



MATEMATIKA DASAR

Operasi Bilangan Real

Mifta Nur Farid

25 Juli 2023

Bilangan Rasional

$$\frac{1}{2}, -\frac{3}{7}, 47, 0.17, 0.6, 0.317$$

Bilangan Bulat

..., -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

Bilangan Rasional

$$\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt[3]{2}, \pi, \frac{2}{\pi^2}$$

- ▶ Himpunan bilangan real: kumpulan dari himpunan bilangan rasional dan irasional
- ▶ Notasi bilangan real: \mathbb{R}

- ▶ Setiap bilangan real dapat dinyatakan dalam bentuk desimal.
- ▶ Jika bilangan tersebut merupakan bilangan rasional, maka akan terdapat desimal yang berulang, sebagai contoh berikut

$$\frac{1}{2} = 0.500000\ldots = 0.5\bar{0}$$

$$\frac{2}{3} = 0.666666\ldots = 0.\bar{6}$$

$$\frac{157}{495} = 0.3171717\ldots = 0.31\bar{1}\bar{7}$$

$$\frac{9}{7} = 1.285714285714\ldots = 1.\overline{285714}$$

Bilangan Real

- ▶ Sedangkan jika bilangan merupakan bilangan irasional, desimal bilangan tersebut tidak akan berulang, seperti

$$\sqrt{2} = 1.414213562373095\dots \quad 3.141592653589793\dots$$

Bilangan Real

- ▶ Jika hanya dipotong sampai beberapa digit desimal, bilangan tersebut dinyatakan sebagai aproksimasi nilai tersebut.

$$\pi \approx 3.141592653589793$$

Sifat Bilangan Real

SIFAT-SIFAT BILANGAN REAL

Sifat

Sifat Komutatif

$$a + b = b + a$$

Contoh

$$7 + 3 = 3 + 7$$

Deskripsi

Urutan tidak mempengaruhi hasil penjumlahan

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$7 \cdot 3 = 3 \cdot 7$$

Urutan tidak mempengaruhi hasil perkalian

Sifat Asosiatif

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(2 + 4) + 7 = 2 + (4 + 7)$$

Ketika menjumlahkan 3 bilangan, tidak masalah dalam pemilihan dua penjumlahan terlebih dahulu

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$(2 \cdot 5) \cdot 3 = 2 \cdot (5 \cdot 3)$$

Ketika mengalikan 3 bilangan, tidak masalah dalam pemilihan dua perkalian terlebih dahulu

Sifat Distributif

$$a \cdot (b + c) + c = a \cdot b + a \cdot c$$

$$2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$$

$$(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$$

$$(3 + 5) \cdot 2 = 3 \cdot 2 + 5 \cdot 2$$

Ketika mengalikan suatu bilangan dengan jumlah dua bilangan, akan diperoleh hasil yang sama dengan mengalikan bilangannya dengan masing-masing suku kemudian ditambahkan.

Sifat Bilangan Real

Contoh 1. Penggunaan sifat distributif

$$1. \ 2(x + 3) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2x + 6$$

$$2. \ (\textcolor{red}{a} + \textcolor{red}{b})(x + y) = (\textcolor{red}{a} + \textcolor{red}{b})x + (\textcolor{red}{a} + \textcolor{red}{b})y = (ax + bx) + (ay + by) = ax + bx + ay + by$$

Penjumlahan dan Pengurangan

SIFAT TANDA NEGATIF

Sifat	Contoh
1. $(-1)a = -a$	$(-1)5 = -5$
2. $-(-a) = a$	$-(-5) = 5$
3. $(-a)b = a(-b) = -ab$	$(-5)7 = 5(-7) = -(5 \cdot b)$
4. $(-a) \cdot (-b) = ab$	$(-4) \cdot (-3) = 12$
5. $-(a + b) = -a - b$	$-(3 + 5) = -3 - 5$
6. $-(a - b) = -a + b$	$-(5 - 8) = -5 + 8$

