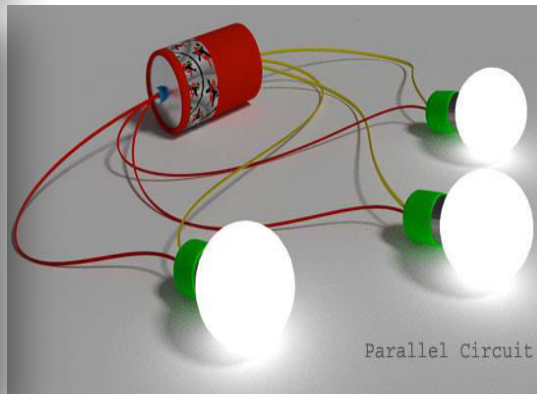
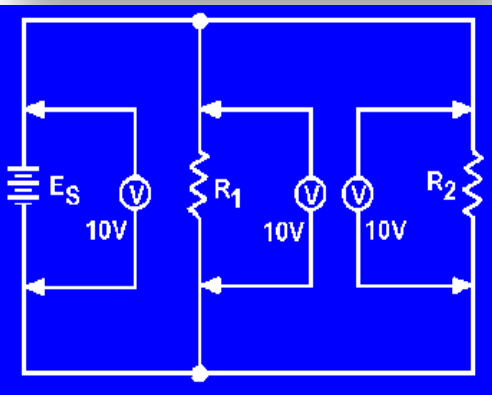
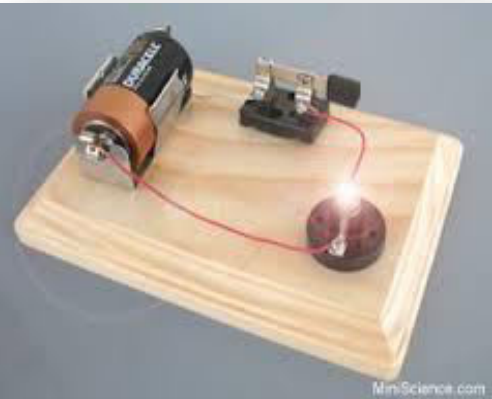


RANGKAIAN LISTRIK II

EL1207

Nita Indriani Pertiwi, S.T.,M.T.
Thorikul Huda, S.T.,M.T.

PROGRAM STUDI TEKNIK ELEKTRO



SILABUS

- **Konsep dan Penerapan Fasor pada Rangkaian**

Fungsi periodik, bilangan kompleks, karakteristik arus dan tegangan sinusoidal bentuk kompleks , impedansi kompleks, diagram fasor

- **Analisis Rangkaian AC pada Kondisi *Steady State***

Hukum ohm, Hukum Kirchhoff I dan II, Analisis Node, Analisis Mesh, Teorema Superposisi, Teorema Thevenin, Teorema Norton

- **Analisis Daya pada Rangkaian AC**

Daya Sesaat, Daya Rata-rata, Daya Kompleks, Segitiga Daya, Resonansi

SILABUS

- **Konsep dan Penerapan Fasor pada Rangkaian**

Fungsi periodik, bilangan kompleks, karakteristik arus dan tegangan sinusoidal bentuk kompleks , impedansi kompleks, diagram fasor

- **Analisis Rangkaian AC pada Kondisi *Steady State***

Hukum ohm, Hukum Kirchhoff I dan II, Analisis Node, Analisis Mesh, Teorema Superposisi, Teorema Thevenin, Teorema Norton

- **Analisis Daya pada Rangkaian AC**

Daya Sesaat, Daya Rata-rata, Daya Kompleks, Segitiga Daya, Resonansi

SILABUS

- **Rangkaian Kopling**

Induktansi sendiri, Induktansi bersama, Tanda dot (titik), Aturan tanda dot, Koefisien kopling (K), Analisis rangkaian kopling magnetik, Transformator ideal

- **Frekuensi Kompleks dan Fungsi Transfer**

Sinyal sinusoidal teredam, fasor frekuensi kompleks, impedansi dan admitansi frekuensi kompleks, Fungsi transfer frekuensi kompleks, Pole dan zero, Diagram bode plot

- **Respon Frekuensi dan Resonansi**

Respon frekuensi rangkaian RL, RC dan RLC, Resonansi

ASSESSMENT

• TUGAS	35%
• KUIS	15%
• ETS	25%
• EAS	25%
<hr/>	
TOTAL	100%

KONSEP DASAR RANGKAIAN LISTRIK

FUNGSI PERIODIK



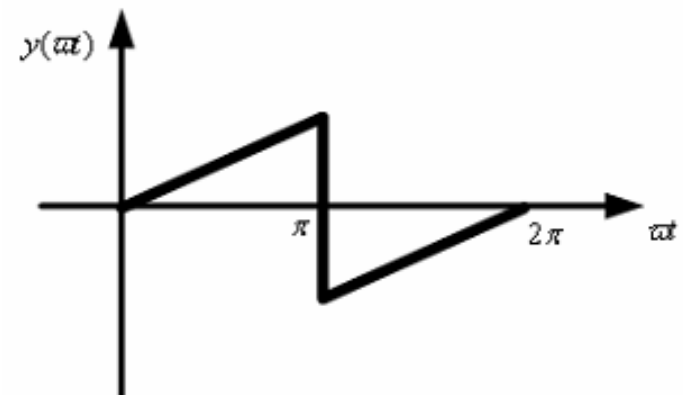
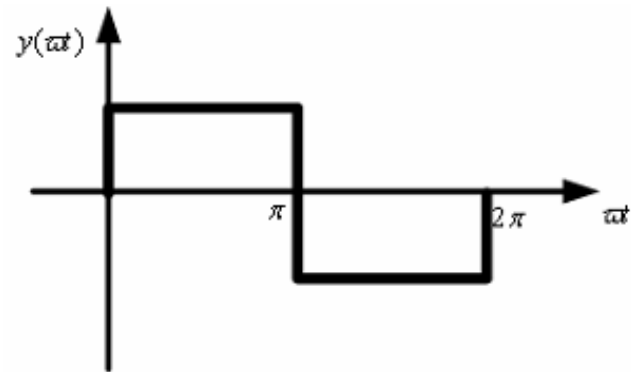
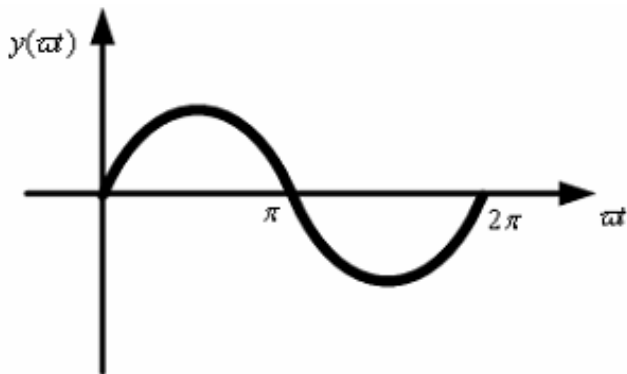
Salah satu sifat khusus dari gelombang *Alternating Current* (AC) adalah sifat periodik

