

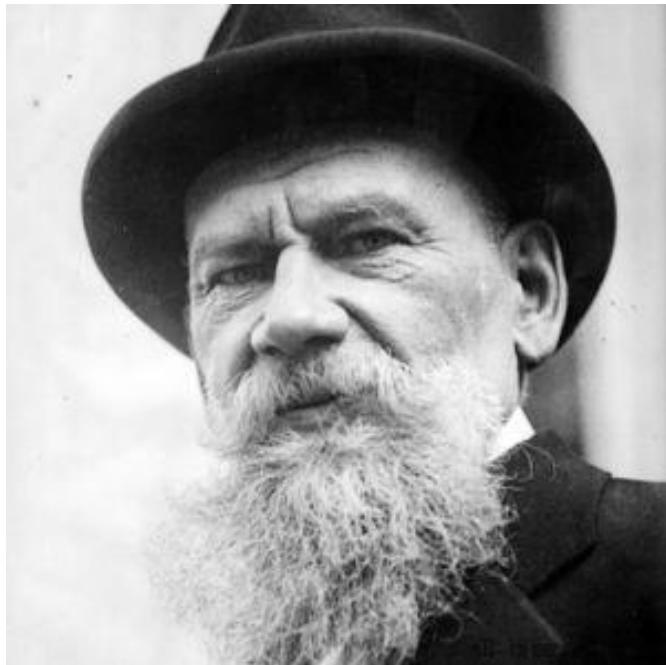
Графы знаний

Лекция 6 - Теория графов, познакомьтесь

Вадим Сафонов

Содержание

- Контекст
 - 1.1. Маркетинг и продажи
 - 1.2. Цифровая трансформация и организационные изменения
 - 1.3. Системная биология и взаимодействие веществ
- Общий язык
 - 2.1. Нотация - вершины и рёбра
 - 2.2. Построение графов - рост, вес, уплотнение, связность
 - 2.3. Компоненты связности, интернет в форме бабочки, триады
 - 2.4. Характер образования связей, принцип минимальных усилий, центральность
 - 2.5. Диффузия в сетях - эпидемии, убеждения, и инновации
- Машинное обучение
 - 3.1. Кластеризация и выявление сообществ
 - 3.2. Классификация вершин и графов
 - 3.3. Предсказание связей - классика, PageRank, векторные представления и свёртки графов
- Современные тенденции
 - 4.1. Статистическая гипотеза на стероидах
 - 4.2. Гипергеометрия и булева алгебра - взболтать, не смешивать
- Космические корабли и всё такое