Penjumlahan dan Pengurangan

Contoh 2. Penggunaan sifat tanda negatif, untuk x, y, z bilangan real

1. $-(x + 2) = -x - 2$
2. $-(x + y - z) = -x - y + z$
3. $-5(y - z) = -5y - (-5z) = -5y + 5z$

Perkalian dan Pembagian

SIFAT-SIFAT BILANGAN REAL

Sifat

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$$

Jika $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ maka $ad = bc$ $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$, jadi $2 \cdot 9 = 3 \cdot 6$

Contoh

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{7}{5} = \frac{9}{5}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7 + 3 \cdot 5}{35}$$

$$\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{2}{3}$$

Deskripsi

Ketika mengalikan pecahan, kalikan masing-masing pembilang dan penyebut.

Ketika membagi pecahan, balik pembaginya lalu kalikan.

Ketika menjumlahkan pecahan dengan **penyebut yang sama** tambahkan pembilangnya

Ketika menjumlahkan pecahan dengan **penyebut yang berbeda** tentukan penyebut yang sama terlebih dahulu kemudian tambahkan pembilangnya

Coret bilangan yang merupakan faktor yang sama dalam pembilang dan penyebut.

Kali Silang.

Perkalian dan Pembagian

Contoh 3. Hitung $\frac{5}{36} + \frac{7}{120}$

Solusi. Faktorkan terlebih dahulu masing-masing penyebut sebagai faktor prima

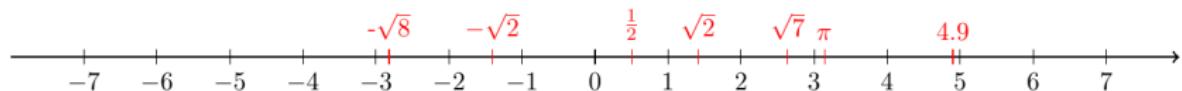
$$36 = 2^2 \cdot 3^2 \quad 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

Dapat diperiksa bahwa KPK dari penyebutnya yaitu $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$. Sehingga dapat diperoleh

$$\frac{5}{36} + \frac{7}{120} = \frac{5 \cdot 10}{36 \cdot 10} + \frac{7 \cdot 3}{120 \cdot 3} = \frac{50}{360} + \frac{21}{360} = \frac{71}{360}$$

Garis Bilangan

- Bilangan real dapat dinyatakan sebagai titik dalam garis sebagai berikut



Himpunan dan Interval

- ▶ Suatu himpunan adalah koleksi dari objek, objeknya dari himpunan disebut sebagai anggota.
- ▶ Jika S adalah himpunan, notasi $a \in S$ berarti bahwa a merupakan anggota dari S , dan notasi $b \notin S$ berarti bahwa b bukan anggota dari S .
- ▶ "A merupakan himpunan seluruh x sehingga x berada diantara 0 dan 7"

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{x | x \text{ bilangan bulat dan } 0 < x < 7\}$$

Himpunan dan Interval

- ▶ Jika S dan T merupakan himpunan, **gabungan** kedua himpunan tersebut $S \cup T$ adalah himpunan yang terdiri dari seluruh anggotanya di S atau T (atau keduanya).
- ▶ **Irisan** dari himpunan S dan T adalah himpunan $S \cap T$ yang terdiri dari seluruh anggota yang keduanya berada di S dan T . Dengan kata lain, $S \cap T$ terdiri dari anggota-anggota yang keduanya berada pada himpunan S dan T .
- ▶ **Himpunan kosong** yang dinyatakan sebagai \emptyset merupakan himpunan yang tidak mempunyai anggota.

Himpunan dan Interval

Contoh 4. Irisan dan Gabungan Himpunan

Jika $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $T = \{4, 5, 6, 7\}$, dan $V = \{6, 7, 8\}$. Tentukan himpunan $S \cup T$, $S \cap T$, dan $S \cap V$
Solusi.

