

LINEAR PROGRAMMING

METODE SIMPLEKS

USZ

METODE SIMPLEKS

- Metode grafik tidak dapat menyelesaikan persoalan linear program yang memiliki variabel keputusan yang cukup besar atau lebih dari dua, maka untuk menyelesaikannya digunakan Metode Simpleks.
- Metode Simpleks merupakan prosedur aljabar yang bersifat iteratif, yang bergerak selangkah demi selangkah, dimulai dari suatu titik ekstrem pada daerah fisibel (ruang solusi) menuju ke titik ekstrem yang optimum.

ATURAN PADA METODE SIMPLEKS

Beberapa ketentuan yang perlu diperhatikan, antara lain:

1. Nilai kanan (NK / RHS) fungsi tujuan harus nol (0).
2. Nilai kanan (NK) fungsi kendala harus positif. Apabila negatif, nilai tersebut harus dikalikan -1 .
3. Fungsi kendala dengan tanda " \leq " harus diubah ke bentuk " $=$ " dengan menambahkan variabel slack/surplus. Variabel slack, yang disebut juga sbg variabel dasar.
4. Fungsi kendala dengan tanda " \geq " diubah ke bentuk " \leq " dengan cara mengalikan dengan -1 , lalu diubah ke bentuk persamaan dengan ditambahkan variabel slack.
5. Fungsi kendala dengan tanda " $=$ " diubah menjadi DUA buah persamaan; satu persamaan bertanda " \geq ", dan satu persamaan bertanda " \leq ".

CONTOH SOAL 1

- Maksimumkan $Z = 3X_1 + 5X_2$
- Batasan (constrain)

$$(1) \quad 2X_1 \leq 8$$

$$(2) \quad 3X_2 \leq 15$$

$$(3) \quad 6X_1 + 5X_2 \leq 30$$

LANGKAH-LANGKAH METODE SIMPLEKS:

Langkah 1: Mengubah fungsi tujuan dan fungsi batasan

- **Fungsi tujuan**

$$Z = 3X_1 + 5X_2 \quad \rightarrow \quad Z - 3X_1 - 5X_2 = 0.$$

- **Fungsi batasan** (diubah menjadi persamaan, dan ditambah variabel slack)

$$(1) \quad 2X_1 \leq 8 \quad \rightarrow \quad 2X_1 + X_3 = 8$$

$$(2) \quad 3X_2 \leq 15 \quad \rightarrow \quad 3X_2 + X_4 = 15$$

$$(3) \quad 6X_1 + 5X_2 \leq 30 \quad \rightarrow \quad 6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30$$

(X_3 , X_4 dan X_5 adalah variabel slack)

Variabel slack adalah variabel tambahan yang mewakili tingkat pengangguran atau kapasitas yang merupakan batasan

BEBERAPA ISTILAH DALAM METODE SIMPLEKS

- **NK** adalah *nilai kanan* persamaan, yaitu nilai di belakang tanda sama dengan (=). Untuk batasan 1 sebesar 8, batasan 2 sebesar 15, dan batasan 3 sebesar 30.
- **Variabel dasar** adalah variabel yang nilainya sama dengan sisi kanan dari persamaan. Pada persamaan $2X_1 + X_3 = 8$, kalau belum ada kegiatan apa-apa, berarti nilai $X_1 = 0$, dan semua kapasitas masih menganggur, maka pengangguran ada 8 satuan, atau nilai $X_3 = 8$. Pada tabel tersebut nilai variabel dasar (X_3, X_4, X_5) pada fungsi tujuan pada tabel permulaan ini harus 0, dan nilainya pada batasan-batasan bertanda positif

Langkah 2: Menyusun persamaan-persamaan ke dalam tabel

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
X_3	0	2	0	1	0	0	8
X_4	0	0	3	0	1	0	15
X_5	0	6	5	0	0	1	30

Langkah 3: Memilih kolom kunci

- Kolom kunci* adalah kolom yang merupakan dasar untuk mengubah tabel simpleks. Pilihlah kolom yang mempunyai nilai pada garis *fungsi tujuan yang bernilai negatif dengan angka terbesar*.

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	Keterangan (Indeks)
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	
X_4	0	0	3	0	1	0	15	
X_5	0	6	5	0	0	1	30	

Jika suatu tabel sudah tidak memiliki nilai negatif pada baris fungsi tujuan, berarti tabel itu tidak bisa dioptimalkan lagi (sudah optimal).