ТЕОРИЯ ГРАФОВ, ПОЗНАКОМЬТЕСЬ

Математика Для Всего

Подряд И Не Только

Вадим Сафонов

linkedin.com/in/vadymsafronov

Лиссабон, 07/11/2020



KEY POINTS
Consulting & Implementations



Open Data Science

ods.ai



Случай №1



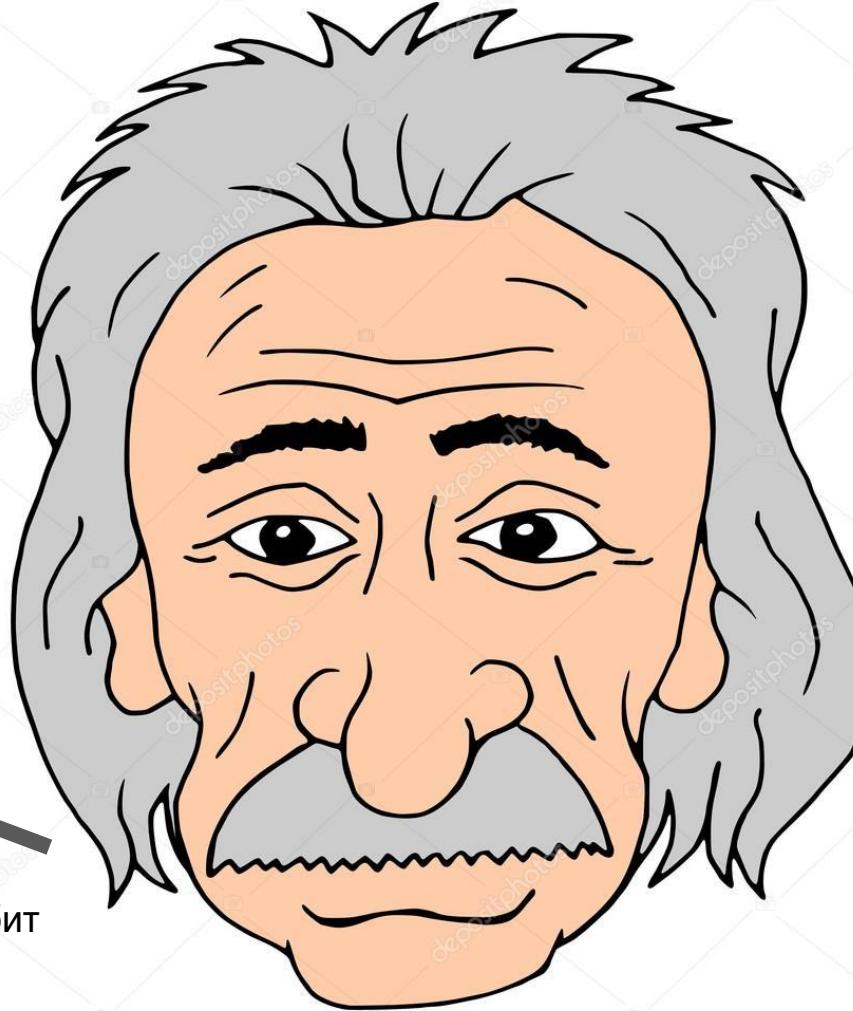
Связи Пепе



Делает



Любит



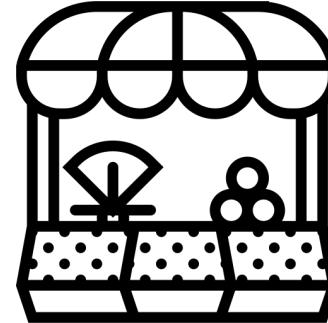
Управление Отношениями с Клиентами



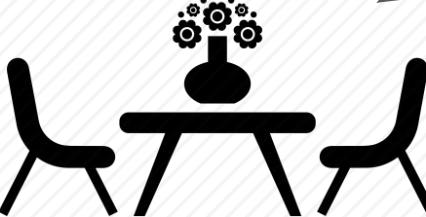
Делает



Продаёт



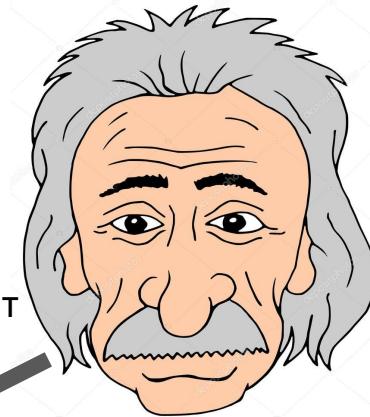
Продвигает



Бродит



Ходит



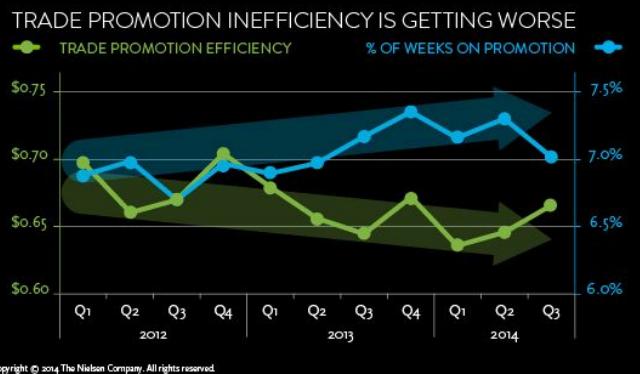
Продажи - Побеждать Просто



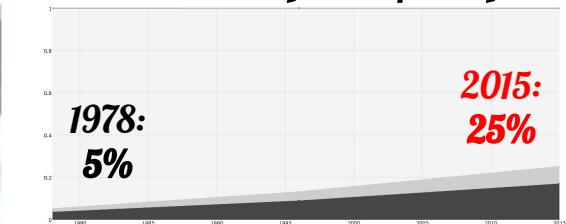
Связь Без Брака

1 из 3

Промо - без убытка



Стоимость Промо / Оборот



Бюджет промо в индустрии

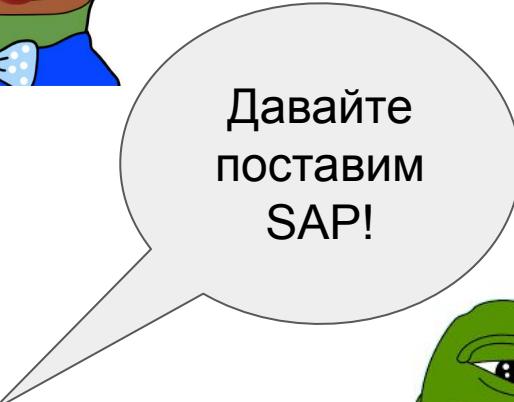
потребительских товаров:

\$1T

(в год, пять лет назад)

ОЧЕНЬ ВАЖНА

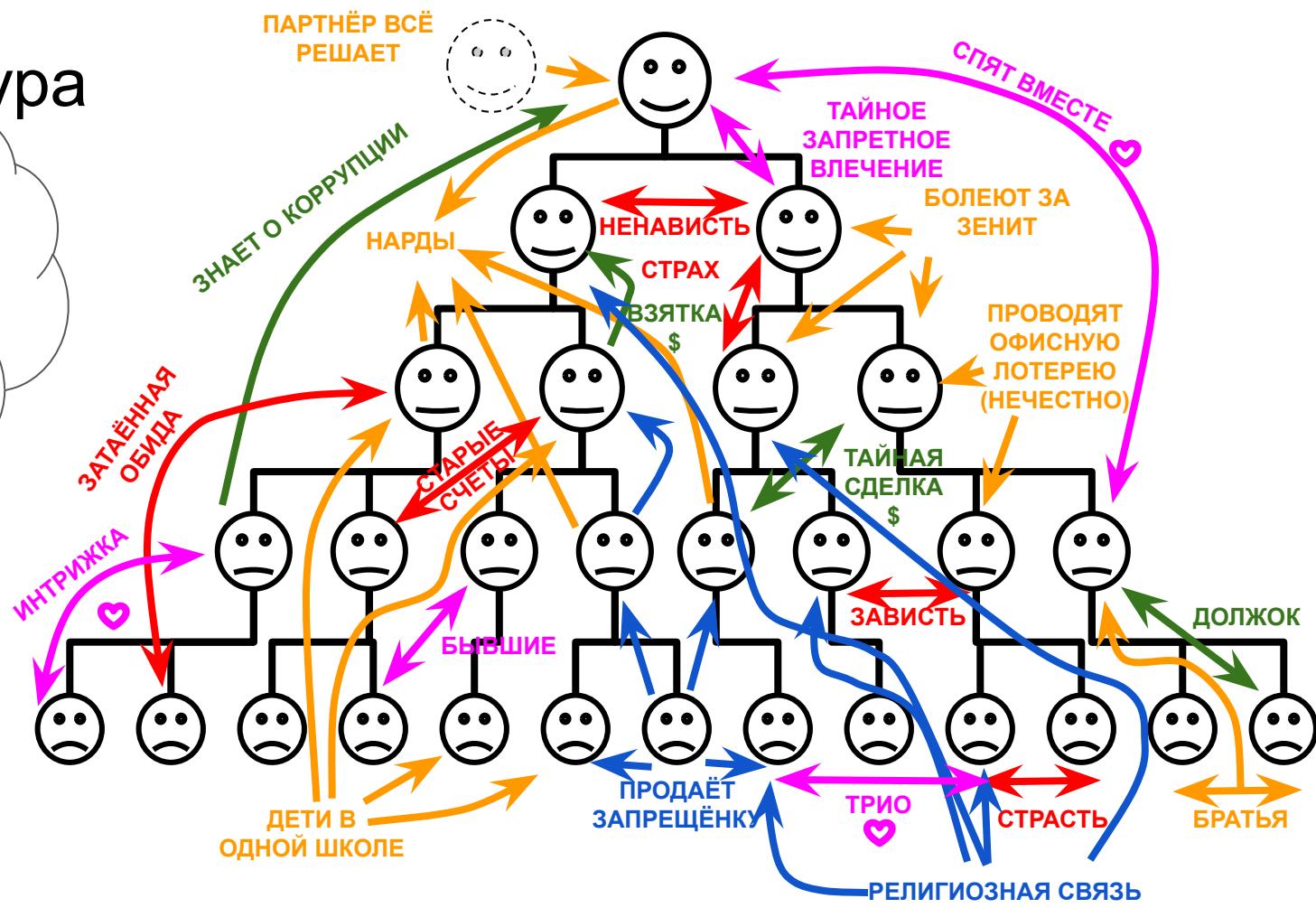
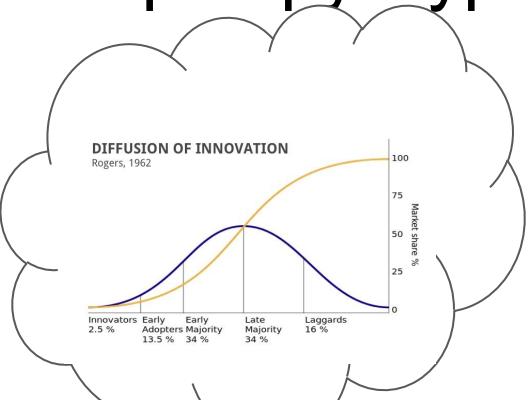
Случай №2



