extraction



Detail



V. Blanz, T. Vetter. A Morphable Model For The Synthesis Of 3D Faces. SIGGRAPH 1999.

Image credit:

Example of results

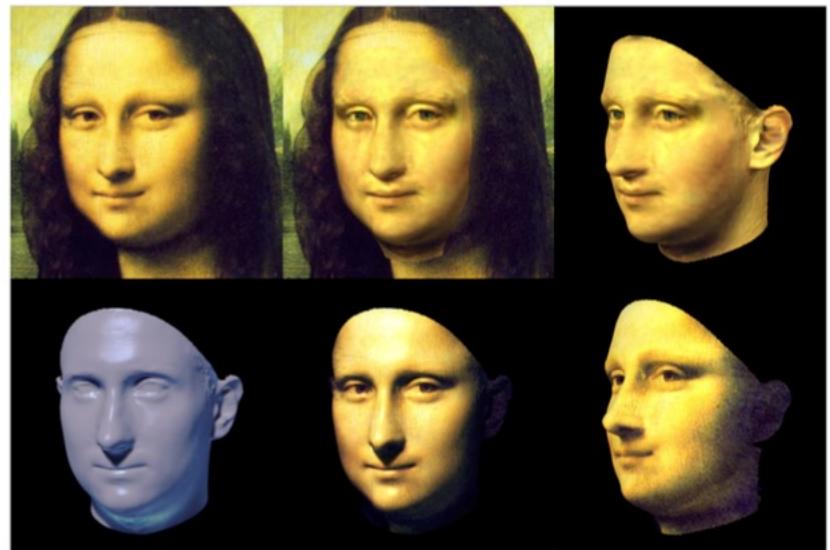
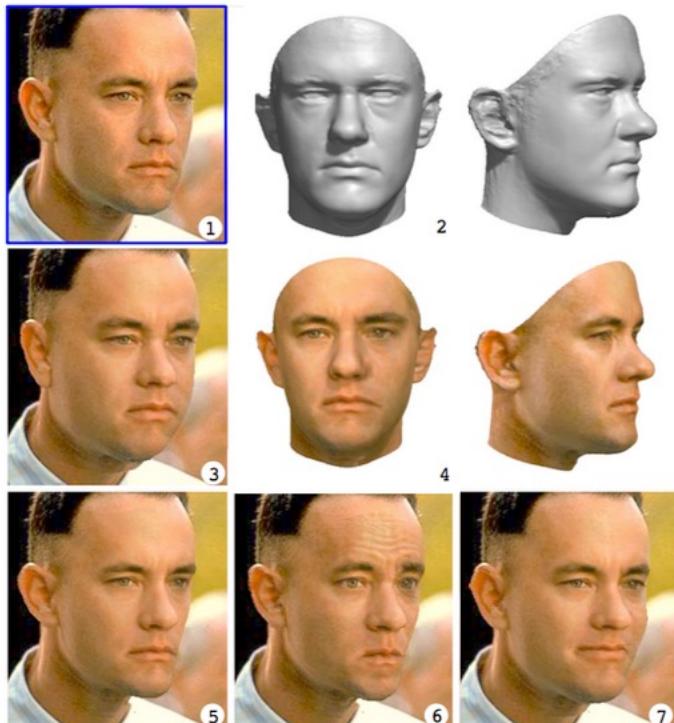


