

Modul 1

Pengenalan Metode Numerik

Pengantar (1)

- Persamaan matematika banyak digunakan dalam berbagai jurusan teknik seperti teknik elektro, teknik mesin dll
- Seringkali ditemukan persamaan matematika yang sangat kompleks sehingga belum bisa diselesaikan dengan metode analitik

Metode analitik atau disebut metode sejati karena memberikan *exact solution* atau solusi sesungguhnya dengan *galat* (error) sama dengan nol

Pengantar (2)

Seperti permasalahan berikut:

- a. Penyelesaian persamaan dibawah untuk memperoleh akar-akar polinom

$$23.4x^7 - 1.25x^6 + 120x^4 + 15x^3 - 120x^2 - x + 100 = 0$$

- b. Menentukan integra-tentu dari

$$\int_{1.2}^{2.5} \left(\sqrt{\left(45.3e^{7x} + \frac{100}{x} \right)^4} + \frac{4}{(x^2 + 1)} \right) dx$$

Pengantar (3)

Permasalahan-permasalahan tersebut ada yang mempunyai solusi analitik ada juga yang tidak memiliki solusi analitik sehingga diperkenalkan metode numerik

Metode numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan/aritmetika biasa (tambah, kurang, kali, dan bagi).

Metode Analitik VS Metode Numerik

1. Solusi dengan menggunakan metode numerik selalu berbentuk angka. Bandingkan dengan metode analitik yang biasanya menghasilkan solusi dalam bentuk fungsi matematik yang dapat dievaluasi untuk menghasilkan nilai dalam bentuk angka.

Metode Analitik VS Metode Numerik

2. Solusi dengan menggunakan metode numerik hanya memperoleh solusi yang menghampiri atau mendekati solusi sejati, sehingga terdapat error.

Untuk memahami perbedaan metode analitik dengan metode numerik, diberikan contoh pada slide berikutnya

Contoh (1)

- Diketahui fungsi integra

$$I = \int_{-1}^1 (4 - x^2) dx$$

- Diselesaikan permasalahan tersebut dengan **Metode Analitik** dan **Metode Numerik**

Contoh (2)

- Penyelesaian **Metode Analitik**
Diketahui rumus integral

$$\int ax^n dx = \frac{1}{n+1} ax^{n+1} + C$$

Sehingga penyelesaiannya

$$\begin{aligned} I &= \int_{-1}^1 (4 - x^2) dx = \left[4x - x^3/3 \right]_{x=-1}^{x=1} \\ &= \{4(1) - (1)/3\} - \{4(-1) - (-1)/3\} = 22/3 \end{aligned}$$

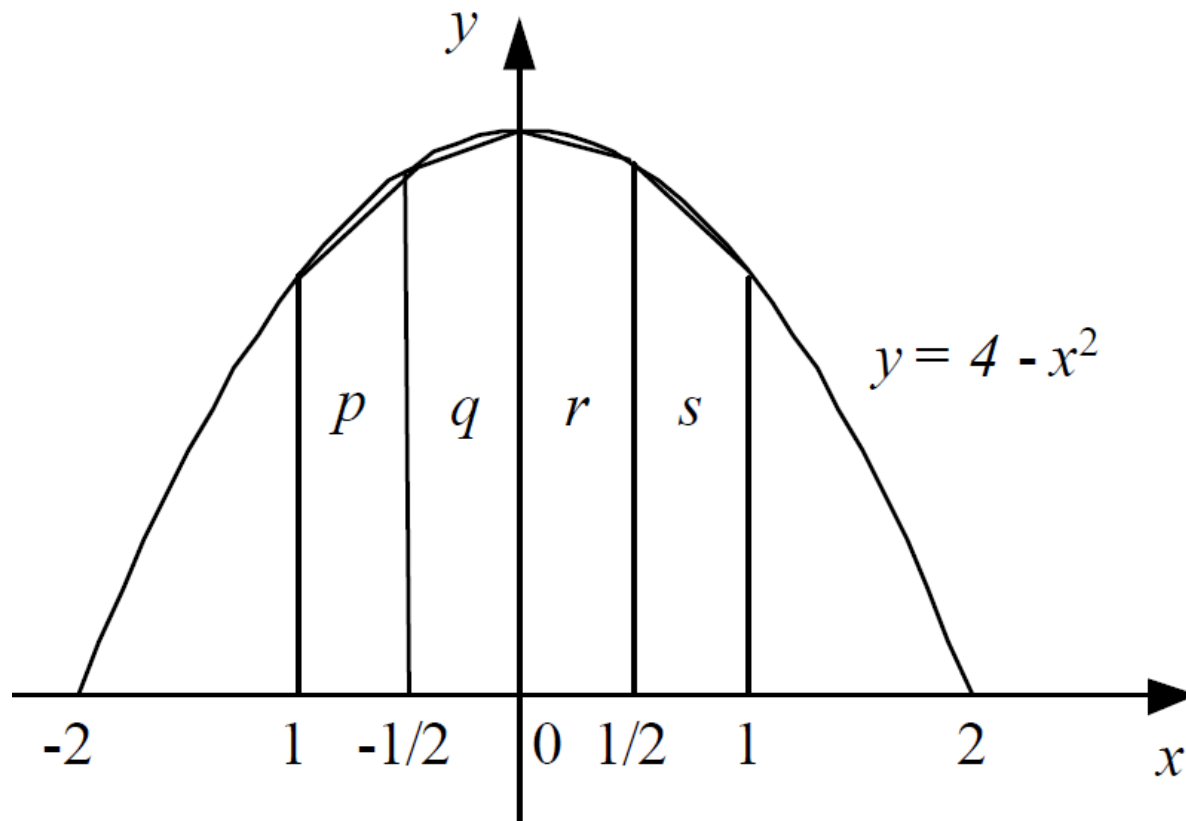
Contoh (3)