Syarat fungsi periodik :

$$f(t) = f(t + nT)$$

n = integer 0,1,2,..

$$T = \text{periode} \longrightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$



FUNGSI PERIODIK

$$v(t) = V_m \sin \omega t$$

$$i(t) = I_m \sin \omega t$$

$v(t)$: tegangan sesaat

$i(t)$: arus sesaat

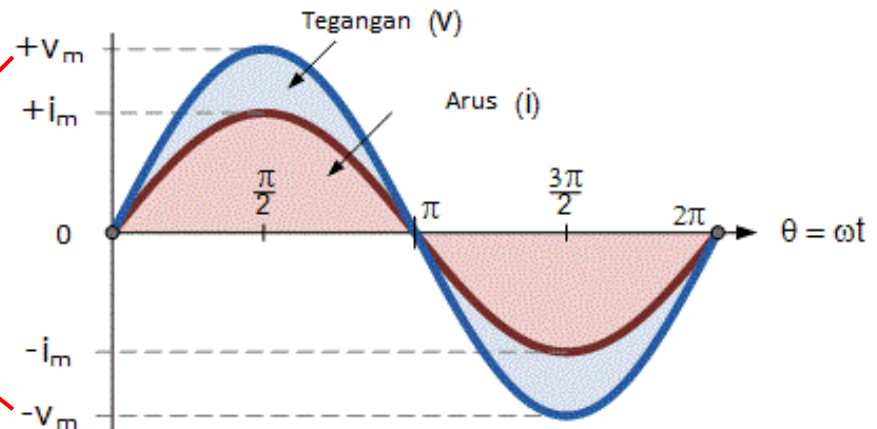
V_m : tegangan maksimum

I_m : arus maksimum

ω : kecepatan sudut (rad/detik)

t : waktu (detik)

Nilai Maksimum



Penjumlahan nilai maksimum positif dan negatif dijumlahkan



Nilai puncak ke puncak (*peak-to-peak*)

FUNGSI PERIODIK

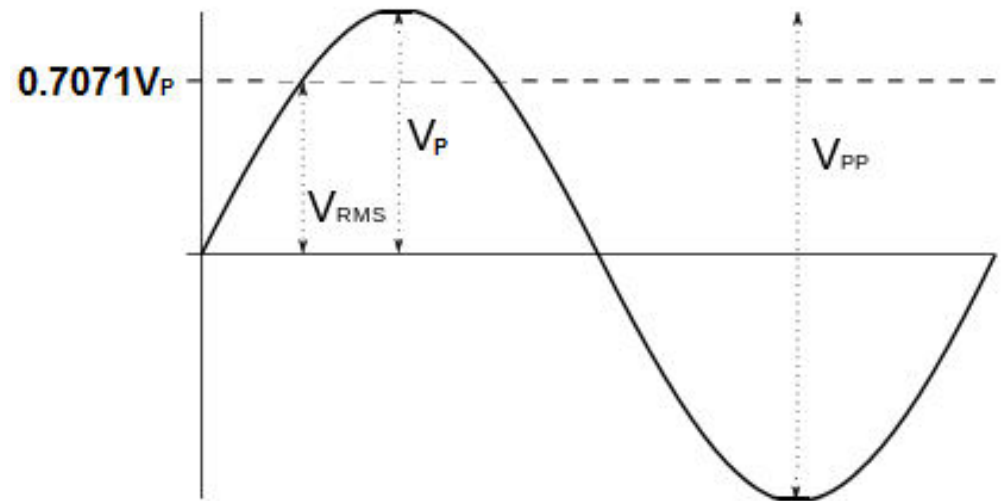
Nilai Efektif

(root mean square)

Nilai tegangan/arus bolak balik (AC) yang dapat menghasilkan panas sama besar dengan yang dihasilkan tegangan/arus searah (DC)

$$I_{eff} = I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

$$V_{eff} = V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt}$$



$$I_{eff} = I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$V_{eff} = V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

