TUGAS 02 METODE NUMERIK

01. Carilah akar dari persamaan non linear dengan metode tabulasi (1 kali iterasi)

$f(x) = 2 - 3x + \sin x = 0$

Answer:

Step 1: Menentukan dua titik uji, misal dipilih $x = 0$ dan $x = 1$

Dari titik uji yang telah dipilih maka dilakukan pengecekan untuk syarat dari metode tabulasi

$$f(x_1) \cdot f(x_2) < 0$$

$f(x = 0) = 2 + 3(0) + \sin 0 = 2$

$f(x = 1) = 2 + 3(1) + \sin 1 = -0.15853$

$f(x_1) \cdot f(x_2) = (2) \cdot (-0.15853) = -0.31706 < 0$ (Terbukti)

Step 2: Membuat table fungsi $f(x)$ disekitar $f(x_1)$ dan $f(x_2)$

Diperoleh tabel fungsi $f(x)$

x	$f(x)$	$\lvert f(x) \rvert$
0	2	2
0.1	1.799833	1.799833
0.2	1.598669	1.598669
0.3	1.39552	1.39552
0.4	1.189418	1.189418
0.5	0.979426	0.979426
0.6	0.764642	0.764642
0.7	0.544218	0.544218
0.8	0.317356	0.317356
0.9	0.083327	0.083327
1	-0.15853	0.158529

Step 3: Menentukan perubahan tanda pada step 2

Dari hasil pemetaan untuk $f(x_1)$ dan $f(x_2)$ maka diketahui terdapat perubahan tanda pada $x = 0.9$ dan $x = 1$. Error terkecil yang terjadi pada kedua titik tersebut 0.083327

Step 4: Mengulangi langkah ketiga
Iterasi ke 1

x	$f(x)$	$\lvert f(x)\rvert$
0.9	0.083327	0.083327
0.91	0.059504	0.059504
0.92	0.035602	0.035602
0.93	0.01162	0.01162
0.94	-0.01244	0.012442
0.95	-0.03658	0.036584
0.96	-0.06081	0.060808
0.97	-0.08511	0.085114
0.98	-0.1095	0.109503
0.99	-0.13397	0.133974
1	-0.15853	0.158529

Dari hasil pemetaan untuk $f(x_1)$ dan $f(x_2)$ maka diketahui terdapat perubahan tanda pada $x = 0.93$ dan $x = 0.94$. Error terkecil yang terjadi pada kedua titik tersebut 0.01162

Jadi penyelesaian persamaan tersebut adalah x=0.93 dimana error yang terjadi sebesar 0.01162

02. Carilah akar dari persamaan non linear dengan metode biseksi (3 kali iterasi)

$f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$

Answer:

Step 1: Menentukan dua titik uji, misal dipilih $x = 0$ dan $x = 1$

Dari titik uji yang telah dipilih maka dilakukan pengecekan untuk syarat dari metode biseksi

$$f(x_1) \cdot f(x_2) < 0$$

$f(x = 0) = (0)^3 - (0)^2 - 2(0) + 1 = 1$

$f(x = 1) = (1)^3 - (1)^2 - 2(1) + 1 = -1$

$f(x_1) \cdot f(x_2) = (1) \cdot (-1) = -1 < 0$ (Terbukti)

Step 2: Mencari nilai x_3 dan nilai $f(x_3)$

Nilai dari x_3 (iterasi ke 1) dapat diketahui dari

$x_3 = \dfrac{x_1 + x_2}{2} = \dfrac{0 + 1}{2} = 0.5$

$f(x = 0.5) = (0.5)^3 - (0.5)^2 - 2(0.5) + 1 = -0.125$

Step 3: Melakukan iterasi untuk memperoleh akar penyelesaian

Iterasi ke 2:

$$x_4 = \frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{0 + 0.5}{2} = 0.25$$

$$f(x = 0.25) = (0.25)^3 - (0.25)^2 - 2(0.25) + 1 = -0.578125$$

Iterasi ke 3:

$$x_5 = \frac{x_1 + x_4}{2} = \frac{0 + 0.25}{2} = 0.125$$

$$f(x = 0.125) = (0.125)^3 - (0.125)^2 - 2(0.125) + 1 = 0.767578$$

Jadi penyelesaian persamaan tersebut adalah x=0.125 dimana error yang terjadi sebesar 0.767578

03. Carilah akar dari persamaan non linear dengan metode regula falsi (3 kali iterasi)

$f(x) = 3x - \cos x = 0$

Answer:

Step 1: Menentukan dua titik uji, misal dipilih $x = 0$ dan $x = 1$

Dari titik uji yang telah dipilih maka dilakukan pengecekan untuk syarat dari metode regula falsi

$$f(x_1) \cdot f(x_2) < 0$$

$$f(x = 0) = 3(0) - \cos 0 = -1$$

$$f(x = 1) = 3(1) - \cos 1 = 2.459698$$

$f(x_1) \cdot f(x_2) = (-1) \cdot (2.459698) = -2.459698 < 0$ (Terbukti)

Step 2: Mencari nilai x_3 dan nilai $f(x_3)$

Nilai dari x_3 (iterasi ke 1) dapat diketahui dari

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f(x_2) - f(x_1)}(x_2 - x_1) = 0.289043$$

$$f(x = 0.28904) = 3(0.28904) - \cos 0.28904 = -0.09139$$

Step 3: Melakukan iterasi untuk memperoleh akar penyelesaian
Iterasi ke 2

$$x_4 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f(x_2) - f(x_3)}(x_2 - x_3) = 0.314512$$

$$f(x = 0.314512) = 3(0.314512) - \cos 0.314512 = -0.00741$$

Iterasi ke 3

$$x_5 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f(x_2) - f(x_4)}(x_2 - x_4) = 0.316571$$

$$f(x = 0.316571) = 3(0.316571) - \cos 0.316571 = -0.00059$$

Jadi penyelesaian persamaan tersebut adalah x=0.316571 dimana error yang terjadi sebesar 0.00059

04. Carilah akar dari persamaan non linear dengan metode iterasi bentuk $x = g(x)$ (3 kali iterasi)

$$f(x) = e^x - 2x + 21 = 0$$

Answer:

Step 1: Merubah ke persamaan x=g(x)

$$f(x) = e^x - 2x + 21 = 0$$

$$2x = e^x + 21$$

$$x = \frac{e^x + 21}{2}$$

Step 2: Mencari turunan g(x) dan menentukan titik uji
Turunan dari g(x)

$$g'(x) = \frac{e^x}{2}$$

Jika ditentukan nilai uji $x_1 = 0$

$$g'(x = 0) = \frac{e^0}{2} = 0.5$$

Syarat $|g'(x = 0)| = 0.5 < 1$ (Terbukti)

Step 3:
Iterasi ke 1

$$x_2 = \frac{e^{x1} + 21}{2} = \frac{1 + 21}{2} = 11$$

Iterasi ke 2

$$x_3 = \frac{e^{x2} + 21}{2} = \frac{59874.1417 + 21}{2} = 29947.5709$$

Iterasi ke 3

$$x_4 = \frac{e^{x3} + 21}{2} = \infty$$

05. Carilah akar dari persamaan non linear dengan metode Newton Raphson (3 kali iterasi)

$$f(x) = x^3 - x^2 - 3x + 3 = 0$$

Answer:

Step 1: Mencari turunan pertama dan kedua dari $f(x)$

Jika diketahui $f(x) = x^3 - x^2 - 3x + 3 = 0$, maka

- Turunan pertama dari $f(x)$

  $f'(x) = 3x^2 - 2x - 3 = 0$
- Turunan kedua dari $f(x)$

  $f''(x) = 6x - 2 = 0$

Step 2 Menentukan titik uji

Jika ditentukan titik uji untuk $x_1 = 0$, maka

$$f(x_1) = x_1^{\ 3} - x_1^{\ 2} - 3x_1 + 3 = (0)^3 - (0)^2 - 3(0) + 3 = 3$$

$$f'(x_1) = 3x_1^{\ 2} - 2x_1 - 3 = 3(0)^2 - 2(0) - 3 = -3$$

$$f''(x_1) = 6x_1 - 2 = 6(0) - 2 = -2$$

Syarat titik uji dapat digunakan

$$\left|\frac{f(x_1) \cdot f''(x_1)}{f'(x_1) \cdot f'(x_1)}\right| = \left|\frac{(3)(-2)}{(-3)(-3)}\right| = \left|\frac{-6}{9}\right| = 0.6667 < 1 \text{ (Syarat terpenuhi)}$$

Step 3 Melakukan iterasi dengan persamaan

Iterasi pertama $n = 1$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 0 - \frac{3}{(-3)} = 1$$

Iterasi kedua

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 1 - \frac{0}{(-2)} = 1$$

Iterasi ketiga

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 1 - \frac{0}{(-2)} = 1$$