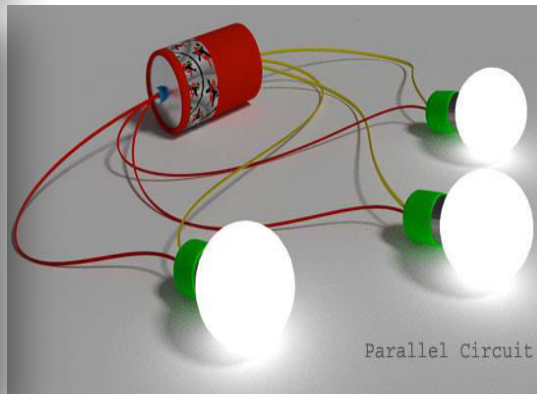
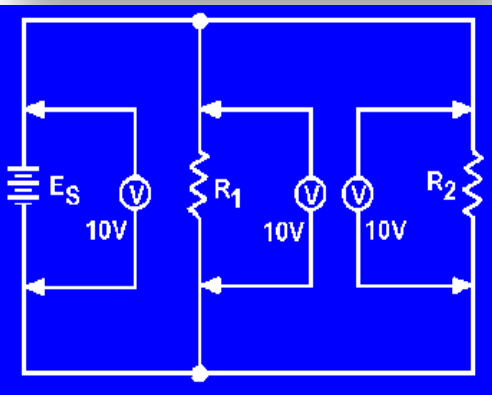
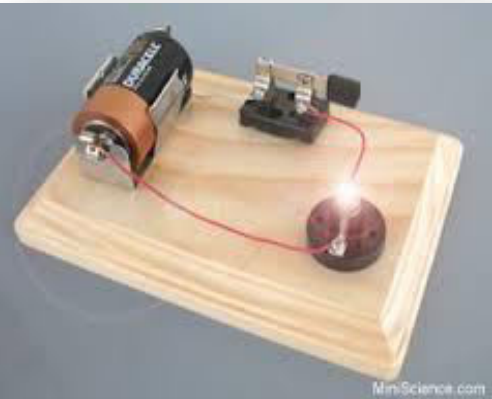


RANGKAIAN LISTRIK II

EL1207

Nita Indriani Pertiwi, S.T.,M.T.
Thorikul Huda, S.T.,M.T.

PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO



DAYA PADA RANGKAIAN RLC

Definisi Daya



Perkalian antara tegangan yang diberikan dengan hasil arus yang mengalir dengan satuan watt.

Secara matematis :

$$P = VI$$

V = tegangan (Volt)

I = arus (Ampere)

- **Daya Positif :**

Ketika arus yang mengalir bernilai positif, artinya arus mengalir dari sumber tegangan menuju rangkaian (transfer energi dari sumber energi ke rangkaian)

- **Daya Negatif :**

Ketika arus yang mengalir bernilai negatif, artinya arus mengalir dari rangkaian menuju sumber tegangan (transfer energi dari rangkaian ke sumber energi)

Daya Sesaat (*Instantaneous Power*)

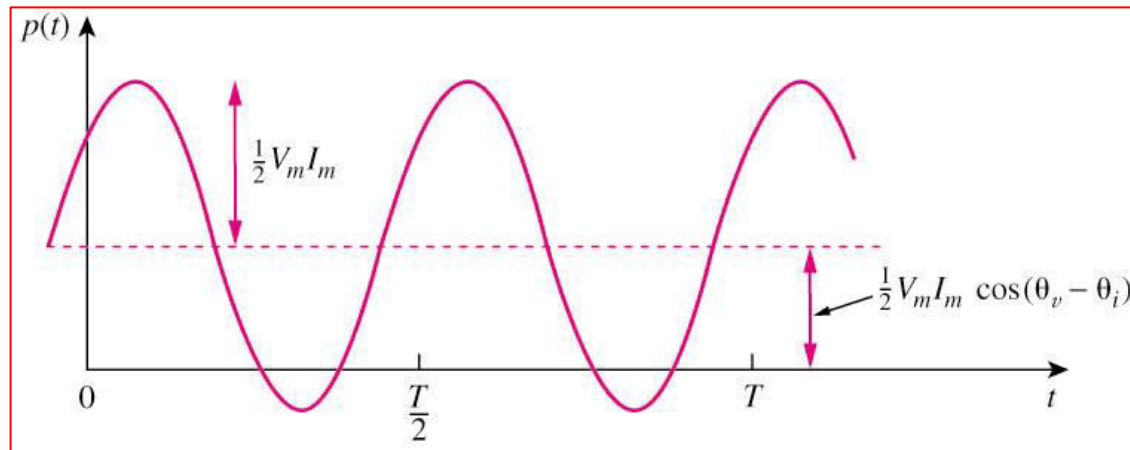
▶ Daya yang hanya terjadi pada waktu tertentu, yaitu ketika sebuah komponen mempunyai nilai tegangan dan arus yang mengalir pada komponen di waktu tersebut.

$$p(t) = v(t) i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$= \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)$$

Komponen konstan

Komponen berubah terhadap waktu



Daya Rata – Rata (*Average Power*)

▶ Daya rata-rata (P) adalah rata-rata dari daya sesaat dalam satu periode.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_m I_m}{2} [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)] dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) dt + \frac{1}{T} \int_0^T \frac{V_m I_m}{2} \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) dt$$

$$P = \frac{V_m I_m}{2T} \cos(\theta_v - \theta_i) \int_0^T dt + \frac{V_m I_m}{2T} \int_0^T \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) dt$$

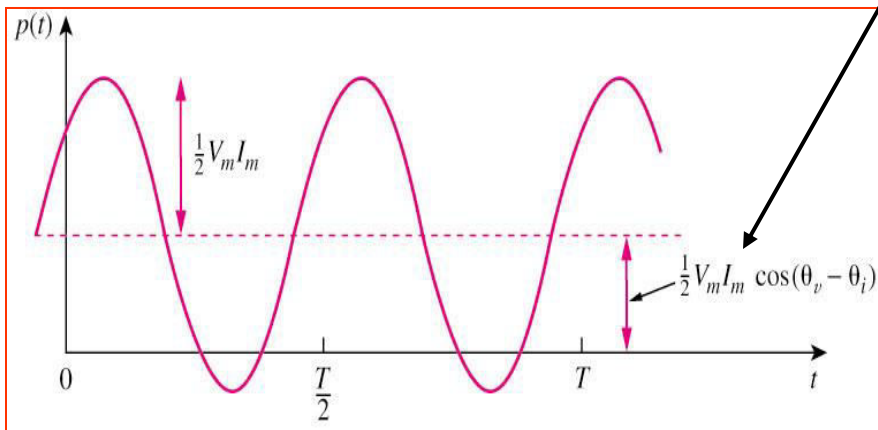
$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Daya Rata – Rata