FUNGSI PERIODIK

Nilai Sesaat

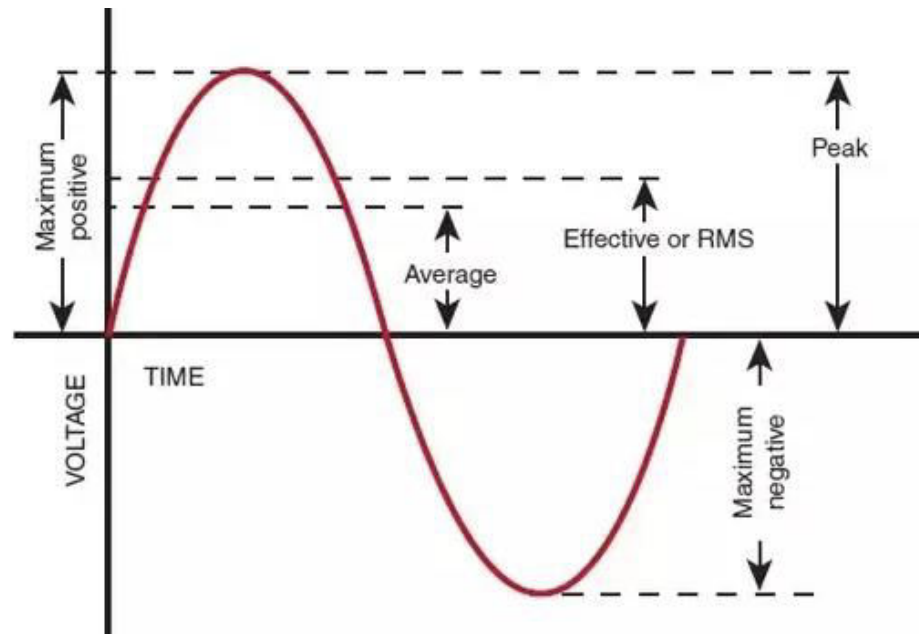
Nilai yang berubah-ubah terhadap waktu dalam suatu periode tertentu

$$p(t) = v(t) \times i(t)$$

Nilai Rata-rata

Pada sinus murni nilai rata-rata diperoleh dari setengah periode

$$V_{rata-rata} = \frac{2V_m}{\pi}$$



KONVERSI SINUS - COSINUS

$$\begin{aligned}-\sin \omega t &= \sin(\omega t \pm 180^\circ) \\ -\cos \omega t &= \cos(\omega t \pm 180^\circ) \\ \mp \sin \omega t &= \cos(\omega t \pm 90^\circ) \\ \pm \cos \omega t &= \sin(\omega t \pm 90^\circ)\end{aligned}$$

Contoh :

$$\begin{aligned}v_1 &= V_{m_1} \cos(5t + 10^\circ) \\ &= V_{m_1} \sin(5t + 90^\circ + 10^\circ) \\ &= V_{m_1} \sin(5t + 100^\circ)\end{aligned}$$

CONTOH SOAL

Sebuah generator ac menghasilkan tegangan sebesar $v(t) = 120 \sin 60t$ volt dan arus $i(t) = 40 \sin 60t$ A

Tentukan :

- a) Tegangan dan arus maksimum
- b) Sudut frekuensi
- c) Frekuensi
- d) Perioda
- e) Tegangan dan arus rata-rata
- f) Tegangan dan arus efektif
- g) Tegangan *peak to peak*

CONTOH SOAL

Persamaan tegangan $v(t) = 120 \sin 60t$ volt dan arus $i(t) = 40 \sin 60t$ A

a) Tegangan dan arus maksimum

$$v(t) = V_m \sin \omega t \qquad i(t) = I_m \sin \omega t$$

Dari persamaan diketahui bahwa : $V_m = 120$ volt dan $I_m = 40$ A.

b) Sudut frekuensi

Sudut frekuensi $\omega = 60$ rad/det

c) Frekuensi

$$\omega = 2\pi f \rightarrow f = \omega / 2\pi \text{ dimana } \pi = 22/7$$

$$f = 60 / ((2)(22/7)) \rightarrow f = 9,55 \text{ Hz}$$

d) Perioda

$$T = 1/f \rightarrow T = 1/9,55 = 0,105 \text{ detik}$$

CONTOH SOAL

e) Tegangan dan arus rata-rata

$$I_{rata-rata} = \frac{2I_m}{\pi} \quad V_{rata-rata} = \frac{2V_m}{\pi}$$

$$V_r = 2 \cdot 120 / \pi = 76,36 \text{ Volt}$$

$$I_r = 2 \cdot 40 / \pi = 25,45 \text{ A}$$

f) Tegangan dan arus efektif

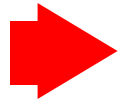
$$V_{eff} = V_m / \sqrt{2} \rightarrow V_{eff} = 120 / \sqrt{2} = 84,85 \text{ Volt}$$

$$I_{eff} = I_m / \sqrt{2} \rightarrow I_{eff} = 40 / \sqrt{2} = 28,28 \text{ A}$$

g) Tegangan *peak to peak*

$$V_{pp} = 2 \cdot V_m \rightarrow V_{pp} = 2 \cdot 120 = 240 \text{ Volt}$$

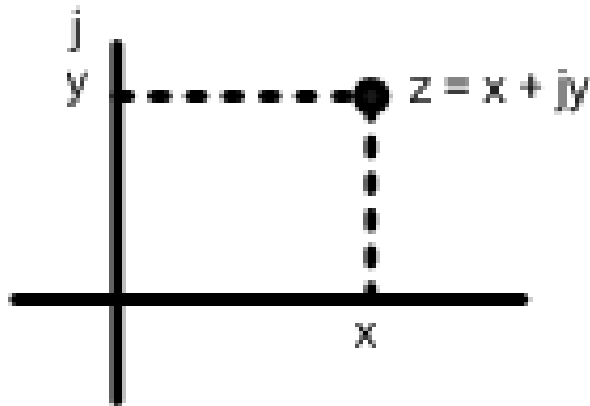
BILANGAN KOMPLEKS



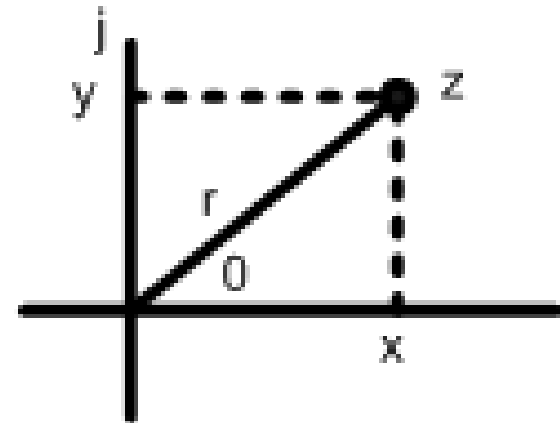
Bilangan yang terdiri dari harga real (nyata) dan harga imajiner (khayal)

