Ректификация

- Преобразование изображений, упрощающее поиск соответствий сведением к задаче стереопары с горизонтальным смещением
- Для этого эпиполярные линии должны стать горизонтальными
- Мы покажем, что этого можно добиться двумя преобразованиями гомографии (так как гомография – наиболее общее преобразование, переводящее прямые линии в прямые линии)

Ректификация стереопары: первое преобразование

$$e = \left(f, 0, 1\right)^T \qquad G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/f & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad Ge = \left(f, 0, 0\right)^T$$

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \\ 1 \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{x}{1 - x/f} \\ \dfrac{y}{1 - x/f} \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \frac{\partial\left(\tilde{x}, \tilde{y}\right)}{\partial\left(x, y\right)} \approx \begin{pmatrix} 1 + 2x/f & 0 \\ y/f & 1 + x/f \end{pmatrix}$$

Для минимизации искажений около произвольной точки можно использовать:

$$G' = GR[T]$$

Ректификация

Перспективное преобразование H, действующее над изображением Im, и H’, действующее над изображением Im’, называются согласованными тогда и только тогда, когда соответствующие друг другу эпиполярные линии совпадают.

Если l и l' – соответствующие друг другу эпиполярные линии из Im и Im’, то

$$H^{-T} l = H'^{-T} l'$$

Неопределенность в представлении фундаментальной матрицы

$$F = [a]_\times A = [a']_\times A', \qquad rank(F) = 2$$

$$a' = ka, A' = k^{-1}(A + av^T)$$

Заметим, что для произвольной матрицы B ранга 3 верно

$$A' = k^{-1}(A + av^T B)$$

Ректицикация стереопары: поиск согласованных гомографий

Пусть Im и Im’ – пара изображений с фундаментальной матрицей $F = [e']_\times M$, где матрица M обратима. Пусть также H’ – проективное преобразование в Im’. Тогда проективное преобразование H в Im будет согласовано с H’ тогда и только тогда, когда $\exists v \in R^3$ такой, что

$$H = (I + H'e'v^T)H'M$$

Следствие

- Из того, что $He = H'e'$ следует, что при $H'e' = (1,0,0)^T$ следует, что $He = (1,0,0)^T$. Таким образом, для любой фундаментальной матрицы $F = [e']_\times M$ можно найти ректификацию с горизонтальными эпиполярными линиями на обоих изображениях

Ректицикация стереопары: поиск согласованных гомографий

$$F = [e']_{\times} M$$

$$H = (I + H'e'v^T)H'M$$

Если $H'e' = (1,0,0)^T$, то

$$H = H_v H' M$$

$$H_v = \begin{pmatrix} v_1 & v_2 & v_3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Поиск H$_v$

$$\min \sum_i d(Hq_i, H'q'_i)$$

$$H = H_v H' M$$

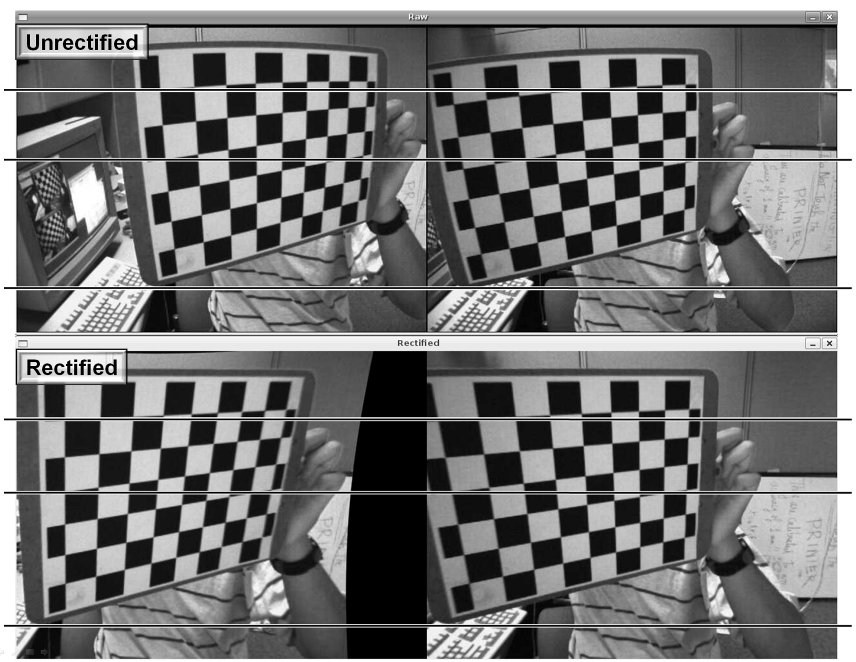
$$\widetilde{q}'_i = H'q'_i, \tilde{q}_i = H'Mq_i$$

