
BAB I

PANGKAT, AKAR, DAN LOGARITMA

1.1 Pangkat Rasional

- 1) Pangkat negatif dan nol

Jika a adalah bilangan real yang tak nol, maka:

a) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ atau $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$

b) $a^0 = 1$

- 2) Sifat-Sifat Pangkat

Jika a dan b bilangan real serta n, p, q bilangan bulat positif, maka berlaku:

a) $a^p \times a^q = a^{p+q}$

d) $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

b) $a^p : a^q = a^{p-q}$

e) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

c) $(a^p)^q = a^{pq}$

1.2 Bentuk Akar

- 1) Definisi bentuk Akar

Jika a bilangan real serta m, n bilangan bulat positif, maka berlaku:

a) $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

b) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

- 2) Operasi Aljabar Bentuk Akar

Jika a, b , dan c adalah bilangan positif, maka berlaku hubungan:

a) $a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a + b)\sqrt{c}$

b) $a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a - b)\sqrt{c}$

c) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

d) $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{(a + b) + 2\sqrt{ab}}$

$$e) \sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{(a+b) - 2\sqrt{ab}}$$

3) Merasionalkan penyebut

Untuk setiap pecahan yang penyebutnya mengandung bilangan irrasional (bilangan yang tidak dapat diakar), dapat dirasionalkan penyebutnya dengan kaidah-kaidah sebagai berikut:

$$a) \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

$$b) \frac{c}{a+\sqrt{b}} = \frac{c}{a+\sqrt{b}} \times \frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} = \frac{c(a-\sqrt{b})}{a^2-b}$$

$$c) \frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{c}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$$

1.3 Logaritma

a) Pengertian logaritma

Logaritma merupakan invers (kebalikan) dari perpangkatan.

Berikut adalah konsep matematis dari logaritma. Jika $a > 0$ dan $g > 0, g \neq 1$, maka: $\log_g a = x$ jika dan hanya jika $g^x = a$.

Ingat kembali dalam pelajaran “Logika Matematika” bahwa frase “Jika dan hanya jika” memiliki arti berlaku secara bolak-balik, sehingga pengertian diatas bisa ditulis kembali dengan:

(1) apabila $\log_g a = x$, maka berlaku $a = g^x$; dan

(2) apabila $a = g^x$, maka berlaku $\log_g a = x$.

b) Adapun sifat-sifat dari logaritma adalah sebagai berikut:

$$(1) \log_g (a \times b) = \log_g a + \log_g b$$

$$(5) \log_g a = \frac{1}{\log_a g}$$

$$(2) \log_g \left(\frac{a}{b} \right) = \log_g a - \log_g b$$

$$(6) \log_g a \times \log_a b = \log_g b$$

$$(3) \log_g a^n = n \log_g a$$

$$(7) \log_{g^n} a^m = \frac{m}{n} \log_g a$$

$$(4) \log_g a = \frac{p \log a}{p \log q}$$

$$(8) g^{\log_g a} = a$$

LATIHAN SOAL BAB 1

1. UN 2011 PAKET 12

Bentuk sederhana dari $\frac{7x^3y^{-4}z^{-6}}{84x^{-7}y^{-1}z^{-4}} = \dots$

2. UN 2011 PAKET 46

Bentuk sederhana dari $\frac{24a^{-7}b^{-2}c}{6a^{-2}b^{-3}c^{-6}} = \dots$

3. UN 2010 PAKET A

Bentuk sederhana dari $\left(\frac{27a^{-5}b^{-3}}{3^5a^{-7}b^{-5}}\right)^{-1}$ adalah \dots

4. UN 2010 PAKET B

Bentuk sederhana dari $\frac{(5a^3b^{-2})^4}{(5a^{-4}b^{-5})^{-2}}$ adalah \dots

5. EBTANAS 2002

Diketahui $a = 2 + \sqrt{5}$ dan $b = 2 - \sqrt{5}$. Nilai dari $a^2 - b^2 = \dots$

6. UN 2011 PAKET 12

Bentuk sederhana dari $\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{\sqrt{5}-3\sqrt{3}} = \dots$

7. UN 2011 PAKET 46

Bentuk sederhana dari $\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{\sqrt{3}-6\sqrt{2}} = \dots$

8. UN 2010 PAKET A

Bentuk sederhana dari $\frac{4(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{5})} = \dots$

9. UN 2010 PAKET B

Bentuk sederhana dari $\frac{6(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}{2+\sqrt{6}} = \dots$

10. UN 2008 PAKET A/B

Hasil dari $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3}$ adalah \dots

11. UN 2007 PAKET A

Bentuk sederhana dari

$\sqrt{8} + \sqrt{75} - (\sqrt{32} + \sqrt{243})$ adalah \dots

12. UN 2007 PAKET B

Bentuk sederhana dari $(3\sqrt{2} - 4\sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \dots$

13. UN 2006

Bentuk sederhana dari $\frac{24}{3-\sqrt{7}}$ adalah \dots

14. EBTANAS 2002

Diketahui $a = 9$; $b = 16$; dan $c = 36$. Nilai dari $\sqrt{\left(a^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{2}} \cdot c\right)^3} = \dots$

15. UN 2010 PAKET A

Nilai dari $\frac{\log_3 \sqrt{6}}{(\log_3 18)^2 - (\log_3 2)^2} = \dots$

16. UN 2010 PAKET B

Nilai dari $\frac{\log_{27} 9 + \log_2 3 \cdot \log_{\sqrt{3}} 4}{\log_3 2 - \log_3 18} = \dots$

17. UN 2008 PAKET A/B

Jika $\log_7 2 = a$ dan $\log_2 3 = b$, maka $\log_6 14 = \dots$

TUGAS 1

Menggunakan aturan pangkat dan akar untuk menyederhanakan bentuk aljabar.

1. Bentuk sederhana dari $\frac{36x^2y^2}{15ab} \cdot \frac{5b(ab)^2}{24x^3y^2}$ adalah ...
2. Bentuk sederhana dari $\frac{(-2a)^3(2a)^{\frac{2}{3}}}{(16a^4)^{\frac{1}{3}}} = \dots$
3. Hasil dari $\left(\frac{2a^2}{c^{-1}}\right)^4 \cdot \frac{b}{a^2} : 8a^6c^3 = \dots$
4. Bentuk sederhana dari $\frac{\sqrt[3]{a^4 \sqrt[3]{a\sqrt{a}}}}{\sqrt{a^3 \sqrt{a}}}$ adalah ...
5. Bentuk sederhana dari $\frac{(a+b)^{-1}(a^{-2}-b^{-2})}{(a^{-1}+b^{-1})(ab^{-1}-a^{-1}b)}$ adalah ...
6. Dalam bentuk pangkat positif dan bentuk akar $\frac{x^{-1}-y^{-1}}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}} = \dots$
7. Dalam bentuk pangkat positif $\left(\frac{x^{-1}+y^{-1}}{x^{-1}-y^{-1}}\right)^{-1} = \dots$
8. Bentuk sederhana dari $\left(\frac{1}{1+p}\right)^5 \left(\frac{1}{1-p}\right)^{-7} \left(\frac{p-1}{1+p}\right)^{-6} = \dots$
9. Diketahui $p = (x^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}})$ dan $q = (x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})(x - x^{\frac{1}{3}})$, maka $\frac{p}{q} = \dots$
10. Bentuk sederhana dari $\frac{ab^{-1}-a^{-1}b}{b^{-1}-a^{-1}} \times \frac{ab^{-1}-a^{-1}b}{a^{-1}+b^{-1}}$ adalah ...
11. Jika diketahui $\log_3 5 = m$ dan $\log_7 5 = n$, maka $\log_{35} 15 = \dots$
12. Nilai dari $\log_r \frac{1}{p^5} \cdot \log_q \frac{1}{r^3} \cdot \log_p \frac{1}{q} = \dots$
13. Diketahui $\log_2 5 = x$ dan $\log_2 3 = y$. Nilai $\log_2 300^{\frac{3}{4}} = \dots$

2.1 Teorema dan Akar Rasional Suku Banyak

1. Teorema Sisa

Misalkan $F(x)$, $H(x)$, dan $S(x)$ adalah suatu fungsi, dengan $H(x)$ adalah hasil pembagian dari fungsi $F(x)$ dan $S(x)$ adalah sisa pembagian dari fungsi $F(x)$, perhatikanlah uraian berikut ini.

- 1) Jika $F(x) = (x - b) \cdot H(x) + S$, maka $S = F(b)$;
- 2) Jika $F(x) = (ax - b) \cdot H(x) + S$, maka $S = F(\frac{b}{a})$;
- 3) Jika $F(x)$ dibagi oleh $[(x - a)(x - b)]$, maka sisanya adalah $px + q$ dengan $f(a) = pa + q$ dan $f(b) = pb + q$.

2. Teorema Faktor

$(x - b)$ adalah faktor dari $f(x)$ bila $S = f(b) = 0$

3. Akar Rasional Persamaan Suku Banyak

Bentuk umum : $ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \dots + d = 0$.

Akar-akarnya adalah x_1, x_2, \dots, x_n .

- 1) $x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\frac{b}{a}$
- 2) $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n = \frac{d}{a}$ (bila berderajat genap)
- 3) $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n = -\frac{d}{a}$ (bila berderajat ganjil)
- 4) $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 + \dots = \frac{c}{a}$

LATIHAN SOAL BAB 2

1. UN 2011 PAKET 12

Diketahui suku banyak $P(x) = 2x^4 + ax^3 - 3x^2 + 5x + b$. Jika $P(x)$ dibagi $(x - 1)$ sisa 11, dibagi $(x + 1)$ sisa -1, maka nilai $(2a + b) = \dots$

2. UN 2011 PAKET 46

Diketahui suku banyak $f(x) = ax^3 + 2x^2 + bx + 5$, $a \neq 0$ dibagi oleh $(x + 1)$ sisanya 4 dan dibagi oleh $(2x - 1)$ sisanya juga 4. Nilai dari $a + 2b$ adalah \dots

3. UN 2011 PAKET 12

Diketahui $(x-2)$ dan $(x-1)$ adalah faktor-faktor suku banyak $P(x) = x^3 + ax^2 - 13x + b$.
 Jika akar-akar persamaan suku banyak tersebut adalah x_1, x_2, x_3 , untuk $x_1 > x_2 > x_3$
 maka nilai $x_1 - x_2 - x_3 = \dots$

4. UN 2011 PAKET 46

Faktor-faktor persamaan suku banyak $x^3 + px^2 - 3x + q = 0$ adalah $(x + 2)$ dan $(x - 3)$.
 Jika x_1, x_2, x_3 adalah akar-akar persamaan suku banyak tersebut, maka nilai $x_1 + x_2 + x_3$
 $= \dots$.

5. UN 2010 PAKET A

Diketahui $(x - 2)$ adalah faktor suku banyak $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 2$. Jika $f(x)$ dibagi
 $(x + 3)$, maka sisa pembagiannya adalah -50 . nilai $(a + b) = \dots$

6. UN 2010 PAKET B

Suku banyak $2x^3 + ax^2 + bx + 2$ dibagi $(x + 1)$ sisanya 6, dan dibagi $(x - 2)$ sisanya 24.
 Nilai $2a - b = \dots$

7. UN 2009 PAKET A/B

Suku banyak $f(x)$ jika dibagi $(x - 1)$ bersisa 4 dan bila dibagi $(x + 3)$ bersisa -5 . Suku
 banyak $g(x)$ jika dibagi $(x - 1)$ bersisa 2 dan bila dibagi $(x + 3)$ bersisa 4. Jika $h(x) = f(x)$
 $\cdot g(x)$, maka sisa pembagian $h(x)$ oleh $(x^2 + 2x - 3)$ adalah \dots

8. UN 2008 PAKET A/B

Salah satu faktor suku banyak $P(x) = x^3 - 11x^2 + 30x - 8$ adalah \dots

9. UN 2007 PAKET A

Suku banyak $f(x)$ dibagi $(x + 1)$ sisanya 10 dan jika dibagi $(2x - 3)$ sisanya 5. Jika suku
 banyak $f(x)$ dibagi $(2x^2 - x - 3)$, sisanya adalah \dots

10. UN 2007 PAKET B

Sisa pembagian suku banyak $f(x)$ oleh $(x + 2)$ adalah 4, jika suku banyak tersebut
 dibagi $(2x - 1)$ sisanya 6. Sisa pembagian suku banyak tersebut oleh $2x^2 + 3x - 2$
 adalah \dots

11. UN 2006

Akar-akar persamaan $x^3 - x^2 + ax + 72 = 0$ adalah x_1, x_2 , dan x_3 . Jika salah satu akarnya
 adalah 3 dan $x_1 < x_2 < x_3$, maka $x_1 - x_2 - x_3 = \dots$

12. UN 2005

Sisa pembagian suku banyak $(x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 1)$ oleh $(x^2 - x - 2)$ adalah \dots

13. UN 2004

Suku banyak $x^4 - 2x^3 - 3x - 7$ dibagi dengan $(x - 3)(x + 1)$, sisanya adalah \dots

14. UAN 2003

Suatu suku banyak $F(x)$ dibagi $(x - 2)$ sisanya 5 dan $(x + 2)$ adalah faktor dari $F(x)$.

Jika $F(x)$ dibagi $x^2 - 4$, sisanya adalah ...

15. EBTANAS 2002

Suku banyak $f(x)$ dibagi $2x - 1$ sisanya 7 dan $x^2 + 2x - 3$ adalah faktor dari $f(x)$. Sisa pembagian $f(x)$ oleh $2x^2 + 5x - 3$ adalah ...

TUGAS 2

Menggunakan aturan teorema sisa atau teorema faktor

1. Diketahui suku banyak $P(x) = 2x^4 + ax^3 - 3x^2 + 5x + b$. Jika $P(x)$ dibagi $(x - 1)$ sisa 11, dibagi $(x + 1)$ sisa -1 , maka nilai $(2a + b) = \dots$
2. Diketahui suku banyak $f(x) = ax^3 + 2x^2 + bx + 5$, $a \neq 0$ dibagi oleh $(x + 1)$ sisanya 4 dan dibagi oleh $(2x - 1)$ sisanya juga 4. Nilai dari $a + 2b$ adalah \dots
3. Sukubanyak $3x^3 + 5x + ax + b$ jika dibagi $(x + 1)$ mempunyai sisa 1 dan jika dibagi $(x - 2)$ mempunyai sisa 43. Nilai dari $a + b = \dots$
4. Suku banyak $(2x^3 + ax^2 - bx + 3)$ dibagi oleh $(x^2 - 4)$ bersisa $(x + 23)$. Nilai $a + b = \dots$
5. Diketahui $(x - 2)$ adalah faktor suku banyak $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 2$. Jika $f(x)$ dibagi $(x + 3)$, maka sisa pembagiannya adalah -50 . Nilai $(a + b) = \dots$
6. Diketahui $(x - 2)$ dan $(x - 1)$ adalah factor-factor suku banyak $P(x) = x^3 + ax^2 - 13x + b$. Jika akar-akar persamaan suku banyak tersebut adalah x_1, x_2, x_3 , untuk $x_1 > x_2 > x_3$ maka nilai $x_1 - x_2 - x_3 = \dots$
7. Akar-akar persamaan $x^3 - x^2 + ax + 72 = 0$ adalah x_1, x_2 , dan x_3 . Jika salah satu akarnya adalah 3 dan $x_1 < x_2 < x_3$, maka $x_1 - x_2 - x_3 = \dots$
8. Sisa pembagian suku banyak $(x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 1)$ oleh $(x^2 - x - 2)$ adalah \dots
9. Suku banyak $x^4 - 2x^3 - 3x - 7$ dibagi dengan $(x - 3)(x + 1)$, sisanya adalah \dots
10. Suatu suku banyak $F(x)$ dibagi $(x - 2)$ sisanya 5 dan $(x + 2)$ adalah faktor dari $F(x)$. Jika $F(x)$ dibagi $x^2 - 4$, sisanya adalah \dots