Contoh : $z = x + jy$

dimana $j = \sqrt{-1}$ atau $j^2 = -1$



Bilangan kompleks bentuk kartesian



Bilangan kompleks bentuk polar

BILANGAN KOMPLEKS

Bentuk-bentuk bilangan kompleks :

1. *Bentuk Kartesian / Rectanguler*

$$z = x + jy$$

2. *Bentuk Polar*

$$z = r \angle \theta$$

$$\text{dim ana : } x = r \cos \theta \rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y = r \sin \theta \rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

3. *Bentuk Eksponensial*

$$z = re^{j\theta}$$

$$\text{dim ana : } x + jy = r \cos \theta + jr \sin \theta = r(\cos \theta + j \sin \theta) = re^{j\theta}$$

4. *Bentuk Trigonometri*

$$z = r(\cos \theta + j \sin \theta)$$

OPERASI BILANGAN KOMPLEKS

Konjugate bilangan kompleks : $z \rightarrow z^*$

$$z = x + jy \rightarrow z^* = x - jy$$

$$z = r \angle \theta \rightarrow z^* = r \angle -\theta$$

$$z = re^{j\theta} \rightarrow z^* = re^{-j\theta}$$

$$z = r(\cos \theta + j \sin \theta) \rightarrow z^* = r(\cos \theta - j \sin \theta)$$

Jumlah dan selisih bilangan kompleks :

$$z_1 = x_1 + jy_1$$

$$z_2 = x_2 + jy_2$$

$$z_1 + z_2 = x_1 + jy_1 + x_2 + jy_2 = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$$

$$z_1 - z_2 = x_1 + jy_1 - (x_2 + jy_2) = (x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2)$$

BILANGAN KOMPLEKS

Penjumlahan dan Pengurangan

Bilangan kompleks harus dalam bentuk sudut siku agar supaya dapat dijumlahkan (dikurangkan)

Jumlahkan (Kurangkan) bagian nyata dari setiap beilangan kompleks dan jumlahkan (kurangkan) setiap bagian khayal j bilangan kompleks .

Misal :

$$A = a + j b \qquad B = c + j d$$

$$A \pm B = (a \pm c) + j (b \pm d)$$

Pengalian dan Pembagian

Pengalian (pembagian) bilangan kompleks lebih mudah bila keduanya dalam bentuk polar.

Kalikan (bagilah) besarnya kedua bilangan kompleks dan jumlahkan sudut kedua bilangan kompleks tersebut.

$$A = A_m e^{j\alpha} = A_m \angle \alpha$$

$$B = B_m e^{j\beta} = B_m \angle \beta$$

$$A \times B = (A_m \times B_m) \angle (\alpha + \beta)$$

$$\frac{A}{B} = \left(\frac{A_m}{B_m} \right) \angle (\alpha - \beta)$$

KONSEP FASOR



Fasor adalah bilangan kompleks yang merepresentasikan besaran dan fasa gelombang sinusoidal. Fasor dinyatakan dengan notasi pada domain frekuensi terdiri besaran dan fasa

Formula Euler :

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t = \operatorname{Re}[e^{j\omega t}] + j \operatorname{Im}[e^{j\omega t}]$$
$$e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t = \operatorname{Re}[e^{-j\omega t}] - j \operatorname{Im}[e^{-j\omega t}]$$

Contoh:

$V(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$ → dalam domain waktu

Formula Euler :

$$v = \operatorname{Re}[V_m e^{j\theta} e^{j\omega t}] = V_m e^{j\theta} \text{ Volt}$$

Notasi Fasor :

$$V(\omega) = V_m \angle \theta \quad \text{Volt} \rightarrow \text{dalam domain frekuensi}$$

CONTOH

1. Ubah fasor tegangan dibawah ini menjadi domain waktu jika diketahui $\omega = 500 \text{ rad/s}$, $V = 115 \angle -45^\circ \text{ Volt}$

Jawab :

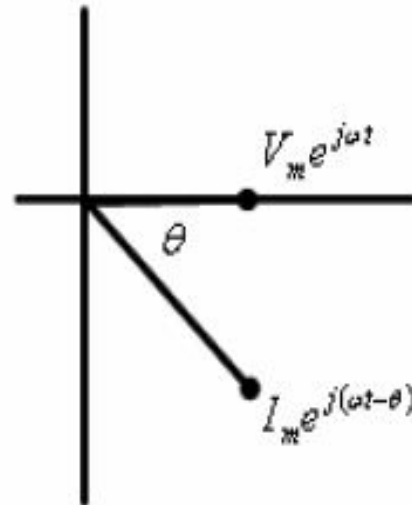
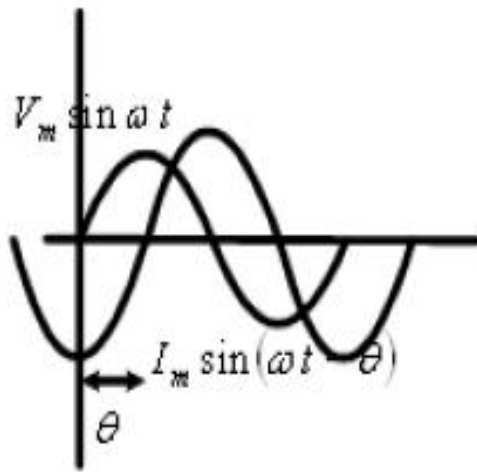
$$v = 115 \cos(500t - 45^\circ) \text{ Volt}$$

dalam gelombang sinus , $v = 115 \sin(500t + 45^\circ) \text{ Volt}$

2. Jika $\omega = 2000 \text{ rad/s}$ dan $t = 1 \text{ ms}$. Tentukan nilai sesaat dari tiap arus dibawah ini :
- a) $j10 \text{ A}$
 - b) $20 + j10 \text{ A}$
 - c) $20 + j(10 \angle 20^\circ) \text{ A}$