- $S \cup T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $S \cap T = \{4, 5\}$
- $S \cap V = \emptyset$

Himpunan dan Interval

- ▶ Interval terbuka

$$(a, b) = \{a < x < b\}$$



- ▶ Interval tertutup

$$[a, b] = \{a \leq x \leq b\}$$



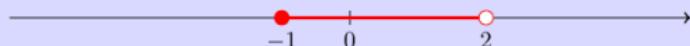
Himpunan dan Interval

Notasi	Deskripsi Himpunan	Grafik
(a, b)	$\{x a < x < b\}$	
$[a, b]$	$\{x a \leq x \leq b\}$	
$[a, b)$	$\{x a \leq x < b\}$	
$(a, b]$	$\{x a < x \leq b\}$	
(a, ∞)	$\{x a < x\}$	
$[a, \infty)$	$\{x a \leq x\}$	
$(-\infty, b)$	$\{x x < b\}$	
$(-\infty, b]$	$\{x x \leq b\}$	
$(-\infty, \infty)$	\mathbb{R}	

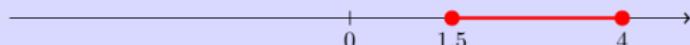
Himpunan dan Interval

Contoh 5. Nyatakan setiap interval pertidaksamaan berikut, lalu gambar garis bilangannya

a. $[-1, 2) = \{x | -1 \leq x < 2\}$



b. $[1.5, 4] = \{x | 1.5 \leq x \leq 4\}$



c. $(-3, \infty) = \{x | -3 < x\}$



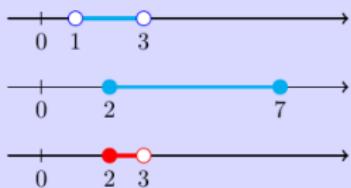
Himpunan dan Interval

Contoh 6. Tentukan hasil dari irisan dan gabungan interval $(1, 3)$ dan $[2, 7]$ **Solusi.**

1. Irisan dari dua interval terdiri dari bilangan yang berada pada kedua interval tersebut

$$\begin{aligned}(1, 3) \cap [2, 7] &= \{x | 1 < x < 3 \text{ dan } 2 \leq x \leq 7\} \\ &= \{x | 2 \leq x < 3\} = [2, 3)\end{aligned}$$

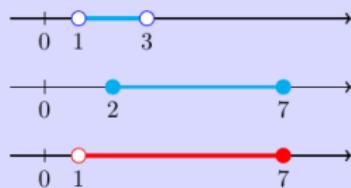
diilustrasikan sebagai garis bilangan berikut



2. Gabungan interval terdiri dari bilangan yang setidaknya berada pada salah satu interval

$$\begin{aligned}(1, 3) \cup [2, 7] &= \{x | 1 < x < 3 \text{ atau } 1 \leq x \leq 7\} \\ &= \{x | 1 < x \leq 7\} = (1, 7]\end{aligned}$$

diilustrasikan sebagai garis bilangan berikut



Ekspresi bentuk Aljabar

- ▶ Suatu **monomial** merupakan ekspresi aljabar dengan bentuk ax^k dengan a bilangan real dan k merupakan bilangan bulat tidak negatif.

Ekspresi bentuk Aljabar

POLINOMIAL

Suatu **polinomial** terhadap variabel x mempunyai ekspresi dengan berbentuk

$$a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$$

dengan a_0, a_1, \dots, a_n merupakan bilangan real, dan n bilangan bulat tak negatif. Jika $a_n \neq 0$, maka polinomial mempunyai **derajat** n . Monomial berbentuk a_kx^k disebut suku dari polinomial. Lebih jauh untuk suku $a_i x^i$, nilai a_i merupakan koefisien dari x^i dan a_0 merupakan konstanta.