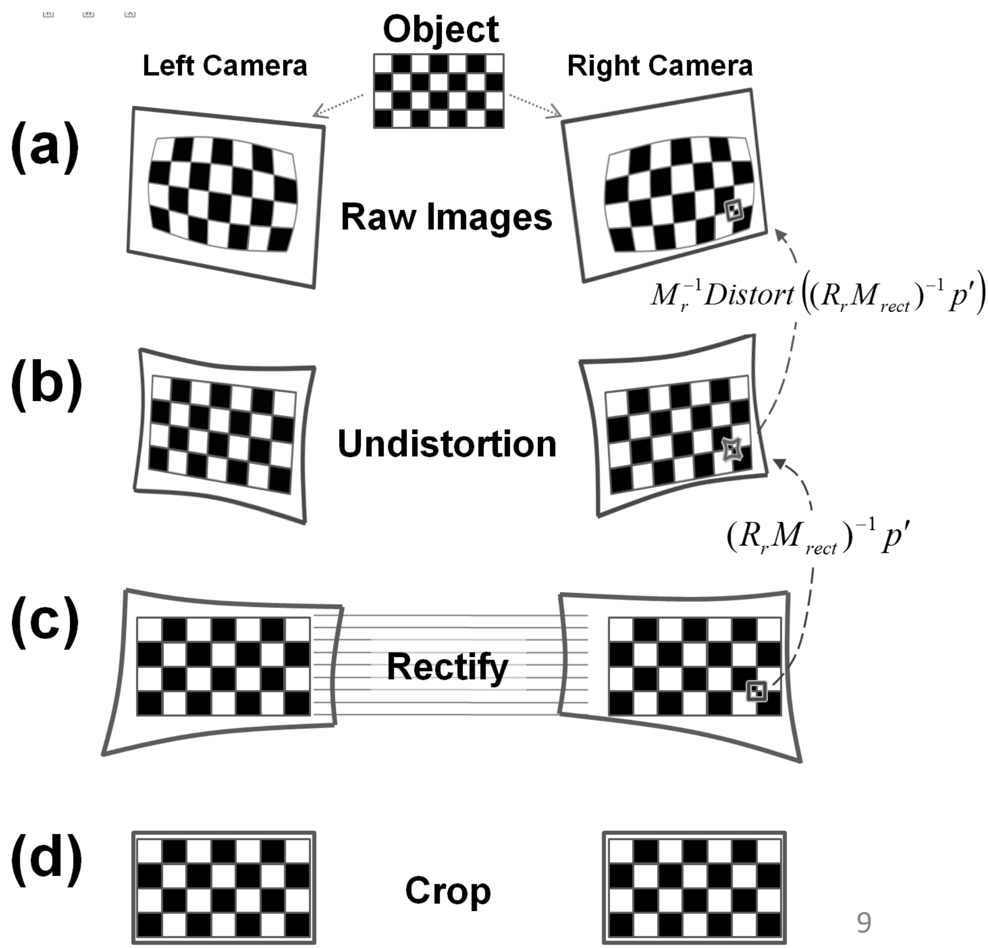
$$\min \sum_i d(H_v \tilde{q}_i, \tilde{q}'_i)$$

решается методом наименьших квадратов

Stereo Rectification

- Algorithm steps are shown at right:
- Goal:
  - Each row of the image contains the same world points
  - "Epipolar constraint"





Калибрация стереопары

По известным положениям объекта относительно обеих камер найти взаимное расположение камер

- $Q_1 = R_1 Q + T_1, Q_2 = R_2 Q + T_2$
- $Q_2 = R_2 R_1^{-1}(Q_1 - T_1) + T_2$

- $Q_2 = R Q_1 + T,$
- $R = R_2 R_1^{-1}, T = T_2 - R T_1$

Калибрация стереокамеры

- R и T называются «внешними параметрами” (extrinsic parameters) по аналогии с внутренними параметрами камеры
- R и T описывают преобразование координат точки из системы отсчета **первой** камеры во **вторую**, они же описывают поворот и трансляцию, переводящие систему отсчета **второй** камеры в **первую**