BAB III

FUNGSI KUADRAT

3.1. Persamaan Kuadrat

- 1) Bentuk umum persamaan kuadrat : $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$
- 2) Nilai diskriminan persamaan kuadrat : $D = b^2 - 4ac$
- 3) Akar-akar persamaan kuadrat dapat dicari dengan memfaktorkan ataupun dengan

rumus: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

- 4) Pengaruh determinan terhadap sifat akar:
 - a) Bila $D > 0$, maka persamaan kuadrat memiliki 2 akar real yang berbeda
 - b) Bila $D = 0$, maka persamaan kuadrat memiliki 2 akar real yang kembar dan rasional
 - c) Bila $D < 0$, maka akar persamaan kuadrat imajiner (tidak memiliki akar-akar)
- 5) Jumlah, selisih dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat

Jika x_1 , dan x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, maka:

- a) Jumlah akar-akar persamaan kuadrat : $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
- b) Selisih akar-akar persamaan kuadrat : $x_1 - x_2 = \left| \frac{\sqrt{D}}{a} \right|, x_1 > x_2$
- c) Hasil kali akar-akar persamaan kuadrat : $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- d) Beberapa rumus yang biasa digunakan saat menentukan jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat
 - a. $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2(x_1 \cdot x_2)$
 - b. $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 - 3(x_1 \cdot x_2)(x_1 + x_2)$

Catatan:

Jika koefisien a dari persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, bernilai 1, maka

1. $x_1 + x_2 = -b$
2. $x_1 - x_2 = \sqrt{D}$
3. $x_1 \cdot x_2 = c$

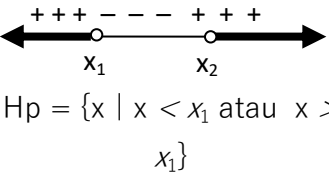
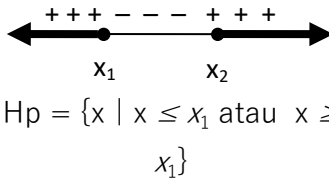
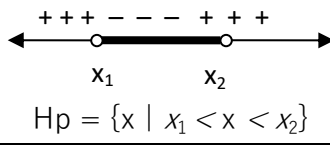
3.2 Pertidaksamaan Kuadrat

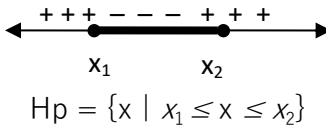
Bentuk BAKU pertidaksamaan kuadrat adalah

$$ax^2 + bx + c \leq 0, ax^2 + bx + c \geq 0, ax^2 + bx + c < 0, \text{ dan } ax^2 + bx + c > 0$$

Adapun langkah penyelesaian Pertidaksamaan kuadrat adalah sebagai berikut:

1. Ubah bentuk pertidaksamaan ke dalam bentuk baku (jika bentuknya belum baku)
2. Cari nilai pembentuk nolnya yaitu x_1 dan x_2 (cari nilai akar-akar persamaan kuadratnya)
3. Simpulkan daerah himpunan penyelesaiannya:

No	Pertidaksamaan	Daerah HP penyelesaian	Keterangan
a	$>$	 $H_p = \{x \mid x < x_1 \text{ atau } x > x_2\}$	<ul style="list-style-type: none">• Daerah HP (tebal) ada di tepi, menggunakan kata hubung atau
b	\geq	 $H_p = \{x \mid x \leq x_1 \text{ atau } x \geq x_2\}$	<ul style="list-style-type: none">• x_1, x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$
c	$<$	 $H_p = \{x \mid x_1 < x < x_2\}$	<ul style="list-style-type: none">• Daerah HP (tebal) ada

d	\leq	 $H_p = \{x \mid x_1 \leq x \leq x_2\}$	<p>tengah</p> <ul style="list-style-type: none"> x_1, x_2 adalah akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$
---	--------	--	--

3.3 Menyusun Persamaan Kuadrat Baru

Jika diketahui x_1 dan x_2 adalah akar-akar dari persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, maka persamaan kuadrat baru dengan akar-akar α dan β , dapat dicari dengan persamaan sebagai berikut:

$$x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

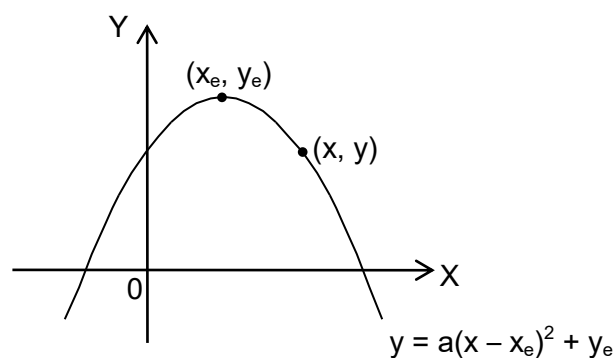
catatan :

Pada saat menggunakan rumus ini harus Anda harus hafal rumus :

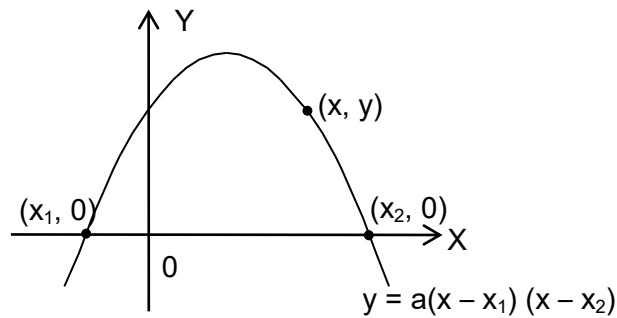
- $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
- $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

3.4 Menentukan persamaan grafik fungsi kuadrat

- Grafik fungsi kuadrat yang melalui titik balik (x_e, y_e) dan sebuah titik tertentu (x, y) :

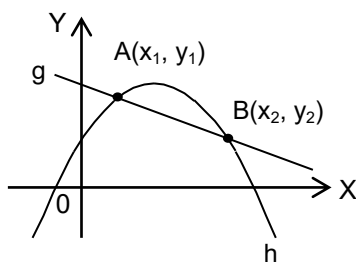


2. Grafik fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di dua titik $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$, dan melalui sebuah titik tertentu (x, y) :

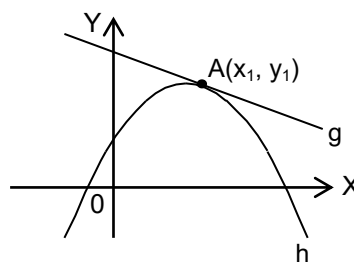


3.5 Kedudukan Garis Terhadap Kurva Parabola

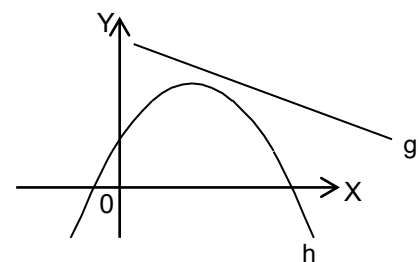
Kedudukan garis $g : y = mx + n$ dan parabola $h : y = ax^2 + bx + c$ ada tiga kemungkinan seperti pada gambar berikut ini.



g memotong h di dua titik



g menyinggung h



g tidak memotong dan tidak menyinggung h

TEOREMA

Dimisalkan garis $g : y = mx + n$ dan parabola $h : y = ax^2 + bx + c$.

Apabila persamaan garis g disubstitusikan ke persamaan parabola h , maka akan diperoleh sebuah persamaan kuadrat baru yaitu:

$$y_h = y_g$$

$$ax^2 + bx + c = mx + n$$

$$ax^2 + bx - mx + c - n = 0$$

$$ax^2 + (b - m)x + (c - n) = 0 \dots \dots \dots \text{Persamaan kuadrat baru}$$

Determinan dari persamaan kuadrat baru tersebut adalah:

$$D = (b - m)^2 - 4a(c - n)$$

Dengan melihat nilai deskriminan persamaan kuadrat baru tersebut akan dapat diketahui kedudukan garis g terhadap parabola h tanpa harus digambar grafiknya terlebih dahulu yaitu:

1. Jika $D > 0$, maka persamaan kuadrat memiliki dua akar real, sehingga garis g memotong parabola h di dua titik berlainan
2. Jika $D = 0$, maka persamaan kuadrat memiliki dua akar yang kembar, sehingga garis g menyinggung parabola h
3. Jika $D < 0$, maka persamaan kuadrat tidak memiliki akar real, sehingga garis g tidak memotong ataupun menyinggung parabola h .