Ekspresi bentuk Aljabar

Polinomial	Suku	Derajat
$2x^2 - 3x + 4$	$2x^2, -3x, 4$	2
$x^8 + 5x$	$x^8, 5x$	8
$3 - x + x^2 - \frac{1}{2}x^3$	$-\frac{1}{2}x^3, x^2, -x, 3$	3
$5x + 1$	$5x, 1$	1
$9x^5$	$9x^5$	5
6	6	0

Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Polinomial

Contoh 7. Operasikan kedua polinom berikut

1. Tentukan hasil penjumlahan $(x^3 - 6x^2 + 2x + 4) + (x^3 + 5x^2 - 7x)$
2. Tentukan hasil pengurangan $(x^3 - 6x^2 + 2x + 4) - (x^3 + 5x^2 - 7x)$

Solusi.

1. $(x^3 - 6x^2 + 2x + 4) + (x^3 + 5x^2 - 7x) = (x^3 + x^3) + (-6x^2 + 5x^2) + (2x - 7x) + 4 = 2x^3 - x^2 - 5x + 4$
2. $(x^3 - 6x^2 + 2x + 4) - (x^3 + 5x^2 - 7x) = (x^3 - x^3) + (-6x^2 - 5x^2) + (2x - (-7x)) + 4 = -11x^2 + 9x + 4$

Operasi Perkalian pada Polinomial

Contoh 8.

1. Hasil perkalian dari

$$(2x + 1)(3x - 5) = 2x(3x - 5) + 1(3x - 5) = 6x^2 - 10x + 3x - 5 = 6x^2 - 10x + 3x - 5 = 6x^2 - 7x - 5$$

2. Hasil perkalian dari

$$\begin{aligned}(2x + 3)(x^2 - 5x + 4) &= 2x(x^2 - 5x + 4) + 3(x^2 - 5x + 4) \\&= (2x \cdot x^2 - 2x \cdot -5x + 2x \cdot 4) + (3 \cdot x^2 - 3 \cdot 5x + 3 \cdot 4) \\&= (2x^3 - 10x^2 + 8x) + (3x^2 - 15x + 12) \\&= 2x^3 - 7x^2 - 7x + 12\end{aligned}$$

Operasi Perkalian pada Polinomial

- ▶ Beberapa bentuk perkalian khusus dari suatu ekspresi aljabar berikut sering muncul, sehingga lebih baik perlu dihafalkan

Jika A dan B merupakan suatu bilangan real atau ekspresi dari suatu aljabar, maka berlaku

$$1. \ (A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

$$2. \ (A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$3. \ (A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$4. \ (A + B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$$

$$5. \ (A - B)^3 = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$$

Operasi Perkalian pada Polinomial

Contoh 9. Tentukan hasil dari

$$1. \ (3x + 5)^2$$

$$2. \ (x^2 - 2)^2$$

$$3. \ (2x - \sqrt{y})(2x + \sqrt{y})$$

Solusi.

1. Dengan menggunakan $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ untuk $A = 3x$ dan $B = 5$ akan diperoleh

$$(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(5) + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25$$

2. Dengan menggunakan $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ dengan $A = x^2$ dan $B = 2$ akan diperoleh

$$(x^2 - 2)^2 = (x^2)^2 - 2(x^2)(2) + 2^2 = x^4 - 4x^2 + 4$$

3. Dengan menggunakan $(A - B)(A + B)$ untuk $A = 2x$ dan $B = \sqrt{y}$ akan diperoleh

$$(2x - \sqrt{y})(2x + \sqrt{y}) = (2x)^2 - (\sqrt{y})^2 = 4x^2 - y$$

Pemfaktoran

- ▶ Perhatikan bahwa $(x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$ maka dapat disebut bahwa $(x - 2)$ dan $(x + 2)$ merupakan faktor dari $x^2 - 4$.
- ▶ Dalam pemfaktoran biasanya diperlukan menentukan faktor persekutuan terbesar (FPB) dari koefisien dan pangkat terendah dari suatu bentuk x^k , atau juga bisa melihat dari faktor yang sama.

