



MATEMATIKA DASAR

Persamaan Linear dan Kuadratik

Mifta Nur Farid

26 Juli 2023

- ▶ Secara umum suatu persamaan adalah pernyataan dari dua buah ekspresi matematika yang bernilai sama.

$$4 + 3 = 2 + 5$$

- ▶ Dalam permasalahan yang akan dipelajari lebih lanjut akan mengandung suatu variabel, yang bisa dinyatakan dalam suatu simbol (biasanya dalam huruf) yang menyatakan suatu bilangan.

$$4x + 6 = 18$$

x variabel

- ▶ Nilai x yang memenuhi persamaan tersebut disebut solusi atau akar dari persamaan.



SIFAT PERSAMAAN

Sifat

1. $\underline{A = B} \iff \underline{A + C = B + C}$
2. $A = B \iff \underline{CA = CB}, (\underline{C \neq 0})$

Deskripsi

Menambahkan bilangan kedua ruas akan diperoleh persamaan yang ekivalen

Mengalikan bilangan tak nol kedua buah ruas diperoleh persamaan yang ekivalen

Solusi Persamaan Linear

Pers :  ① Pers. Linear
② Pers. Kuadratik

① PERSAMAAN LINEAR

Suatu persamaan linear satu variabel merupakan persamaan dengan bentuk

$$ax + b = 0$$

$x \leftarrow$ memilih; pangkat bernilai 1
 $a \leftarrow$ dan $b \leftarrow$

dengan a dan b merupakan bilangan real dan x merupakan suatu variabel.

Persamaan Linear	Persamaan Tidak Linear
$4x - 5 = 3$	$x^2 + 2x = 8$  (Tidak Linear, terdiri dari variabel kuadrat)
$3x = 2x - 7$	$\sqrt{x} - 6x = 0$  (Tidak linear, terdiri dari akar variabel)
$x - 6 = \frac{x}{3}$	$\frac{3}{x} - 2x = 1$  (Tidak Linear, variabel terdapat pada penyebut suatu pecahan)

Solusi Persamaan Linear

 $x = ?$
 $\boxed{x = \dots}$

Contoh 1. Tentukan solusi dari persamaan $7x - 4 = 3x + 8$

Solusi. Dalam menyelesaikan solusi persamaan linear tersebut kita ubah persamaan tersebut dengan persamaan ekivalen dengan sifat-sifat persamaan sebelumnya, sehingga hanya variabel x yang berada pada ruas kiri.

$$\begin{array}{lll}
 \rightarrow 7x - 4 & = & 3x + 8 & \text{Persamaan awal} \\
 (7x - 4) + 4 & = & (3x + 8) + 4 & \text{Jumlahkan } 4 \\
 7x & = & 3x + 12 & \text{Sederhanakan} \\
 7x - 3x & = & (3x + 12) - 3x & \text{Kurangi } 3x \\
 4x & = & 12 & \text{Sederhanakan} \\
 \frac{1}{4} \cdot 4x & = & \frac{1}{4} \cdot 12 & \text{Kalikan dengan } \frac{1}{4} \\
 x & = & 3 & \text{Sederhanakan}
 \end{array}$$

Solusi:

Dapat diperiksa bahwa, jika disubstitusi nilai $x = 3$ ke ruas kiri persamaan awal akan diperoleh $7 \cdot (3) - 4 = 17$, sedangkan jika disubstitusi ke ruas kanan persamaan awal akan diperoleh $3 \cdot (3) + 8 = 17$. Dengan demikian terbukti bahwa $x = 3$ merupakan solusi.

Solusi Persamaan Linear

$M = \dots$
variabel G dalam variabel lain $\rightarrow G = \dots$

Contoh 2. Diberikan persamaan $F = G \frac{mM}{r^2}$, nyatakan variabel M dalam variabel lain.

Solusi. Langkah pertama dalam mengerjakan soal ini, isolasi terlebih dahulu variabel M sebagai berikut:

$$\begin{aligned} F &= \left(\frac{Gm}{r^2}\right) M && \text{Isolasi variabel } M \\ \left(\frac{r^2}{Gm}\right) F &= \left(\frac{r^2}{Gm}\right) \left(\frac{Gm}{r^2}\right) M && \text{Kalikan dengan } \frac{r^2}{Gm} \\ \frac{r^2 F}{Gm} &= M && \text{Sederhanakan} \end{aligned}$$

Diperoleh solusi $M = \frac{r^2 F}{Gm}$.