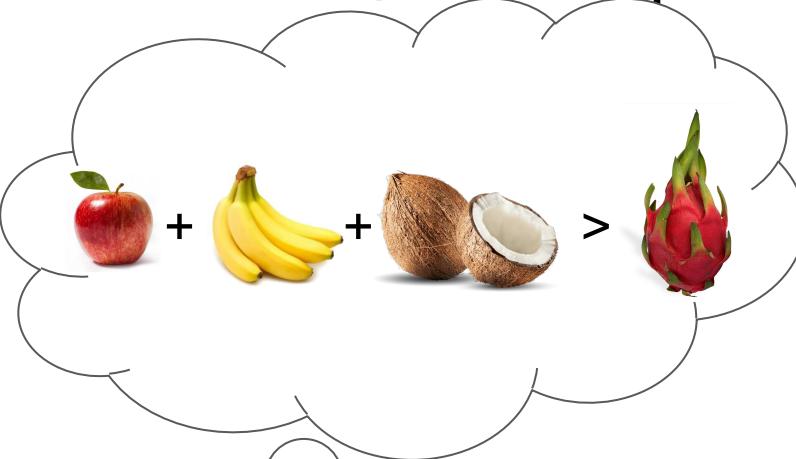
Сила привычки



Оргструктура



Инновации распространяются если для всякого



$$A + B + C > D,$$

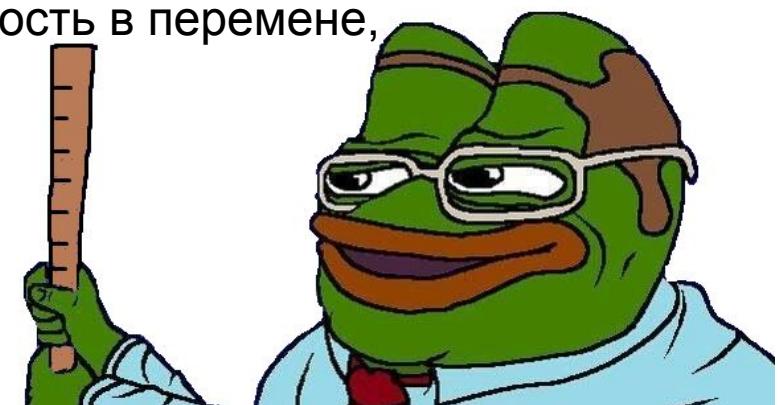
где:

A - воспринимаемая потребность в перемене,

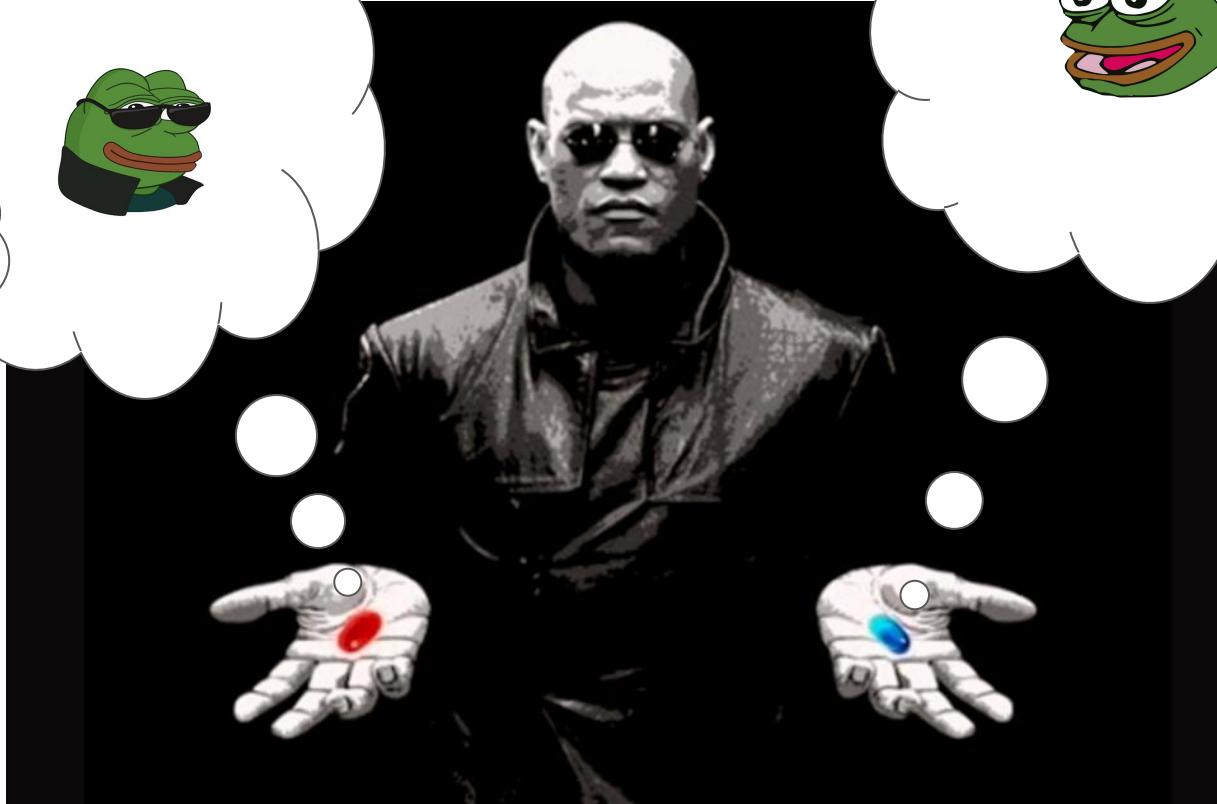
B - общее видение,

C - выгода от пробы,

D - индивидуальные усилия.



