Трехмерное компьютерное зрение

Виктор Львович Ерухимов

Зачем нужна геометрия в компьютерном зрении?

Wearable
augmented reality

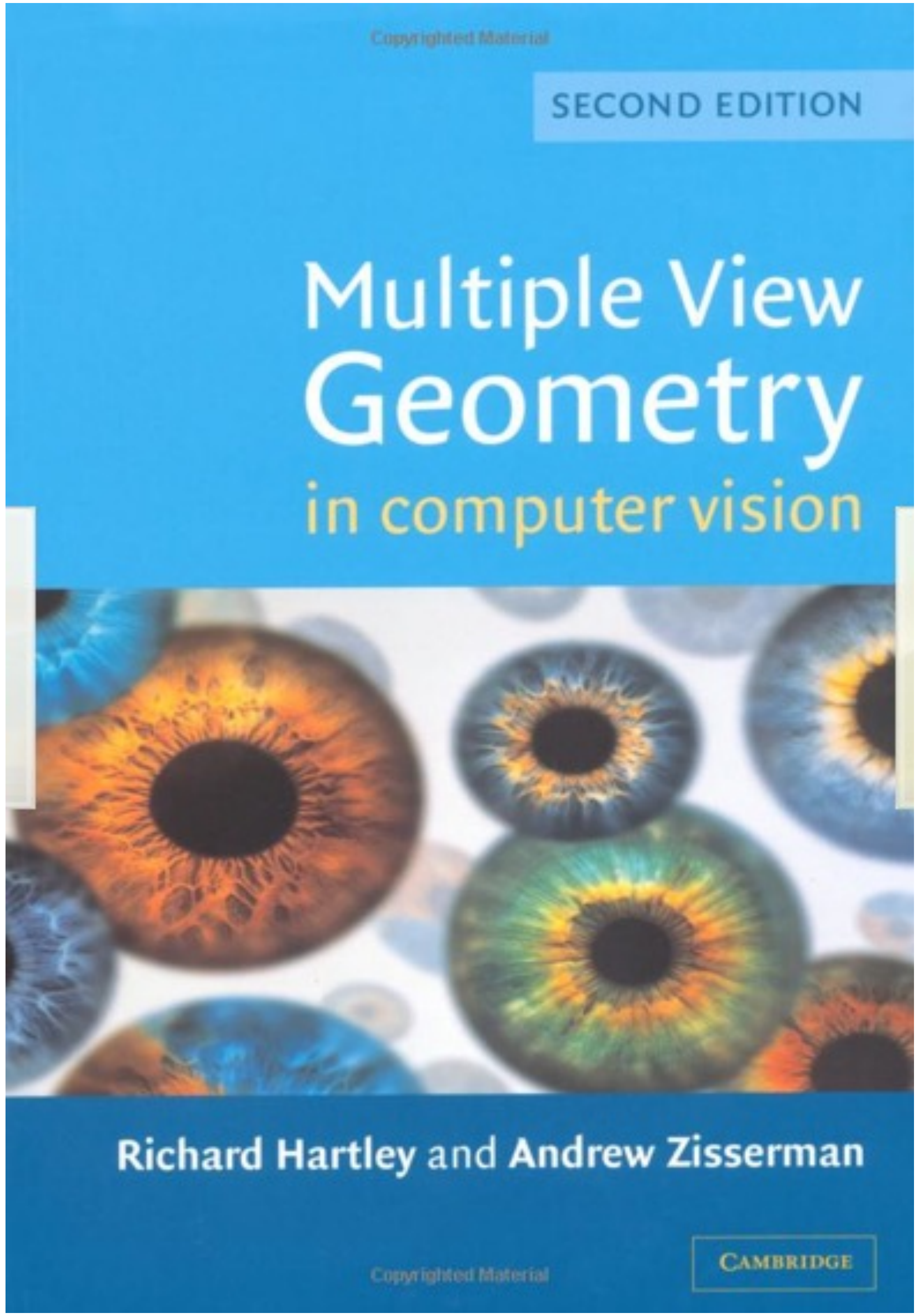

amazon
fulfillment

Роботы в сельском хозяйстве

Визуальные эффекты в кино

Self-driving car

Дополненная реальность


Copyrighted Material
SECOND EDITION
Multiple View Geometry
in computer vision
Richard Hartley and Andrew Zisserman
CAMBRIDGE
Copyrighted Material