Функции opencv для работы со стереопарой

- **cv2.stereoCalibrate**
  - Может найти и внутренние параметры, но это делать не рекомендуется, лучше откалибровать камеры по отдельности и потом подать в stereoCalibrate с флагом CALIB_FIX_INTRINSIC
  - Оптимизирует R и T по всем кадрам
- **cv2.stereoRectify**
  - Вычисляет пару преобразований для ректификации стереопары
  - Матрицы гомографии являются поворотами, меняются матрицы внутренних параметров камер для масштаба
- **cv2.initUndistortRectifyMap**
  - Вычисляет матрицы преобразований изображения для компенсации искажений линзы и ректифицикации (см cv2.remap)

Large-Scale SLAM: Colosseum

Agarwal, Noah Snavely, Ian Simon, Steven M. Seitz and Richard Szeliski, *Building Rome in a Day.* ICCV 2009

Восстановление трехмерной сцены

Нахождение фундаментальных матриц

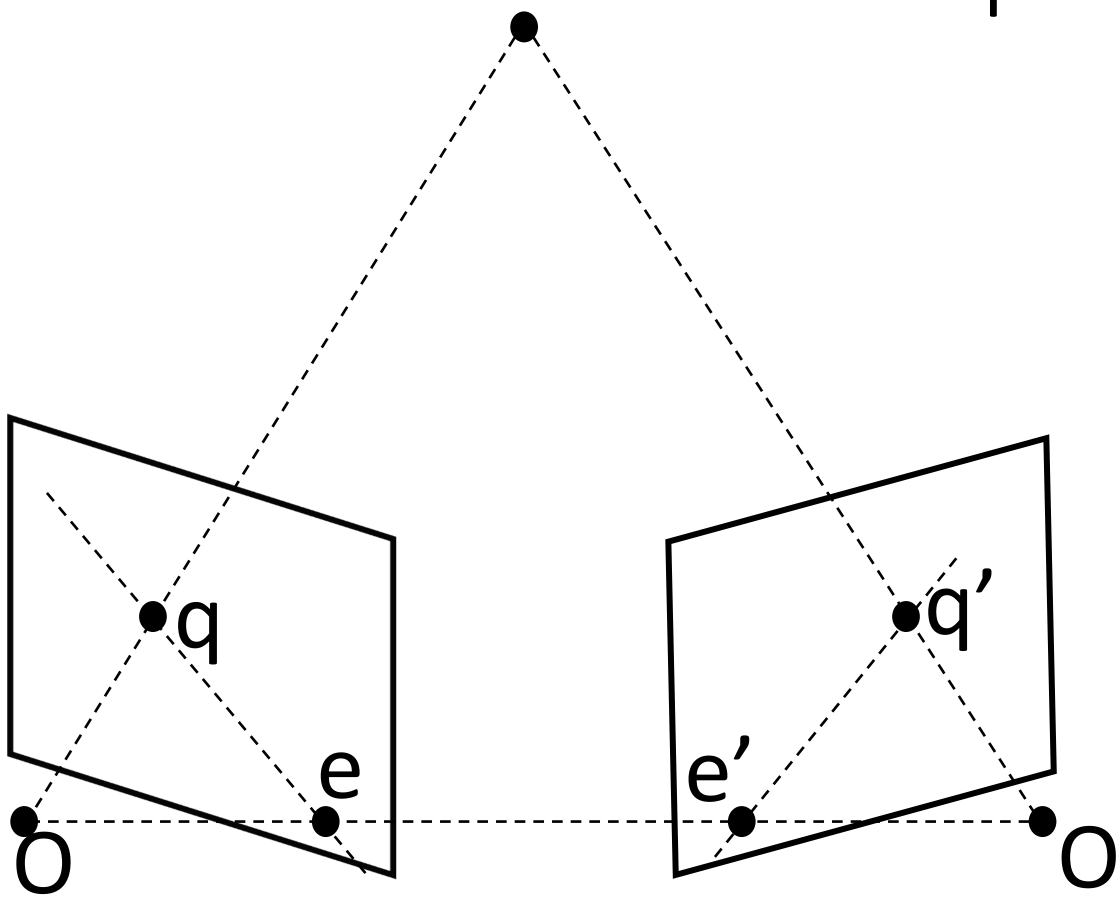
Вычисление поз камер и триангуляция

Оптимизация

Нахождение фундаментальной матрицы

- По 8 соответствиям
  - Опциональная нормализация для устойчивости
  - Решение системы уравнений $q'^{T}_{i}Fq_i=0$
  - Замена F на ближайшую сингулярную
- По 7 соответствиям
  - Общее решение имеет вид $F=aF_1+(1-a)F_2$
  - Используем условие det(F)=0 и получаем уравнение 3-й степени относительно F
- При известных внутренних параметрах камеры – по 5 соответствиям