LATIHAN SOAL BAB 3

1. UN 2010 PAKET A/ UN 2011 PAKET 12
Akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + mx + 16 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$ dan α, β positif maka nilai $m = \dots$
2. UN 2009 PAKET A/B, UN 2010 PAKET B
Akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + (a - 1)x + 2 = 0$ adalah α dan β . Jika $\alpha = 2\beta$ dan $a > 0$ maka nilai $a = \dots$
3. UAN 2003
Jika akar-akar persamaan kuadrat $3x^2 + 5x + 1 = 0$ adalah α dan β , maka nilai $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}$ sama dengan \dots
4. UAN 2003
Persamaan kuadrat $(k + 2)x^2 - (2k - 1)x + k - 1 = 0$ mempunyai akar-akar nyata dan sama. Jumlah kedua akar persamaan tersebut adalah \dots
5. UN 2011 PAKET 12
Grafik $y = px^2 + (p + 2)x - p + 4$, memotong sumbu X di dua titik. Batas-batas nilai p yang memenuhi adalah \dots
6. UN 2011 PAKET 46
Grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + 2\sqrt{2}x + (a - 1)$, $a \neq 0$ memotong sumbu X di dua

titik berbeda. Batas-batas nilai a yang memenuhi adalah ...

7. UN 2011 PAKET 12

akar-akar persamaan kuadrat $3x^2 - 12x + 2 = 0$ adalah α dan β . Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(\alpha + 2)$ dan $(\beta + 2)$ adalah ...

8. UN 2011 PAKET 46

Persamaan kuadrat $x^2 - 3x - 2 = 0$ akar-akarnya x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(3x_1 + 1)$ dan $(3x_2 + 1)$ adalah ...

9. UN 2010 PAKET A/B

Jika p dan q adalah akar-akar persamaan $x^2 - 5x - 1 = 0$, maka persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(2p + 1)$ dan $(2q + 1)$ adalah ...

10. UN 2009 PAKET A/B

akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + 3x - 2 = 0$ adalah α dan β . Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $\frac{\alpha}{\beta}$ dan $\frac{\beta}{\alpha}$ adalah ...

11. UN 2007 PAKET A

Jika x_1 dan x_2 adalah akar-akar persamaan $x^2 - x + 2 = 0$, persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $2x_1 - 2$ dan $2x_2 - 2$ adalah ...

12. UN 2007 PAKET B

Persamaan kuadrat $2x^2 + 3x - 5 = 0$, mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 . Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $(2x_1 - 3)$ dan $(2x_2 - 3)$ adalah ...

13. UN 2005

Diketahui akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 4x + 1 = 0$ adalah α dan β . Persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya $\frac{\alpha}{\beta}$ dan $\frac{\beta}{\alpha}$ adalah ...

14. UN 2004

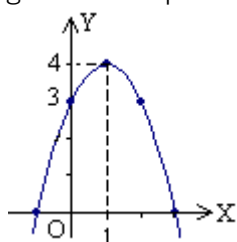
Persamaan kuadrat yang akar-akarnya -2 dan $\frac{1}{2}$ adalah ...

15. UN 2008 PAKET A/B

Persamaan grafik fungsi kuadrat yang melalui titik $A(1, 0)$, $B(3, 0)$, dan $C(0, -6)$ adalah ...

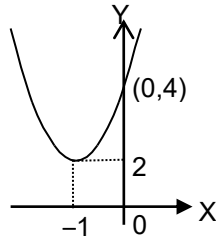
16. UN 2007 PAKET A

Persamaan grafik fungsi kuadrat pada gambar adalah ...

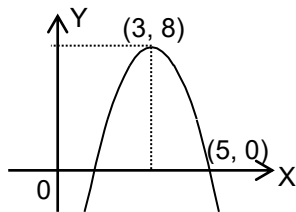


17. UN 2007 PAKET B

Persamaan grafik fungsi kuadrat pada gambar adalah ...

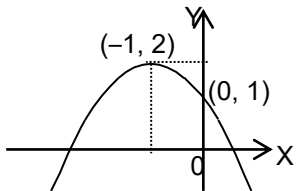


18. UN 2006



Grafik fungsi pada gambar di atas mempunyai persamaan ...

19. UN 2004



Persamaan grafik parabola pada gambar adalah ...

20. EBTANAS 2003

Grafik fungsi kuadrat dengan titik balik $(-1, 4)$ dan melalui titik $(-2, 3)$, memotong sumbu Y di titik ...

TUGAS 3

Menggunakan diskriminan untuk menyelesaikan masalah persamaan atau fungsi kuadrat.

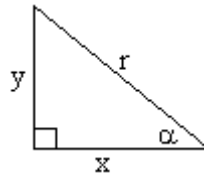
1. Grafik $y = px^2 + (p + 2)x - p + 4$, memotong sumbu X di dua titik. Batas-batas nilai p yang memenuhi adalah ...
2. Grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + 2\sqrt{2}x + (a - 1)$, $a \neq 0$ memotong sumbu X di dua titik berbeda. Batas-batas nilai a yang memenuhi adalah ...
3. Suatu grafik $y = x^2 + (m + 1)x + 4$, akan memotong sumbu x pada dua titik, maka harga m adalah : ...
4. Agar garis $y = 2x + 3$ memotong parabola $y = px^2 + 2x + p - 1$, maka nilai p yang memenuhi adalah
5. Persamaan $(m - 1)x^2 + 4x + 2m = 0$ mempunyai akar-akar real, maka nilai m adalah ...
6. Persamaan $4x^2 - px + 25 = 0$ akar-akarnya sama. Nilai p adalah ...
7. Grafik fungsi kuadrat $f(x) = x^2 + bx + 4$ menyinggung garis $y = 3x + 4$. Nilai b yang memenuhi adalah ...
8. Garis $y = mx - 7$ menyinggung kurva $y = x^2 - 5x + 2$. Nilai $m = \dots$.
9. Diketahui garis $y = ax - 5$ menyinggung kurva $y = (x - a)^2$. Nilai a yang memenuhi adalah ...
10. Agar garis $y = -2x + 3$ menyinggung parabola $y = x^2 + (m - 1)x + 7$, maka nilai m yang memenuhi adalah ...

BAB IV

TRIGONOMETRI I

4.1 Trigonometri Dasar

- $\sin \alpha = \frac{y}{r}$
- $\cos \alpha = \frac{x}{r}$
- $\tan \alpha = \frac{y}{x}$



gambar 1

Perbandingan trigonometri sudut istimewa (30° , 45° , 60°)

Nilai perbandingan trigonometri sudut istimewa dapat dicari dengan menggunakan segitiga siku-siku istimewa (gambar 2 dan gambar 3).

α°	Sin	cos	tan
30	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$
45	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1
60	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

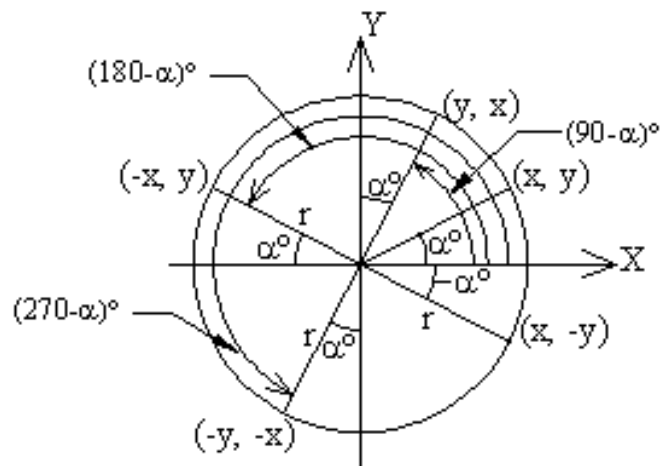
gambar 2

gambar 3

Perbandingan Trigonometri sudut berelasi

Perbandingan trigonometri sudut berelasi dapat dicari dengan menggunakan bantuan lingkaran satuan seperti pada gambar 4.