DIAGRAM FASOR

Jika terdapat perbedaan fasa antara tegangan dan arus sebesar θ



KARAKTERISTIK ARUS DAN TEGANGAN SIUSIODAL BENTUK KOMPLEKS

Arus Sinusoidal

elemen	i	$i = I_m \sin \omega t$	$i = I_m \cos \omega t$
R	$V_R = R.i$	$V_R = R.I_m \sin \omega t$	$V_R = R.I_m \cos \omega t$
L	$V_L = L.\frac{di}{dt}$	$V_L = \omega.L.I_m \cos \omega t$	$V_L = \omega.L.I_m (-\sin \omega t)$
C	$V_C = \frac{1}{C} \int i dt$	$V_C = \frac{I_m}{\omega C} (-\cos \omega t)$	$V_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin \omega t$

Tegangan Sinusoidal

elemen	v	$V = V_m \sin \omega t$	$V = V_m \cos \omega t$
R	$i_R = \frac{V}{R}$	$i_R = \frac{V_m}{R} \sin \omega t$	$i_R = \frac{V_m}{R} \cos \omega t$
L	$i_L = \frac{1}{L} \int v dt$	$i_L = \frac{V_m}{\omega L} (-\cos \omega t)$	$i_L = \frac{V_m}{\omega L} \sin \omega t$
C	$i_C = C \frac{dV}{dt}$	$i_C = \omega C V_m \cos \omega t$	$i_C = \omega C V_m (-\sin \omega t)$

IMPEDANSI DAN ADMITANSI

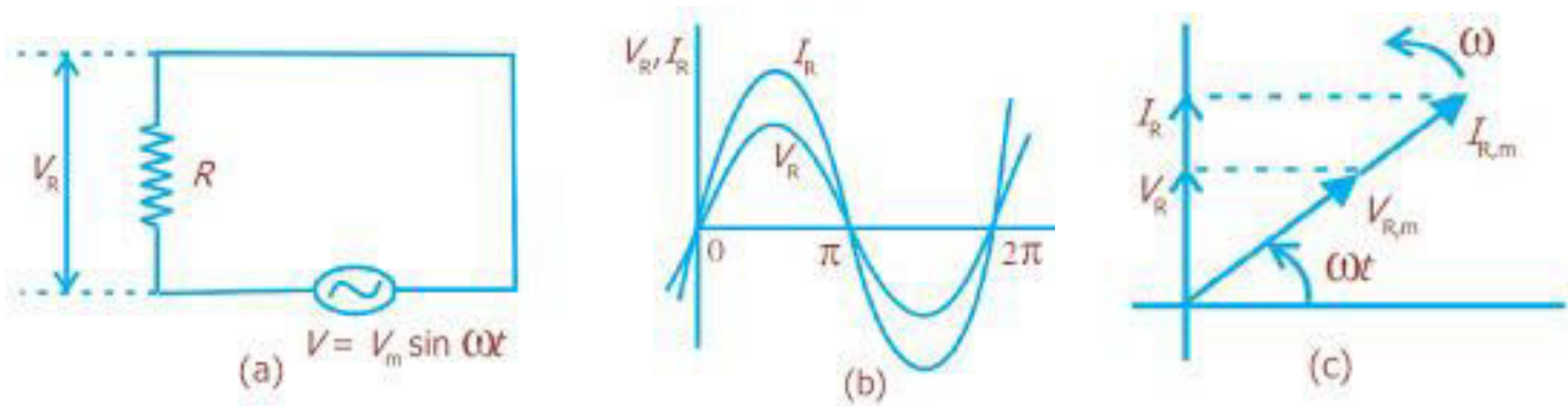
- Impedansi adalah perbandingan fasor tegangan \mathbf{V} dan fasor arus \mathbf{I} pada suatu elemen kutub dua dengan adanya sinyal masukan gelombang sinusoidal dalam keadaan setimbang atau mantap atau tunak (*steady state*).
- Admitansi merupakan kebalikan dari Impedansi.
- Impedansi dapat dihubungkan seri atau paralel seperti halnya pada Resistansi.

IMPEDANSI DAN ADMITANSI

- Impedansi $\mathbf{Z} = \mathbf{V} / \mathbf{I}$ [Ohm]
 $\mathbf{Z} = R \pm jX \rightarrow R$: resistansi; X : reaktansi
- Admitansi $\mathbf{Y} = \mathbf{I} / \mathbf{V}$ [Mho]
 $\mathbf{Y} = 1 / \mathbf{Z}$
 $\mathbf{Y} = G \pm jB \rightarrow G$:konduktansi;
B:suseptansi

RESPON ELEMEN TERHADAP GELOMBANG SINUS

Gelombang AC pada elemen R



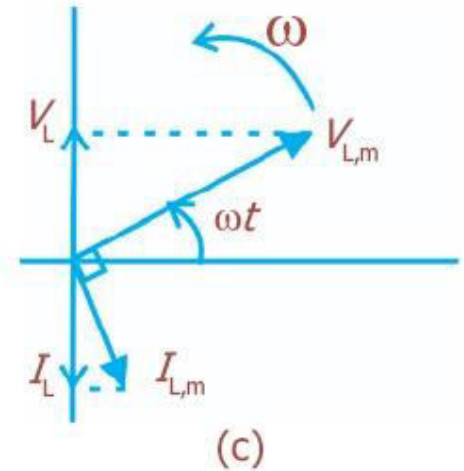
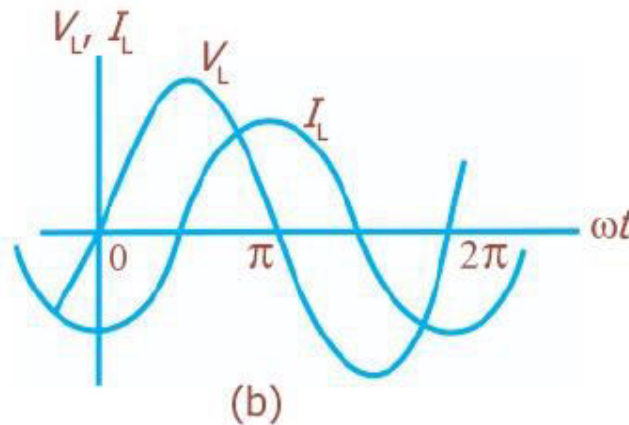
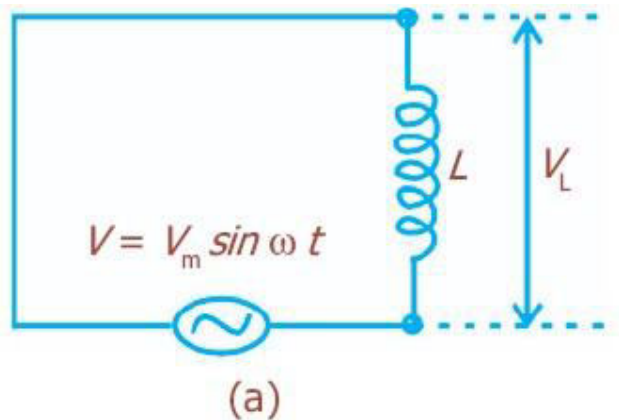
$$i = I_m \sin \omega t \text{ A} \longrightarrow I = I_m \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$v_R = RI_m \sin \omega t \text{ Volt} \longrightarrow V_R = RI_m \angle 0^\circ \text{ Volt}$$