Solusi Persamaan Linear

Contoh 3. Diberikan luas permukaan suatu balok adalah A dengan panjang p , lebar ℓ , dan tinggi t akan memenuhi persamaan

$$A = 2p\ell + 2pt + 2\ell t$$

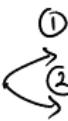
Nyatakan ℓ dalam bentuk variabel lain. $\rightarrow \ell = \dots$

Solusi. Sama seperti sebelumnya, isolasi terlebih dahulu variabel ℓ sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A &= (2p\ell + 2\ell t) + 2pt \quad \text{-isolei} \\ A - 2pt &= 2p\ell + 2\ell t \quad \text{-Kumpulkan komponen yang terdiri dari } \ell \\ \left(\frac{1}{2p+2t}\right) \cancel{(A - 2pt)} &= \cancel{(2p + 2t)\ell} \quad \text{-Kurangkan dengan } 2pt \\ \frac{A - 2pt}{2p + 2t} &= \ell \quad \text{-Isolasi atau faktorkan } \ell \\ &\quad \times \frac{1}{(2p+2t)} \\ &\quad \text{Bagi dengan } 2p + 2t \end{aligned}$$

Diperoleh solusi $\ell = \frac{A - 2pt}{2p + 2t}$

Solusi Persamaan Kuadratik

Pers. 

① Pers. Linear
② Pers. Kuadratik

PERSAMAAN KUADRATIK

Persamaan kuadratik mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dengan a, b, c merupakan bilangan real dan $a \neq 0$.

$$\rightarrow x = ?$$

SIFAT PERKALIAN MENGHASILKAN NOL

Nilai $AB = 0$ jika dan hanya jika $A = 0$ atau $B = 0$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$\cancel{(A)} \cdot \cancel{(B)} = 0$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$A = 0 \qquad B = 0$

Metode Faktor

$$AB = 0$$

Contoh 4. Selesaikan persamaan $x^2 + 5x = 24 \rightarrow x = ?$

Solusi. Jadikan salah satu ruas menjadi 0

$$(x+4)(x+5) = x^2 + (4+5)x + 20$$

$$\begin{aligned}
 & AB = -24 \\
 & A+B = 5 \\
 & -3 \times 8 \\
 & x^2 + 5x - 24 = 24 - 24 && \text{Persamaan Awal} \\
 & x^2 + 5x - 24 = 0 && \text{Kurangi 24} \\
 & (x-3)(x+8) = 0 && \text{Faktorisasi} \\
 & x-3=0 \quad \text{atau} \quad x+8=0 \\
 & x=3 \quad \text{atau} \quad x=-8 && \text{Sifat perkalian menghasilkan 0} \\
 & x=3 \rightarrow 3^2 + 5 \cdot 3 = 24 && \text{Selesaikan} \\
 & 9 + 15 = 24 \\
 & 24 = 24 && \\
 & x = -8 \rightarrow (-8)^2 + 5(-8) = 24 \\
 & 64 + (-40) = 24 \\
 & 24 = 24
 \end{aligned}$$

MENYELESAIKAN PERSAMAAN KUADRATIK SEDERHANA

Solusi dari persamaan $x^2 = c$ adalah $x = \sqrt{c}$ dan $x = -\sqrt{c}$.

$$\begin{aligned} \textcircled{\times} \cdot x &= \textcircled{c} \\ \textcircled{+} \textcircled{+} &= \textcircled{+} \\ \textcircled{-} \textcircled{-} &= \textcircled{-} \end{aligned}$$

Metode Faktor

Contoh 5. Tentukan solusi dari

p. $x^2 = 6$

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{6} \\x &= -\sqrt{6}\end{aligned}$$

q. $(x - 4)^2 = 5$

Solusi. Dengan menggunakan solusi dari persamaan kuadratik sederhana akan diperoleh

a. Solusi dari $x^2 = 6$ adalah $x = \sqrt{6}$ dan $x = -\sqrt{6}$.

b. Sebelum menggunakan tersebut, akar-kan kedua ruas sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}(x - 4)^2 &= 5 && \text{Persamaan Awal} \\x - 4 &= \pm\sqrt{5} && \text{Akar-kan kedua ruas} \\x &= 4 \pm \sqrt{5} && \text{Tambahkan 4}\end{aligned}$$

Solusinya adalah $x = 4 + \sqrt{5}$ dan $x = 4 - \sqrt{5}$.

Melengkapi Kuadrat Sempurna

MELENGKAPI KUADRAT SEMPURNA

Persamaan kuadrat berbentuk $x^2 + bx + c$ dapat dibentuk menjadi kuadrat sempurna menjadi

$$x^2 + bx + c = x^2 + bx + \frac{b^2}{4} - \frac{b^2}{4} + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c$$

Jika bentuk kuadrat adalah $ax^2 + bx + c$ keluarkan a dari persamaan seperti berikut

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

kemudian gunakan cara yang sudah dijelaskan sebelumnya.

Melengkapi Kuadrat Sempurna

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$\downarrow$$

$$(x + \frac{b}{2})^2 - \frac{b^2}{4} + c = 0$$

Contoh 6. Ubah bentuk kuadrat berikut menjadi bentuk kuadrat sempurna.

