

Integrasi Numerik

Pendahuluan

- Penyelesaian lebih mudah untuk mencari nilai integral suatu fungsi yang cukup kompleks
- Misal mencari integral pada $x=1.0$ hingga $x=2.8$ dari fungsi berikut

$$f(x) = \frac{x^2 \ln(x) + e^{-x}}{5x \sin x}$$

$$f(x) = \frac{x^2 \cos x}{e^{-x}} \quad \text{dst}$$



Metode Integral Numerik

1. Metode Trapezoida
2. Metode Simpson $1/3$



Metode Trapezoida

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x) dx = ?$$

- Metode mencari nilai integral fungsi $f(x)$ dengan batas tertentu (dari $x=x_0$ ke x_n)

- ① • Kondisi non equispaced

$$\int f(x) dx = \frac{(x_1 - x_0)}{2} (f_1 + f_0) + \dots + \frac{(x_n - x_{n-1})}{2} (f_n + f_{n-1})$$

$$h=1$$

x	$f(x)$
0	f_0
1	f_1
2	f_2
3	
4	
5	

↓
equispaced

- ② • Kondisi equispaced

$$\int f(x) dx = \frac{h}{2} [f_0 + 2(f_1 + f_2 + \dots + f_{n-1}) + f_n]$$

$$h = x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = \dots = x_n - x_{n-1}$$



Contoh soal

n	x	f(x)	
0	1.0	1.449	x_0
1	1.3	2.060	x_1
2	1.6	2.645	x_2
3	1.9	3.216	x_3
4	2.2	3.779	x_4
5	2.5	4.338	x_5
6	2.8	4.898	x_6

- Carilah nilai integral dengan batas $x=1.0$ hingga $x=2.8$ dengan metode trapezoida

equi spaced

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx = ?$$



Solusi

- Karena merupakan tabel equispaced, maka integral $f(x)$ dengan batas $x=1.0$ hingga $x=2.8$

$$\int f(x) dx = \frac{h}{2} [f_0 + 2(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5) + f_6]$$

$$= \frac{(1.3 - 1.0)}{2} [1.449 + 2(2.060 + 2.645 + 3.216 +$$

$$2.8 \quad 3.779 + 4.338) + 4.898]$$

$$\int f(x) dx = 5.76345$$



Handwritten integral: $\int_{1.6}^{2.2} f(x) dx$

n	x	f _x
0	1.6	-
1	1.8	-
2	2.0	-
3	2.2	-

Handwritten formula: $\frac{h}{2} (f_0 + 2f_1 + f_2)$

Metode Simpson 1/3

- Metode mencari nilai integral fungsi $f(x)$ dengan batas tertentu (dari $\underline{x=x_0}$ ke $\underline{x_n}$)
- Hanya untuk kondisi equispaced

$$\int f(x) dx = \frac{h}{2} [f_0 + 4(f_1 + f_3 + f_5 + \dots + f_{n-1}) + 2(f_2 + f_4 + f_6 + \dots + f_{n-2}) + f_n]$$

$$h = x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = \dots = x_n - x_{n-1}$$

- Lebih efektif jika n genap

0
1
2
3
4
5
6

← δ ganjil

← f terakhir

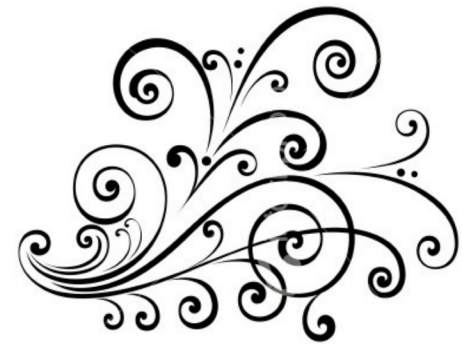
← δ genap



Contoh soal

	n	x	f(x)
→	0	1.0	1.449
	1	1.3	2.060
	2	1.6	2.645
	3	1.9	3.216
	4	2.2	3.779
	5	2.5	4.338
→	6	2.8	4.898

- Carilah nilai integral dengan batas $x=1.0$ hingga $x=2.8$ dengan metode simpson 1/3



Solusi ^{0,3}

✓

$$\int f(x) dx = \frac{h}{3} [f_0 + 4(f_1 + f_3 + f_5) + 2(f_2 + f_4) + f_6]$$

$$= \frac{(1.3 - 1.0)}{3} [1.449 + 4(2.060 + 3.216 + 4.338) + 2(2.645 + 3.779) + 4.898]$$

$$= \underline{5.7651}$$



n	x	f(x)
0	1	4
1	1,3	4,6
2	1,6	5,2
3	1,9	5,8
4	2,2	6,4
5	2,5	7

$$\rightarrow f(x) = 2x + 2 \rightarrow$$

$$\text{Steyn} = \int_1^{2,5} f(x) dx =$$

$$= x^2 + 2x \Big|_1^{2,5}$$

$$= (2,5)^2 + 2(2,5)$$

$$- (1^2 + 2 \cdot 1)$$

$$= 6,25 + 5 - (3)$$

$$= 8,25$$

8,25
Milas part

① Trapezoidal

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x) dx \approx \frac{h}{2} (f_0 + 2(f_1 + f_2 + f_3 + f_4) + f_5)$$

$$\approx \frac{x_1 - x_0}{2} (f_0 + 2(f_1 + f_2 + f_3 + f_4) + f_5)$$

$$\approx \frac{0.3}{2} (4 + 2(4.6 + 5.2 + 5.8 + 6.4) + 7)$$

$$\approx 8.34$$

(2) Simpson $\frac{1}{3}$

$$\int_1^{2.2} f(x) dx \approx \frac{h}{2} (f_0 + 4(f_1 + f_3) + 2(f_2 + f_4) + f_5)$$

$$\approx \frac{0.3}{2} \left(1 + 4(1.6 + 5.8) + 2(5.2 + 6.4) + 7 \right)$$

$$\approx 11.37$$