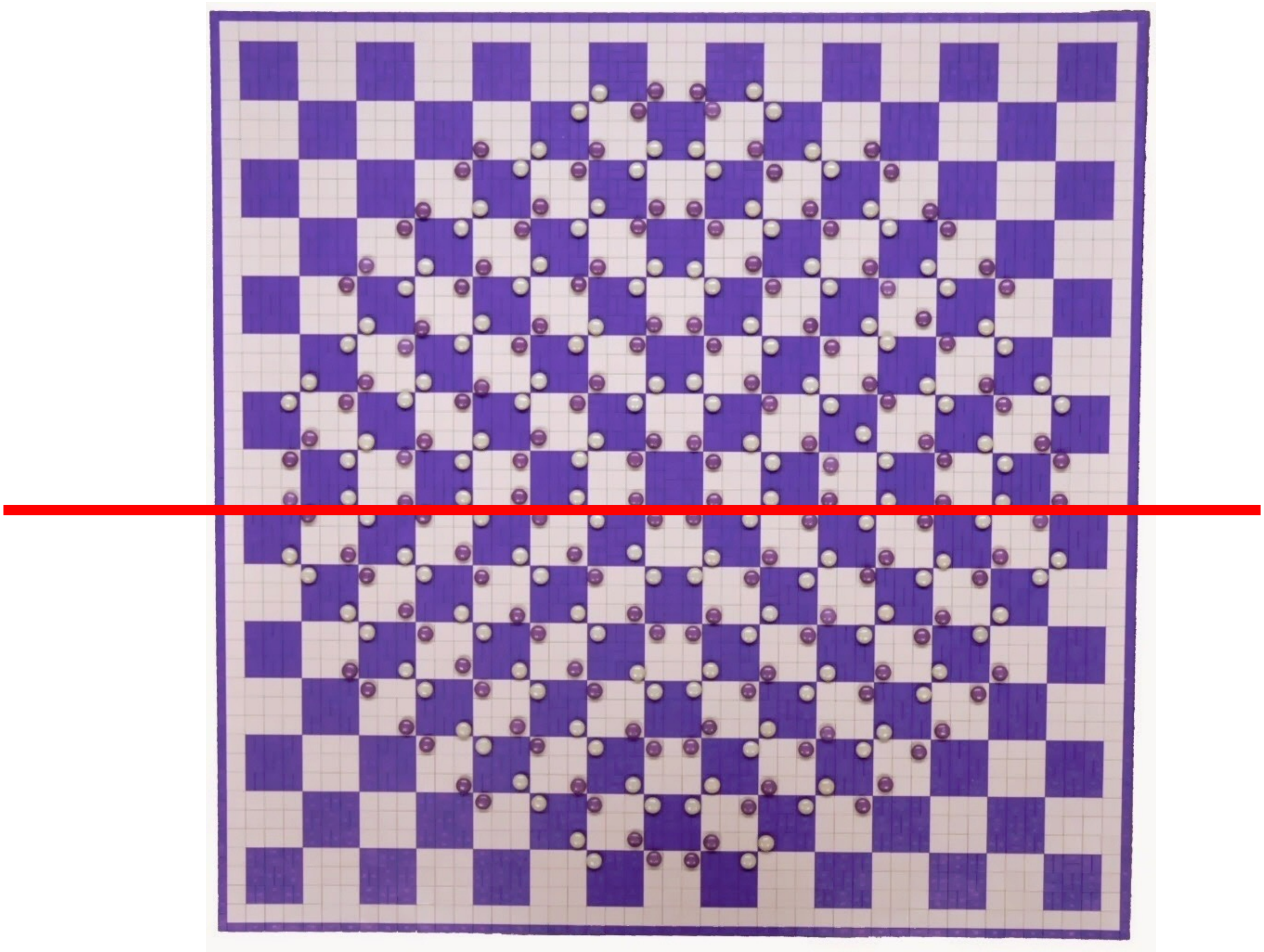
Structure from motion: восстановление поз камер



Неоднозначность восстановления трехмерной сцены

- С точностью до поворота и трансляции
- С точностью до масштаба
  - Координаты пикселей и внутренние параметры камер безразмерны
- Чем отличается случай калиброванной камеры от некалиброванной?

Ames illusion



From Akiyoshi Kitaoka