Contoh 10. Faktorkan ekspresi aljabar berikut

1. $3x^2 - 6x$

2. $8x^4y^2 + 6x^3y^3 - 2xy^4$

3. $(2x + 4)(x - 3) - 5(x - 3)$

Solusi.

1. FPB dari 6 dan 3 adalah 3, setiap suku terdiri dari variabel x dengan pangkat terkecilnya adalah x^1 atau x . Dengan demikian diperoleh

$$3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

2. • Perhatikan bahwa FPB dari 8, 6, dan 2 adalah 2.
• Setiap suku terdiri dari x dengan pangkat terkecilnya adalah x^1 atau x
• Setiap suku terdiri dari y dengan pangkat terkecilnya adalah y^2 .

Dengan demikian, akan diperoleh

$$8x^4y^2 + 6x^3y^3 - 2xy^4 = 2xy^2(x^3 + 3x^2y - y^2)$$

3. Kedua suku sama-sama mempunyai faktor yang sama yaitu $(x - 3)$. Sehingga

$$\begin{aligned}(2x + 4)(\cancel{x - 3}) - 5(\cancel{x - 3}) &= [(2x + 4) - 5](\cancel{x - 3}) \\ &= (2x - 1)(x - 3)\end{aligned}$$

Pemfaktoran

Contoh 11. Dalam memfaktorkan $x^2 + 7x + 12$ adalah mencari dua buah bilangan yang jika dijumlahkan adalah 7 dan jika dikalikan yaitu 12. Dengan mencoba-coba dapat diperoleh bilangan tersebut adalah 3 dan 4, sehingga dapat difaktorkan menjadi

$$x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$$

Pemfaktoran

Contoh 12. Dalam memfaktorkan $x^2 - 5x + 6$ adalah mencari dua buah bilangan yang jika dijumlahkan adalah -5 dan jika dikalikan yaitu 6 . Dengan mencoba-coba dapat diperoleh bilangan tersebut adalah -2 dan -3 , sehingga dapat difaktorkan menjadi

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

Contoh 13. Dalam memfaktorkan $x^2 + x - 2$ adalah mencari dua buah bilangan yang jika dijumlahkan adalah 1 dan jika dikalikan yaitu -2 . Dengan mencoba-coba dapat diperoleh bilangan tersebut adalah 1 dan -2 , sehingga dapat difaktorkan menjadi

$$x^2 - x + 2 = (x + 1)(x - 2)$$

Pemfaktoran

Jika A dan B merupakan suatu bilangan real atau ekspresi dari suatu aljabar, maka berlaku

- | | |
|----------------------------------|--|
| 1. $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$ | 4. $A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = (A + B)^3$ |
| 2. $A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$ | 5. $A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = (A - B)^3$ |
| 3. $A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$ | |

Contoh 14. Pemfaktoran berbentuk $A^2 - B^2$

1. Dalam pemfaktoran $4x^2 - 25$ dapat ditulis menjadi $(2x)^2 - 5^2$, sehingga

$$4x^2 - 25 = (2x - 5)(2x + 5)$$

2. Dalam pemfaktoran $(x + y)^2 - z^2$ cukup jelas menjadi

$$(x + y)^2 - z^2 = (x + y - z)(x + y + z)$$

Contoh 15. Pemfaktoran berbentuk $A^3 - B^3$ atau $A^3 + B^3$

1. Dalam pemfaktoran $27x^3 - 1$ dapat ditulis menjadi $(3x)^3 - 1^3$, sehingga

$$\begin{aligned}27x^3 - 1 &= (3x)^3 - 1^3 = (3x - 1)[(3x)^2 + (3x)(1) + 1^2] \\&= (3x - 1)(9x^2 + 3x + 1)\end{aligned}$$