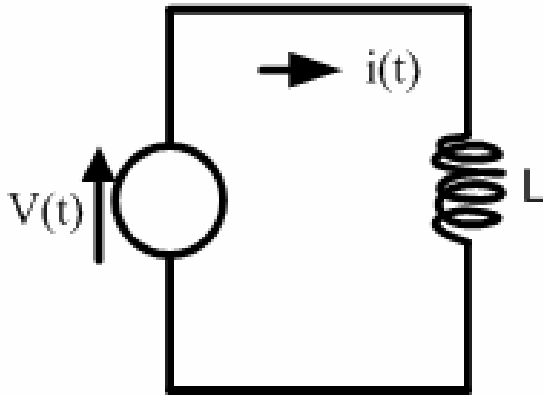
▶ Daya rata-rata (P) adalah rata-rata dari daya sesaat dalam satu periode.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$



1. P tidak bergantung pada waktu.
2. P = 0 berarti rangkaian tidak menyerap daya rata-rata.

Daya Rata – Rata pada Induktor



$$V(t) = V_m \sin \omega t$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int V(t) dt = \frac{1}{L} \int V_m \sin \omega t dt$$

$$i(t) = -\frac{V_m}{\omega L} \cos \omega t = \frac{V_m}{\omega L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

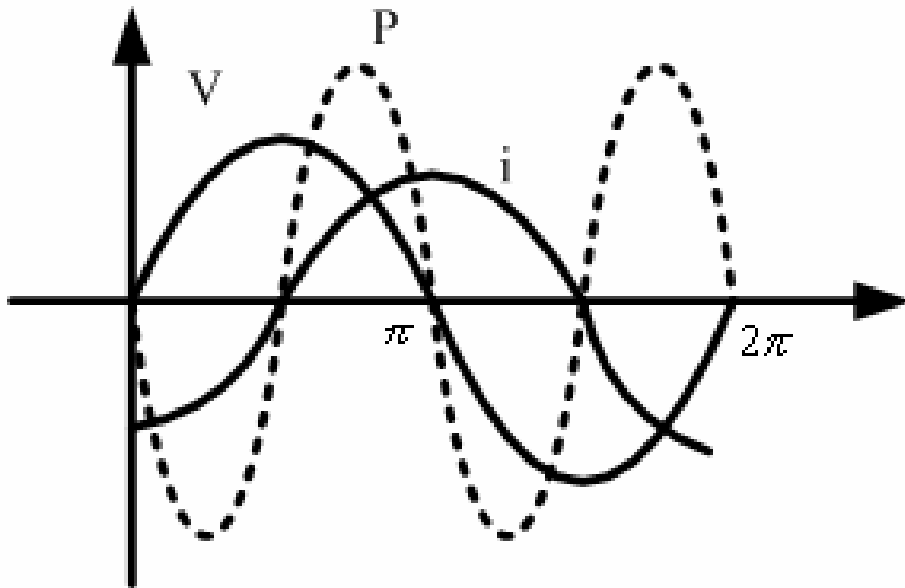
Dimana : $\frac{V_m}{\omega L} = I_m$, maka : $i(t) = I_m \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$

Sehingga :

$$p(t) = v(t)i(t) = V_m I_m \sin \omega t \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$p(t) = -V_m I_m \sin \omega t \cos \omega t = -\frac{1}{2} V_m I_m \sin 2\omega t$$

Daya Rata – Rata pada Induktor



Kesimpulan :

Ketika daya positif (saat arus dan tegangan bernilai positif atau saat arus dan tegangan bernilai negatif) , maka daya mengalir dari sumber ke induktor.

Ketika daya negatif (saat arus dan tegangan bertanda berlawanan) , maka daya mengalir dari rangkaian ke sumber tegangan

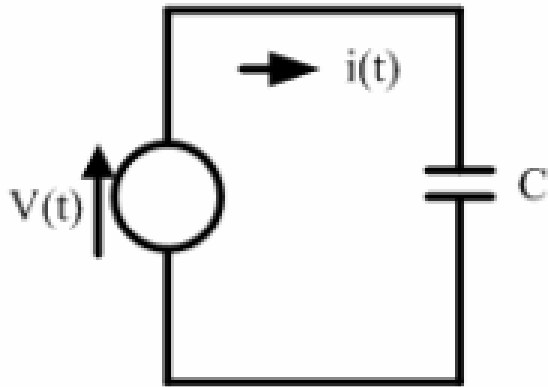
Daya Rata – Rata pada Induktor

Daya rata – rata :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} -\frac{1}{2} V_m I_m \sin 2\omega t dt = -\frac{1}{4\pi} V_m I_m \int_0^{2\pi} \sin 2\omega t dt$$
$$P = -\frac{1}{4\pi} V_m I_m \int_0^{2\pi} \sin 2 \frac{2\pi}{T} t dt = -\frac{1}{4\pi} V_m I_m \int_0^{2\pi} \sin 2t dt = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \frac{1}{2} \cos 2t \Big|_0^{2\pi} = 0$$

Daya rata – rata pada komponen L = 0

Daya Rata – Rata pada Kapasitor



$$V(t) = V_m \sin \omega t$$

$$i(t) = C \frac{dV}{dt} = CV_m \frac{d}{dt} \sin \omega t = CV_m \cos \omega t$$

$$i(t) = CV_m \omega \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

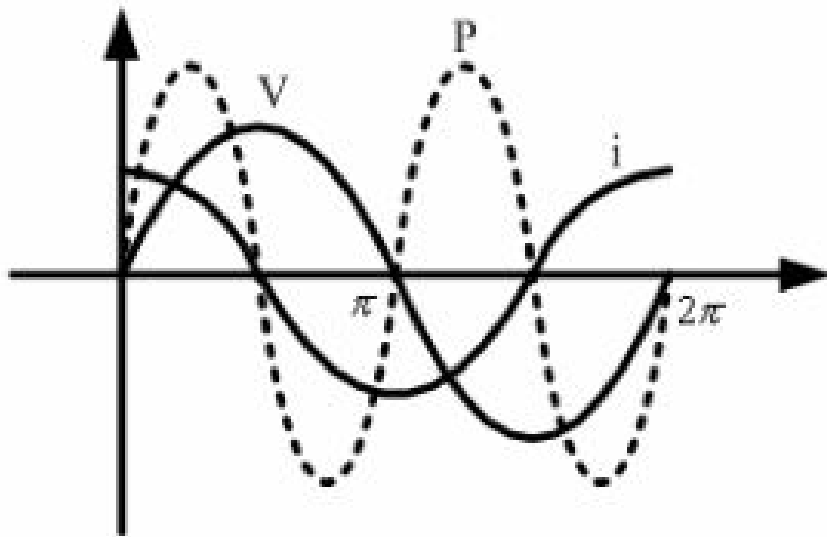
Dimana : $CV_m \omega = I_m$, maka : $i(t) = I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$

