

Metode Numerik dan Teknik Komputasi

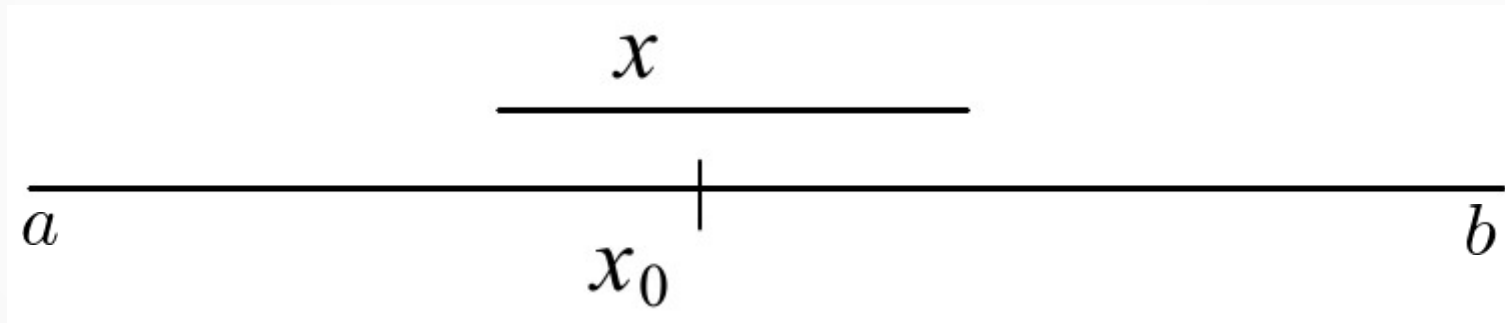
Deret Taylor dan Deret Maclaurin

Deret Taylor

- Kebanyakan dari **metode-metode numerik** yang diturunkan didasarkan pada **penghampiran fungsi** ke dalam **bentuk polinom**.
- Fungsi yang bentuknya **kompleks** menjadi **lebih sederhana** bila **dihampiri dengan polinom**, karena polinom merupakan bentuk fungsi yang paling **mudah dipahami kelakuannya**.
- Salah satu cara membuat hampiran polinom adalah **deret Taylor**

Deret Taylor

- Andaikan f dan semua turunannya, f', f'', f''', \dots , dan seterusnya, di dalam selang $[a, b]$.
- Misalkan $x_0 \in [a, b]$, maka untuk nilai-nilai x di sekitar x_0 dan $x \in [a, b]$



Deret Taylor

- $f(x)$ dapat diperluas ke dalam deret Taylor

$$f(x) = f(x_0) + \frac{h}{1!}f'(x_0) + \frac{h^2}{2!}f''(x_0) + \cdots + \frac{h^m}{m!}f''(x_0) + \cdots$$

dimana $h = x - x_0$

Deret Taylor

Contoh

- Hampiri fungsi $f(x) = \sin(x)$ ke dalam deret Taylor di sekitar $x_0 = 1$

Deret Taylor

Penyelesaian

- Kita harus menentukan turunan $\sin(x)$ terlebih dahulu sebagai berikut

$$f(x) = \sin(x)$$

$$f'(x) = \cos(x)$$

$$f''(x) = -\sin(x)$$

$$f'''(x) = -\cos(x)$$

$$f^{(4)}(x) = \sin(x)$$

⋮

Deret Taylor

Penyelesaian

- Maka, $\sin(x)$ dihampiri dengan deret Taylor sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\sin(x) &= \sin(1) + h \cos(1) - \frac{h^2}{2!} \sin(1) - \frac{h^3}{3!} \cos(1) + \frac{h^4}{4!} \sin(1) + \dots \\ &= \sin(1) + h \cos(1) - \frac{h^2}{2 \times 1} \sin(1) - \frac{h^3}{3 \times 2 \times 1} \cos(1) \\ &\quad + \frac{h^4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \sin(1) + \dots \\ &= 0.8415 + 0.5403h - 0.4208h^2 - 0.0901h^3 + 0.0351h^4 + \dots\end{aligned}$$

Deret Maclaurin

- kasus khusus adalah bila fungsi diperluas di sekitar $x_0 = 0$, maka deretnya dinamakan **Deret Maclaurin**
- Deret Maclaurin disebut juga Deret Taylor Baku
- Kasus $x_0 = 0$ paling sering muncul dalam praktek

Deret Maclaurin

Contoh

- Uraikan $\sin(x)$ ke dalam deret Maclaurin

Deret Taylor

Penyelesaian

- Turunan dari $\sin(x)$ sudah didapatkan dari contoh sebelumnya.
- Sehingga deret Maclaurin-nya adalah

$$\begin{aligned}\sin(x) &= \sin(0) + \frac{(x-0)}{1!} \cos(0) + \frac{(x-0)^2}{2!} (-\sin(0)) \\ &\quad + \frac{(x-0)^3}{3!} (-\cos(0)) + \frac{(x-0)^4}{4!} \sin(0) + \frac{(x-0)^5}{5!} \cos(0) + \dots \\ &= x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots\end{aligned}$$

Deret Taylor

Penyelesaian

- Maka, $\sin(x)$ dihampiri dengan deret Taylor sebagai berikut: