



# MATEMATIKA DASAR

Mifta Nur Farid

# MATRIKULASI

# Pokok Bahasan

- - 1. Pertidaksamaan Linier
    - ▶ Interval ✓
    - ▶ Penyelesaian
    - Pertidaksamaan
  - 2. Fungsi dan Limit
    - ▶ Fungsi ✓
    - ▶ Limit ✓

- 3. Trigonometri
- 4. Turunan
- 5. Integral
  - ▶ Integral Tak Tentu ✓
  - ▶ Integral dengan Substitusi
  - ▶ Integral Tentu
- 6. Posttest Sabtu.

# Pertidaksamaan

$$5x - 4 = 7$$

Persamaan

- Pertidaksamaan:

$$5x - 4 > 2x + 3$$

(1)

- Persamaan menggunakan simbol ( $\equiv$ )
- Pertidaksamaan menggunakan simbol

Simbol	Arti	Contoh
$>$	Lebih dari	$x > 1$ : $x$ lebih dari 1
$\geq$	Lebih dari sama dengan	$x \geq -12$ : $x$ lebih dari sama dengan $-12$
$<$	Kurang dari	$x < 5$ : $x$ kurang dari 5
$\leq$	Kurang dari sama dengan	$x < 13$ : $x$ kurang dari sama dengan 13

# Pertidaksamaan

- ▶ Penyelesaian persamaan

$$\begin{aligned}
 & 5x - 4 = 2x + 3 \\
 \underline{(} & 5x - 2x = 3 + 4 \underline{)} \quad \leftarrow \\
 & 3x = 7 \\
 & x = \frac{7}{3} \quad \text{intervall}
 \end{aligned}$$

- ▶ Penyelesaian pertidaksamaan: rentang atau nilai variabel yang tidak diketahui yang memenuhi pertidaksamaan

- ▶ Himpunan penyelesaian suatu pertidaksamaan dinyatakan dalam notasi himpunan atau bentuk selang atau *interval*
- ▶ Jenis-jenis selang
  - 1. Selang berhingga dan tertutup ✓
  - 2. Selang berhingga dan terbuka
  - 3. Selang berhingga dan setengah terbuka atau setengah tertutup
  - 4. Selang tak hingga dan tertutup
  - 5. Selang tak hingga dan terbuka
  - 6. Selang tak hingga, terbuka, dan tertutup

## ① Selang berhingga dan tertutup

$$[3, 7]$$

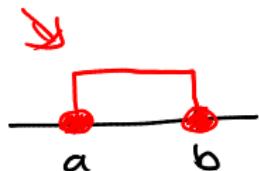
 $\geq$ 
 $\leq$ 

- ▶ Notasi:  $[a, b]$
- ▶ Dinyatakan dalam notasi himpunan:

$$\{x : a \leq x \leq b\}$$

(2)

- ▶ Grafik selang:



Gambar 1: Grafik selang  $[a, b]$

$$[3, \infty) \quad 3, 4, 5, 6, \dots$$

## ② Selang berhingga dan terbuka

$$(a, b)$$

$$(3, \infty)$$

$$\rightarrow (4, 5, 6)$$

► Notasi:  $(a, b)$

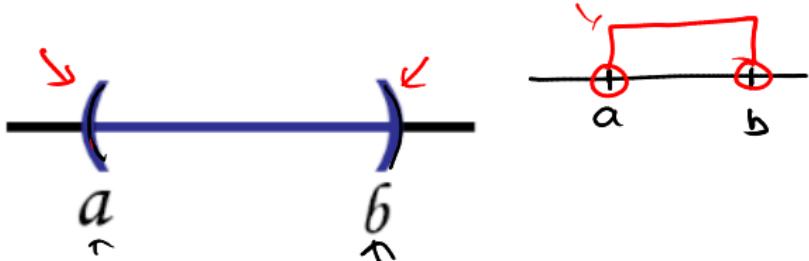
► Dinyatakan dalam notasi himpunan:

$$\{x : a < x < b\}$$

$$\begin{matrix} < \\ > \end{matrix}$$

$$(3)$$

► Grafik selang:



Gambar 2: Grafik selang  $(a, b)$



3



## Selang berhingga dan setengah terbuka

atau setengah tertutup

 $(a, b]$ 

tutup

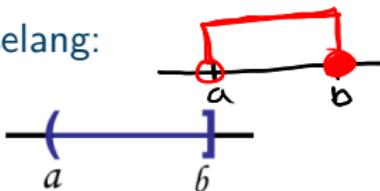
 $(a, b)$ 

- Notasi:  $(a, b]$  atau  $[a, b)$
- Notasi himpunan:

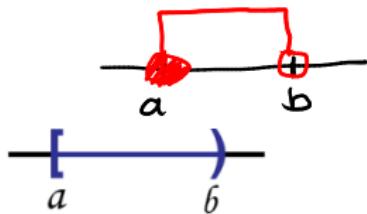
Jika notasi  $(a, b]$ , maka notasi himpunan  $\{x : a < x \leq b\}$

Jika notasi  $[a, b)$ , maka notasi himpunan  $\{x : a \leq x < b\}$

- Grafik selang:



Gambar 3: Grafik selang  $(a, b]$



Gambar 4: Grafik selang  $[a, b)$

④ Selang tak hingga dan tertutup

tortuga

tertulia

- Notasi:  $[a, +\infty)$  atau  $(-\infty, b]$

$$[3, +\infty)$$

- Notasi himpunan:  $\{ \dots \}$

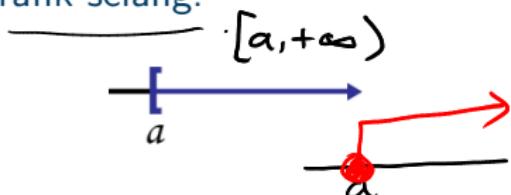
3,4,5 -...

Jika notasi  $[a, +\infty)$ , maka notasi himpunan  $\{x : x \geq a\}$

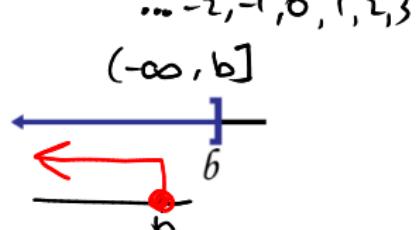
Jika notasi  $(-\infty, b]$ , maka notasi himpunan  $\{x : x \leq b\}$

$$(-\infty, 3]$$

- ## ► Grafik selang:



Gambar 5: Grafik selang  $[a, +\infty)$



Gambar 6: Grafik selang  $(-\infty, b]$

## (5) Selang tak hingga dan terbuka

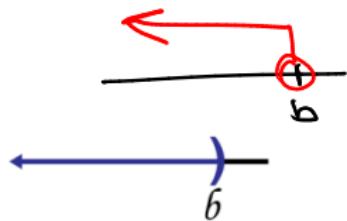
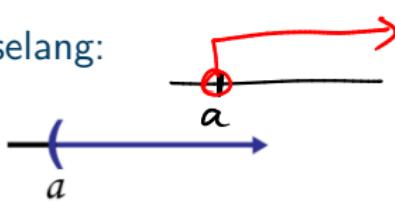
- ▶ Notasi:  $\underline{(a, +\infty)}$  atau  $\underline{(-\infty, b)}$
- ▶ Notasi himpunan:

 $\begin{matrix} > \\ < \end{matrix}$ 

Jika notasi  $\underline{(a, +\infty)}$ , maka notasi himpunan  $\underline{\{x : x > a\}}$

Jika notasi  $\underline{(-\infty, b)}$ , maka notasi himpunan  $\underline{\{x : x < b\}}$

- ▶ Grafik selang:

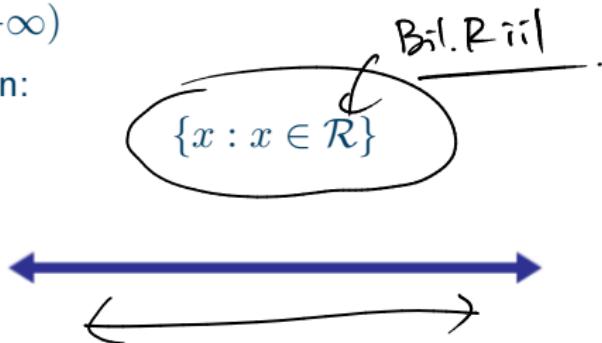


Gambar 7: Grafik selang  $(a, +\infty)$

Gambar 8: Grafik selang  $(-\infty, b)$

## ⑥ Selang tak hingga

- ▶ Notasi:  $(-\infty, +\infty)$
- ▶ Notasi himpunan:
- ▶ Grafik selang:



Gambar 9: Grafik selang  $(-\infty, +\infty)$

# Penyelesaian pertidaksamaan

$$\text{Ruas kiri} \leq \text{Ruas kanan}$$

Hal-hal yang perlu diperhatikan dalam menyelesaikan suatu pertidaksamaan

1. Prosedur menyelesaikan pertidaksamaan adalah mengubah pertidaksamaan satu langkah demi satu langkah hingga diperoleh himpunan penyelesaiannya jelas.
2. Dapat dilakukan operasi-operasi tertentu (tambah, kurang, kali, bagi, akar, pangkat) pada kedua ruas pada suatu pertidaksamaan. Perlakuan pada kedua ruas harus sama, contohnya:
  - 2.1 Kedua ruas ditambah atau dikurangi dengan satu bilangan;
  - 2.2 Kedua ruas dikali atau dibagi dengan satu bilangan positif;
  - 2.3 Jika kedua ruas dikali atau dibagi dengan bilangan negatif, tanda pertidaksamaan harus berbalik arah.

$$\frac{2x+3}{-3} > \frac{x+9}{-3}$$

$$< \quad \Rightarrow \quad >$$



## Contoh 1

①

Selesaikan pertidaksamaan

$$-5x - 10 < 15$$

① Interval

② Himpunan penyelesaian

dan tunjukkan garis bilangan himpunan penyelesaiannya.

## Jawaban Contoh 1

$$x < \dots$$

$$\begin{aligned}
 -5x - 10 &< 15 \\
 -5x - 10 + 10 &< 15 + 10 \quad (\text{kedua ruas ditambah } 10) \\
 -5x &< 25 \\
 \frac{-5x}{-5} &\geq \frac{25}{-5} \quad (\text{kedua ruas dikali dengan } -\frac{1}{5}) \\
 x &> -5
 \end{aligned}$$

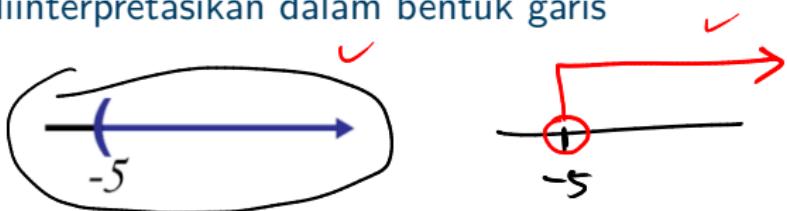
Solusi dari pertidaksamaan

## Jawaban Contoh 1

$$-4, -3, -2, -1, 0, \dots \quad (+\infty)$$

$$\{x : x > -5\}$$

- ▶ Himpunan penyelesaiannya adalah  $\{x : x > -5\}$ , atau
- ▶ Dalam bentuk selang  $(-5, +\infty)$ .
- ▶ Berikut  $(-5, +\infty)$  diinterpretasikan dalam bentuk garis bilangan.



Gambar 10: Grafik selang  $(-5, +\infty)$

## Contoh 2



...  $\leq x <$  ...

Selesaikan pertidaksamaan

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ -5 \leq 2x + 6 < 4 \end{matrix}$$

dan tunjukkan garis bilangan himpunan penyelesaiannya.

## Jawaban Contoh 2

$$\dots \leq (x) < \dots$$

$$\frac{-5}{-5 - 6} \leq \frac{2x + 6}{2x + 6 - 6} < \frac{4}{4 - 6} \quad (\text{dikurangin } 6)$$

$$-11 \leq 2x < -2$$

$$-11/2 \leq \frac{2x}{2} < -2/2 \quad (\text{dibagi } 2 \text{ atau dikali } \frac{1}{2})$$

$$-11/2 \leq x < -1$$

$$-5,5 \leq x < -1 \quad \checkmark$$

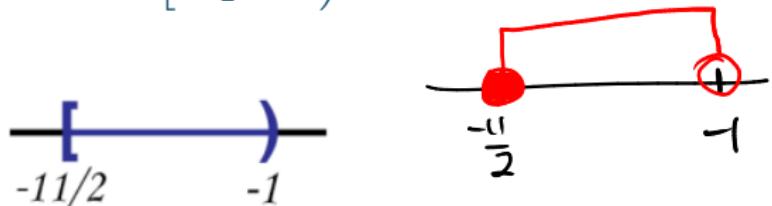
# Jawaban Contoh 2

Himpunan penyelesaiannya adalah

$$\left\{ x : -\frac{11}{2} \leq x < -1 \right\}$$

tertulis  
 tertulis  
 tertulis

atau ditulis dalam bentuk selang  $\left[ -\frac{11}{2}, -1 \right)$  atau dengan garis bilangan



Gambar 11: Grafik selang  $\left[ -\frac{11}{2}, -1 \right)$

## Contoh 3

Selesaikan pertidaksamaan

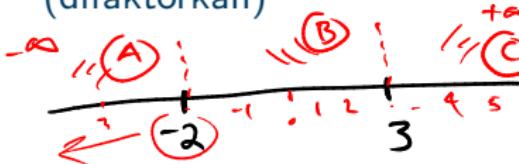
$$x^2 - x < 6$$

## Jawaban Contoh 3

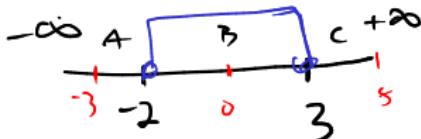
$$ax^2 + bx + c = 0$$

$x^2 - x < 6$   
 $x^2 - x - 6 < 0$  (dikurangi 6)  
 $(x+2)(x-3) < 0$  (difaktorkan)

$x = -2$   
 $x = 3$



- ▶ Dapat dilihat bahwa  $x = -2$  dan  $x = 3$  membagi garis bilangan kedalam tiga selang terbuka yaitu  $(-\infty, -2)$ ,  $(-2, 3)$ , dan  $(3, +\infty)$ .
- ▶ Selanjutnya kita harus mengecek setiap tanda diselang dengan cara diambil satu titik yang berada di tiga selang tersebut.



### Jawaban Contoh 3

$$(x+2)(x-3) < 0.$$

$\leftarrow x < 0$

- (A) ►  $x = -3$  mewakili titik yang berada pada selang  $(-\infty, -2)$
- (B) ►  $x = 0$  mewakili titik yang berada pada selang  $(-2, 3)$
- (C) ►  $x = 5$  mewakili titik yang berada pada selang  $(3, +\infty)$

Test Point (x)	Tanda		
	$(x+2)$	$(x-3)$	$(x+2)(x-3)$
-3	-	-	+
0	+	-	-
5	+	+	+

- Daerah yang memenuhi  $(x+2)(x-3) < 0$  adalah selang  $(-2, 3)$

$(-2, 3)$

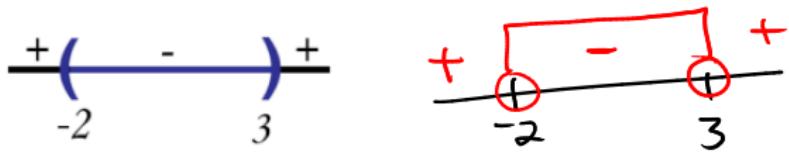
## Jawaban Contoh 3

Himpunan penyelesaiannya adalah

$$\{x : -2 < x < 3\}$$

$$\{x : -2 < x < 3\}$$

atau dalam bentuk selang  $(-2, 3)$  atau dengan garis bilangan



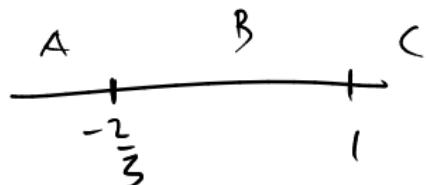
Gambar 12: Grafik selang  $(-2, 3)$  dan tanda di masing-masing daerahnya

## Contoh 4

Selesaikan pertidaksamaan

$$3x^2 - x - 2 \geq 0$$

## Jawaban Contoh 4



$$3x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$(x - 1)(3x + 2) \geq 0 \quad (\text{difaktorkan})$$

$$x = 1 \quad x = -\frac{2}{3}$$

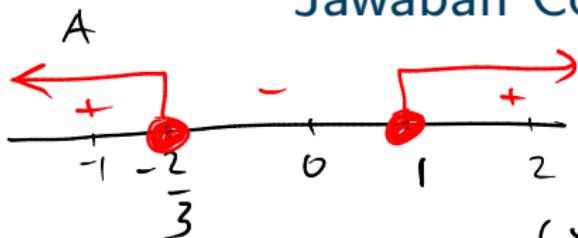
- Dapat dilihat bahwa  $x = -\frac{2}{3}$  dan  $x = 1$  membagi garis bilangan ke dalam tiga selang tertutup yaitu  $(-\infty, -\frac{2}{3}]$ ,  $[-\frac{2}{3}, 1]$ , dan  $[1, +\infty)$ .