$$Z_R = \frac{V_R}{I} = \frac{RI_m \angle 0^\circ}{I_m \angle 0^\circ} = R$$

RESPON ELEMEN TERHADAP GELOMBANG SINUS

Gelombang AC pada elemen L



$$i = I_m \sin \omega t \quad \text{A} \longrightarrow I = I_m \angle 0^\circ \quad \text{A}$$

$$v_L = \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ) \quad \text{Volt} \longrightarrow V_L = \omega L I_m \angle 90^\circ \quad \text{Volt}$$

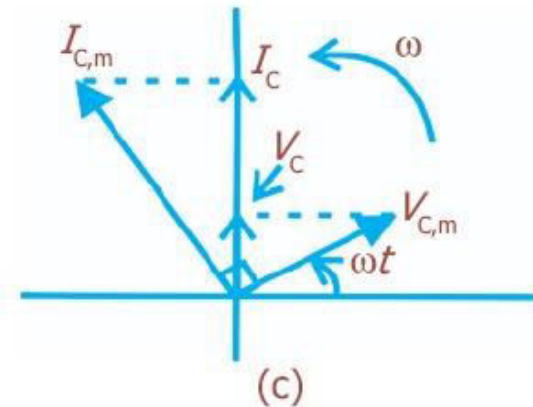
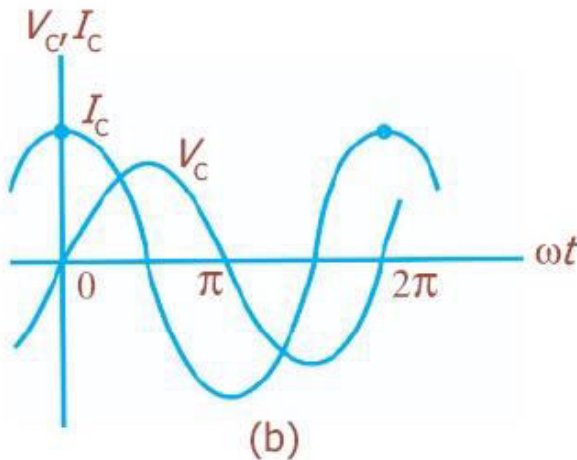
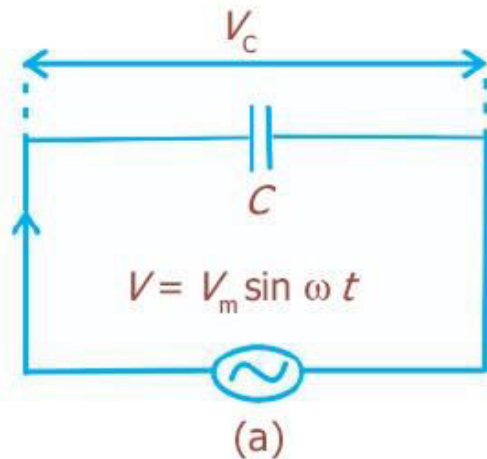
$$v_L = \omega L I_m \cos \omega t$$

$$Z_L = \frac{V_L}{I} = \frac{\omega L I_m \angle 90^\circ}{I_m \angle 0^\circ}$$

$$Z_L = \omega L \angle 90^\circ = j\omega L$$

RESPON ELEMEN TERHADAP GELOMBANG SINUS

Gelombang AC pada elemen C



$$i = I_m \sin \omega t \quad \text{A} \longrightarrow I = I_m \angle 0^\circ \quad \text{A}$$

$$v_C = \frac{I_m}{\omega C} \sin(\omega t - 90^\circ)$$

$$\text{Volt} \longrightarrow V_C = \frac{I_m}{\omega C} \angle -90^\circ \quad \text{Volt}$$

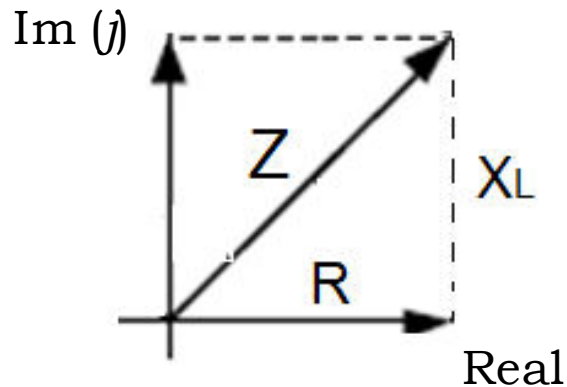
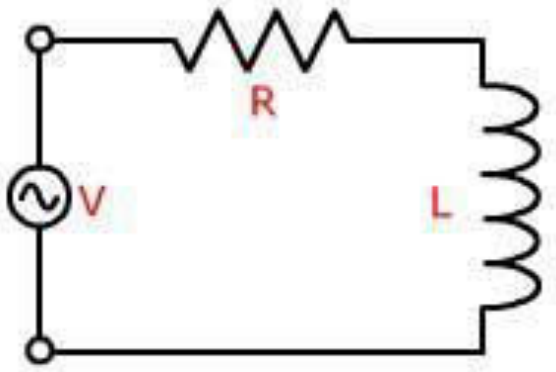
$$v_C = \frac{I_m}{\omega C} - \cos \omega t$$

$$Z_C = \frac{V_C}{I} = \frac{\frac{I_m}{\omega C} \angle -90^\circ}{I_m \angle 0^\circ}$$