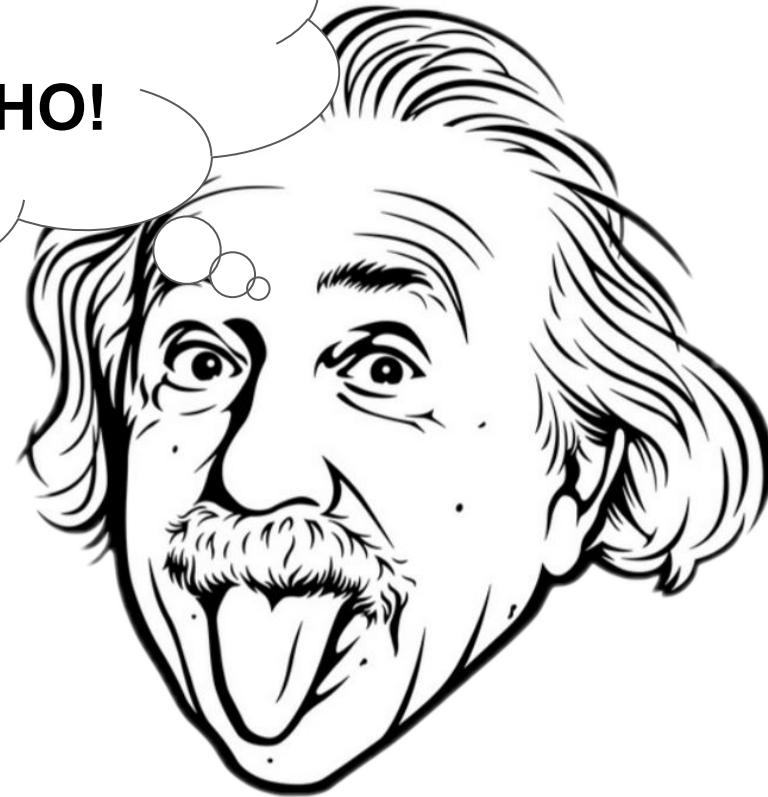
Случай №3



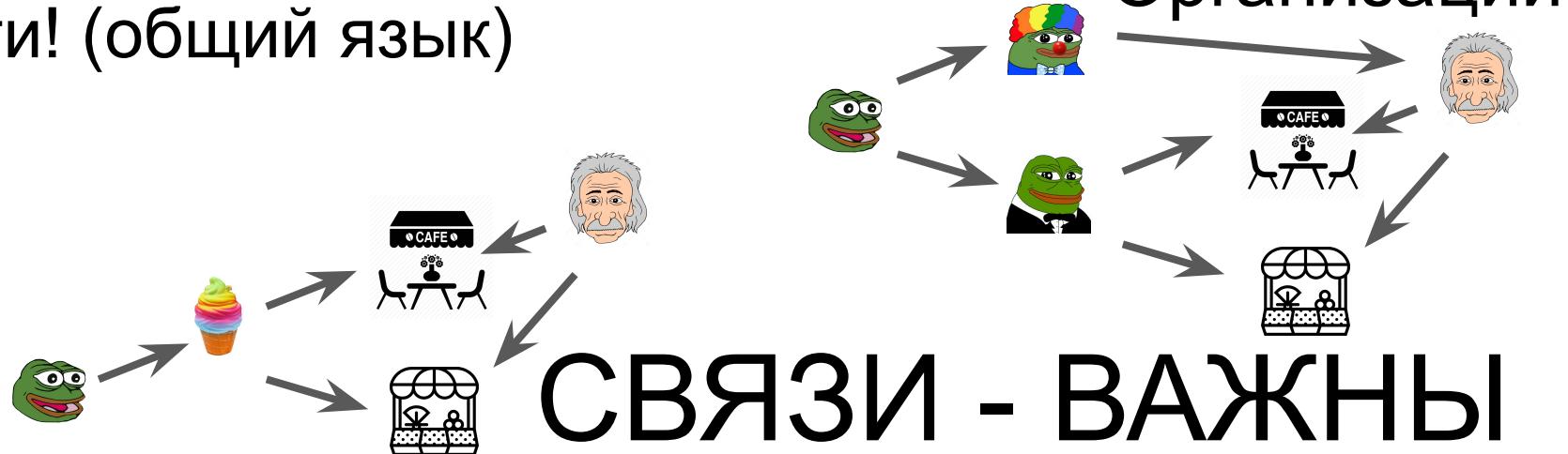
Побочные эффекты



ВСЁ
ОТНОСИТЕЛЬНО!



Сети! (общий язык)



Промо

СВЯЗИ - ВАЖНЫ

Лекарства

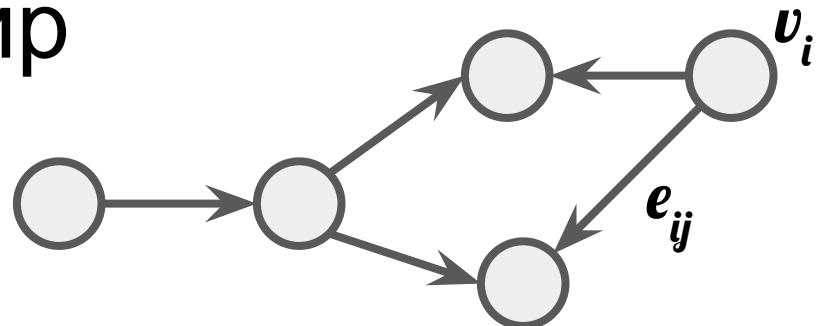
Сети ИЛИ Графы?



Реальный
мир

$$G = (V, E)$$

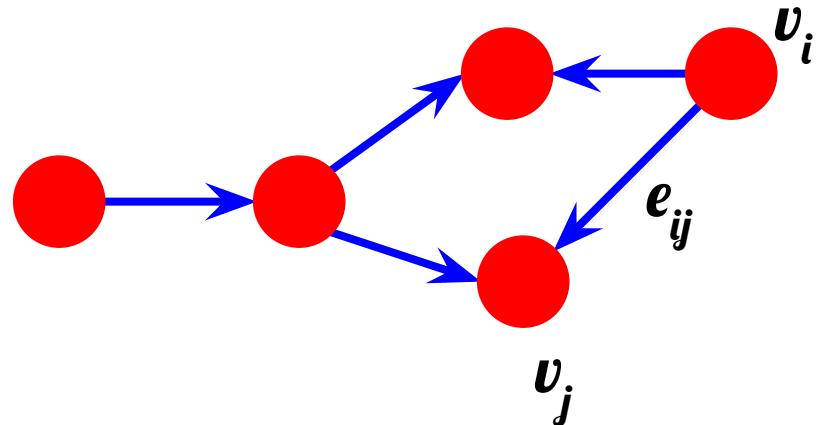
Модель: попарные отношения v_j



Теория Графов - Нотация

- Объекты: вершины, узлы, (ноды) \mathcal{V}
- Взаимодействия: рёбра (арки), связи \mathcal{E}
- Система: сеть, граф $\mathcal{G}(\mathcal{V}, \mathcal{E})$

Формально, графом называется такая пара множеств $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, где \mathcal{V} есть подмножество любого счётного множества, а \mathcal{E} — подмножество $\mathcal{V} \times \mathcal{V}$.