2. Dalam pemfaktoran $x^6 + 8$ dapat ditulis menjadi $(x^2)^3 + 2^3$, sehingga

$$\begin{aligned}x^6 + 8 &= (x^2)^3 + 2^3 = (x^2 + 2)[(x^2)^2 - (x^2)(2) + 2^2] \\&= (x^2 + 2)(x^4 + 2x^2 + 4)\end{aligned}$$

Domain dari Ekspresi Aljabar

Ekspresi	Domain
$\frac{1}{x}$	$\{x x \geq 0\}$
\sqrt{x}	$\{x x \geq 0\}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\{x x > 0\}$

Domain dari Ekspresi Aljabar

Contoh 16. Tentukan domain dari ekspresi aljabar berikut

1. $2x^2 + 3x - 1$

2. $\frac{x}{(x-2)(x-3)}$

3. $\frac{\sqrt{x}}{x-5}$

Solusi.

1. Polinom $2x^2 + 3x - 1$ terdefinisi untuk setiap x . Sehingga, domainnya adalah seluruh bilangan real.
2. Karena dalam penyebut tidak boleh bernilai 0, haruslah $(x-2)(x-3) \neq 0$ yang artinya $x \neq 2, 3$.
Sehingga domainnya adalah $\{x|x \neq 2 \text{ dan } x \neq 3\}$
3. Agar pembilang terdefinisi, haruslah $x \geq 0$, serta agar penyebut terdefinisi haruslah $x-5 \neq 0$ atau $x \neq 5$. Sehingga, domainnya adalah $\{x|x \geq 0 \text{ dan } x \neq 5\}$

Perkalian dan Pembagian Bentuk Ekspresi Rasional

Contoh 17. Penyederhanaan bentuk $\frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2}$.

Perhatikan bahwa pembilang dapat difaktorkan menjadi $(x-1)(x+1)$, sedangkan penyebut dapat difaktorkan menjadi $(x-1)(x+2)$. Dengan demikian

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2} = \frac{(x-1)(x+1)}{x+2} = \frac{x=1}{x+2}$$

Perkalian dan Pembagian Bentuk Ekspresi Rasional

Contoh 18. Hasil perkalian dari $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 8x + 16} \cdot \frac{3x + 12}{x - 1}$

$$\begin{aligned}\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 8x + 16} \cdot \frac{3x + 12}{x - 1} &= \frac{(x - 1)(x + 3)}{(x + 4)^2} \cdot \frac{3(x + 4)}{x - 1} \\ &= \frac{3(x - 1)(x + 3)(x + 4)}{(x - 1)(x + 4)} \\ &= \frac{3(x + 3)}{x + 4}\end{aligned}$$

Perkalian dan Pembagian Bentuk Ekspresi Rasional

Contoh 19. Hasil dari $\frac{x-4}{x^2-4} \div \frac{x^2-3x-4}{x^2+5x+6}$

$$\begin{aligned}\frac{x-4}{x^2-4} \div \frac{x^2-3x-4}{x^2+5x+6} &= \frac{x-4}{x^2-4} \cdot \frac{x^2+5x+6}{x^2-3x-4} = \frac{(x-4)(x+2)(x+3)}{(x-2)(x+2)(x-4)(x+1)} \\ &= \frac{x+3}{(x-2)(x+1)}\end{aligned}$$

Penjumlahan dan Perkalian Bentuk Ekspresi Rasional

- ▶ Jika penyebutnya mempunyai bentuk yang sama, dapat digunakan operasi berikut

$$\frac{A}{C} + \frac{B}{C} = \frac{A+B}{C}$$

- ▶ Jika penyebut berbeda, maka dapat digunakan operasi berikut

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD + BC}{BD}$$

- ▶ Secara umum dalam operasi bentuk rasional jika penyebut tidak sama, dapat disamakan terlebih dahulu dengan memfaktorkan penyebut-penyebutnya lalu lihat "KPK" dari kedua penyebutnya.