$$p(t) = v(t)i(t) = V_m I_m \sin \omega t \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Sehingga :

$$p(t) = V_m I_m \sin \omega t \cos \omega t = \frac{1}{2} V_m I_m \sin 2\omega t$$

Daya Rata – Rata pada Kapasitor



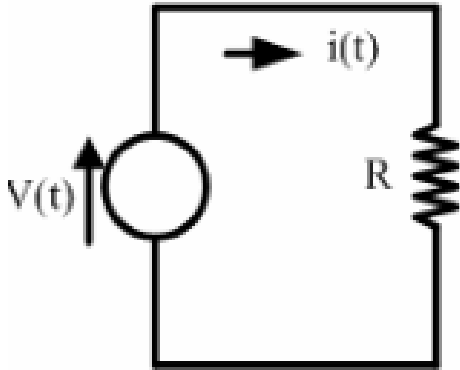
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} V_m I_m \sin 2\omega t dt$$

$$P = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \int_0^{2\pi} \sin 2t dt$$

$$P = -\frac{1}{4\pi} V_m I_m \frac{1}{2} \cos 2t \Big|_0^{2\pi} = 0$$

Daya rata – rata pada komponen C = 0

Daya Rata – Rata pada Resistor



$$V(t) = V_m \sin \omega t$$

$$i(t) = \frac{V(t)}{R} = \frac{V(t)}{R} \sin \omega t$$

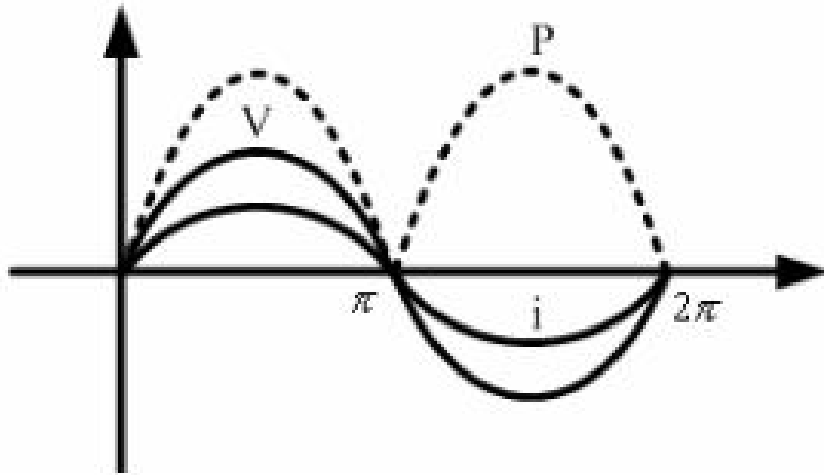
Dimana : $\frac{V_m}{R} = I_m$, maka : $i(t) = I_m \sin \omega t$

$$p(t) = v(t)i(t) = V_m I_m \sin \omega t \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

Sehingga :

$$p(t) = V_m I_m \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} V_m I_m (1 - \cos 2\omega t)$$

Daya Rata – Rata pada Kapasitor



Daya rata – rata pada komponen R=

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} V_m I_m (1 - \cos 2\omega) dt$$

$$P = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \int_0^{2\pi} (1 - \cos 2\omega t) dt$$

$$P = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \left(t - \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{2\pi}$$

$$P = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \cdot 2\pi = \frac{1}{2} V_m I_m$$

$$\frac{1}{2} V_m I_m = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} = V_{eff} I_{eff}$$

Rumus Umum Daya

Untuk komponen L dan C dapat diambil rumus umum :

$$V(t) = V_m \sin \omega t$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta)$$

θ bertanda + untuk kapasitor,
bertanda - untuk induktor

$$P(t) = V(t) \cdot I(t) = V_m I_m \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \theta)$$

$$= \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\omega t - (\omega t + \theta)) - \cos(\omega t + (\omega t + \theta))]$$

$$P(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos \theta - \cos(2\omega t + \theta)]$$

Rumus Umum Daya

Daya rata- rata :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} V_m I_m [\cos \theta - \cos(2\omega t + \theta)] dt$$

$$P = \frac{1}{4\pi} V_m I_m \left[\int_0^{2\pi} \cos \theta dt - \int_0^{2\pi} \cos(2t + \theta) dt \right]$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \theta = V_{eff} I_{eff} \cos \theta$$

Nilai efektif : $V_{eff} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}, I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

Contoh Soal

1. Sebuah komponen dilewati arus sebesar $i(t) = 15 \sin (10t + 60^\circ)$ dan tegangan $v(t) = 80 \cos (10t + 20^\circ)$, maka berapa daya sesaat dan daya rata-rata yang diserap oleh komponen ?

Jawab :

$$i(t) = 15 \sin (10t + 60^\circ) = 15 \cos (10t - 30^\circ)$$

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t) i(t) \\ &= (80)(15) \cos (10t + 20^\circ) \cos (10t - 30^\circ) \\ &= \frac{1}{2} (80)(15) \cos (20^\circ + 30^\circ) + \frac{1}{2} (80)(15) \cos (2(10)t + 20^\circ - 30^\circ) \\ &= 385,7 + 600 \cos (20t - 10^\circ) \text{ W} \end{aligned}$$

Daya rata-rata : 385,7 W

Contoh Soal

2. Sebuah sumber arus $12 \cos 2000t$ menyuplai rangkaian parallel yang terdiri atas resistor 200Ω dan inductor $0,2H$. Jika diasumsikan terjadi kondisi *steady state*, tentukan daya yang diserap/dikirim saat $t = 1 \text{ ms}$ oleh resistor, induktor dan sumber sinus!
3. Sebuah arus $I = 10 \angle 30^\circ \text{ A}$ mengalir melalui impedansi $Z = 20 \angle -22^\circ \text{ ohm}$, tentukan daya rata-rata yang dikirim ke impedansi ?