1. $x^2 + 4x + 9$

$$\begin{array}{l} a=1 \\ b=4 \\ c=9 \end{array}$$

2. $x^2 + 7x + 2$

Solusi. Dengan membagi dua pada koefisien dari x , akan diperoleh bentuk kuadrat sempurna sebagai berikut:

$$\textcircled{1} \quad (x + \frac{4}{2})^2 - \frac{4^2}{4} + 9 = 0 \rightarrow (x + 2)^2 + 5 = 0$$

$$(x + 2)^2 = -5$$

$$x + 2 = \pm \sqrt{-5}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{-5}$$

$$x = -2 + \sqrt{-5} \quad \text{dan}$$

$$x = -2 - \sqrt{-5}$$

$$1. \quad x^2 + 4x + 9 = (x + 2)^2 - 2^2 + 9 = (x + 2)^2 + 5$$

$$2. \quad x^2 + 7x + 2 = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{7^2}{2^2} + 2 = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{41}{4}$$

Melengkapi Kuadrat Sempurna

MELENGKAPI KUADRAT SEMPURNA

Persamaan kuadrat berbentuk $x^2 + bx + c$ dapat dibentuk menjadi kuadrat sempurna menjadi

$$x^2 + bx + c = x^2 + bx + \frac{b^2}{4} - \frac{b^2}{4} + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c$$

Jika bentuk kuadrat adalah $ax^2 + bx + c$ keluarkan a dari persamaan seperti berikut

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

kemudian gunakan cara yang sudah dijelaskan sebelumnya.

Melengkapi Kuadrat Sempurna

Contoh 6. Ubah bentuk kuadrat berikut menjadi bentuk kuadrat sempurna.

$$1. \ x^2 + 4x + 9$$

$$2. \ x^2 + 7x + 2$$

Melengkapi Kuadrat Sempurna

Solusi. Dengan membagi dua pada koefisien dari x , akan diperoleh bentuk kuadrat sempurna sebagai berikut:

$$1. \ x^2 + 4x + 9 = (x + 2)^2 - 2^2 + 9 = (x + 2)^2 + 5$$

$$2. \ x^2 + 7x + 2 = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{7^2}{2^2} + 2 = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{41}{4}$$

Melengkapi Kuadrat Sempurna

$$x^2 + bx + c = 0 \quad \curvearrowright$$

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c = 0 \quad \text{①}$$

$$a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c = 0$$

Contoh 7. Ubah bentuk kuadrat berikut menjadi bentuk kuadrat sempurna.

$$1. 2x^2 + 8x + 6 = 0 \rightarrow a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c = 0$$

$$\begin{matrix} 4 \\ a \\ b \\ c \end{matrix}$$

$$2. 3x^2 - 10x + 1 = 0 \rightarrow 3(x^2 - \frac{10}{3}x) + 1 = 0$$

$$\begin{matrix} 3 \\ a \\ b \\ c \end{matrix}$$

$$(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$$

$$(x+2)^2 - 4$$

$$2((x+2)^2 - 4) + 6$$

Solusi. Dengan membuat koefisien x^2 menjadi 1 dan membagi dua pada koefisien dari x , akan diperoleh bentuk kuadrat sempurna sebagai berikut:

$$1. 2x^2 + 8x + 6 = 2(x^2 + 4x) + 6 = 2[(x+2)^2 - 2^2] + 6 = 2(x+2)^2 - 2 \quad \curvearrowright$$

$$2(x+2)^2 - 2 - 2 + 6 = 2(x+2)^2 - 8 = 0$$

$$2. 3x^2 - 10x + 1 = 3\left(x^2 - \frac{10}{3}x\right) + 1 = 3\left[\left(x - \frac{10}{6}\right)^2 - \frac{10^2}{6^2}\right] + 1 = 3\left(x - \frac{10}{6}\right)^2 - \frac{88}{12}$$

Melengkapi Kuadrat Sempurna

Contoh 8. Tentukan solusi untuk persamaan kuadratik berikut.

1. $x^2 + 4x + 9 = 6$

2. $x^2 + 7x + 2 = 20$

Solusi. Berdasarkan contoh 6, akan diperoleh

1. Perhatikan bahwa

$$x^2 + 4x + 9 = 6$$

$$(x + 2)^2 + 5 = 6$$

$$(x + 2)^2 = 1$$

$$x + 2 = \pm 1$$

$$x + 2 = 1 \text{ atau } x + 2 = -1$$

Dengan demikian akan diperoleh $x = -1$ atau $x = -3$.

Melengkapi Kuadrat Sempurna

2. Perhatikan bahwa

$$x^2 + 7x + 2 = 20$$

$$\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{41}{4} = 20$$

$$\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{121}{4}$$

$$x + \frac{7}{2} = \pm \frac{11}{2}$$

$$x + \frac{7}{2} = \frac{11}{2} \text{ atau } x + \frac{7}{2} = -\frac{11}{2}$$

Dengan demikian akan diperoleh $x = 2$ atau $x = -9$.