Penjumlahan dan Perkalian Bentuk Ekspresi Rasional

Contoh 19. Hasil dari $\frac{1}{x^2 + 1} + \frac{x}{1 + x^2}$.

Karena penyebutnya sudah sama, maka akan diperoleh, $\frac{1}{x^2 + 1} + \frac{x}{x^2 + 1} = \frac{1+x}{x^2 + 1}$

Penjumlahan dan Perkalian Bentuk Ekspresi Rasional

Contoh 20. Hasil dari $\frac{3}{x-2} - \frac{2x}{x+3}$.

Karena penyebutnya tidak sama, dengan penyebut hasil operasinya adalah $(x-2)(x+3)$, akan diperoleh

$$\frac{3}{x-2} + \frac{2x}{x+3} = \frac{3(x+3)}{(x-2)(x+3)} - \frac{2x(x-2)}{(x+3)(x-2)} = \frac{(3x+9) - (4x^2 - 4x)}{x^2 - 5x + 6} = \frac{-4x^2 + 7x + 9}{x^2 - 5x + 6}$$

Penjumlahan dan Perkalian Bentuk Ekspresi Rasional

Contoh 21. Hasil dari $\frac{1}{x^2 - 4} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6}$

Perhatikan bahwa $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$, sedangkan $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$, maka "KPK" untuk dijadikan penyebutnya adalah $(x - 2)(x + 2)(x + 3)$. Akan diperoleh,

$$\begin{aligned}\frac{1}{x^2 - 4} + \frac{1}{x^2 + 5x + 6} &= \frac{1}{(x - 2)(x + 2)} + \frac{1}{(x + 2)(x + 3)} = \frac{(x + 3)}{(x - 2)(x + 2)(x + 3)} + \frac{x - 2}{(x + 2)(x + 3)(x - 2)} \\ &= \frac{2x + 1}{(x - 2)(x + 2)(x + 3)}\end{aligned}$$

Merasionalakan Bentuk Rasional

Contoh 22. Dalam merasionalkan $\frac{1}{1 - \sqrt{2}}$, kalikan dengan sekawannya pada pembilang dan penyebut yaitu $1 + \sqrt{2}$. Sehingga akan diperoleh

$$\frac{1}{1 - \sqrt{2}} = \frac{1}{1 - \sqrt{2}} \cdot \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - 2} = -1 - \sqrt{2}$$

Merasionalakan Bentuk Rasional

Contoh 23. Dalam menyederhanakan $\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$, dapat dikalikan dengan sekawannya pada pembilang dan penyebut yaitu $\sqrt{x} + \sqrt{y}$. Sehingga akan diperoleh

$$\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} \cdot \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(x-y)(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{x-y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

Merasionalakan Bentuk Rasional

Contoh 24. Merasionalakan bentuk $\frac{\sqrt{9+h}-3}{h}$, dapat dikalikan dengan sekawannya pada pembilang dan penyebut yaitu $\sqrt{9+h}+3$. Sehingga akan diperoleh

$$\frac{\sqrt{9+h}-3}{h} = \frac{\sqrt{9+h}-3}{h} \cdot \frac{\sqrt{9+h}+3}{\sqrt{9+h}+3} = \frac{(9+h)-9}{h(\sqrt{9+h}+3)} = \frac{h}{h(\sqrt{9+h}+3)} = \frac{1}{\sqrt{9+h}+3}$$

Merasionalakan Bentuk Rasional

Sifat Perkalian yang BENAR	Kesalahan Dalam Penjumlahan
$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$	$(a + b)^2 = a^2 + b^2$
$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	$\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$
$\sqrt{a^2 \cdot b^2} = a \cdot b$	$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$
$\frac{1}{a \cdot b} = \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b}$	$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a + b}$
$\frac{ab}{a} = b$	$\frac{a + b}{a} = b$