$$V = IZ = (10 \angle 30^\circ)(20 \angle -22^\circ)$$

$$V = 200 \angle 8^\circ \text{ V}$$

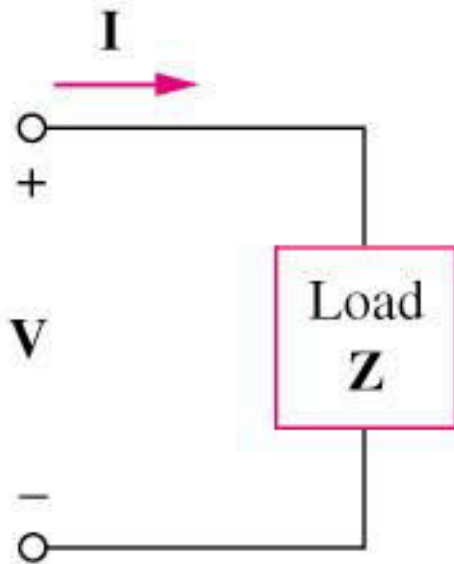
$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$P = \frac{1}{2} (200)(10) \cos(8 - 30)^\circ = 927,13 \text{ W}$$

Daya Kompleks



Daya kompleks (S) adalah produk dari tegangan dan konjugate kompleks dari arus



$$\mathbf{V} = V_m \angle \theta_v$$

$$\mathbf{I} = I_m \angle \theta_i$$

$$S = \frac{1}{2} \mathbf{V} \mathbf{I}^* = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \angle \theta_v - \theta_i$$

$$\Rightarrow S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos (\theta_v - \theta_i) + j V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin (\theta_v - \theta_i)$$

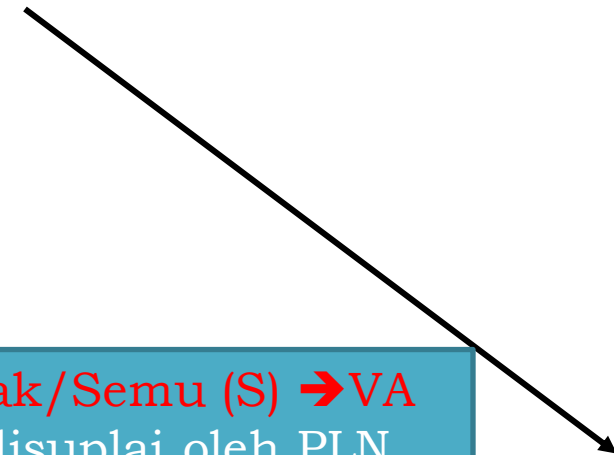
$$S = \underbrace{P}_{\text{Real Power}} + j \underbrace{Q}_{\text{Reactive Power}}$$

Daya Kompleks

$$S = P + jQ$$



Daya Tampak/Semu (S) → VA
Daya yang disuplai oleh PLN.
Merupakan resultan antara P dan Q.



Daya Reaktif (Q) → VAR

Daya yang tidak diinginkan dan seminimal mungkin dihindari atau diperkecil.

- $Q = 0$ untuk beban resistif
- $Q < 0$ untuk beban kapasitif
- $Q > 0$ untuk beban induktif

Daya Rata-Rata/ Aktif (P) → Watt

Daya yang dipakai oleh komponen pasif resistor. Dapat dikatakan sebagai daya yang benar-benar digunakan atau terserap.

Faktor Daya (Power Factor)/PF



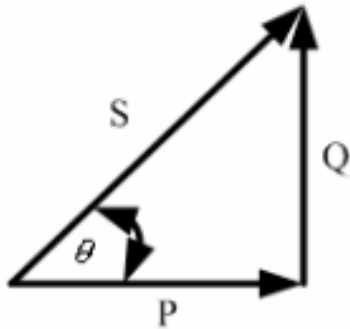
Cosinus dari perbedaan fasa antara tegangan dan arus.
Dapat pula dikatakan cosinus dari sudut impedansi beban.

$$pf = \frac{P}{S} = \frac{V_{eff} I_{eff} \cos \theta}{V_{eff} I_{eff}} = \cos \theta$$

Beban resistif murni (R)	$\theta_v - \theta_i = 0, \quad Pf = 1$	$P/S = 1$, semua daya dikonsumsi
Beban reaktif murni (L atau C)	$\theta_v - \theta_i = \pm 90^\circ, \quad pf = 0$	$P = 0$, tidak ada daya dikonsumsi
Resistive dan beban reaktif (R dan L/C)	$\theta_v - \theta_i > 0$ $\theta_v - \theta_i < 0$	<ul style="list-style-type: none">• <u>Lagging</u> – beban induktif• <u>Leading</u> – beban kapasitif