Melengkapi Kuadrat Sempurna

Contoh 9. Tentukan solusi untuk persamaan kuadratik berikut.

$$1. \ 2x^2 + 8x + 6 = 30$$

$$2. \ 3x^2 - 10x + 1 = 1$$

Solusi. Berdasarkan contoh 7, akan diperoleh

1. Perhatikan bahwa

$$2x^2 + 8x + 6 = 30$$

$$2(x+2)^2 - 2 = 30$$

$$(x+2)^2 = 16$$

$$x+2 = \pm 4$$

$$x+2 = 4 \text{ atau } x+2 = -4$$

Dengan demikian akan diperoleh $x = -2$ atau $x = -6$.



Melengkapi Kuadrat Sempurna

2. Perhatikan bahwa

$$\begin{aligned}3x^2 - 10x + 1 &= 1 \\3\left(x - \frac{10}{6}\right)^2 - \frac{88}{12} &= 1 \\\left(x - \frac{10}{6}\right)^2 &= \frac{100}{36} \\x - \frac{10}{6} &= \pm \frac{10}{6} \\x - \frac{10}{6} = \frac{10}{6} \text{ atau } x - \frac{10}{6} &= -\frac{10}{6}\end{aligned}$$

Dengan demikian akan diperoleh $x = 0$ atau $x = \frac{10}{3}$.

Rumus Persamaan Kuadrat

Solusi pers. kuadrat

- ① Faktor
② Kuadrat Sempurna
③ Rumus ABC

RUMUS PERSAMAAN KUADRAT

Solusi dari persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ untuk $a \neq 0$ berbentuk

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Rumus Persamaan Kuadrat

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Contoh 10. Tentukan solusi (jika ada) dari persamaan kuadrat berikut:

1. $3x^2 - 5x - 1 = 0$

$$a=3$$

$$b=-5$$

$$c=-1$$

$$x = \frac{-(b) \pm \sqrt{(b)^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 12}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{37}}{6} \text{ dan } x = \frac{5 - \sqrt{37}}{6}$$

Solusi :

2. $4x^2 + 12x + 9 = 0$

$$a=4$$

$$b=12$$

$$c=9$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{2 \cdot 4}$$

$$= \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{8}$$

$$= \frac{-12}{8}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

3. $x^2 + 2x + 2 = 0$

$$a=1$$

$$b=2$$

$$c=2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$

dst.

Rumus Persamaan Kuadrat

Solusi. Perhatikan koefisien-koefisien dari x^2 , x , dan konstanta, akan diperoleh.

- Untuk $a = 3$, $b = -5$, dan $x = -1$ akan diperoleh solusi-nya adalah

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(3)(-1)}}{2(3)} = \frac{5 \pm \sqrt{37}}{6}$$

Dengan demikian solusinya adalah $x = \frac{5 + \sqrt{37}}{6}$ dan $x = \frac{5 - \sqrt{37}}{6}$. ②

- Untuk $a = 4$, $b = 12$, dan $c = 9$ akan diperoleh solusi-nya adalah

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{(12)^2 - 4(4)(9)}}{2(4)} = \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{8}$$

Dengan demikian akan diperoleh satu buah solusi yaitu $x = \frac{-12}{8} = \frac{-3}{2}$. ①

- Untuk $a = 1$, $b = 2$, dan $c = 2$ akan diperoleh solusi-nya adalah

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(2)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

$\rightarrow \sqrt{-4} \rightarrow 2\sqrt{-1} = 2i$
 Karena $\sqrt{-4}$ bukan merupakan bilangan real, maka persamaan kuadrat tidak mempunyai solusi real.
 \rightarrow bil. imajiner.

Rumus Persamaan Kuadrat

DISKRIMINAN

Diskriminan dari persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ adalah $D = b^2 - 4ac$.

- Jika $D > 0$, maka persamaan kuadrat akan mempunyai dua buah solusi. $x = \dots, \text{ dan } x = \dots$
- Jika $D = 0$, maka persamaan kuadrat akan mempunyai satu buah solusi. $x = \dots$
- Jika $D < 0$, maka persamaan kuadrat tidak mempunyai solusi real.

$$\textcircled{1} \quad 3x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac \\ = (-5)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) \\ = 25 + 12 \\ D = 37 \rightarrow D > 0$$

$$\textcircled{3} \quad x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac \\ = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 \\ = 4 - 8 \\ D = -4 \rightarrow D < 0$$

$$\textcircled{1} \quad 4x^2 + 12x + 9 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac \\ = (12)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 \\ = 144 - 144 \\ D = 0 \rightarrow \text{Solusinya hanya satu}$$

Permodelan Masalah dengan Persamaan

LANGKAH-LANGKAH DALAM MEMODELKAN PERSAMAAN.