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ = \frac{1}{j\omega C}$$

IMPEDANSI KOMPLEKS

Rangkaian Seri RL dengan sumber AC



$$i = I_m \sin \omega t \text{ A} \longrightarrow I = I_m \angle 0^\circ \text{ A}$$

Hukum Kirchhoff II :

$$\sum v = 0$$

$$v_{AC} = v_R + v_L$$

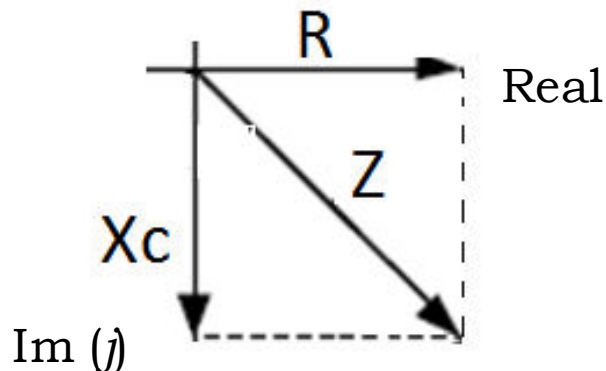
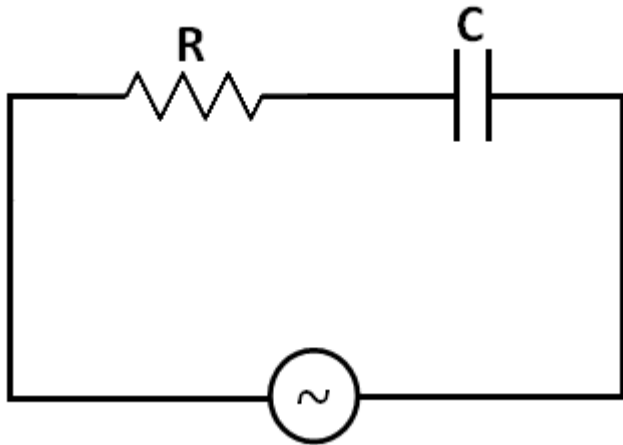
$$I_m Z_{tot} = R I_m \angle 0^\circ + \omega L I_m \angle 90^\circ$$

$$I_m Z_{tot} = R I_m + j \omega L I_m$$

$$Z_{tot} = R + j \omega L$$

IMPEDANSI KOMPLEKS

Rangkaian Seri RC dengan sumber AC



$$i = I_m \sin \omega t \text{ A} \longrightarrow I = I_m \angle 0^\circ \text{ A}$$

Hukum Kirchhoff II :

$$\sum v = 0$$

$$v_{AC} = v_R + v_C$$

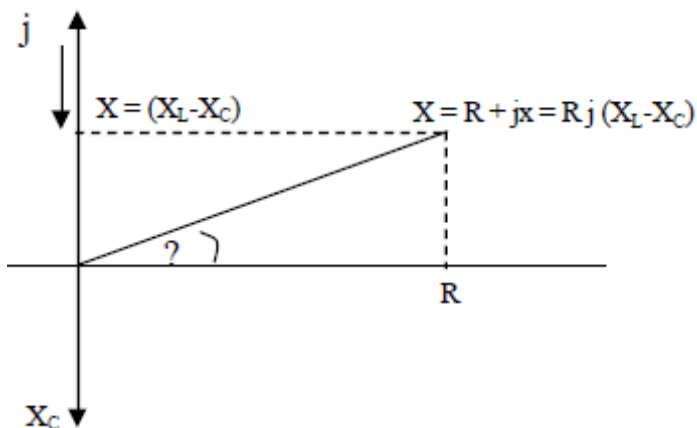
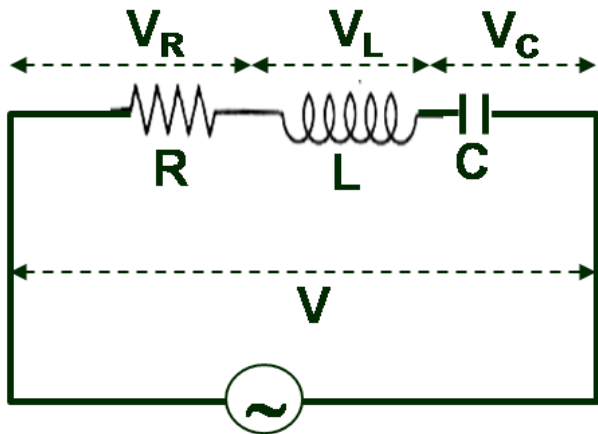
$$I_m Z_{tot} = RI_m \angle 0^\circ + \frac{I_m}{\omega C} \angle -90^\circ$$

$$I_m Z_{tot} = RI_m - \frac{jI_m}{\omega C}$$

$$Z_{tot} = R + \frac{1}{j\omega C}$$

IMPEDANSI KOMPLEKS

Rangkaian Seri RLC dengan sumber AC



$$i = I_m \sin \omega t \text{ A} \longrightarrow I = I_m \angle 0^\circ \text{ A}$$

Hukum Kirchhoff II :

$$\sum v = 0$$

$$v_{AC} = v_R + v_L + v_C$$

$$I_m Z_{tot} = RI_m \angle 0^\circ + \omega LI_m \angle 90^\circ + \frac{I_m}{\omega C} \angle -90^\circ$$