Faktor Daya (Power Factor)/PF

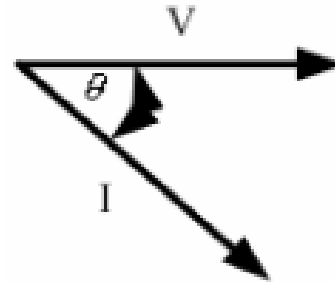
Komponen L



$$P = V_{eff} I_{eff} \cos \theta$$

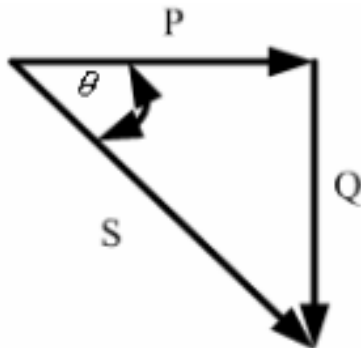
$$S = V_{eff} I_{eff}$$

$$Q = V_{eff} I_{eff} \sin \theta$$



I lagging terhadap V

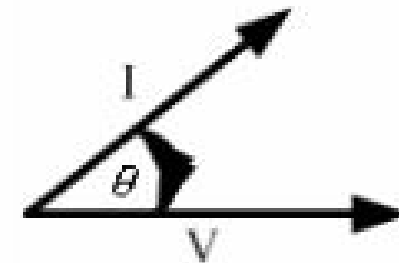
Komponen C



$$P = V_{eff} I_{eff} \cos \theta$$

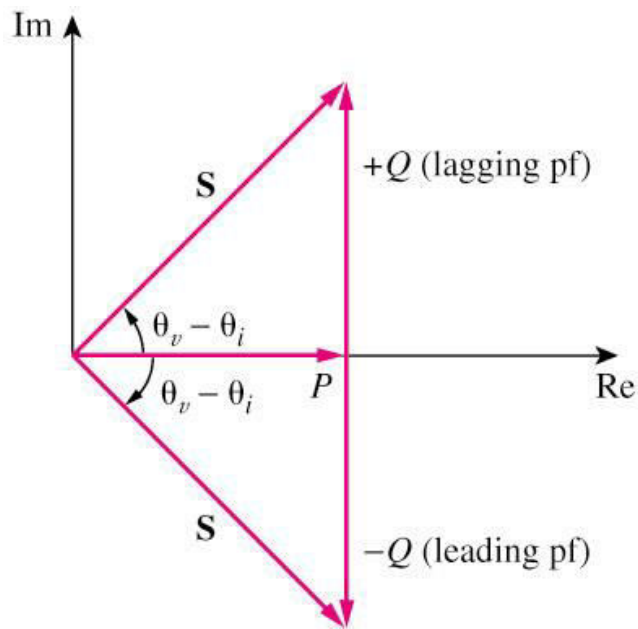
$$S = V_{eff} I_{eff}$$

$$Q = V_{eff} I_{eff} \sin \theta$$



I leading terhadap V

Faktor Daya (Power Factor)/PF



$$P = V_{eff} I_{eff} \cos \theta = I_{eff}^2 R = \frac{V_{eff}^2 R}{R}$$

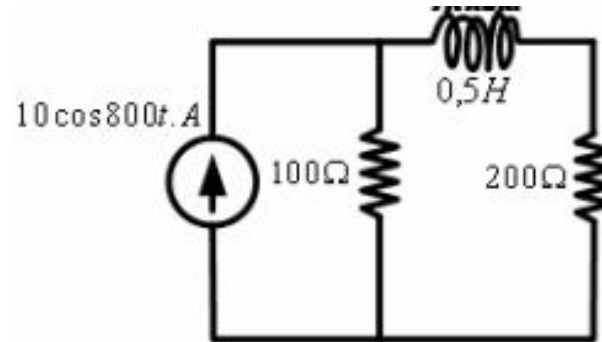
$$Q = V_{eff} I_{eff} \sin \theta = I_{eff}^2 X = \frac{V_{eff}^2 X}{X}$$

$$S = V_{eff} I_{eff} = I_{eff}^2 Z = \frac{V_{eff}^2 Z}{Z}$$

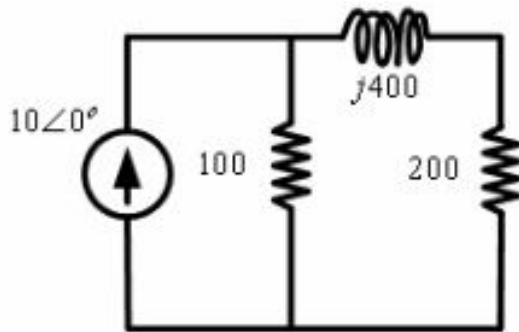
$$pf = \cos \theta = \frac{R}{Z} = \frac{P}{S}$$

Contoh Soal

Tentukan segitiga daya dari rangkaian berikut !



Jawab :



$$Z = \frac{(200 + j400) \times 100}{(200 + j400) + 100} = \frac{447,2 \angle 63,4^\circ \times 100}{500 \angle 53,1^\circ}$$

$$Z = 89,44 \angle 10,3^\circ = 87,9 + j15,9 \Omega$$

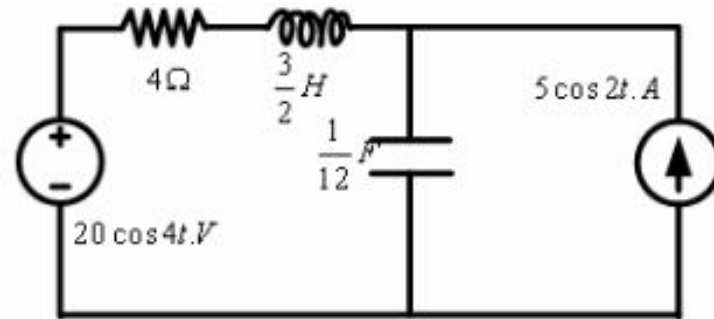
$$P = I_{eff}^2 R = \left(\frac{10}{\sqrt{2}} \right)^2 \times 87,9 = 4395 W$$

$$Q = I_{eff}^2 X = \left(\frac{10}{\sqrt{2}} \right)^2 \times 15,9 = 795 VAR$$

$$S = I_{eff}^2 Z = \left(\frac{10}{\sqrt{2}} \right)^2 \times 89,44 = 4472 VA$$

Contoh Soal

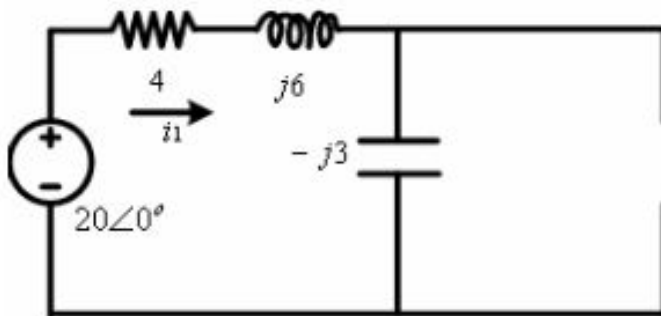
Tentukan daya pada R!



Jawab :

Menggunakan superposisi

- Sumber tegangan aktif

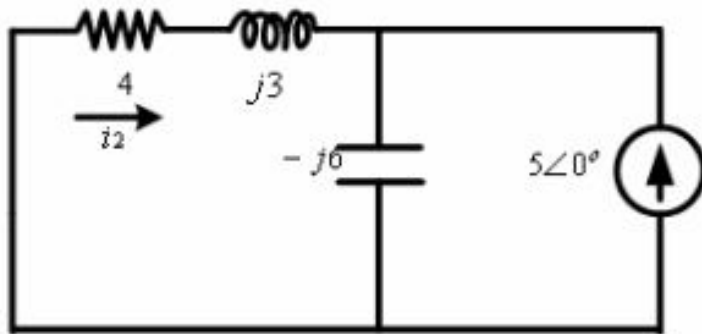


$$i_1 = \frac{20\angle 0^\circ}{4 + j6 - j3} = \frac{20\angle 0^\circ}{5\angle 37^\circ} = 4\angle -37^\circ$$

$$P_1 = i_{1eff}^2 \cdot R = \left(\frac{4}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 4 = 32W$$