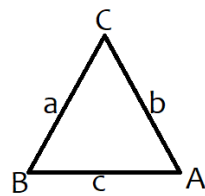
1. Sudut berelasi ($90^\circ - \alpha$)
 - a) $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
 - b) $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
 - c) $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$
2. Sudut berelasi ($180^\circ - \alpha$)
 - a) $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
 - b) $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
 - c) $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$
3. Sudut berelasi ($270^\circ - \alpha$)
 - a) $\sin(270^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
 - b) $\cos(270^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$
 - c) $\tan(270^\circ - \alpha) = \cot \alpha$
4. Sudut berelasi ($-\alpha$)
 - a) $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
 - b) $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$
 - c) $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$



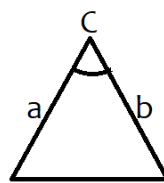
gambar 4

4.2 Rumus-Rumus dalam Segitiga

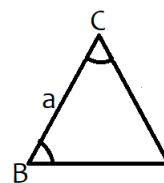
Perhatikan ketiga gambar segitiga berikut:



gambar 5



gambar 6



gambar 7

1. Aturan sinus : $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ (lihat gambar 5)

2. Aturan cosinus:

i. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

ii. $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$

iii. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$

3. Luas segitiga

a) $L = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$: gambar 5

b) $L = \frac{1}{2} a \cdot b \sin C$: gambar 6

c) $L = \frac{a^2 \cdot \sin B \cdot \sin C}{2 \sin(B+C)}$: gambar 7

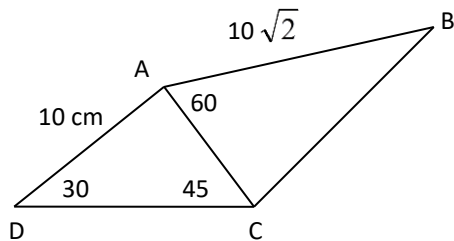
LATIHAN SOAL BAB 4

1. UN 2011 PAKET 12

Dalam suatu lingkaran yang berjari-jari 8 cm, dibuat segi-8 beraturan. Panjang sisi segi-8 tersebut adalah ...

2. UN 2011 PAKET 46

Diberikan segiempat ABCD seperti pada gambar!



Panjang BC adalah ...

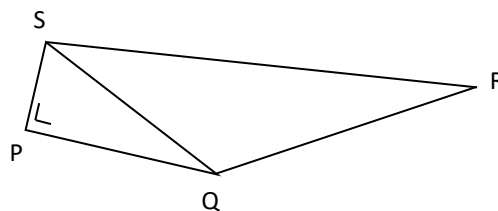
3. UN 2010 PAKET A/B

Luas segi 12 beraturan dengan panjang jari-jari lingkaran luar 8 cm adalah ...

4. UN 2010 PAKET B

Diketahui segitiga PQR dengan $P(1, 5, 1)$, $Q(3, 4, 1)$, dan $R(2, 2, 1)$. Besar sudut PQR adalah ...

5. UN 2009 PAKET A/B



Diketahui segiempat PQRS dengan $PS = 5\text{ cm}$, $PQ = 12\text{ cm}$, $QR = 8\text{ cm}$, besar sudut $SPQ = 90^\circ$, dan besar sudut $SQR = 150^\circ$. Luas PQRS adalah ...

6. UN 2008 PAKET A/B

Diketahui $\triangle PQR$ dengan $PQ = 464\sqrt{2}\text{ m}$, $\angle PQR = 105^\circ$, dan $\angle RPQ = 30^\circ$.

Panjang $QR = \dots\text{ m}$

7. UN 2007 PAKET A

Diketahui segitiga ABC dengan $A(3, 1)$, $B(5, 2)$, dan $C(1, 5)$. Besar sudut BAC adalah ...

8. UN 2007 PAKET A

Sebuah kapal berlayar dari pelabuhan A ke pelabuhan B sejauh 60 mil dengan arah 40° dari A, kemudian berputar haluan dilanjutkan ke pelabuhan C sejauh 90 mil, dengan arah 160° dari B. Jarak terdekat dari pelabuhan A ke C adalah ... mil

9. UN 2007 PAKET B

Diketahui segitiga ABC dengan $A(3, 1, -1)$, $B(2, 3, 1)$, dan $C(-1, 2, -4)$. Besar sudut BAC adalah ...

10. UN 2007 PAKET B

Dua buah mobil A dan B, berangkat dari tempat yang sama. Arah mobil A dengan mobil B membentuk sudut 60° . Jika kecepatan mobil A = 40 km/jam, mobil B = 50 km/jam, dan setelah 2 jam kedua mobil berhenti, maka jarak kedua mobil tersebut adalah ... km

11. UN 2005

Diketahui segitiga ABC dengan $AB = 7$ cm, $BC = 5$ cm, dan $AC = 6$ cm. Nilai $\sin \angle BAC = \dots$

12. UN 2005

Diketahui segitiga ABC dengan panjang sisi $a = 13$ cm, $b = 14$ cm, dan $c = 15$ cm, panjang garis tinggi BD adalah ...

13. UN 2004

Pada segitiga ABC diketahui sisi $AB = 6$ cm, $AC = 10$ cm, dan sudut $A = 60^\circ$. Panjang sisi BC = ...

14. UAN 2003

Pada segitiga lancip ABC diketahui panjang sisi $AC = 4$ cm, $AB = 5$ cm, dan $\cos B = \frac{4}{5}$, maka $\cos C = \dots$

15. UAN 2003

Nilai sinus sudut terkecil dari segitiga yang sisinya 5 cm, 6 cm, dan $\sqrt{21}$ cm adalah ...

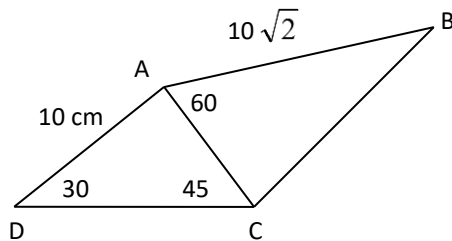
16. EBTANAS 2002

Diketahui segitiga ABC dengan panjang sisi $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, dan $\angle CAB = 60^\circ$. CD adalah tinggi segitiga ABC. Panjang CD = ... cm

TUGAS 4

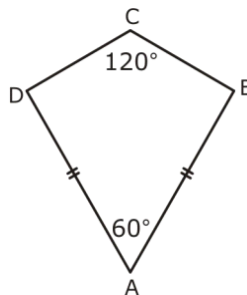
Menggunakan aturan sinus atau kosinus untuk menghitung unsur pada segi banyak.

1. Diketahui segitiga ABC dengan panjang sisi $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, dan $\angle CAB = 60^\circ$. CD adalah tinggi segitiga ABC. Panjang CD = ... cm
2. Diketahui $\triangle PQR$ dengan $PQ = 464\sqrt{2}$ m, $\angle PQR = 105^\circ$, dan $\angle RPQ = 30^\circ$. Panjang QR = ... m
3. Diketahui segitiga ABC dengan $A(3, 1)$, $B(5, 2)$, dan $C(1, 5)$. Besar sudut BAC adalah ...
4. Diketahui segitiga ABC dengan $AB = 7$ cm, $BC = 5$ cm, dan $AC = 6$ cm. Nilai $\sin \angle BAC = \dots$
5. Pada segitiga lancip ABC diketahui panjang sisi $AC = 4$ cm, $AB = 5$ cm, dan $\cos B = \frac{4}{5}$, maka $\cos C = \dots$
6. Luas segienam beraturan yang panjang sisinya 12 cm adalah.... cm^2
7. Dalam suatu lingkaran yang berjari-jari 8 cm, dibuat segi-8 beraturan. Panjang sisi segi-8 tersebut adalah ... cm
8. Jika luas segi delapan beraturan = $200\sqrt{2}\text{cm}^2$, maka panjang jari-jari lingkaran luarnya adalah.... cm
9. Diberikan segiempat ABCD seperti pada gambar!