Langkah 4: Memilih baris kunci

- *Baris kunci* adalah baris yang merupakan dasar untuk mengubah tabel simplek, dengan cara mencari indeks tiap-tiap baris dengan membagi nilai-nilai pada kolom NK dengan nilai yang sebaris pada kolom kunci.
- **Indeks = (Nilai Kolom NK) / (Nilai kolom kunci)**

Pilih baris yang mempunyai *indeks positif dengan angka terkecil*. Dalam hal ini batasan ke-2 yang terpilih sebagai baris kunci. Beri tanda segi empat pada baris kunci. Nilai yang masuk dalam kolom kunci dan juga masuk dalam baris kunci disebut *angka kunci*

$$\text{Index} = \frac{\text{Nilai kanan (NK)}}{\text{Nilai kolom kunci}}$$

Baris kunci adalah baris yang mempunyai index terkecil

Var.Dsr	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	NK	index
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X ₃	0	2	0	1	0	0	8	~
X ₄	0	0	3	0	1	0	15	5
X ₅	0	6	5	0	0	1	30	6

angka kunci

koef angka kolom kunci

Langkah 5: Mengubah nilai-nilai baris kunci

Nilai baris kunci diubah dengan cara membaginya dengan angka kunci. Gantilah variabel dasar pada baris itu dengan variabel yang terdapat di bagian atas kolom kunci (X_2).

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	Keterangan (Indeks)
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	$8/0 = \infty$
X_4	0	0	3	0	1	0	15	$15/3 = 5$ ←
X_5	0	6	5	0	0	1	30	$30/5 = 6$
Z								
X_3								
X_2	0	0	1	0	$1/3$	0	$15/3$	
X_5								

0/3

0/3

3/3

0/3

1/3

0/3

15/3

Langkah 6: Mengubah nilai-nilai selain baris kunci sehingga nilai-nilai kolom kunci (selain baris kunci) = 0

Baris baru = baris lama – (koefisien angka kolom kunci x nilai baris baru kunci)

Baris Z

Baris lama		[-3	-5	0	0	0	0]	
NBBK	-5	[0	1	0	1/3	0	5]	
Baris baru			-3	0	0	5/3	0	25	—

Baris X₃

Baris lama		[2	0	1	0	0	8]	
NBBK	0	[0	1	0	1/3	0	5]	
Baris baru			2	0	1	0	0	8	—

Baris X₅

Baris lama		[6	5	0	0	1	30]	
NBBK	5	[0	1	0	1/3	0	5]	
Baris baru			6	0	0	-5/3	1	5	—

Masukkan nilai di atas ke dalam tabel, sehingga menjadi tabel berikut:

Tabel pertama nilai lama dan tabel kedua nilai baru

Variabel Dasar	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	NK
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
x_3	0	2	0	1	0	0	8
x_4	0	0	3	0	1	0	15
x_5	0	6	5	0	0	1	30
Z	1	-3	0	0	$5/3$	0	25
x_3	0	2	0	1	0	0	8
x_2	0	0	1	0	$1/3$	0	5
x_5	0	6	0	0	$-5/3$	1	5

Langkah 7: Melanjutkan perbaikan

- Ulangi langkah-langkah perbaikan mulai langkah **3** sampai langkah ke-**6** untuk memperbaiki tabel-tabel yang telah diubah/diperbaiki nilainya.
- Perubahan baru berhenti setelah *pada baris pertama (baris Z) tidak ada yang bernilai negatif*

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	Keterangan (Indeks)
Z	1	-3	0	0	$5/3$	0	25	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	$= 8/2 = 4$
X_4	0	0	1	0	$1/3$	0	5	\sim
X_5	0	6	0	0	$-5/3$	1	5	$= 5/6$ (minimum)
Z	1							
X_3	0							
X_2	0							
X_1	0	$6/6$	$0/6$	$0/6$	$-5/18$	$1/6$	$5/6$	

6/6

0/6

0/6

$(-5/3)/6$

1/6

5/6

Nilai baru

Baris ke-1

		$[-3$	0	0	$5/3$	$0,$	$25]$	
	(-3)	$[1$	0	0	$-5/18$	$1/6,$	$5/6]$	$(-)$
Nilai baru	$=$	$[0$	0	0	$5/6$	$\frac{1}{2},$	$27\frac{1}{2}]$	

Baris ke-2 (batasan 1)

		$[2$	0	1	0	$0,$	$8]$	
	(2)	$[1$	0	0	$-5/18$	$1/6,$	$5/6]$	$(-)$
Nilai baru	$=$	0	0	1	$5/9$	$-1/3,$	$6\frac{1}{3}]$	

Baris ke-3 tidak berubah karena nilai pada kolom kunci = 0

		$[0$	1	0	$1/3$	$0,$	$5]$	
	(0)	$[1$	0	0	$-5/18$	$1/6,$	$5/6]$	$(-)$
Nilai baru	$=$	0	1	0	$1/3$	$0,$	$5]$	

TABEL SIMPLEKS FINAL

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK
Z	1	0	0	0	$5/6$	$1/2$	$27\frac{1}{2}$
X_3	0	0	0	1	$5/9$	$-1/3$	$6\frac{1}{3}$
X_2	0	0	1	0	$1/3$	0	5
X_1	0	1	0	0	$-5/18$	$1/6$	$5/6$

Baris pertama (Z) tidak ada lagi yang bernilai negatif. Sehingga tabel tidak dapat dioptimalkan lagi dan tabel tersebut merupakan hasil optimal

Dari tabel final didapat

$$X_1 = 5/6$$

$$X_2 = 5$$

$$Z_{\text{maksimum}} = 27\frac{1}{2}$$

usZ

THANKS!!