Latihan Soal Operasi Bilangan Real

1. Operasikan dua bilangan real berikut

(a) $\frac{3}{10} + \frac{4}{15}$

(b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$

(c) $\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$

(d) $1 + \frac{5}{8} - \frac{1}{6}$

2. Nyatakan pernyataan berikut benar atau salah

(a) $-6 < -10$

(b) $\frac{10}{11} < \frac{12}{13}$

(c) $\sqrt{2} < 1.41$

(d) $\pi < 3.14$

3. Nyatakan pertidaksamaan berikut dalam garis bilangan.

(a) $x \leq 1$

(b) $-2 < x \leq 1$

(c) $x \geq 5$

4. Jika diberikan $A = \{x|x \geq 2\}$, $B = \{x|x < 4\}$, dan $C = \{x|-1 < x \leq 5\}$, tentukan hasil dari

(a) $B \cup C$

(c) $B \cap C$

(b) $A \cup C$

(d) $A \cap C$

Latihan Soal Operasi Bilangan Real

5. Tentukan hasil penjumlahan atau pengurangan polinomial berikut

(a) $(3x^2 + x + 1) + (2x^2 - 3x - 5)$

(c) $8(2x + 5) - 7(x - 9)$

(b) $(3x^2 + x + 1) - (2x^2 - 3x - 5)$

(d) $2(2 - 5x) + x^2(x - 1) - (x^4 - 1)$

6. Tentukan hasil operasi perkalian atau kuadrat berikut.

(a) $(3x - 2)(2x - 3)$

(c) $(2x + 3)^2$

(e) $(2x + 1)(2x - 1)$

(b) $(3x + 5)(7x + 9)$

(d) $(x - 8)^2$

(f) $(5x + 2)(5x - 2)$

7. Faktorkan polinomial berikut

(a) $-2x^3 + 16x$

(d) $x^2 - 6x + 5$

(g) $9x^2 - 16$

(b) $2x^4 + 4x^3 - 14x^2$

(e) $x^2 + 9x + 14$

(h) $(x + 3)^2 - 4$

(c) $x(x - 6) + 9(x - 6)$

(f) $2x^2 - 18x + 40$

(i) $x^3 - 1000$

8. Tentukan domain dari ekspresi aljabar berikut

(a) $2x^5 - 7x + 2$

(b) $\frac{2x - 1}{x + 1}$

(c) $\sqrt{x + 2023}$

(d) $\frac{x}{\sqrt{x - 1}}$

(e) $\frac{\sqrt{x - 1}}{x^2 - 4}$

Latihan Soal Operasi Bilangan Real

9. Sederhanakan bentuk rasional berikut

(a) $\frac{4(x-1)}{9(x-1)(x+4)}$

(b) $\frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 + 5x + 4}$

(c) $\frac{1 - x^2}{x^3 - 1}$

10. Tentukan perkalian atau pembagian bentuk rasional berikut kemudian sederhanakan

(a) $\frac{x-3}{x^2+9} \cdot \frac{x+3}{x^2-9}$

(b) $\frac{x+3}{x^2-9} \div \frac{x^2+7x+12}{x^2-10x+21}$

11. Tentukan penjumlahan dan pengurangan bentuk rasional berikut kemudian sederhanakan.

(a) $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+3}$

(b) $2 + \frac{x}{x+3}$

(c) $\frac{x}{x-4} + \frac{3}{x+6}$

(d) $\frac{x}{x^2-4} + \frac{1}{x-2}$

12. Rasionalkan penyebut dari bentuk rasional berikut.

(a) $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

(b) $\frac{2}{3 - \sqrt{5}}$

(c) $\frac{x}{\sqrt{x} + \sqrt{3}}$

(d) $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+h}}{h\sqrt{x}\sqrt{x+h}}$

TUGAS