ДЖ. ГОЛУБ, Ч. ВАН ЛОУН
МАТРИЧНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ
ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
OZON.ru

Инструменты

- Обязательно:
  - Python (v3)
  - numpy
  - OpenCV 3.0 или выше (with python bindings)
- Желательно:
  - CMake/C++ компилятор для построения OpenCV

Правила игры

- На протяжении курса вы получите ~20 домашних заданий, за каждое из них можно будет получить ≤5 баллов
- За решение, присланное позднее следующей лекции, снимается один балл
- Решения, присланные позднее, чем через 2 недели, не дают баллов
- Финальная оценка за домашнее задание будет ставиться на семинаре
- Оценка за курс будет выставляться по формуле

$$\text{оценка за курс} = \frac{\text{сумма оценок за дз}}{\text{количество дз} * 5} * 10$$

Правила игры

- Задачи повышенной сложности:
  - Можно сдавать в течение курса
  - Засчитывается в сумму оценок, не участвует в количестве дз
- Bugs bounty: нахождение существенной ошибки в слайдах (например, в формуле) дает 5 баллов

Вопросы

- Что такое симметричная матрица?
- Что такое верхняя диагональная матрица?
- Что такое ранг матрицы?
- Что такое ядро матрицы?
- Что такое детерминант матрицы?
- Что такое собственное число?
  - Действительные или комплексные?
- Что такое ортогональная матрица?
- Что такое векторное произведение?

Мера Фробениуса

$$|A|_F^2 \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i,j} a_{i,j}^2$$

Лемма:

$$|A|_F^2 = tr(A^T A)$$

Ортогональные матрицы

- $V^T = V^{-1}$
- $\forall x \in R^n \quad |Vx| = |x|$
- V состоит из ортонормированных векторов
- Умножение на V не меняет норму Фробениуса матрицы

Решение систем линейных уравнений

$$Ax = b$$

Собственные значения и векторы

$$Ax = \lambda x$$

$$\left(x_1, x_2\right) = 0,\ \lambda_1 \neq \lambda_2$$

$$A = Q\Lambda Q^{-1}$$

Эрмитовы матрицы имеют действительные собственные значения и диагонализуемы

Разложение Холецкого

$A = LL^*$, где L – нижняя диагональная матрица с ненулевыми диагональными элементами, а L* -- её эрмитово сопряженная. Это разложение существует тогда и только тогда, когда A – эрмитова неотрицательно определенная матрица.

$$LL^*x = b$$

$$L^*x = L^{-1}b$$

QR факторизация

$$A = QR$$

A Произвольная матрица mXn, m>n

Q Ортогональная матрица mXm

R Верхняя треугольная матрица mXn

Singular Value Decomposition

$$A = UDV^T$$

$A \in \mathbb{R}^{m\times n}$
$U \in \mathbb{R}^{\mathrm{m}\times m}$
$D \in \mathbb{R}^{m\times n}$
$V \in \mathbb{R}^{n\times n}$

$$D = diag(\sigma_1, \sigma_2, .., \sigma_k)$$
$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq .. \geq \sigma_k \geq 0, k = \min(m, n)$$

U, V ортогональны,
D единственна!

Сложность $4m^2n + 8mn^2 + 9n^3$

Singular values and vectors

$$Av_i = \sigma_i u_i$$

Правые и левые сингулярные векторы

$$A^T u_i = \sigma_i v_i$$

$$A^T A = (UDV^T)^T UDV^T = VD^T DV^T$$

При $m = n$ $\qquad rank(A) = rank(D)$

Использование SVD

- $\min\limits_{\|x\|=1} \|AX\|^2$

- Ядро матрицы определяется последними правыми сингулярными векторами
- ранг – ненулевыми сингулярными числами