Contoh Soal

- Sumber arus aktif



$$i_2 = \frac{-j6}{-j6 + j3 + 4} (-5\angle 0^\circ)$$

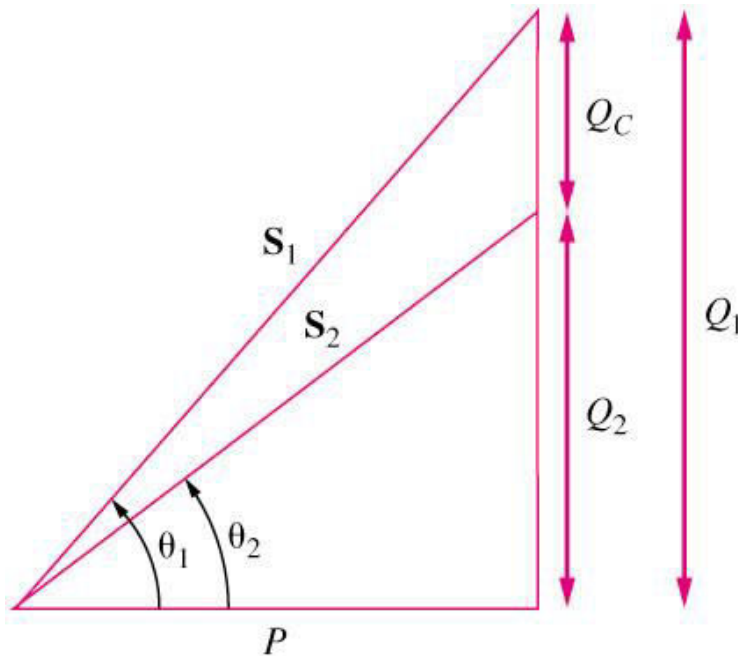
$$i_2 = \frac{6\angle -90^\circ}{5\angle -37^\circ} \cdot -5 = \frac{-30\angle -90^\circ}{5\angle -37^\circ} = -6\angle -53^\circ$$

$$P_2 = i_{2\text{eff}}^2 \cdot R = \left(\frac{-6}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 4 = 72W$$

$$P = P_1 + P_2 = 32 + 72 = 104W$$

Perbaikan Faktor Daya

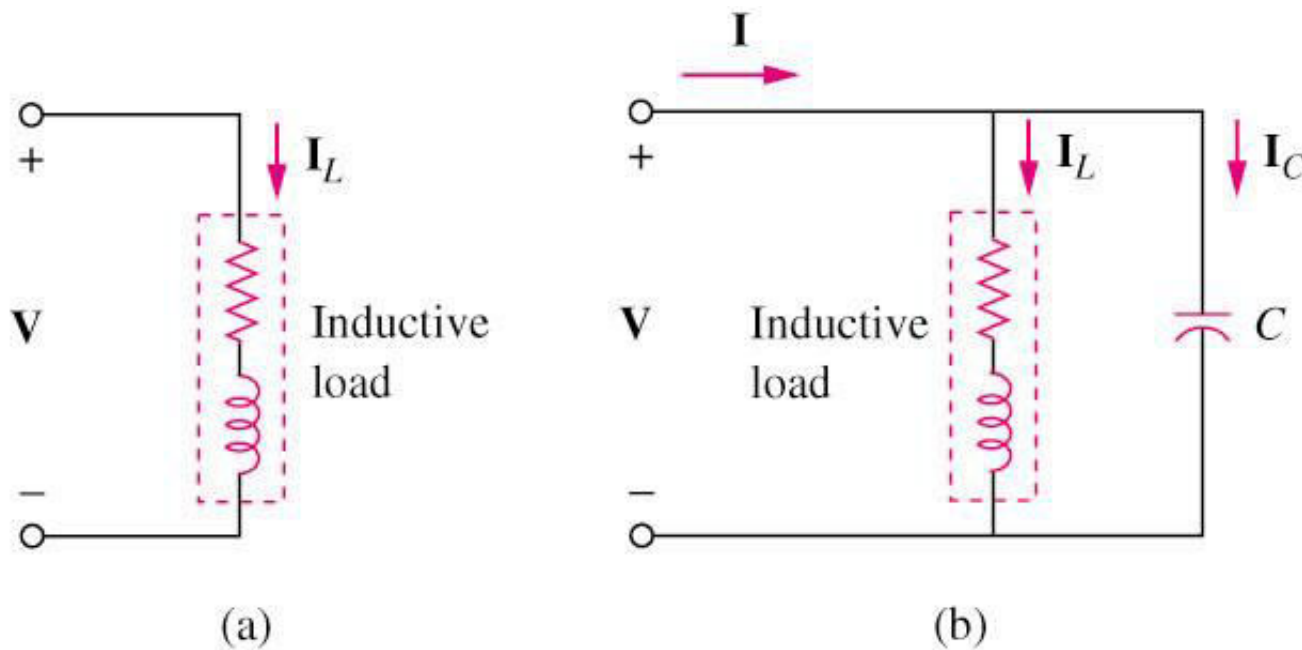
Perbaikan faktor daya adalah proses meningkatkan faktor daya tanpa merubah P kondisi awal. Perbaikan faktor daya dilakukan dengan mengubah nilai Q .



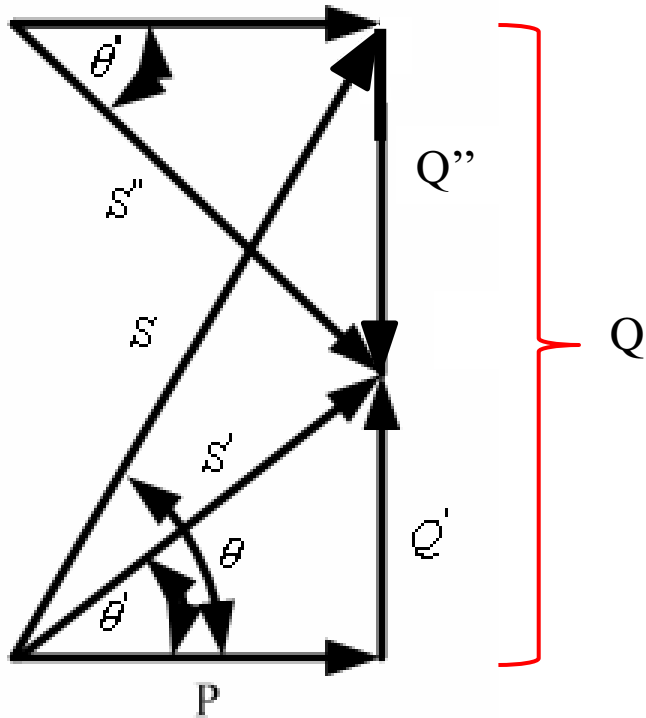
Perbaikan faktor daya
dibutuhkan untuk
alasan ekonomis