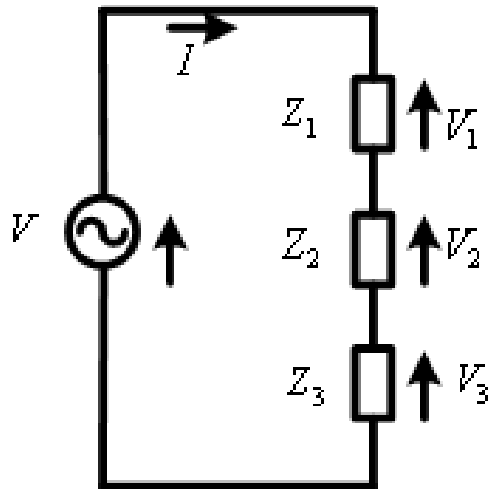
$$I_m Z_{tot} = RI_m + j\omega LI_m - \frac{jI_m}{\omega C}$$

$$Z_{tot} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}$$

$$Z_{tot} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

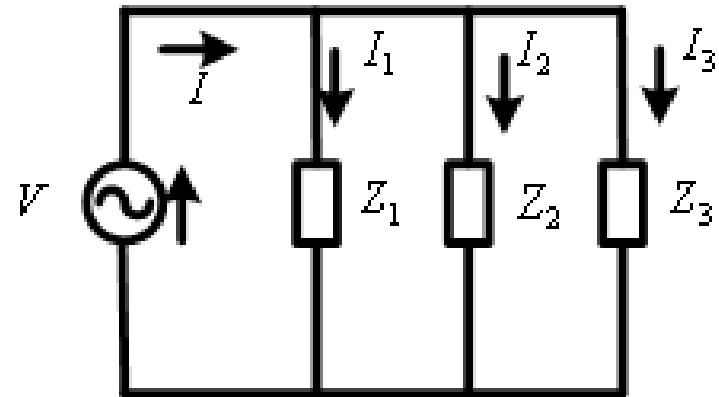
RANGKAIAN SERI DAN PARALEL IMPEDANSI

Rangkaian Seri



$$Z_{tot} = Z_1 + Z_2 + Z_3$$

Rangkaian Paralel



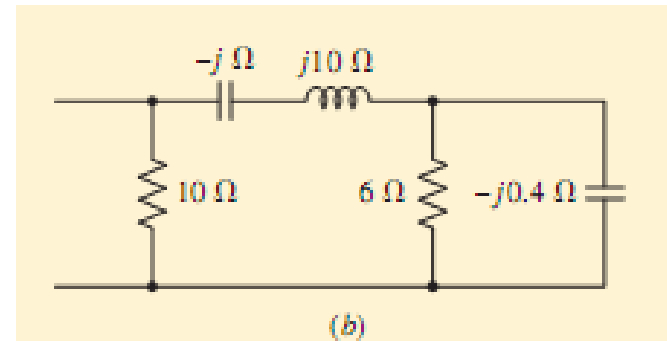
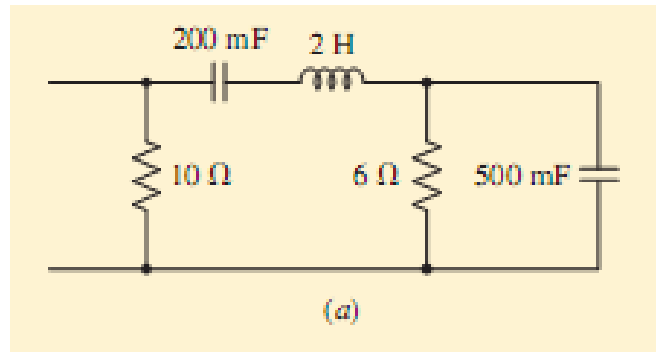
$$\frac{1}{Z_{tot}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}$$

CONTOH

1. Tentukan nilai Z_{ek} jika diketahui $\omega = 10 \times 10^3 \text{ rad/s}$, $L = 5\text{mH}$, dan $C = 100\mu\text{F}$ (L dan C terhubung seri)
2. Tentukan nilai Z_{ek} jika diketahui $\omega = 10000 \text{ rad/s}$, $L = 5\text{mH}$, dan $C = 100\mu\text{F}$ (L dan C terhubung paralel)

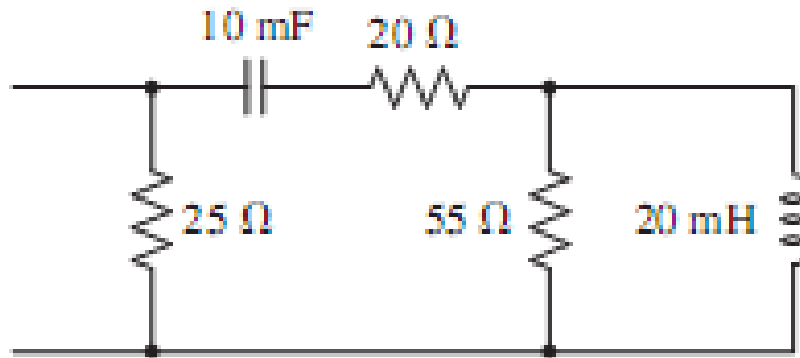
LATIHAN SOAL

Tentukan impedansi ekivalen dari rangkaian dibawah ini jika $\omega = 5 \text{ rad/s}$



TUGAS

1. Tentukan beda fasa dimana v_1 leads i_1 jika $v_1 = 10 \cos (10t - 45^\circ)$ dan i_1 adalah :
 - a) $5 \cos 10t$
 - b) $5 \cos (10t - 80^\circ)$
 - c) $5 \cos (10t - 40^\circ)$
 - d) $5 \cos (10t + 40^\circ)$
2. Hitung impedansi rangkaian di bawah ini jika : a) $\omega = 1 \text{ rad/s}$; b) $\omega = 10 \text{ rad/s}$; c) $\omega = 100 \text{ rad/s}$;



TUGAS

3. Hitung impedansi ekivalen rangkaian di bawah ini jika : a) $f = 1 \text{ Hz}$;
b) $f = 1 \text{ kHz}$; c) $f = 1 \text{ MHz}$;