- 1. Identifikasi variabel.** Identifikasi nilai yang ditanyakan oleh soal untuk diperoleh solusinya. Nilai ini biasanya dapat ditentukan dengan membaca soal dengan cermat. Kemudian kenalkan suatu notasi untuk variabel(sebut saja x atau huruf lain).
- 2. Terjemahkan kata menjadi aljabar.** Baca setiap kalimat dalam soal lagi, dan nyatakan semua nilai yang disebutkan dalam soal dalam bentuk variabel yang didefinisikan pada langkah 1.
- 3. Siapkan Modelnya.** Temukan fakta penting dalam soal yang menghubungkan ekspresi-ekspresi yang diperoleh pada langkah 2.
- 4. Tentukan solusi persamaan dan periksa jawaban.** Menentukan solusi pada langkah 3, serta periksa apakah solusi memenuhi permasalahan yang ada atau tidak.

Permodelan Masalah dengan Persamaan

Contoh 11. Dalam suatu tempat parkir terdapat aturan bahwa biaya parkir untuk satu kendaraan 3000 rupiah, kemudian setiap jam, kendaraan dikenai biaya parkir tambahan sebesar 2000 rupiah per jam. Jika ketika keluar parkiran Adit membayar sebesar 15000 rupiah. Tentukan berapa lama Adit memarkir kendaraannya.

Solusi. Jika mengikuti langkah-langkah yang ada.

1. Ditanya adalah berapa lama Adit memarkir kendaraannya, sehingga dapat dimisalkan

$x =$ Waktu Adit memarkirkan kendaraan

2. Ubah permasalahan dengan menggunakan variabel yang ada, perhatikan tabel berikut

Kata	Dalam Variabel
Lama waktu Adit Parkir	x
Harga Parkir	3000
Tambahan Biaya Parkir per jam	$2000 \cdot x$



Permodelan Masalah dengan Persamaan

3. Bentuk Modelnya, dengan total biaya parkir adalah harga parkir ditambah total tambahan biaya parkir

$$\text{Harga Parkir} + \text{Tambahan Biaya parkir} = \text{Total Biaya}$$
$$3000 + 2000x = 15000$$

4. Selesaikan persamaan tersebut

$$\cancel{3000} + 2000x = 15000$$
$$\frac{1}{2000} \cdot 2000x = 12000 \times \frac{1}{2000}$$
$$x = 6$$

Jadi Adit total memparkirkan kendaraannya dengan total 6 jam.

Permodelan Masalah dengan Persamaan

Contoh 12. Suatu perusahaan telekomunikasi menjual jasa mengirim pesan SMS dengan aturan sebagai berikut. Setiap bulan pelanggan akan dikenai biaya dasar 27000 rupiah untuk pengiriman 100 pesan pertama, dan 1000 rupiah untuk setiap penambahan pesan yang dikirim. Jika Tya mendapat tagihan sebesar 42000 rupiah di akhir bulan. Tentukan banyak pesan yang dikirim Tya pada bulan tersebut.

$$(x + 100 = ?)$$

$$27000 + 1000x = 42.000$$

$$1000x = 42.000 - 27000$$

$$1000x = 15.000$$

$$x = 15$$

$$100 + 15 = 115$$

Permodelan Masalah dengan Persamaan

Solusi. Mengikuti langkah-langkah yang ada.

1. Ditanya adalah, berapa lama Tya banyak pesan yang dikirim Tya dalam satu bulan, namun karena 100 pesan pertama bebas biaya maka dapat dimisalkan

x = Banyak pesan Tya kirimkan yang mendapatkan tagihan

2. Ubah permasalahan dengan menggunakan variabel yang ada, perhatikan tabel berikut

Kata	Dalam Variabel
Banyak pesan Tya kirimkan yang mendapatkan tagihan	x
Tambahan tagihan untuk Tya	$1000 \cdot x$
Biaya dasar	27000

3. Bentuk Modelnya, dengan total biaya tagihan adalah biaya dasar ditambah dengan tambahan tagihan

$$\text{Biaya Dasar} + \text{Tambahan Tagihan} = \text{Total Biaya}$$

$$27000 + 1000x = 42000$$

Permodelan Masalah dengan Persamaan

4. Selesaikan persamaan tersebut

$$27000 + 1000x = 42000$$

$$1000x = 15000$$

$$x = 15$$

Jadi Tya mendapatkan tagihan biaya dari 15 pesan tambahan. Sehingga total pesan yang dikirimkan Tya adalah $100 + 15 = 115$.