- Penyelesaian **Metode Numerik**

Dalam kalkulus, interpretasi geometri integral $f(x)$ dari $x = a$ sampai $x = b$ adalah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $f(x)$, sumbu dan garis $x = a$ dan garis $x = b$.

Contoh (4)

- Daerah integrasi $[-1, 1]$ dibagi menjadi sejumlah trapesium dengan lebar 0.5



Contoh (5)

Luas integrasi yang didekati dengan luas empat trapesium menjadi

$$\begin{aligned} I &\approx p + q + r + s \\ &\approx \{[f(-1) + f(-1/2)] \times 0.5/2\} + \\ &\quad \{[f(-1/2) + f(0)] \times 0.5/2\} + \\ &\quad \{[f(0) + f(1/2)] \times 0.5/2\} + \\ &\quad \{[f(1/2) + f(1)] \times 0.5/2\} \end{aligned}$$

Contoh (6)

$$\approx 0.5/2 \{f(-1) + 2f(-1/2) + 2f(0) + 2f(1/2) + f(1)\}$$

$$\approx 0.5/2 \{3 + 7.5 + 8 + 7.5 + 3\}$$

$$\approx 7.25$$

Dimana nilai tersebut merupakan hasil nilai hampiran, “ \approx ” yang berarti kira-kira

Contoh (7)

Error solusi hampiran terhadap solusi sejati yaitu

$$error = |7.25 - 22/3| = |7.25 - 7.33...| = 0.0833...$$

Error bisa diperkecil dengan membuat lebar trapesium lebih kecil (yang berarti jumlah trapesium lebih banyak, jumlah komputasi lebih banyak)

Metode Numerik dalam Rekayasa

Dalam bidang rekayasa, kebutuhan untuk menemukan solusi persoalan secara praktis adalah jelas.

Bagi rekayasawan, solusi yang diperoleh secara analitik kurang kurang berguna untuk tujuan numerik.

Rekayasawan seringkali menginginkan solusi dalam bentuk numerik, misalnya persoalan integral dan persamaan diferensial.

Metode Numerik dalam Rekayasa

Dalam thermodinamika, missal jika

Sebuah bola logam dipanaskan sampai pada suhu 100°C . Kemudian, pada saat $t = 0$, bola itu dimasukkan ke dalam air yang bersuhu 30°C . Setelah 3 menit, suhu bola berkurang menjadi 70°C . Tentukan suhu bola setelah 22.78 menit. Diketahui tetapan pendinginan bola logam itu adalah 0.1865.

Metode Numerik dalam Rekayasa

Maka penyelesaian Hukum pendinginan Newton, maka laju pendinginan per detik

$$dT/dt = -k(T - 30)$$

Dan seterusnya sehingga nantinya akan diperoleh hasil analitis yaitu suhu bola setelah 22.78 menit menjadi 31°C.

Metode Numerik dalam Rekayasa

Bagi rekayasawan, solusi persamaan diferensial yang berbentuk fungsi menerus ini tidak terlalu penting

Dalam praktek di lapangan, seringkali para rekayasawan hanya ingin mengetahui berapa suhu bola logam setelah t tertentu

Rekayasawan cukup memodelkan sistem ke dalam persamaan diferensial, lalu solusi untuk t tertentu dicari secara numerik.

Penggunaan Metode Numerik

Metode numerik berlaku umum, yakni dapat diterapkan untuk menyelesaikan persoalan matematika sederhana (yang juga dapat diselesaikan dengan metode analitik) maupun persoalan matematika yang tergolong rumit (yang metode analitik pun belum tentu dapat menyelesaikannya).

Peranan Komputer dalam Metode Numerik

- Komputer berperanan mempercepat proses perhitungan tanpa membuat kesalahan.
- Penggunaan komputer dalam metode numerik antara lain untuk memprogram, seperti bahasa pemrograman FORTRAN, C++, Pascal dan VB.
- Tapi bisa menggunakan aplikasi seperti MATLAB, Mathematica, Eureka dll

Perbedaan Metode Numerik dan Analisa Numerik

Metode numerik dan analisa numerik adalah dua hal yang berbeda

Metode Numerik adalah algoritma yang menyangkut langkah-langkah penyelesaian secara numerik

Analisa Numerik merupakan terapan matematika untuk menganalisis metode