Metode Numerik dan Teknik Komputasi

Integrasi Numerik

Mifta Nur Farid, S.T., M.T.

November 13, 2019

Teknik Elektro - Institut Teknologi Kalimantan
Karang Joang, Balikpapan

Pendahuluan

Pendahuluan

- Penyelesaian lebih mudah untuk mencari nilai integral suatu fungsi yang cukup kompleks.

Pendahuluan

- Penyelesaian lebih mudah untuk mencari nilai integral suatu fungsi yang cukup kompleks.
- Misal mencari integral pada $x = 1,0$ hingga $x = 2,8$ dari fungsi berikut

$$f(x) = \frac{x^2 \ln(x) + e^{-x}}{5x \sin(x)}$$

$$f(x) = \frac{x^2 \cos(x)}{e^{-x}}$$

Pendahuluan

- Penyelesaian lebih mudah untuk mencari nilai integral suatu fungsi yang cukup kompleks.
- Misal mencari integral pada $x = 1,0$ hingga $x = 2,8$ dari fungsi berikut

$$f(x) = \frac{x^2 \ln(x) + e^{-x}}{5x \sin(x)}$$

$$f(x) = \frac{x^2 \cos(x)}{e^{-x}}$$

- dan seterusnya.

Metode - Metode Integral Numerik

Metode - Metode Integral Numerik

Metode - metode yang akan diajarkan pada Bab Integral Numerik adalah

1. Trapezoida

Metode - Metode Integral Numerik

Metode - metode yang akan diajarkan pada Bab Integral Numerik adalah

1. Trapezoida
2. Simpson $\frac{1}{3}$

Trapezoida

Metode Trapezoida

- Metode mencari nilai integral dari fungsi $f(x)$ dengan batas tertentu (dari $x = x_0$ ke x_n).

Metode Trapezoida

- Metode mencari nilai integral dari fungsi $f(x)$ dengan batas tertentu (dari $x = x_0$ ke x_n).
- Kondisi *non-equispaced*

$$\int f(x)dx = \frac{(x_1 - x_0)}{2}(f_1 + f_0) + \cdots + \frac{(x_n - x_{n-1})}{2}(f_n + f_{n-1})$$

Metode Trapezoida

- Metode mencari nilai integral dari fungsi $f(x)$ dengan batas tertentu (dari $x = x_0$ ke x_n).
- Kondisi *non-equispaced*

$$\int f(x)dx = \frac{(x_1 - x_0)}{2}(f_1 + f_0) + \cdots + \frac{(x_n - x_{n-1})}{2}(f_n + f_{n-1})$$

- Kondisi *equispaced*

$$\int f(x)dx = \frac{h}{2}[f_0 + 2(f_1 + f_2 + \cdots + f_{n-1}) + f_n]$$

dimana $h = x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = \cdots = x_n - x_{n-1}$

Contoh Soal

n	x	f(x)
0	1,0	1,449
1	1,3	2,060
2	1,6	2,645
3	1,9	3,216
4	2,2	3,779
5	2,5	4,338
6	2,6	4,898

- Carilah nilai integral dengan batas $x = 1,0$ hingga $x = 2,8$ dengan metode **Trapezoida**

Contoh Soal

Karena merupakan tabel equispaced, maka integral $f(x)$ dengan batas $x = 1,0$ hingga $x = 2,8$

$$\begin{aligned}
\int f(x)dx =& \frac{h}{2}[f_0 + 2(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5) + f_6] \\
=& \frac{(1,3 - 1,0)}{2}[1,449 + 2(2,060 + 2,645 + 3,216 + 3,779 + 4,338) \\
& + 4,898] \\
& = 5,76345
\end{aligned}$$

Simpson $\frac{1}{3}$

Metode Simpson $\frac{1}{3}$

- Metode mencari nilai integral fungsi $f(x)$ dengan batas tertentu (dari $x = x_0$ ke x_n)

Metode Simpson $\frac{1}{3}$

- Metode mencari nilai integral fungsi $f(x)$ dengan batas tertentu (dari $x = x_0$ ke x_n)
- Hanya untuk kondisi equispaced

$$\int f(x)dx = \frac{h}{3}[f_0+4(f_1+f_3+f_5+\cdots+f_{n-1})+2(f_2+f_4+f_6+\cdots+f_{n-2}+f_n]$$

Metode Simpson $\frac{1}{3}$

- Metode mencari nilai integral fungsi $f(x)$ dengan batas tertentu (dari $x = x_0$ ke x_n)
- Hanya untuk kondisi equispaced

$$\int f(x)dx = \frac{h}{3}[f_0+4(f_1+f_3+f_5+\cdots+f_{n-1})+2(f_2+f_4+f_6+\cdots+f_{n-2}+f_n]$$

- Lebih efektif jika n adalah genap

Contoh Soal

n	x	f(x)
0	1,0	1,449
1	1,3	2,060
2	1,6	2,645
3	1,9	3,216
4	2,2	3,779
5	2,5	4,338
6	2,6	4,898

- Carilah nilai integral dengan batas $x = 1,0$ hingga $x = 2,8$ dengan metode **Simpson** $\frac{1}{3}$

Contoh Soal

Karena merupakan tabel equispaced, maka integral $f(x)$ dengan batas $x = 1,0$ hingga $x = 2,8$

$$\begin{aligned}\int f(x)dx =& \frac{h}{3}[f_0 + 4(f_1 + f_3 + f_5) + 2(f_2 + f_4) + f_6] \\ =& \frac{(1,3 - 1,0)}{3}[1,449 + 4(2,060 + 3,216 + 4,338) \\ & + 2(2,645 + 3,779) + 4,898 + 4,898] \\ =& 5,7651\end{aligned}$$

Ada Pertanyaan?