Perbaikan Faktor Daya

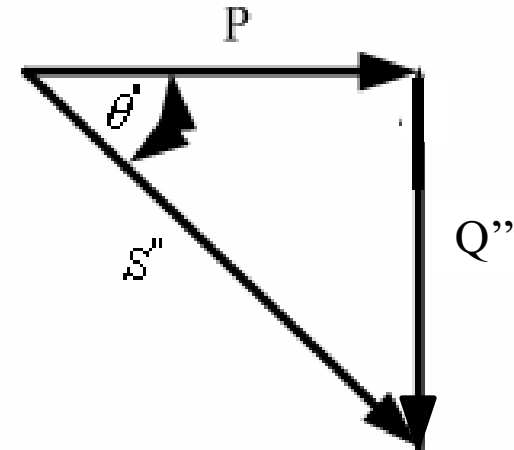
Perbaikan faktor daya untuk I *lagging* (beban induktif) dilakukan dengan memasang kapasitor secara paralel.



Perbaikan Faktor Daya



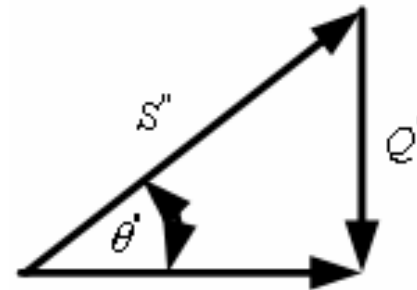
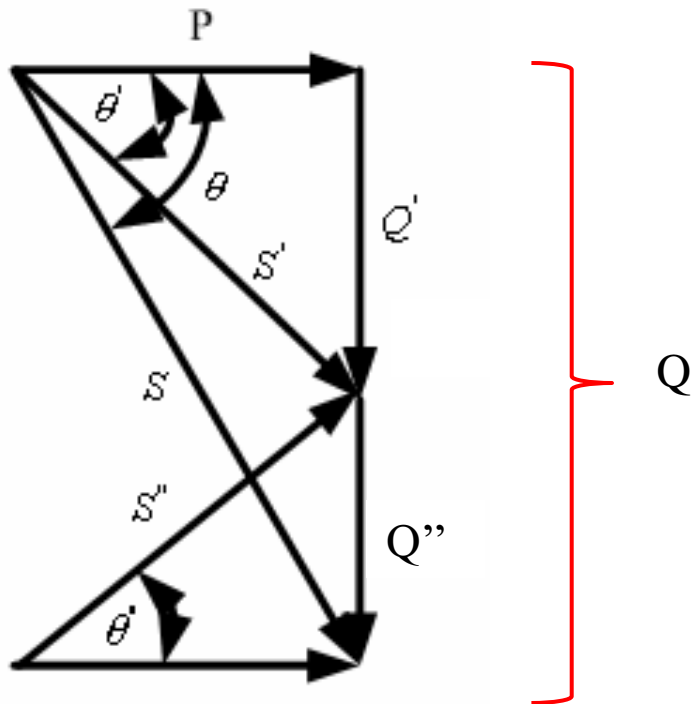
Segitiga daya dengan perbaikan pf



Segitiga daya komponen C

Perbaikan Faktor Daya

Segitiga daya dengan arus *leading*

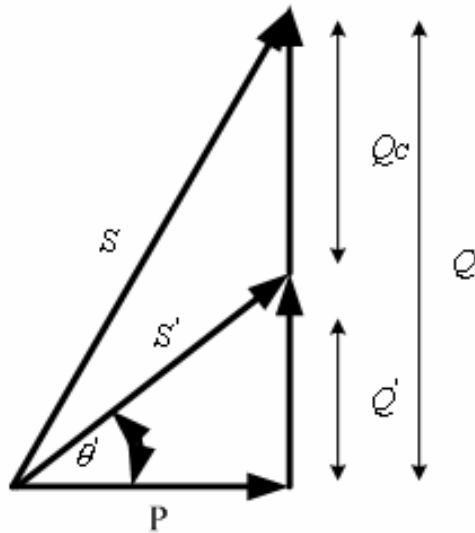


Segitiga daya komponen L

Contoh Soal

Faktor daya suatu beban yang telah dikoreksi adalah 0,9 *lagging* dengan cara penambahan 20kVAR kapasitor paralel,.Jika daya akhir adalah 185kVA, tentukan segitiga daya sebelum pf diperbaiki!

Jawab :



$$S' = 185kVA$$

$$\cos \theta' = 0,9 \text{ lagging} \rightarrow \theta' = 26^\circ$$

$$P = S' \cdot \cos \theta' = 185k \cdot \cos 26^\circ = 166,5kW$$

$$Q' = S' \cdot \sin \theta' = 185k \cdot \sin 26^\circ = 81k \text{ var lagging}$$

Segitiga daya sebelum koreksi :

$$P = 166,5kW$$

$$Q = Q' + Q_c = 81 + 20 = 101kVAR \text{ lagging}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{166,5^2 k + 101^2 k} = 194,6kVA$$

Contoh Soal

Sebuah sumber 60Hz dengan $V_{eff} = 240V$ disuplai oleh 4500VA ke beban dengan faktor daya 0,75 *lagging*. Tentukan besar kapasitor paralel untuk meningkatkan faktor daya ke : a) 0,9 *lagging*, b) 0,9 *leading*