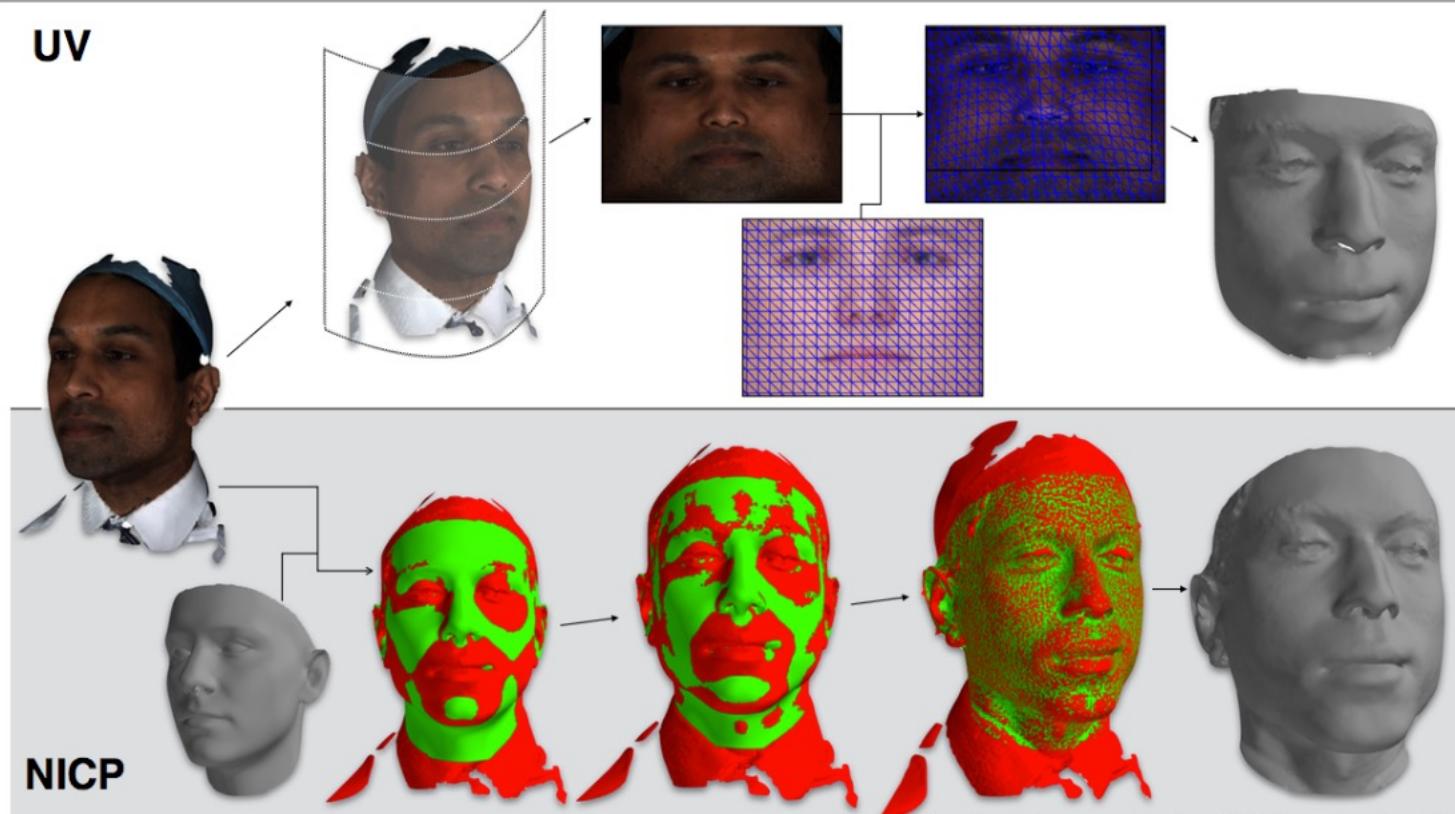
Image credit:

V. Blanz, T. Vetter. A Morphable Model For The Synthesis Of 3D Faces. SIGGRAPH 1999.

Subsequent research

- Better morphable models:
 - larger and more diverse database of 3D scans
 - better matching between scans
- Better fitting:
 - automatic initialization
 - more robust: lighting, expressions, poses, occlusions
 - faster

Building morphable face model



J. Booth et al. Large Scale 3D Morphable Models. IJCV 2018.

Image credit:

Morphable model: PCA components

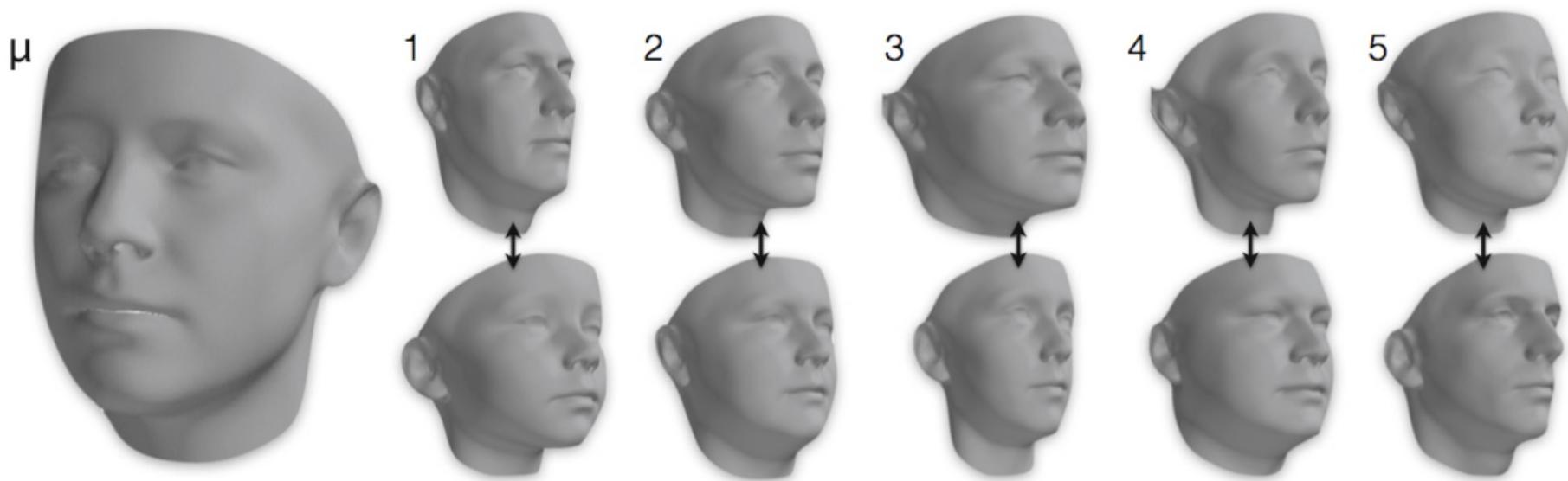


Image credit:
J. Booth et al. Large Scale 3D Morphable Models. IJCV 2018.

Morphable model: PCA components

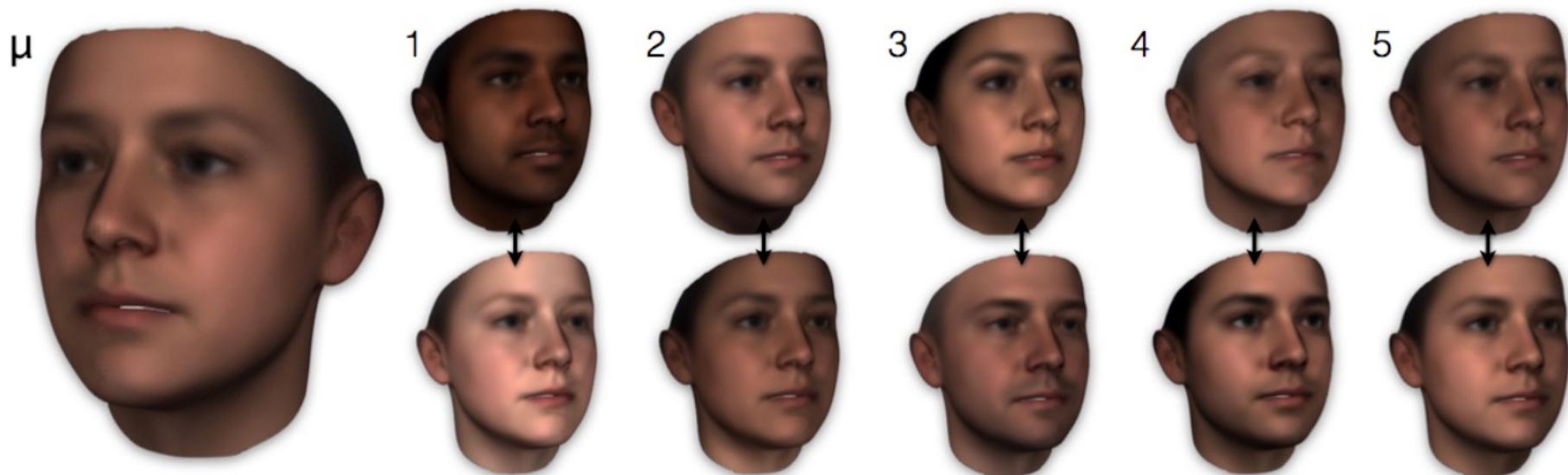


Image credit:
J. Booth et al. Large Scale 3D Morphable Models. IJCV 2018.

Слабая перспективная проекция

$$x' = \frac{X}{Z}$$
$$y' = \frac{Y}{Z}$$



$$x' = \frac{X}{Z_{avg}}$$
$$y' = \frac{Y}{Z_{avg}}$$

Проекция morphable model на изображение

$$V(p) = f * Pr * R * S + t_{2d}$$

f -- масштаб

$$Pr = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ -- ортографическая}$$

проекция

R – матрица поворота (в представлении углов Эйлера)

Множество всех параметров:

$$p = [f, pitch, yaw, roll, t_{2d}, \alpha_{id}, \alpha_{exp}]^T$$

Fitting via convolutional neural network

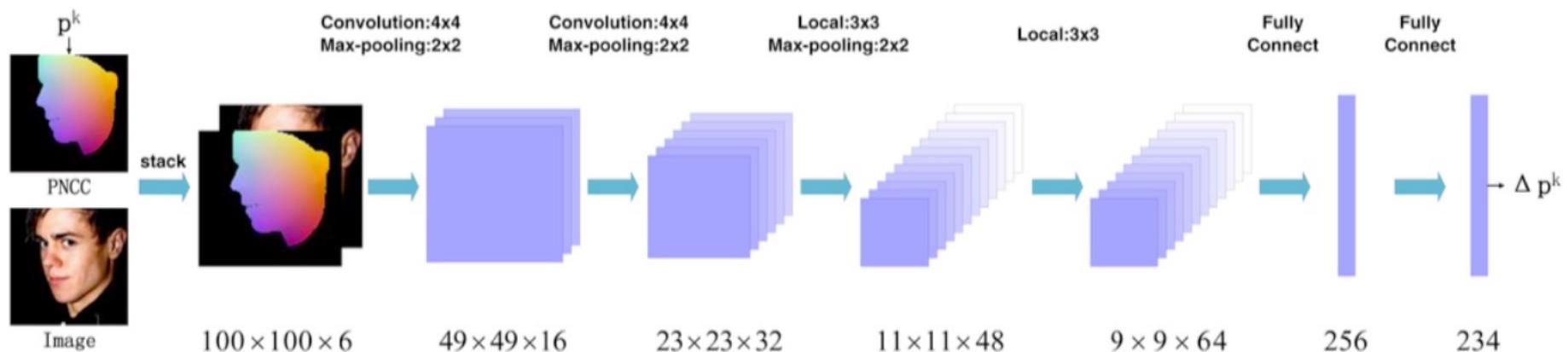
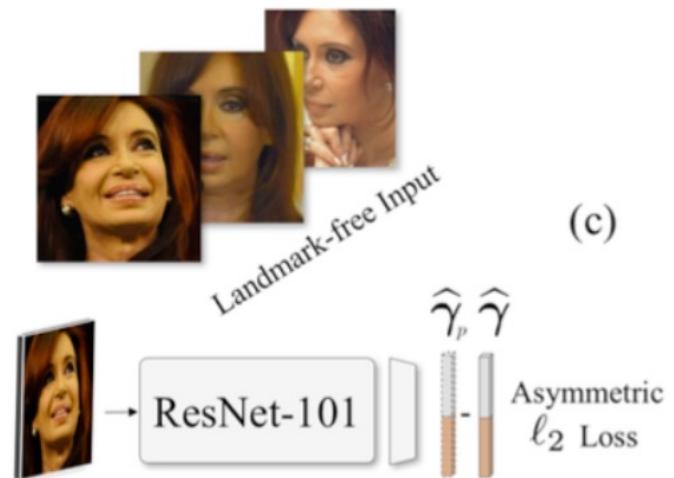
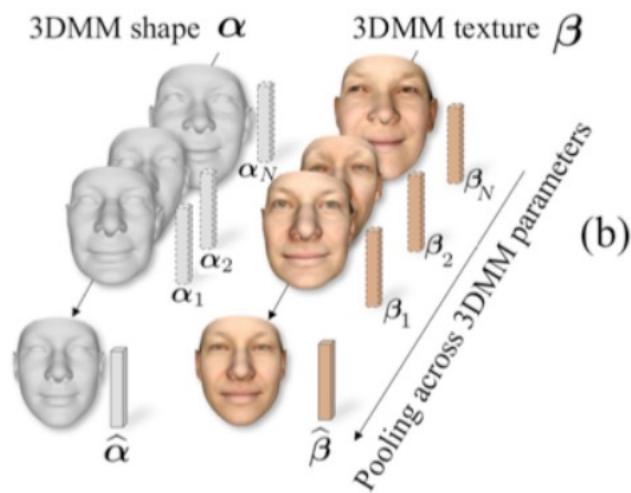


Image credit:
X. Zhu et al. Face alignment across large poses: A 3d solution. CVPR 2016.

Fitting via convolutional neural network



A. Tran et al. Regressing Robust and Discriminative 3D Morphable Models with a very Deep Neural Network. CVPR 2017.

Image credit:

Asymmetric loss function

$$\mathcal{L}(\gamma_p, \gamma) = \lambda_1 \cdot \underbrace{\|\gamma^+ - \gamma_{\max}\|_2^2}_{\text{over-estimate}} + \lambda_2 \cdot \underbrace{\|\gamma_p^+ - \gamma_{\max}\|_2^2}_{\text{under-estimate}},$$

$$\gamma^+ \doteq \text{abs}(\gamma) \doteq \text{sign}(\gamma) \cdot \gamma; \quad \gamma_p^+ \doteq \text{sign}(\gamma) \cdot \gamma_p, \\ \gamma_{\max} \doteq \max(\gamma^+, \gamma_p^+).$$



Input Image



(a)



(b)



(c)

Figure 3: *Effect of our loss function:* (left) Input image, (a) generic model, (b) regressed shape and texture with a regular ℓ_2 loss and (c) our proposed asymmetric ℓ_2 loss.

Credit: Tran et al, Regressing Robust and Discriminative 3D Morphable Models with a very Deep Neural Network, CVPR 2017

Example of results



Image credit:

A. Tran et al. Regressing Robust and Discriminative 3D Morphable Models with a very Deep Neural Network. CVPR 2017.