Permodelan Masalah dengan Persamaan

$$\boxed{\text{persegi panjang}} \quad l = 8 + p = 8 + 4 = 12 \\ p = 4$$

Contoh 14. Suatu persegi panjang mempunyai lebar 8 m lebih panjang dari panjang persegi panjang tersebut. Jika luas persegi panjang adalah 48 m^2 , tentukan panjang dan lebar persegi panjang tersebut.

Solusi. Mengikuti langkah yang ada

1. Dapat dimisalkan

x = lebar dari persegi panjang

$$\begin{aligned} L &= P \cdot l \\ 48 &= P \cdot (8 + P) \\ 48 &= 8P + P^2 \rightarrow P^2 + 8P - 48 = 0 \\ (P+12)(P-4) &= 0 \end{aligned}$$

2. Ubah kedalam bentuk variabel

Kata	Dalam Variabel
Lebar dari persegi panjang	x
Panjang dari persegi panjang	$x + 8$
Luas persegi panjang	48

$$\begin{cases} P = -12 \\ P = 4 \end{cases}$$

Permodelan Masalah dengan Persamaan

3. Bentuk modelnya, luas dari persegi panjang adalah panjang dikali lebar, sehingga dapat diperoleh

$$\text{Panjang} \cdot \text{Lebar} = \text{Luas}$$

$$x \cdot (x + 8) = 48$$

4. Selesaikan persamaan tersebut

$$x^2 + 8x = 48$$

$$x^2 + 8x - 48 = 0$$

$$(x + 12) \cdot (x - 4) = 0$$

$$x = -12 \text{ atau } x = 4$$

Karena x menayangkan lebar, seharusnya nilai x haruslah positif. Sehingga lebar dari persegi panjang tersebut adalah 4, dengan panjangnya adalah $4 + 8 = 12$.



Latihan Soal

$$\textcircled{1} \textcircled{C} \quad \frac{1}{2}x - 1 = 9 \rightarrow \frac{1}{2}x = 9 + 1 \\ \frac{1}{2}x = 10 \\ x = 10 \cdot 2 \\ x = 20$$

$$\textcircled{f} \quad \begin{array}{l} \text{Handwritten annotations: } +5t \text{ above } 5t, +13 \text{ above } -13, +5t \text{ above } -5t, +12 \text{ above } 12. \\ 5t - 13 = 12 - 5t \\ 5t + 5t = 12 + 13 \\ \frac{1}{10} \cdot 10t = 25 \cdot \frac{1}{10} \\ t = 2,5 \end{array}$$

$$\textcircled{K} \quad \begin{array}{l} \text{Handwritten annotations: } -\frac{1}{3}x \text{ above } x, -\frac{1}{2}x \text{ above } x, -5 \text{ above } -5. \\ x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x - 5 = 0 \\ \frac{6}{6}x - \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{3}x - \frac{3}{3} \cdot \frac{1}{2}x - 5 = 0 \\ 6x - 2x - 3x - 5 = 0 \\ \frac{1}{2}x - 5 = 0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{1}{6}x - 5 + 5 = 0 \\ \frac{1}{6}x = 5 \\ \frac{1}{6}x \cdot 6 = 5 \cdot 6 \\ x = 30 \end{array} \right\}$$

1. Selesaikan persamaan linear berikut.

(a) $2x + 7 = 31$

(e) $-7w = 15 - 2w$

(i) $2(1-x) = 3(1+2x) + 5$

(b) $5x - 3 = 4$

(f) $5t - 13 = 12 - 5t \checkmark$

(j) $\frac{2}{3}y + \frac{1}{2}(y-3) = \frac{y+1}{4}$

(c) $\frac{1}{2}x - 1 = 9$

(g) $\frac{1}{2}y - 2 = \frac{1}{3}y$

✓ (k) $x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}x - 5 = 0$

(d) $3 + \frac{1}{3}x = 5 \checkmark$

(h) $\frac{z}{5} = \frac{3}{10}z + 7$

(l) $2x - \frac{x}{2} + \frac{x+1}{4} = 6x$

2. Selesaikan persamaan untuk variabel yang diinginkan.

(a) $PV = nRT$ untuk R .

(d) $a^2x + (a-1) = (a+1)x$ untuk x .

(b) $F = G \frac{mM}{r^2}$ untuk m .

(e) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ untuk r . $\Gamma = \dots$

(c) $P = 2\ell + 2w$ untuk ℓ .

(f) $a^2 + b^2 = c^2$ untuk b .