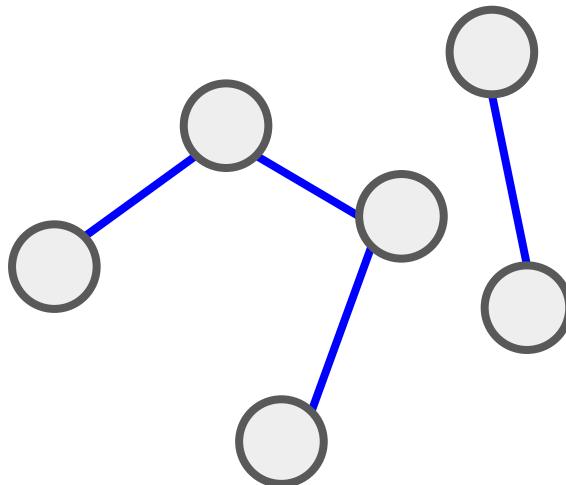


Ориентация Графов - Связи Разные Бывают

Ненаправленные (**неориентированные**)

Примеры:

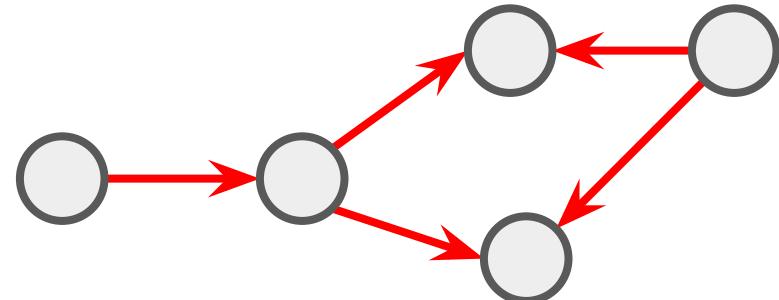
- Соавторство
- Соцсети



Направленные (**ориентированные**)

Примеры:

- Звонки
- Подписки

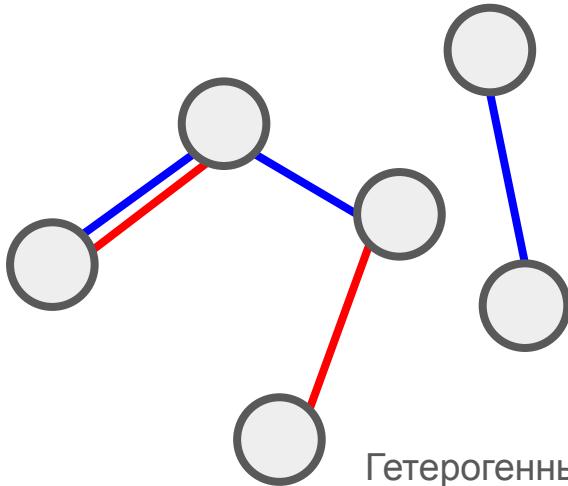


Связей Мало Не Бывает

Мультимодальный граф - разные связи

Примеры:

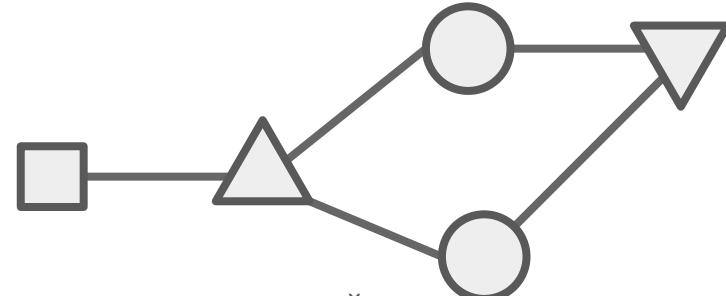
- Соавторство
- Соцсети



Гетерогенный граф - разные связи различных сущностей

Многодольный граф - разные сущности

Примеры:

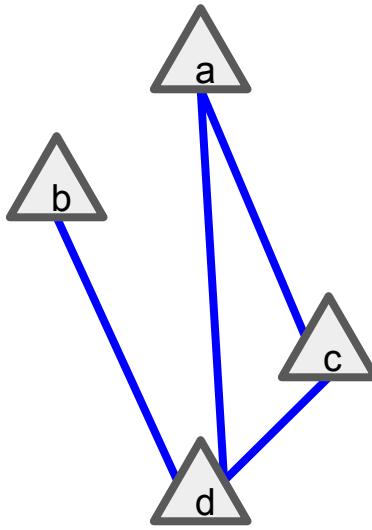


Представления Графов - Проекции

Два однодольных графа

Примеры:

- Встречались
- Общая аудитория

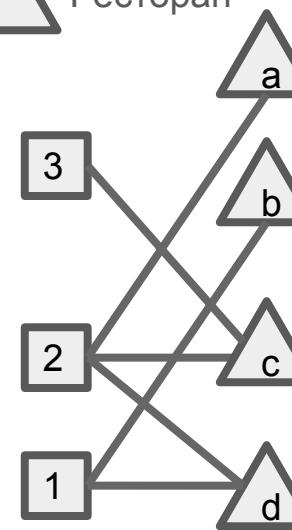


Двудольный граф - разные сущности

Примеры:



Посетитель
Ресторан



Построение Графов - Рост

- Путь - последовательность соединённых вершин

7

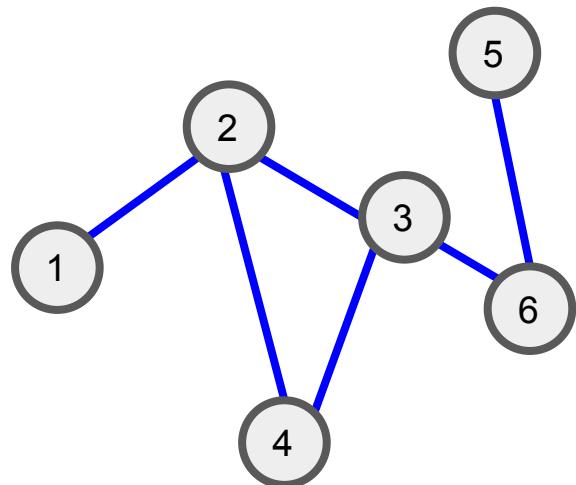
$$\mathcal{P}_n = \{i_0, i_1, i_2, \dots, i_n\}$$

$$\mathcal{P}_n = \{(i_0, i_1), (i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, (i_{n-1}, i_n)\}$$

- Путь - может пересекать себя

$$\mathcal{P}_{1,5} = \{1, 2, 3, 4, 2, 3, 6, 5\}$$

- Дистанция (геодезическая) - кратчайший путь



$$h_{1,3} = 2$$

$$h_{1,7} = \infty$$

Построение Графов - Вес

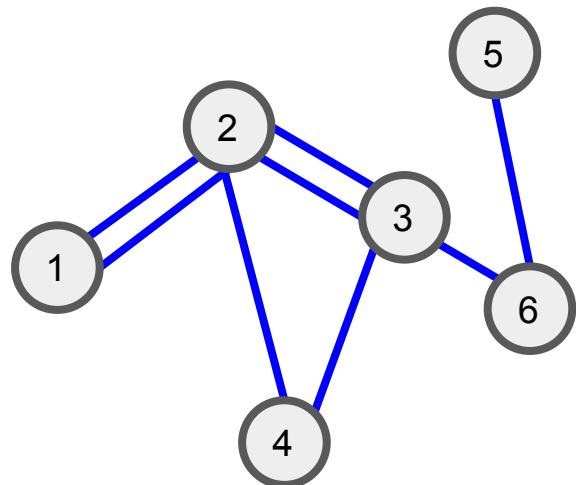
- События могут повторяться

$$w_{u,v} = |\mathcal{E}_{u,v}| = \{(u_0, v_0), (u_1, v_1), \dots, (u_n, v_n)\} | = n$$

- Значимость событий может меняться

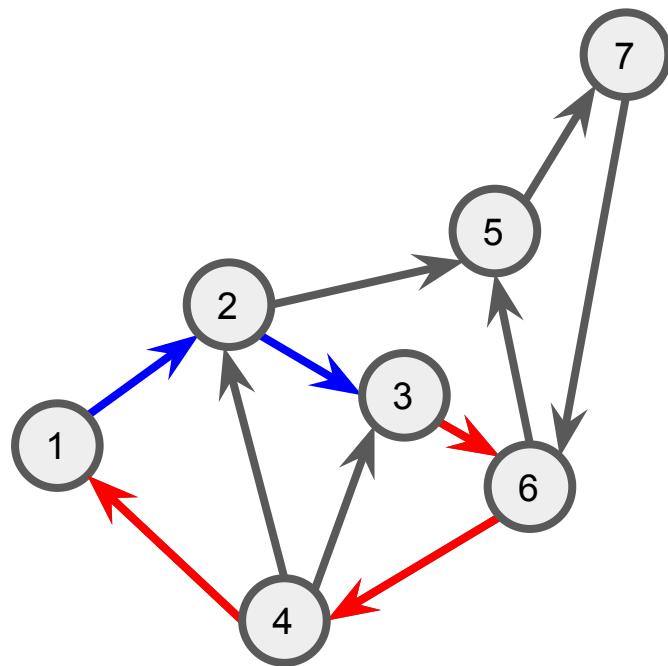
$$w_{u,v} = f(\theta), \text{ где } \theta \text{ - вектор параметров}$$

- Рассматривать граф в статике - скучно!



Построение Графов - Уплотнение

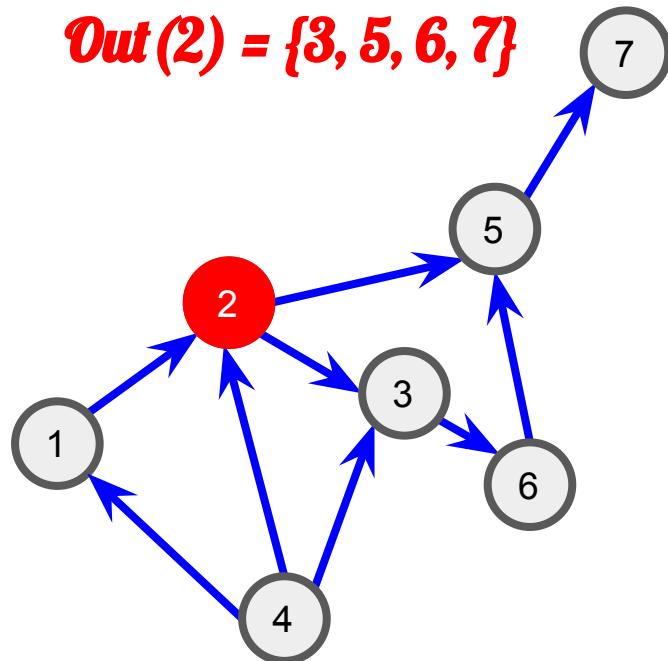
- Дистанция в ориентированном графе - асимметрична
 $h_{1,3} = 2 \quad \neq \quad h_{3,1} = 3$
- Диаметр - максимальная (кратчайшая) дистанция
 $D = h_{\max}$
- Диаметр уменьшается с ростом графа (справедливо для большинства реальных сетей)