Panjang BC adalah ... cm

10. Perhatikan gambar berikut!



Diketahui $AB = AD$, $BC = CD = 4$ cm, $\angle A = 60^\circ$ dan $\angle C = 120^\circ$. Luas segiempat ABCD adalah ... cm^2

BAB V

TRIGONOMETRI II

5.1 Jumlah dan Selisih Dua Sudut

- 1) $\sin (A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$
- 2) $\cos (A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$
- 3) $\tan (A \pm B) = \frac{\tan A \pm \tan B}{1 \mp \tan A \cdot \tan B}$

5.2. Perkalian Sinus dan Kosinus

- 1) $2\sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$
 $\sin A \cos B = \frac{1}{2}\{\sin(A+B) + \sin(A-B)\}$
- 2) $2\cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$
 $\cos A \sin B = \frac{1}{2}\{\sin(A+B) - \sin(A-B)\}$
- 3) $2\cos A \cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$
 $\cos A \cos B = \frac{1}{2}\{\cos(A+B) + \cos(A-B)\}$
- 4) $-2\sin A \sin B = \cos(A+B) - \cos(A-B)$
 $\sin A \sin B = -\frac{1}{2}\{\cos(A+B) - \cos(A-B)\}$

5.3. Penjumlahan dan Pengurangan Sinus, Kosinus dan Tangen

- 1) $\sin A + \sin B = 2\sin \frac{1}{2}(A+B) \cdot \cos \frac{1}{2}(A-B)$
- 2) $\sin A - \sin B = 2\cos \frac{1}{2}(A+B) \cdot \sin \frac{1}{2}(A-B)$
- 3) $\cos A + \cos B = 2\cos \frac{1}{2}(A+B) \cdot \cos \frac{1}{2}(A-B)$
- 4) $\cos A - \cos B = -2\sin \frac{1}{2}(A+B) \cdot \sin \frac{1}{2}(A-B)$
- 5) $\tan A + \tan B = \frac{\sin(A+B)}{\cos A \cos B}$
- 6) $\tan A - \tan B = \frac{\sin(A-B)}{\cos A \cos B}$

5.4. Sudut Rangkap

- 1) $\sin 2A = 2\sin A \cdot \cos A$
- 2) $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

$$= 2\cos^2 A - 1$$

$$= 1 - 2\sin^2 A$$

$$4) \sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$$

$$3) \tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$

5.5. Persamaan Trigonometri

$$1. \sin x^\circ = \sin p$$

$$x_1 = p + 360k$$

$$x_2 = (180 - p) + 360k$$

$$2. \cos x^\circ = \cos p$$

$$x_1 = p + 360k$$

$$x_2 = -p + 360k$$

$$3. \tan x^\circ = \tan p$$

$$x_1 = p + 180k$$

$$x_2 = (180 + p) + 180k$$

$$4. \text{Bentuk: } A \operatorname{trig}^2 + B \operatorname{trig} + C = 0$$

diselesaikan seperti menyelesaikan

persamaan kuadrat

LATIHAN SOAL BAB 5

1. UN 2011 PAKET 12

Diketahui $(A + B) = \frac{\pi}{3}$ dan $\sin A \sin B = \frac{1}{4}$. Nilai dari $\cos(A - B) = \dots$

2. UN 2010 PAKET B

Diketahui p dan q adalah sudut lancip dan $p - q = 30^\circ$. Jika $\cos p \sin q = \frac{1}{6}$, maka nilai dari $\sin p \cos q = \dots$

3. UN 2009 PAKET A/B

Diketahui $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ dan $\tan \beta = \frac{5}{12}$; α dan β sudut lancip. Maka nilai $\cos(\alpha + \beta) = \dots$

4. UN 2009 PAKET A/B

Pada segitiga ABC lancip, diketahui $\cos A = \frac{4}{5}$ dan $\sin B = \frac{12}{13}$, maka $\sin C = \dots$

5. UN 2008 PAKET A/B

Diketahui $\sin A = \frac{4}{5}$ dan $\sin B = \frac{7}{25}$, dengan A sudut lancip dan B sudut tumpul. Nilai $\cos(A - B) = \dots$

6. UN 2004

Nilai $\sin 45^\circ \cos 15^\circ + \cos 45^\circ \sin 15^\circ$ sama dengan \dots

7. UN 2010 PAKET B

Hasil dari $\frac{\cos(45 - \alpha)^\circ + \cos(45 + \alpha)^\circ}{\sin(45 + \alpha)^\circ + \sin(45 - \alpha)^\circ} = \dots$

8. UAN 2003

Nilai dari $\frac{\cos 10^\circ}{\cos 40^\circ \cos 50^\circ}$ adalah ...

9. UN 2011 PAKET 12

Nilai $\frac{\cos 140^\circ - \cos 100^\circ}{\sin 140^\circ - \sin 100^\circ} = \dots$

10. UN 2011 PAKET 46

Nilai $\frac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\cos 105^\circ - \cos 15^\circ} = \dots$

11. UN 2010 PAKET A

Hasil dari $\frac{\sin 27^\circ + \sin 63^\circ}{\cos 138^\circ + \cos 102^\circ} = \dots$

12. UN 2010 PAKET A

Diketahui $\tan \alpha - \tan \beta = \frac{1}{3}$ dan $\cos \alpha \cos \beta = \frac{48}{65}$, (α, β lancip). Nilai $\sin (\alpha - \beta) = \dots$

13. UN 2008 PAKET A/B

Nilai dari $\cos 195^\circ + \cos 105^\circ$ adalah ...

14. UN 2007 PAKET A

Nilai dari $\frac{\sin 75^\circ + \sin 15^\circ}{\cos 105^\circ + \cos 15^\circ} = \dots$.

15. UN 2007 PAKET B

Nilai dari $\cos 25^\circ + \cos 95^\circ + \cos 145^\circ = \dots$

16. UN 2006

Nilai dari $\sin 75^\circ + \cos 75^\circ = \dots$

17. UAN 2003

Nilai $\frac{\sin 81^\circ + \sin 21^\circ}{\sin 69^\circ - \sin 171^\circ} = \dots$.

18. UAN 2003

Diketahui A sudut lancip dengan $\cos 2A = \frac{1}{3}$. Nilai $\tan A = \dots$

19. UN 2011 PAKET 12

Himpunan penyelesaian persamaan $\cos 2x + \cos x = 0$, $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ adalah ...

20. UN 2011 PAKET 46

Himpunan penyelesaian persamaan $\cos 2x - 3 \cos x + 2 = 0$, $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ adalah ...

21. UN 2010 PAKET A

Himpunan penyelesaian persamaan: $\sin 2x + 2 \cos x = 0$, untuk $0 \leq x < 2\pi$ adalah ...

22. UN 2010 PAKET B

Himpunan penyelesaian persamaan: $\cos 2x - \sin x = 0$, untuk $0 \leq x \leq 2\pi$ adalah ...

23. UN 2009 PAKET A/B

Himpunan penyelesaian persamaan: $\sin 4x - \cos 2x = 0$, untuk $0^\circ < x < 360^\circ$ adalah ...

24. UN 2008 PAKET A/B

Himpunan penyelesaian persamaan: $\cos 2x^\circ + 7 \sin x^\circ + 3 = 0$, untuk $0 < x < 360$ adalah ...

25. UN 2006

Diketahui persamaan $2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 1 + \sqrt{3}$, untuk $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Nilai x yang memenuhi adalah ...

26. UN 2005

Himpunan penyelesaian dari persamaan $\cos 2x^\circ + 3 \sin x^\circ = 2$, untuk $0 \leq x \leq 360$ adalah ...

27. UN 2004

Nilai x yang memenuhi persamaan $2 \cos x^\circ + 2 \sin x^\circ = \sqrt{2}$ untuk $0 \leq x \leq 360$ adalah ...

28. UN 2004

Nilai x yang memenuhi $\sqrt{3}\cos x + \sin x = \sqrt{2}$, untuk $0 \leq x \leq 2\pi$ adalah ...

29. UAN 2003

Untuk $0 \leq x \leq 360$, himpunan penyelesaian dari $\sin x^\circ - \sqrt{3}\cos x^\circ - \sqrt{3} = 0$ adalah ...