Jawab :

$$S = 4500 \text{ VA}$$

$$pf = \cos\theta = 0,75 \text{ lagging} \rightarrow \theta = 41,4^\circ$$

$$P = S \cos\theta = 4500 \cdot 0,75 = 3375 \text{ W}$$

$$Q = S \sin\theta = 4500 \cdot \sin 41,4^\circ = 2976 \text{ var lagging}$$

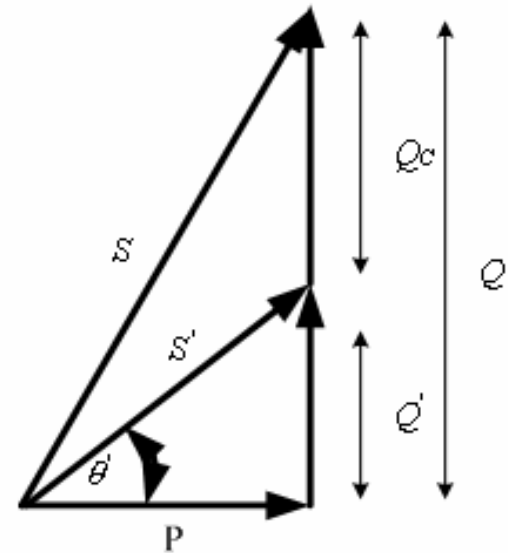
a) 0,9 *lagging*

$$Q' = P \tan \theta' = 3375 \cdot \tan 26^\circ = 1646 \text{ var lagging}$$

$$Q_c = Q - Q' = 2976 - 1646 = 1330 \text{ var leading}$$

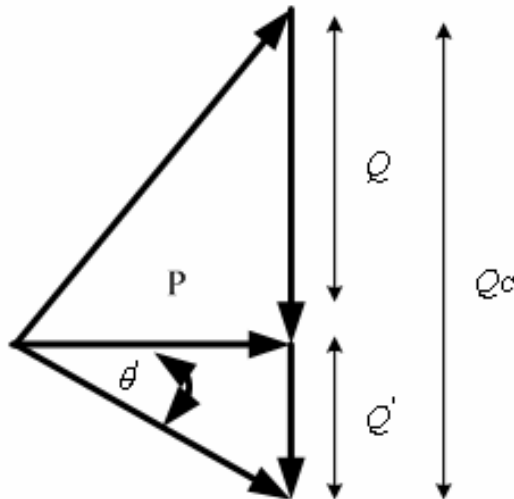
$$Q_c = \frac{V_{eff}^2}{X_c} \rightarrow X_c = \frac{V_{eff}^2}{Q_c} = \frac{240^2}{1330} = 43,3$$

$$X_c = \frac{1}{\omega C} \rightarrow C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{2\pi f \cdot X_c} = \frac{1}{2\pi \cdot 60 \cdot 43,3} = 61,3 \mu F$$



Contoh Soal

b) 0,9 leading



$$Q' = P \tan \theta' = 3375 \cdot \tan 26^\circ = 1646 \text{ var lagging}$$

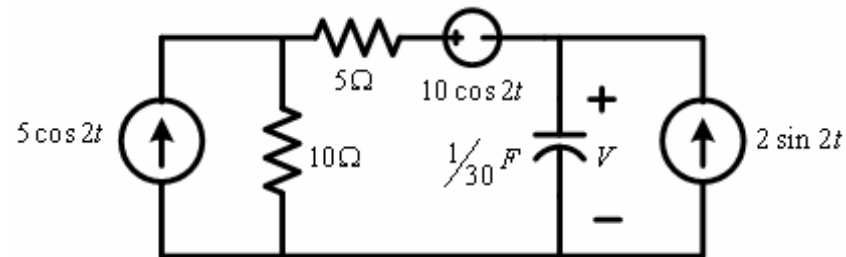
$$Q_c = Q + Q' = 2976 + 1646 = 4622 \text{ var leading}$$

$$Q_c = \frac{V_{\text{eff}}^2}{X_c} \rightarrow X_c = \frac{V_{\text{eff}}^2}{Q_c} = \frac{240^2}{4622} = 12,5$$

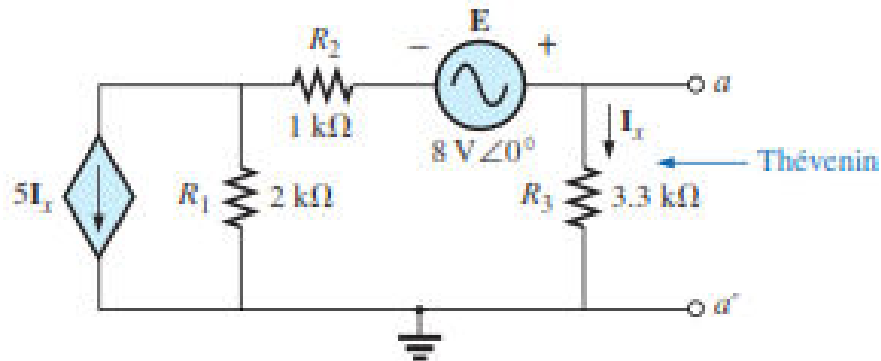
$$X_c = \frac{1}{\omega C} \rightarrow C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{2\pi f \cdot X_c} = \frac{1}{2\pi \cdot 60 \cdot 12,5} = 212,2 \mu\text{F}$$

Tugas

1. Tentukan nilai V pada rangkaian berikut dengan Thevenin dan norton!

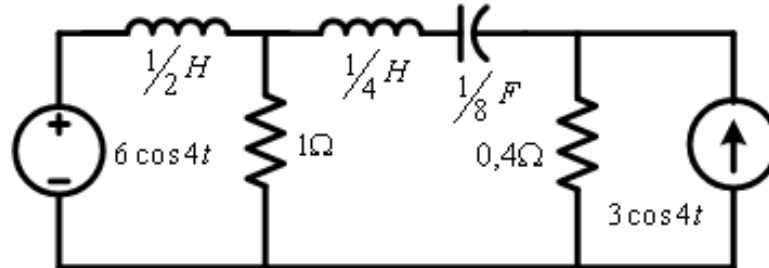


2. Tentukan nilai V pada R_3 dengan Thevenin dan norton!



Tugas

3. Tentukan daya rata-rata pada $R = 0,4\Omega$!



4. Dua buah beban dipasang secara paralel dan disuplai oleh tegangan efektif 220V dengan pf 0,9 *lagging*. Salah satu beban diketahui mempunyai pf sebesar 0,8 *leading* dengan daya rata-rata 1200W. Jika daya rata-rata beban adalah 2000W, berapa pf beban kedua?
5. Tentukan segitiga daya kombinasi paralel dari masing-masing beban dimana beban 1 mempunyai 250VA pf 0,5 *lagging*, beban 2 sebesar 180W pf 0,8 *lagging* dan beban 3 sebesar 300VA, 100 VAR *lagging*!

Tugas

6. Tentukan daya nyata (aktif), daya reaktif dan daya kompleks yang dikirim sumber pada gambar dibawah ini !

