

Integrasi Numerik

Andhika Giyantara

Pendahuluan

- Penyelesaian lebih mudah untuk mencari nilai integral suatu fungsi yang cukup kompleks
- Misal mencari integral pada $x=1.0$ hingga $x=2.8$ dari fungsi berikut

$$f(x) = \frac{x^2 \ln(x) + e^{-x}}{5x \sin x}$$

$$f(x) = \frac{x^2 \cos x}{e^{-x}} \quad \text{dst}$$



Metode Integral Numerik

1. Metode Trapezoida
2. Metode Simpson $1/3$



Metode Trapezoida

- Metode mencari nilai integral fungsi $f(x)$ dengan batas tertentu (dari $x=x_0$ ke x_n)
- Kondisi non equispaced

$$\int f(x)dx = \frac{(x_1 - x_0)}{2}(f_1 + f_0) + \dots + \frac{(x_n - x_{n-1})}{2}(f_n + f_{n-1})$$

- Kondisi equispaced

$$\int f(x)dx = \frac{h}{2}[f_0 + 2(f_1 + f_2 + \dots + f_{n-1}) + f_n]$$

$$h = x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = \dots = x_n - x_{n-1}$$



Contoh soal

n	x	f(x)
0	1.0	1.449
1	1.3	2.060
2	1.6	2.645
3	1.9	3.216
4	2.2	3.779
5	2.5	4.338
6	2.8	4.898

- Carilah nilai integral dengan batas $x=1.0$ hingga $x=2.8$ dengan metode trapezoida



Solusi

- Karena merupakan tabel equispaced, maka integral $f(x)$ dengan batas $x=1.0$ hingga $x=2.8$

$$\begin{aligned}\int f(x)dx &= \frac{h}{2} [f_0 + 2(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5) + f_6] \\ &= \frac{(1.3-1.0)}{2} [1.449 + 2(2.060 + 2.645 + 3.216 + \\ &\quad 3.779 + 4.338) + 4.898) \\ &= 5.76345\end{aligned}$$



Metode Simpson 1/3

- Metode mencari nilai integral fungsi $f(x)$ dengan batas tertentu (dari $x=x_0$ ke x_n)
- Hanya untuk kondisi equispaced

$$\int f(x)dx = \frac{h}{2} [f_0 + 4(f_1 + f_3 + f_5 + \dots + f_{n-1}) + 2(f_2 + f_4 + f_6 + \dots + f_{n-2}) + f_n]$$

$$h = x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = \dots = x_n - x_{n-1}$$

- Lebih efektif jika n genap



Contoh soal

n	x	f(x)
0	1.0	1.449
1	1.3	2.060
2	1.6	2.645
3	1.9	3.216
4	2.2	3.779
5	2.5	4.338
6	2.8	4.898

- Carilah nilai integral dengan batas $x=1.0$ hingga $x=2.8$ dengan metode simpson 1/3



Solusi

$$\begin{aligned}\int f(x)dx &= \frac{h}{3} [f_0 + 4(f_1 + f_3 + f_5) + 2(f_2 + f_4) + f_6] \\ &= \frac{(1.3 - 1.0)}{3} [1.449 + 4(2.060 + 3.216 + 4.338) + \\ &\quad 2(2.645 + 3.779) + 4.898) \\ &= 5.7651\end{aligned}$$