© $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
 $V = \left(\frac{1}{3}\pi h\right) r^2$
 $V \cdot \frac{3}{\pi h} = \left(\frac{\pi h}{3} \cdot \frac{3}{\pi h}\right) \cdot r^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{3V}{\pi h} = r^2 \\ \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} = r \Rightarrow r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} \end{array} \right.$

Latihan Soal

(3.d) $x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow (x+6)(x+2) = 0$
 $x = -6 \text{ dan } x = -2$

3. Selesaikan persamaan kuadratik berikut dengan cara memfaktorkan.

(a) $x^2 + x - 12 = 0$

(b) $x^2 + 3x - 4 = 0$

(c) $x^2 - 7x + 10 = 0$

(d) $x^2 + 8x + 12 = 0$

$$x^2 + bx + c = 0$$

$$(x + \frac{b}{2})^2 - \frac{b^2}{4} + c = 0$$

$$a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c = 0$$

4. Selesaikan persamaan kuadratik berikut dengan cara melengkapi kuadrat sempurna.

$$(x + \frac{b}{2})^2 - \frac{b^2}{4} + c = 0 \rightarrow (x + \frac{2}{2})^2 - \frac{2^2}{4} + (-5) = 0$$

(a) $x^2 + 2x - 5 = 0$

$$(x+1)^2 - 1 - 5 = 0$$

(e) $2x^2 + 8x + 1 = 0$

(b) $x^2 - 4x + 2 = 0$

$$(x+1)^2 - 6 = 0$$

(f) $3x^2 - 6x - 1 = 0$

(c) $x^2 - 6x - 11 = 0$

$$(x+1)^2 = 6$$

(g) $4x^2 - x = 0$

(d) $x^2 + 3x - \frac{7}{4} = 0$

$$(x+1)^2 = \frac{1}{4} + \frac{7}{4}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{\frac{8}{4}}$$

$$x = -1 + \sqrt{2} \text{ dan}$$

$$x = -1 - \sqrt{2}$$

(h) $x^2 = \frac{3}{4}x - \frac{1}{8}$

(3.e) $4x^2 - 4x - 15 = 0$
 $(4x+A)(x+B) = 0 \rightarrow 4x^2 + 4Bx + Ax + AB = 0$
 $4x^2 + (4B+A)x + AB = 0$
 $(2x+C)(2x+D) = 0$
 $2x^2 + (2C+2D)x + CD = 0$
 $2x^2 + (2D+2C)x + CD = 0$
 $CD = -15$
 $2D+2C = -4$
 $2 \cdot 3 + 2 \cdot (-5) = -4$
 $6 + (-10) = -4$
 $-4 = -4$

$$4B+A = -9$$

$$4 \cdot 3 + 1 = 13$$

$$2C+2D = 0$$

$$2 \cdot 5 + 2 \cdot (-3) = 0$$

$$10 + (-6) = 4$$

$$4 = 4$$

$$2x-5 = 0$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

dan

$$2x+3 = 0$$

$$2x = -3$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned}
 & x^2 + bx + c = 0 \quad | \\
 & (x + \frac{b}{2})^2 - \frac{b^2}{4} + c = 0 \quad | \\
 & ax^2 + bx + c = 0 \quad | \\
 & a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c = 0 \quad | \\
 & a(x^2 + \frac{8}{2}x) + 1 = 0 \quad | \\
 & 2(x^2 + \frac{8}{2}x) + 1 = 0 \quad | \\
 & 2(x^2 + 4x) + 1 = 0 \quad | \\
 & b=4 \Rightarrow (x + \frac{b}{2})^2 - \frac{b^2}{4} + c = 0 \quad | \\
 & (x + \frac{4}{2})^2 - \frac{4^2}{4} + 0 = 0 \quad | \\
 & (x+2)^2 - 4 = 0 \quad | \\
 \\
 & 2((x+2)^2 - 4) + 1 = 0 \\
 & 2(x+2)^2 - 4 \cdot 2 + 1 = 0 \\
 & 2(x+2)^2 - 8 + 1 = 0 \\
 & 2(x+2)^2 - 7 = 0 \\
 & 2(x+2)^2 = 7 \\
 & (x+2)^2 = \frac{7}{2} \\
 & x+2 = \pm \sqrt{\frac{7}{2}} \\
 & x = -2 \pm \sqrt{\frac{7}{2}} \\
 & x = -2 + \sqrt{\frac{7}{2}} \quad \text{and} \quad x = -2 - \sqrt{\frac{7}{2}}
 \end{aligned}$$

$$ax^2 + bx + c$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

5. Tentukan seluruh solusi (jika ada) dari persamaan kuadratik berikut dengan rumus persamaan kuadratik.

- | | |
|---------------------------|-------------------------|
| (a) $x^2 - 2x - 15 = 0$ | (e) $2x^2 + x - 3 = 0$ |
| (b) $x^2 + 5x - 6 = 0$ | (f) $3x^2 + 7x + 4 = 0$ |
| (c) $x^2 - 7x + 10 = 0$ | (g) $3x^2 + 6x - 5 = 0$ |
| (d) $x^2 + 30x + 200 = 0$ | (h) $x^2 - 6x + 1 = 0$ |