B

C

A

## Jawaban Contoh 4



$$(x-1)(3x+2) \geq 0$$

### ► Uji tanda

Test Point (x)	Tanda		
	$(x-1)$	$(3x+2)$	$(x-1)(3x+2)$
-1	-	-	+
0 ✓	-	+	-
2	+	+	+

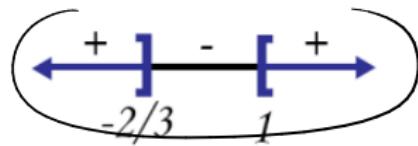


## Jawaban Contoh 4

Himpunan penyelesaiannya adalah

$$\{x : x \leq -\frac{2}{3} \cup x \geq 1\}$$

atau dalam bentuk selang  $\underbrace{(-\infty, -\frac{2}{3}] \cup [1, +\infty)}$  atau dengan garis bilangan



Gambar 13: Grafik selang  $(-\infty, -\frac{2}{3}] \cup [1, +\infty)$  dan tanda di masing-masing daerahnya

## Contoh 5

Selesaikan pertidaksamaan

$$\frac{x - 1}{x + 2} \geq 0$$

$$\frac{x-1}{x+2} > 0$$

$x = 1$

$x = -2$

## Jawaban Contoh 5



- ▶ Perhatikan masing-masing persamaan yang menjadi pembilang dan penyebut saat sama dengan nol.

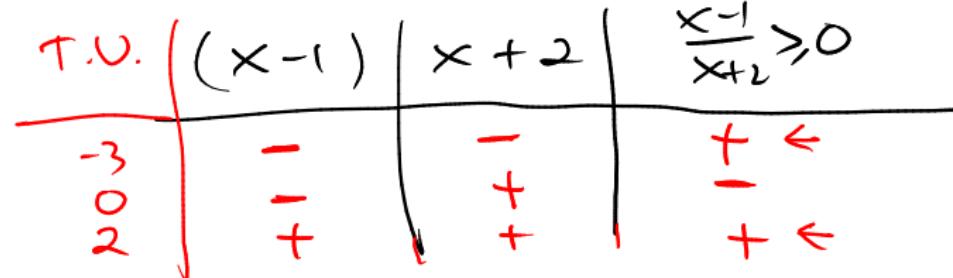
  - ▶ Nilai  $x - 1 = 0$  jika  $x = 1$
  - ▶ Nilai  $x + 2 = 0$  jika  $x = -2$

- ▶  $x = 1$  dan  $x = -2$  menghasilkan 3 selang yaitu  $(-\infty, -2)$ ,  $(-2, 1]$ , dan  $[1, +\infty)$ 
  - ▶ Selang  $(-\infty, -2)$  tidak tertutup di  $x = -2$  karena apabila disubstitusikan  $x = -2$  ke persamaan  $\frac{x-1}{x+2}$  akan membuat penyebutnya bernilai nol.
- ▶ Selanjutnya dilakukan uji tanda



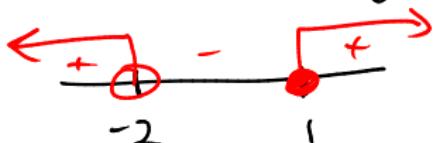
## Jawaban Contoh 5

► Uji tanda



Test Point ( $x$ )	Tanda		
	$(x - 1)$	$(3x + 2)$	$(x - 1)(3x + 2)$
-1	-	-	+
0	-	+	-
2	+	+	+

$$\{x : x < -2 \cup x \geq 1\}$$

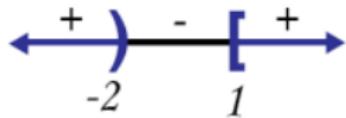


## Jawaban Contoh 5

Himpunan penyelesaiannya adalah

$$\{x : x \leq -2 \cup x \geq 1\}$$

atau dalam bentuk selang  $(-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$  atau dengan garis bilangan



Gambar 14: Grafik selang  $(-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$  dan tanda di masing-masing daerahnya

# Latihan Soal

Selesaikan pertidaksamaan dibawah ini dan sketsakan himpunan penyelesaiannya pada garis koordinat:

1.  $3x - 5 > -7x - 4$
2.  $2(x + 3) < x + 1$
3.  $1 \leq 2 - 3x < 8$
4.  $2x^2 + 3x - 2 \leq 0$
5.  $\frac{2}{x-5} \geq \frac{1}{x+1}$