

MATRIKULASI

MATEMATIKA DASAR

Mifta Nur Farid

Pokok Bahasan

1. Pertidaksamaan Linier

- ▶ Interval ✓
- ▶ Penyelesaian
Pertidaksamaan

2. Fungsi dan Limit

- ▶ Fungsi ✓
- ▶ Limit ✓

3. Trigonometri

4. Turunan

5. Integral

- ▶ Integral Tak Tentu .
- ▶ Integral dengan Substitusi
- ▶ Integral Tentu

6. Posttest Sabtu

Pertidaksamaan

$$5x - 4 = 7 \quad \text{Persamaan}$$

- Pertidaksamaan:

$$5x - 4 > 2x + 3$$

(1)

- Persamaan menggunakan simbol(=)
- Pertidaksamaan menggunakan simbol

Simbol	Arti	Contoh
$(>)$	Lebih dari	$x > 1$: x lebih dari 1
(\geq)	Lebih dari sama dengan	$x \geq -12$: x lebih dari sama dengan -12
$(<)$	Kurang dari	$x < 5$: x kurang dari 5
(\leq)	Kurang dari sama dengan	$x \leq 13$: x kurang dari sama dengan 13

► Penyelesaian persamaan

$$\begin{aligned} 5x - 4 &= 2x + 3 \\ \underline{5x - 2x} &= \underline{3 + 4} \quad \leftarrow \\ 3x &= 7 \\ x &= \frac{7}{3} \end{aligned}$$

interval

► Penyelesaian pertidaksamaan: rentang atau nilai variabel yang tidak diketahui yang memenuhi pertidaksamaan

- ▶ Himpunan penyelesaian suatu pertidaksamaan dinyatakan dalam notasi himpunan atau bentuk selang atau *interval*
- ▶ Jenis-jenis selang
 1. Selang berhingga dan tertutup ✓
 2. Selang berhingga dan terbuka
 3. Selang berhingga dan setengah terbuka atau setengah tertutup
 4. Selang tak hingga dan tertutup
 5. Selang tak hingga dan terbuka
 6. Selang tak hingga, terbuka, dan tertutup

② Selang berhingga dan tertutup

$$[3, 7]$$

$$\geq$$

$$\leq$$

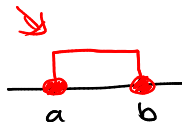
► Notasi: $[a, b]$

► Dinyatakan dalam notasi himpunan:

$$\{x : a \leq x \leq b\}$$

(2)

► Grafik selang:



Gambar 1: Grafik selang $[a, b]$

$[3,7]$ 3,4,5,6,7

② Selang berhingga dan terbuka

(a, b) $(3, 7)$

► Notasi: (a, b)

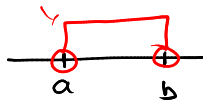
► Dinyatakan dalam notasi himpunan:

$$\{x : a < \cancel{x} < b\}$$

\sim

(3)

► Grafik selang:



Gambar 2: Grafik selang (a, b)

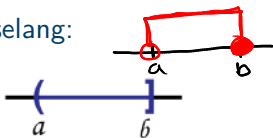
Selang berhingga dan setengah terbuka atau setengah tertutup

- $(a, b]$ tertutup
- ▶ Notasi: $(a, b]$ atau $[a, b)$
- ▶ Notasi himpunan: \leftarrow terbuka \rightarrow tertutup \leftarrow terbuka

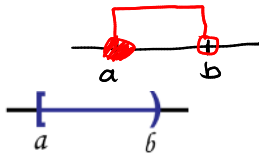
Jika notasi $(a, b]$, maka notasi himpunan $\{x : a < \times \leq b\}$

Jika notasi $[a, b)$, maka notasi himpunan $\{x : a \leq \times < b\}$

- ▶ Grafik selang:



Gambar 3: Grafik selang $(a, b]$



Gambar 4: Grafik selang $[a, b)$

(4)

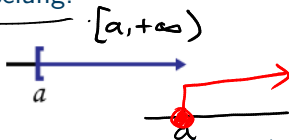
Selang tak hingga dan tertutup

- ▶ Notasi: $[a, +\infty)$ atau $(-\infty, b]$
- ▶ Notasi himpunan: $\{x : x \geq a\}$ atau $\{x : x \leq b\}$

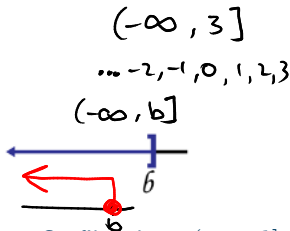
Jika notasi $[a, +\infty)$, maka notasi himpunan $\{x : x \geq a\}$

Jika notasi $(-\infty, b]$, maka notasi himpunan $\{x : x \leq b\}$

- ▶ Grafik selang:



Gambar 5: Grafik selang $[a, +\infty)$



Gambar 6: Grafik selang $(-\infty, b]$

⑤ Selang tak hingga dan terbuka

► Notasi: $(a, +\infty)$ atau $(-\infty, b)$

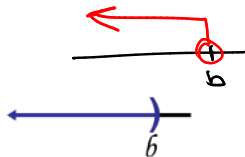
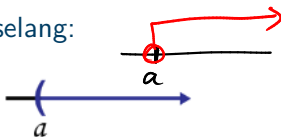
► Notasi himpunan:

\gg
 \ll

Jika notasi $(a, +\infty)$, maka notasi himpunan $\{x : x > a\}$

Jika notasi $(-\infty, b)$, maka notasi himpunan $\{x : x < b\}$

► Grafik selang:



Gambar 7: Grafik selang $(a, +\infty)$

Gambar 8: Grafik selang $(-\infty, b)$

⑥ Selang tak hingga

► Notasi: $(-\infty, +\infty)$

► Notasi himpunan:

$\{x : x \in \mathcal{R}\}$

Bil. Real

► Grafik selang:



Gambar 9: Grafik selang $(-\infty, +\infty)$

Contoh 1

①

Selesaikan pertidaksamaan

$$-5x - 10 < 15$$

① Interval

② himpunan penyelesaiannya

dan tunjukkan garis bilangan himpunan penyelesaiannya.

Jawaban Contoh 1

$$x < \dots$$

$$-5x - 10 < 15$$

$$-5x - 10 + 10 < 15 + 10$$

(kedua ruas ditambah 10)

$$-5x < 25$$

$$\frac{-5x}{-5} > \frac{25}{-5}$$

(kedua ruas dikali dengan $-\frac{1}{5}$)

$$x > -5$$

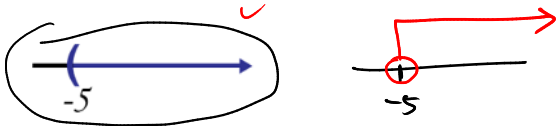
← Solusi dari pertidaksamaan

Jawaban Contoh 1

$$-4, -3, -2, -1, 0, \dots \quad (+\infty)$$

$$\{x : x > -5\}$$

- Himpunan penyelesaiannya adalah $\{x : x(>)-5\}$, atau
- Dalam bentuk selang $(-5, +\infty)$.
- Berikut $(-5, +\infty)$ diinterpretasikan dalam bentuk garis bilangan.



Gambar 10: Grafik selang $(-5, +\infty)$

Contoh 2

A hand-drawn oval containing the mathematical expression $\dots \leq x < \dots$, representing a compound inequality.

Selesaikan pertidaksamaan

$$\begin{array}{ccc} & \downarrow & \downarrow \\ -5 & \leq & 2x + 6 < & 4 \end{array}$$

dan tunjukkan garis bilangan himpunan penyelesaiannya.

Jawaban Contoh 2

$$\dots \leq (\times) < \dots$$

$$\begin{array}{rclcl} -5 & \leq & 2x + 6 & < & 4 \\ -5 \cancel{- 6} & \leq & 2x + 6 \cancel{- 6} & < & 4 \cancel{- 6} \quad (\text{dikurangi 6}) \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl} -11 & \leq & 2x & < & -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl} -11/2 & \leq & 2x/2 & < & -2/2 \quad (\text{dibagi 2 atau dikali } \frac{1}{2}) \end{array}$$

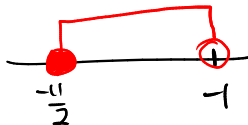
$$\begin{array}{rclcl} -11/2 & \leq & x & < & -1 \end{array}$$

$$-5,5 \leq x < -1 \quad \checkmark$$

Himpunan penyelesaiannya adalah *tertutup* *terbuka*

$$\left\{ x : -\frac{11}{2} \leq x \leq -1 \right\}$$

atau ditulis dalam bentuk selang $\left[-\frac{11}{2}, -1\right]$ atau dengan garis bilangan



Gambar 11: Grafik selang $\left[-\frac{11}{2}, -1\right]$

Contoh 3

Selesaikan pertidaksamaan

$$x^2 - x < 6$$

Jawaban Contoh 3

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 - x < 6$$

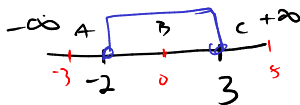
$$x^2 - x - 6 < 6 - 6$$

$$(x + 2)(x - 3) < 0$$

$x = -2$
 $x = 3$



- Dapat dilihat bahwa $x = -2$ dan $x = 3$ membagi garis bilangan kedalam tiga selang terbuka yaitu $(-\infty, -2)$, $(-2, 3)$, dan $(3, +\infty)$.
- Selanjutnya kita harus mengecek setiap tanda diselang dengan cara diambil satu titik yang berada di tiga selang tersebut.



Jawaban Contoh 3

$$(x+2)(x-3) < 0$$

$$x < 0$$

- (A) ➤ $x = -3$ mewakili titik yang berada pada selang $(-\infty, -2)$
- (B) ➤ $x = 0$ mewakili titik yang berada pada selang $(-2, 3)$
- (C) ➤ $x = 5$ mewakili titik yang berada pada selang $(3, +\infty)$

Test Point (x)	Tanda		
	$(x+2)$	$(x-3)$	$(x+2)(x-3)$
-3	-	-	+
0	+	-	-
5	+	+	+

- Daerah yang memenuhi $(x+2)(x-3) < 0$ adalah selang $(-2, 3)$

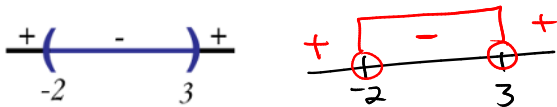
$$(-2, 3)$$

Jawaban Contoh 3

Himpunan penyelesaiannya adalah $\{x : -2 < x < 3\}$

$$\{x : -2 < x < 3\}$$

atau dalam bentuk selang $(-2, 3)$ atau dengan garis bilangan



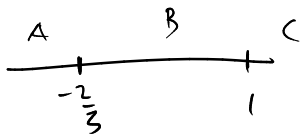
Gambar 12: Grafik selang $(-2, 3)$ dan tanda di masing-masing daerahnya

Contoh 4

Selesaikan pertidaksamaan

$$3x^2 - x - 2 \geq 0$$

Jawaban Contoh 4



$$3x^2 - x - 2 \geq 0$$

$$(x - 1)(3x + 2) \geq 0$$

(difaktorkan)

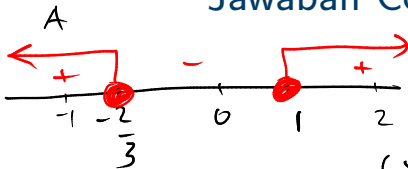
$$x = 1 \quad x = -\frac{2}{3}$$

- Dapat dilihat bahwa $x = -\frac{2}{3}$ dan $x = 1$ membagi garis bilangan ke dalam tiga selang tertutup yaitu $(-\infty, -\frac{2}{3}]$, $[-\frac{2}{3}, 1]$, dan $[1, +\infty)$.

B

C

Jawaban Contoh 4



$$(x-1)(3x+2) \geq 0$$

► Uji tanda

Test Point (x)	Tanda		
	$(x-1)$	$(3x+2)$	$(x-1)(3x+2)$
-1	-	-	+
0 ✓	-	+	-
2	+	+	+

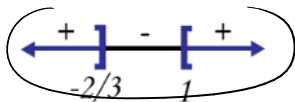


Jawaban Contoh 4

Himpunan penyelesaiannya adalah

$$\{x : x \leq -\frac{2}{3} \cup x \geq 1\}$$

atau dalam bentuk selang $\underbrace{\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right] \cup [1, +\infty)}$ atau dengan garis bilangan



Gambar 13: Grafik selang $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right] \cup [1, +\infty)$ dan tanda di masing-masing daerahnya

Contoh 5

Selesaikan pertidaksamaan

$$\frac{x-1}{x+2} \geq 0$$

$$\frac{x-1}{x+2} \geq 0$$

$x = 1$ (indicated by an arrow pointing to the numerator)
 $x = -2$ (indicated by an arrow pointing to the denominator)

Jawaban Contoh 5



- ▶ Perhatikan masing-masing persamaan yang menjadi pembilang dan penyebut saat sama dengan nol.

- ▶ Nilai $x - 1 = 0$ jika $x = 1$
- ▶ Nilai $x + 2 = 0$ jika $x = -2$

- ▶ $x = 1$ dan $x = -2$ menghasilkan 3 selang yaitu $(-\infty, -2)$, $(-2, 1]$, dan $[1, +\infty)$

- ▶ Selang $(-\infty, -2)$ tidak tertutup di $x = -2$ karena apabila disubstitusikan $x = -2$ ke persamaan $\frac{x-1}{x+2}$ akan membuat penyebutnya bernilai nol.

- ▶ Selanjutnya dilakukan uji tanda

terbuka

terbuka



Jawaban Contoh 5

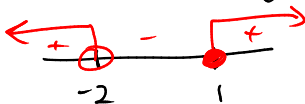
T.U. $\left| (x-1) \right| x+2 \left| \frac{x-1}{x+2} \geq 0 \right.$

-3	-	-	+	←
0	-	+	-	
2	+	+	+	←

► Uji tanda

Test Point	Tanda		
(x)	(x-1)	(3x+2)	(x-1)(3x+2)
-1	-	-	+
0	-	+	-
2	+	+	+

$$\{x : x < -2 \cup x \geq 1\}$$

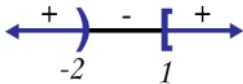


Jawaban Contoh 5

Himpunan penyelesaiannya adalah

$$\{x : x \leq -2 \cup x \geq 1\}$$

atau dalam bentuk selang $(-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$ atau dengan garis bilangan



Gambar 14: Grafik selang $(-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$ dan tanda di masing-masing daerahnya

Selesaikan pertidaksamaan dibawah ini dan sketsakan himpunan penyelesaiannya pada garis koordinat:

1. $3x - 5 > -7x - 4$

2. $2(x + 3) < x + 1$

3. $1 \leq 2 - 3x < 8$

4. $2x^2 + 3x - 2 \leq 0$

5. $\frac{2}{x-5} \geq \frac{1}{x+1}$