30. EBTANAS 2002

Jika $a \sin x^\circ + b \cos x^\circ = \sin(30 + x)^\circ$ untuk setiap x, maka $a\sqrt{3} + b = \dots$

TUGAS 5

Menghitung nilai perbandingan trigonometri dengan menggunakan rumus jumlah dan selisih dua sudut serta jumlah dan selisih sinus, kosinus dan tangen.

1. Diketahui $\tan \alpha - \tan \beta = \frac{1}{3}$ dan $\cos \alpha \cos \beta = \frac{48}{65}$, (α, β lancip). Nilai $\sin (\alpha - \beta) = \dots$
2. Diketahui $(A + B) = \frac{\pi}{3}$ dan $\sin A \sin B = \frac{1}{4}$. Nilai dari $\cos (A - B) = \dots$
3. Diketahui $\sin \beta = \frac{12}{13}$, β adalah sudut lancip dan $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, α adalah sudut tumpul, maka nilai $\tan (\alpha - \beta) = \dots$.
4. Diketahui p dan q adalah sudut lancip dan $p - q = 30^\circ$. Jika $\cos p \sin q = \frac{1}{6}$, maka nilai dari $\sin p \cos q = \dots$
5. Pada segitiga ABC lancip, diketahui $\cos A = \frac{4}{5}$ dan $\sin B = \frac{12}{13}$, maka $\sin C = \dots$
6. Nilai dari $\tan 75^\circ - \tan 15^\circ$ adalah \dots
7. Nilai $\frac{\sin 81^\circ + \sin 21^\circ}{\sin 69^\circ - \sin 171^\circ} = \dots$
8. Himpunan penyelesaian dari persamaan $\sin (3x - 15)^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ untuk $0 \leq X \leq 180$ adalah \dots
9. Himpunan penyelesaian dari persamaan $\cos (x + 210)^\circ + \cos (x - 210)^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ untuk $0 \leq x \leq 360^\circ$ adalah \dots .
10. Himpunan penyelesaian dari persamaan $\sin (x + 210)^\circ + \sin (x - 210)^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ untuk $0 \leq x \leq 360^\circ$ adalah \dots .

BAB VI

MATRIKS

6.1. Operasi Dasar Matriks

1. Transpose Matriks

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka transpose matriks A adalah $A^T = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$

2. Penjumlahan dan Pengurangan Matriks

Dua matriks dapat dijumlahkan bila kedua matriks tersebut berordo sama.

Penjumlahan dilakukan dengan menjumlahkan elemen–elemen yang seletak

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, dan $B = \begin{pmatrix} k & l \\ m & n \end{pmatrix}$, maka $A + B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k & l \\ m & n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+k & b+l \\ c+m & d+n \end{pmatrix}$

3. Perkalian Matriks dengan Bilangan Real n

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka $nA = n \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} an & bn \\ cn & dn \end{pmatrix}$

4. Perkalian Dua Buah Matriks

- Perkalian matriks A dan B dapat dilakukan bila jumlah kolom matriks A sama dengan jumlah baris matriks B ($A_{m \times n} \times B_{p \times q}$, jika $n = p$) dan hasil perkaliannya adalah matriks berordo $m \times q$.
- Hasil perkalian merupakan jumlah perkalian elemen–elemen baris A dengan kolom B.

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, dan $B = \begin{pmatrix} k & l & m \\ n & o & p \end{pmatrix}$, maka

$$A \times B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} k & l & m \\ n & o & p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ak + bn & al + bo & am + bp \\ ck + dn & cl + do & cm + dp \end{pmatrix}$$

5. Matriks Identitas (I)

- $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- Dalam perkalian dua matriks terdapat matriks identitas (I), sedemikian sehingga $I \times A = A \times I = A$

6. Determinan Matriks berordo 2×2

Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka determinan dari matriks A dinyatakan

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Sifat-sifat determinan matriks bujursangkar

1. $\det(A \pm B) = \det(A) \pm \det(B)$
2. $\det(AB) = \det(A) \times \det(B)$
3. $\det(A^T) = \det(A)$
4. $\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$

7. Invers Matriks

- Dua matriks A dan B dikatakan saling invers bila $A \times B = B \times A = I$, dengan demikian A adalah invers matriks B atau B adalah invers matriks A.

- Bila matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka invers A adalah:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{Adj}(A) = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}, ad - bc \neq 0$$

- Sifat-sifat invers dan determinan matriks

- 1) $(A \times B)^{-1} = B^{-1} \times A^{-1}$
- 2) $(B \times A)^{-1} = A^{-1} \times B^{-1}$

8. Matriks Singular

Matriks singular adalah matriks yang tidak mempunyai invers, karena nilai determinannya sama dengan nol.

9. Persamaan Matriks

Bentuk-bentuk persamaan matriks sebagai berikut:

- 1) $A \times X = B \Leftrightarrow X = A^{-1} \times B$
- 2) $X \times A = B \Leftrightarrow X = B \times A^{-1}$

LATIHAN SOAL BAB 6	
1. UN 2010 PAKET A	<p>Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 4a & 8 & 4 \\ 6 & -1 & -3b \\ 5 & 3c & 9 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 12 & 8 & 4 \\ 6 & -1 & -3a \\ 5 & b & 9 \end{pmatrix}$</p> <p>Jika $A = B$, maka $a + b + c = \dots$</p>
2. UN 2010 PAKET B	<p>Diketahui matriks–matriks $A = \begin{pmatrix} -c & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & a \\ b+5 & -6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, dan $D = \begin{pmatrix} 4 & b \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$. Jika $2A - B = CD$, maka nilai $a + b + c = \dots$</p>
3. UN 2009	<p>Diketahui 3 matriks, $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & b+1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & b \\ -a & b^2 \end{pmatrix}$. Jika $A \times B^t - C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ dengan B^t adalah transpose matriks B, maka nilai a dan b masing–masing adalah \dots</p>
4. UN 2008 PAKET A/B	<p>Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ 0 & -11 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} x & 2y \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, dan $R = \begin{pmatrix} 96 & -20 \\ 66 & -44 \end{pmatrix}$. Jika $PQ^T = R$ (Q^T transpose matriks Q), maka nilai $2x + y = \dots$</p>
5. UN 2008 PAKET A/B	<p>Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Jika P^{-1} adalah invers matriks P dan Q^{-1} adalah invers matriks Q, maka determinan matriks $Q^{-1} P^{-1}$ adalah \dots</p>
6. UN 2007 PAKET A	<p>Diketahui persamaan matriks $A = 2B^T$ (B^T adalah transpose matriks B), dengan $A = \begin{pmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2c-3b & 2a+1 \\ a & b+7 \end{pmatrix}$. Nilai $a + b + c = \dots$</p>
7. UN 2007 PAKET B	<p>Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} x+y & x \\ y & x-y \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2}x \\ -2y & 3 \end{pmatrix}$, dan $A^T = B$ dengan A^T menyatakan transpose dari A. Nilai $x + 2y$ adalah \dots</p>
8. UN 2006	<p>Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 6 & -\frac{10}{x} \\ x & 2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$. Jika $A^T = B^{-1}$, maka nilai $2x = \dots$</p>
9. UN 2005	<p>Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, dan $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Hasil dari $A+(B \times C)=\dots$</p>

10. UN 2004
Diketahui persamaan matriks $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & a \\ 2b & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & b \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Nilai a dan b adalah ...
11. UAN 2003
Nilai $x^2 + 2xy + y^2$ yang memenuhi persamaan : $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ adalah ...
12. UN 2011 PAKET 12
Diketahui persamaan matriks $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ x & x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Nilai $x - y = \dots$
13. UN 2011 PAKET 46
Diketahui persamaan $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & 1 \\ x+y & z-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & 8 \\ 23 & 9 \end{pmatrix}$. Nilai $x + y - z = \dots$
14. UN 2011 PAKET 12
Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -17 & 0 \end{pmatrix}$. Jika $A^T =$ transpose matriks A dan $AX = B + A^T$, maka determinan matriks X = ...
15. UN 2011 PAKET 46
Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$. Jika A^t adalah transpose dari matriks A dan $AX = B + A^t$, maka determinan matriks X = ...