Построение Графов - Связность

$$\text{In}(2) = \{1, 4\},$$

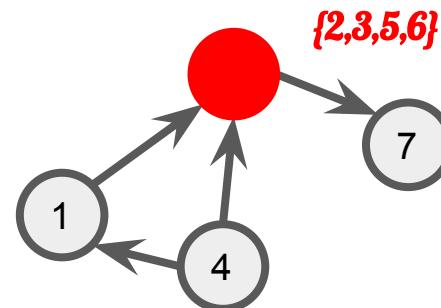
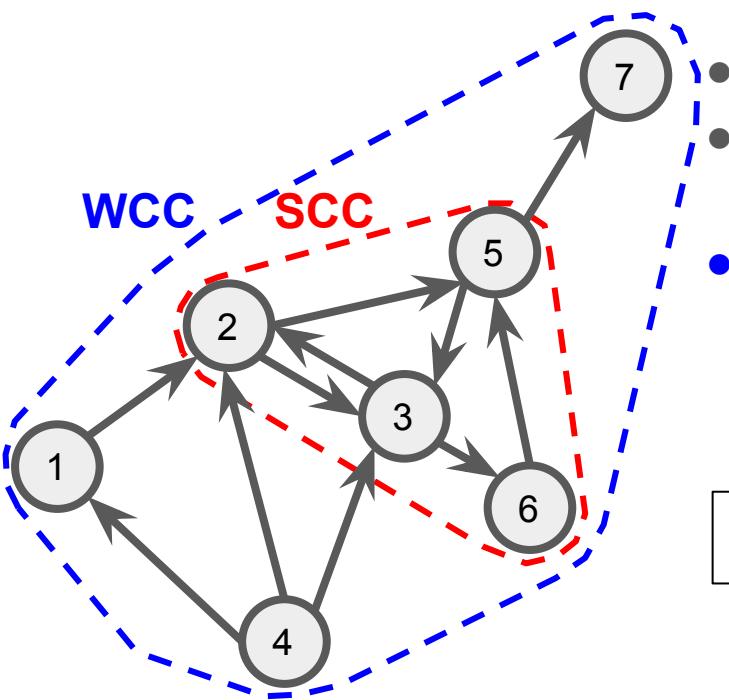
$$\text{Out}(2) = \{3, 5, 6, 7\}$$



- Представьте ориентированный граф G , а в нём:
 - Вершины - это страницы в веб, а
 - Рёбра - гиперссылки между ними, $V = \{ods.ai, mlcourse.ai, dlcourse.ai, \dots, etc.\}$,
 $E = \{ods.ai \rightarrow mlcourse.ai, \dots, etc.\}$
 - Пара вопросов:**
 - Из V_i , куда можно добраться по ссылкам?
 - Откуда можно добраться в V_i по ссылкам?
 - Наблюдение:** из V_7 - никуда, в V_4 - ниоткуда.
- $$\text{In}(v) = \{w \mid из w дойдёт до } v\}$$
- $$\text{Out}(v) = \{w \mid из } v дойдёт до w\}$$

Связность и Компоненты (SCC и WCC)

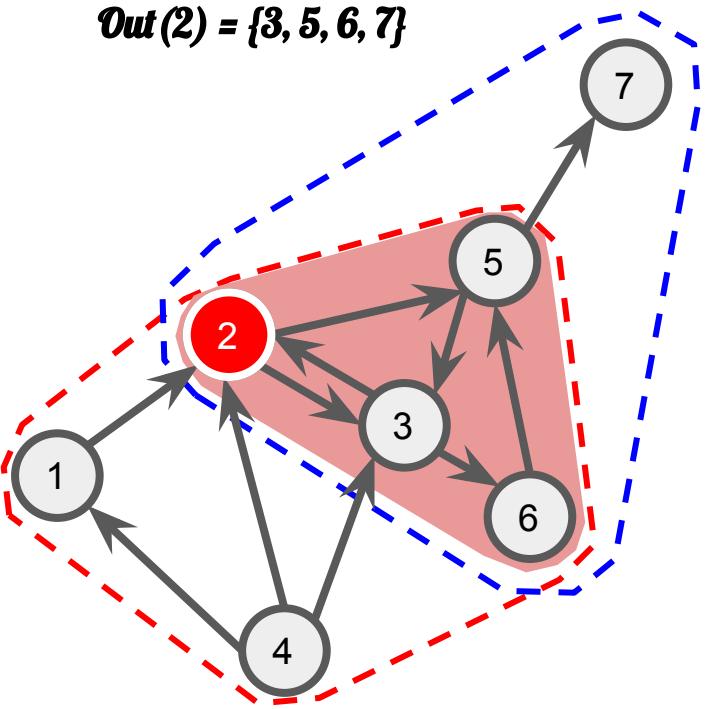
- Ориентированные графы бывают двух видов:
 - **SCC** - сильно связанные - между всеми вершинами можно пройти по рёбрам (пример - субграф $\{2,3,5,6\}$), и
 - **DAG** - ациклические - проходимы в одном направлении.
- Любой направленный граф можно описать ими.
- Факт - любой ориентированный граф - ацикличен на сильно связанных компонентах.
- **WCC** - слабо связанныя компонента (неориентированная проекция).



Связность Графа Интернета - Метод Измерения

$$\text{In}(2) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{Out}(2) = \{3, 5, 6, 7\}$$



Проведём вычислительный эксперимент:

- Наугад выберем одну вершину i
- Найдём её компоненты $\text{In}(i)$ и $\text{Out}(i)$
- Вычислим их размеры

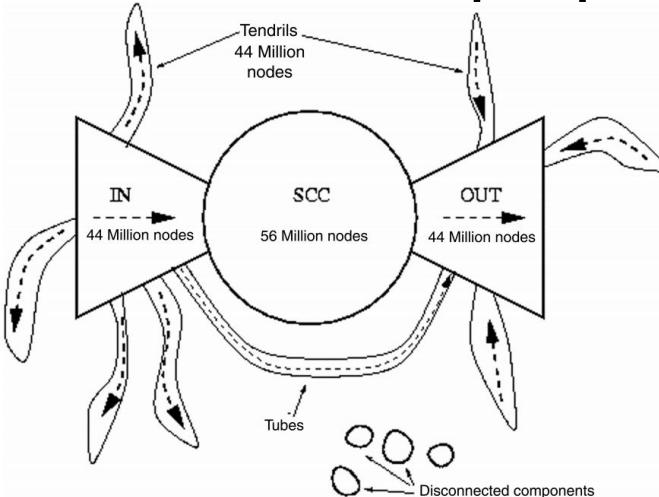
$$\text{SCC}(2) = \text{In}(2) \cap \text{Out}(2) = \{2, 3, 5, 6\}$$

Обратите внимание:

$$\text{SCC}(i) = \text{Out}(i) \cap \text{In}(i) = \text{Out}(i, g) \cap \text{Out}(i, g'),$$

где g' - проекция g , в которой рёбра перевёрнуты.