① $x = \frac{-(-2)^2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15)}}{2 \cdot 1}$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{4 + 60}}{2}$$

$$= \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \pm 8}{2} \rightarrow x = \frac{-4+8}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

dan $x = \frac{-4-8}{2} = \frac{-12}{2} = -6$

$$D > 0 \rightarrow \text{sol} = 2$$

$$D = 0 \rightarrow \text{sol} = 1$$

$$D < 0 \rightarrow \text{sol} \neq \mathbb{R}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

Latihan Soal

6. Gunakan Diskriminan untuk mengetahui berapa banyak solusi real dari persamaan kuadrat berikut

$$\textcircled{a} \quad D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 36 - 4 = 32 \rightarrow D > 0$$

$$(a) x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$(c) x^2 + 2.2x + 1.21 = 0$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 16 \sqrt{288} \\ \hline 128 \end{array}$$

$$(b) 3x^2 = 6x - 9$$

$$(d) x^2 + 2.21x + 1.21 = 0$$

7. Suatu bola dilemparkan sehingga setelah t detik dilemparkan, ketinggian bola atas permukaan tanah h mengikuti persamaan

$$h = -16t^2 + 288 \rightarrow \begin{cases} -16t^2 + 288 = 0 \\ 16t^2 = 288 \\ t^2 = \frac{288}{16} \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} t = \sqrt{\frac{288}{16}} \\ t = \pm \sqrt{...} \end{array} \right.$$

Tentukan kapan bola mencapai tanah.

8. Suatu bola dilemparkan sehingga setelah t detik dilemparkan, ketinggian bola atas permukaan tanah h mengikuti persamaan

$$h = -16t^2 + 40t$$

$$\textcircled{a} \quad 24 = -16t^2 + 40t$$

Tentukan.

$$h ; t=?$$

$$16t^2 - 40t + 24 = 0$$

(a) Kapan bola mencapai ketinggian $\textcircled{24}$ meter dari permukaan tanah.

$$2t^2 - 5t + 3 = 0$$

(b) Kapan bola mencapai ketinggian $\textcircled{48}$ meter dari permukaan tanah.

$$(2t - 3)(t - 1) = 0$$

(c) Kapan bola mencapai tanah.

Latihan Soal

9. Populasi ikan F dalam suatu danau mengikuti persamaan

$$F = 1000(30 + 17t - t^2)$$

Dengan F menyatakan banyak ikan dalam waktu t dimana t dihitung dalam tahun sejak 1 Januari 2002 (ketika populasi pertama kali diestimasi)

- (a) Tentukan populasi ikan saat tanggal 1 Januari 2002
 - (b) Tentukan waktu ketika populasi ikan sama dengan populasi awalnya.
 - (c) Estimasi waktu populasi ikan pada danau tersebut akan punah.
10. Suatu persegi panjang mempunyai luas 150 m^2 dengan panjangnya adalah 25 m . Tentukan lebar dari persegi panjang tersebut.

$$\begin{aligned}L &= p \cdot l \\150 &= 25 \cdot l\end{aligned}$$

$$l = \frac{150}{25} = 6 \text{ m}$$

Latihan Soal

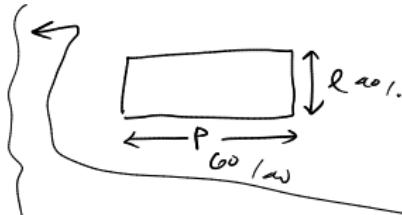
$$l^2 - 100l + 2400 = 0$$

$$(l-60)(l-40) = 0$$

$$l=60 \text{ dan } l=40$$

$$P=100-l \rightarrow P=100-60 \\ = 40$$

$$P=100-40 \\ = 60$$



$$2P = 200 - 2l$$

$$\cancel{P} = \cancel{100} - l \quad \text{(Both terms are circled in red)}$$

$$2P + 2l = 200 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$P.l = 2400 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$(100-l).l = 2400$$

$$100l - l^2 = 2400$$

$$l^2 - 100l + 2400 = 0$$

11. Suatu peternak mempunyai lahan berbentuk persegi panjang yang dipagari oleh 200 meter pagar rotan. Tentukan lebar dan panjang lahan peternak tersebut, jika luas lahannya adalah $2400 m^2$.

12. Suatu perusahaan sewa mobil memberikan beban biaya sewa mobil 150 ribu rupiah per hari dengan tambahan 15 ribu rupiah per kilometer. Jika Pratama menyewa mobil pada penyewaan tersebut, dan membayar 495 ribu rupiah. Tentukan jarak yang ditempuh oleh Pratama.
- $$150 + 15.K = 495$$
- $$15k = 495 - 150$$

13. Tahun ini Adam 4 kali dari umur anaknya. Jika 6 tahun kemudian, umur Adam 3 kali umur anaknya. Tentukan umur anak Adam tahun ini.

$$15k = 345$$

$$k = \frac{345}{15}$$

$$k = 23 \text{ km}$$