TUGAS 6

Menyelesaikan operasi matriks

1. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 4a & 8 & 4 \\ 6 & -1 & -3b \\ 5 & 3c & 9 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 12 & 8 & 4 \\ 6 & -1 & -3a \\ 5 & b & 9 \end{pmatrix}$
Jika $A = B$, maka $a + b + c = \dots$
2. Diketahui matriks-matriks $A = \begin{pmatrix} -c & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & a \\ b+5 & -6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, dan $D = \begin{pmatrix} 4 & b \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$. Jika $2A - B = CD$, maka nilai $a + b + c = \dots$
3. Diketahui 3 matriks, $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & b+1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & b \\ -a & b^2 \end{pmatrix}$. Jika $A \times B^T - C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$, maka nilai a dan b masing-masing adalah \dots
4. Diketahui persamaan matriks $A = 2B^T$ dengan $A = \begin{pmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 2c-3b & 2a+1 \\ a & b+7 \end{pmatrix}$.
Nilai $a + b + c = \dots$
5. Diketahui matriks-matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, jika $(AB)^{-1}$ adalah invers dari matriks AB maka $(AB)^{-1} = \dots$
6. Diketahui matriks $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ dan $Q = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Jika P^{-1} adalah invers matriks P dan Q^{-1} adalah invers matriks Q , maka determinan matriks $Q^{-1}P^{-1}$ adalah \dots
7. Nilai $x^2 + 2xy + y^2$ yang memenuhi persamaan: $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$ adalah \dots
8. Diketahui persamaan $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & 1 \\ x+y & z-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & 8 \\ 23 & 9 \end{pmatrix}$. Nilai $x + y - z = \dots$
9. Diketahui persamaan matriks $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 9 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ x & x+y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Nilai $x - y = \dots$
10. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -17 & 0 \end{pmatrix}$. Jika $A^T =$ transpose matriks A dan $AX = B + A^T$, maka determinan matriks $X = \dots$

BAB VII

SISTEM PERSAMAAN LINEAR

7.1 Sistem Persamaan Linear Dua Variabel (SPLDV)

1. Bentuk umum : $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$
2. Dapat diselesaikan dengan metode grafik, substitusi, eliminasi, dan determinan.
3. Metode determinan:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1;$$

$$D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}; \quad D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix};$$

$$x = \frac{D_x}{D}; \quad y = \frac{D_y}{D}$$

7.2 Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV)

1. Bentuk umum : $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$
2. Dapat diselesaikan dengan metode eliminasi bertingkat dan determinan.
3. Metode determinan:

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$= (a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + c_1a_2b_3) - (a_3b_2c_1 + b_3c_2a_1 + c_3a_2b_1)$$

$$D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}; \quad D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}; \quad D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix};$$

$$x = \frac{D_x}{D}; \quad y = \frac{D_y}{D}; \quad z = \frac{D_z}{D}$$

LATIHAN SOAL BAB 7

1. UN 2011 PAKET 12

Pada suatu hari Pak Ahmad, Pak Badrun, dan Pak Yadi panen jeruk. Hasil kebun Pak Yadi lebih sedikit 15 kg dari hasil kebun Pak Ahmad dan lebih banyak 15 kg dari hasil kebun Pak Badrun. Jika jumlah hasil panen ketiga kebun itu 225 kg, maka hasil panen Pak Ahmad adalah ...

2. UN 2011 PAKET 46

Harga 2 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 1 kg anggur adalah Rp70.000,00 dan harga 1 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 2 kg anggur adalah Rp90.000,00. Jika harga 2 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 3 kg anggur Rp130.000,00, maka harga 1 kg jeruk adalah ...

3. UN 2010 PAKET A

Diketahui tiga tahun lalu, umur A sama dengan 2 kali umur B. sedangkan dua tahun yang akan datang, 4 kali umur A sama dengan umur B ditambah 36 tahun. Umur A sekarang adalah ... tahun

4. UN 2010 PAKET B

Toko A, toko B, dan toko C menjual sepeda. Ketiga toko tersebut selalu berbelanja di sebuah distributor sepeda yang sama. Toko A harus membayar Rp 5.500.000,00 untuk pembelian 5 sepeda jenis I dan 4 sepeda jenis II. Toko B harus membayar Rp 3.000.000,00 untuk pembelian 3 sepeda jenis I dan 2 sepeda jenis II. Jika toko C membeli 6 sepeda jenis I dan 2 sepeda jenis II, maka toko C harus membayar ...

5. UN 2009 PAKET A/B

Irma membeli 2 kg apel dan 3 kg jeruk dengan harga 57.000,00 sedangkan Ade membeli 3 kg apel dan 5 kg jeruk dengan harga Rp 90.000,00. Jika Surya hanya membeli 1 kg Apel dan 1 kg Jeruk, kemudian ia membayar dengan uang Rp 100.000,00, maka uang kembalian yang diterima Surya adalah ...

TUGAS VII

Menyelesaikan Masalah Sistem Persamaan Linear

1. Ibu Juju membeli 4 saset shampo Rejoice dan 3 saset shampo Sunsilk, ia harus membayar Rp 4.250,00. dan ibu Atun membeli 2 saset shampo Rejoice dan 2 saset shampo Sunsilk, ia harus membayar Rp 2.400,00. jika Ibu Salmah membeli 4 saset shampo Rejoice dan 1 shampo Sunsilk, maka ia harus membayar ...
2. Empat tahun yang lalu umur Pak Ahmad lima kali umur Budi. Empat belas tahun yang akan datang umur Pak Ahmad akan menjadi dua kali umur Budi. Jumlah umur Pak Ahmad dan umur Budi sekarang adalah... tahun
3. Usia A sekarang 8 tahun lebih tua dari usia B, sedangkan 4 tahun yang lalu usia B sama dengan dua pertiga dari usia A. Usia B sekarang adalah... tahun
4. Jika $\{(x_0, y_0, z_0)\}$ memenuhi sistem persamaan
$$\begin{cases} 3x - 2y - 3z = 5 \\ x + y - 2z = 3 \\ x - y + z = -4 \end{cases}$$
, maka nilai z_0 adalah ...
5. Diketahui sistem persamaan linear
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 \\ \frac{2}{y} - \frac{1}{z} = -3 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{z} = 2 \end{cases}$$
. Nilai $x + y + z = \dots$
6. Penyelesaian dari sistem persamaan
$$\begin{cases} 3x + 7y + 2z = 8 \\ 4x + 2y - 5z = -19 \\ 6y - 4z = 14 \end{cases}$$
 adalah ...
7. Jika suatu sistem persamaan linear
$$\begin{cases} ax - by = 6 \\ 2ax + 3by = 2 \end{cases}$$
 mempunyai penyelesaian $x = 2$ dan $y = 1$, maka $a^2 + b^2 = \dots$
8. Jumlah tiga buah bilangan adalah 75. Bilangan pertama lima lebihnya dari jumlah bilangan lain. Bilangan kedua sama dengan $\frac{1}{4}$ dari jumlah bilangan yang lain. Bilangan pertamanya adalah ...
9. Ali, Budi, Cici, dan Dedi pergi ke toko koperasi membeli buku tulis, pena, dan pensil dengan merk yang sama. Ali membeli 3 buku tulis, 1 pena, dan 2 pensil dengan harga Rp 11.000,00. Budi membeli 2 buku tulis, 3 pena, dan 1 pensil dengan harga Rp 14.000,00. Cici membeli 1 buku tulis, 2 pena, dan 3 pensil dengan harga Rp 11.000,00. Dedi membeli 2 buku tulis, 1 pena, dan 1 pensil. Berapa rupiah Dedi harus membayar?

10. Harga 2 buah pisang, 2 buah apel, dan sebuah mangga adalah Rp 1.400,00. di toko buah yang sama harga sebuah pisang, sebuah apel, dan 2 buah mangga adalah Rp 1.300,00, sedangkan harga sebuah pisang, 3 buah apel, dan sebuah mangga adalah Rp 1.500,00. Harga sebuah pisang, sebuah apel, dan sebuah mangga di toko buah tersebut adalah ...