Связность Графа Интернета

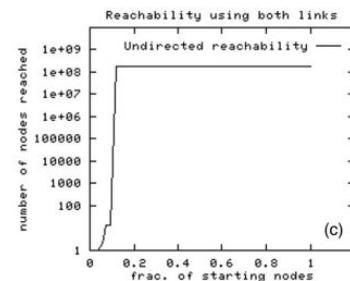
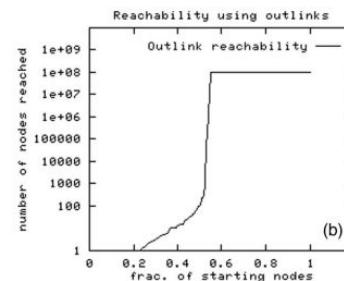
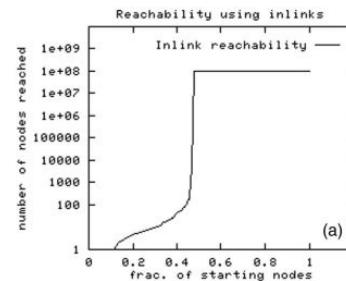


Повторим в масштабе веб:

Altavista, октябрь 1999: 203M URLs, 1.5B ссылок

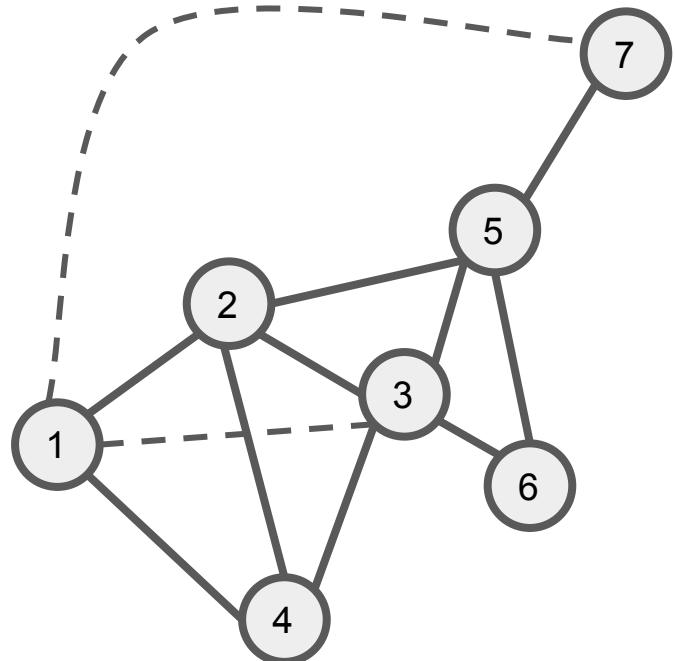
Наблюдение:

BFS либо обходит много страниц, либо затухает.



Триады

Какая связь более вероятна?



- 1-3, или
- 1-7?

Сильные связи:
(высокая кластеризация)

$C(i) \in [0, 1]$, коэффиц. кластеризации

$C(i) = e_i / e_{max}$, количество
связей между соседями

$C(4) = \frac{2}{3}$, $C(1) = 1$ (полносвязная клика)

Доля общих контактов

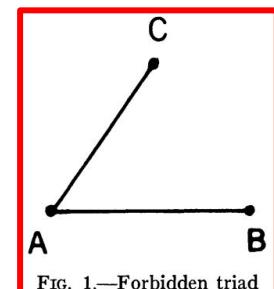
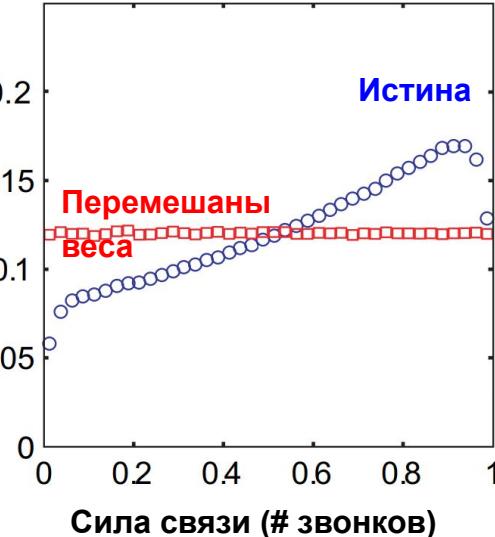
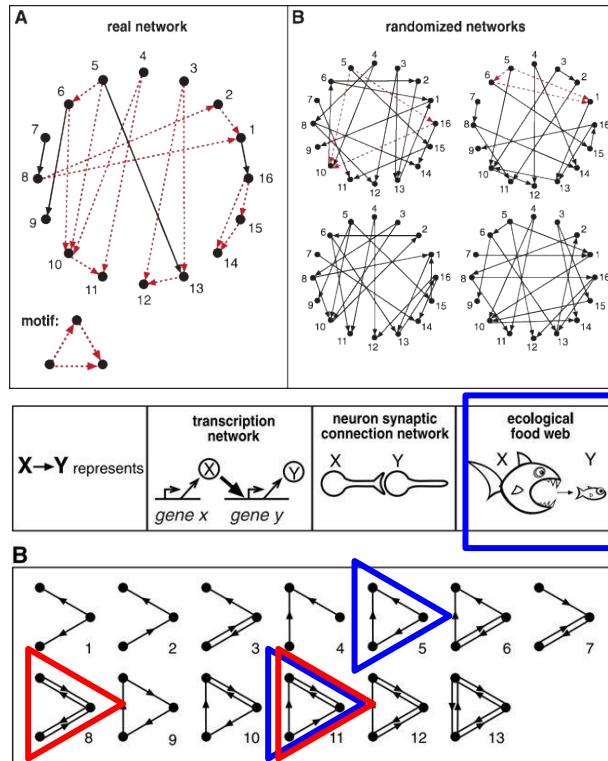


FIG. 1.—Forbidden triad

Характер Образования Связей в Природе



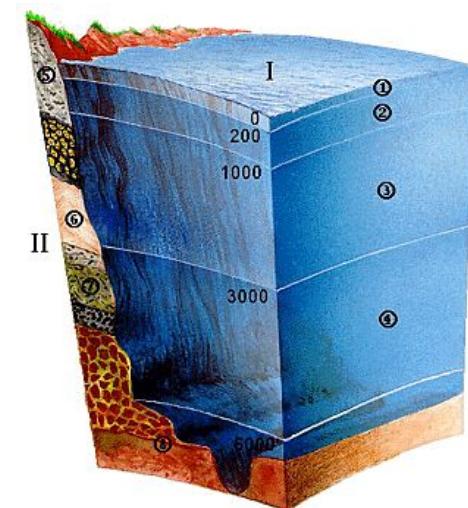
Повторяющиеся структуры - мотифы:

- Пищевые цепочки
- Связи нейронов в мозгу
- Транспортные сети

Следствия:

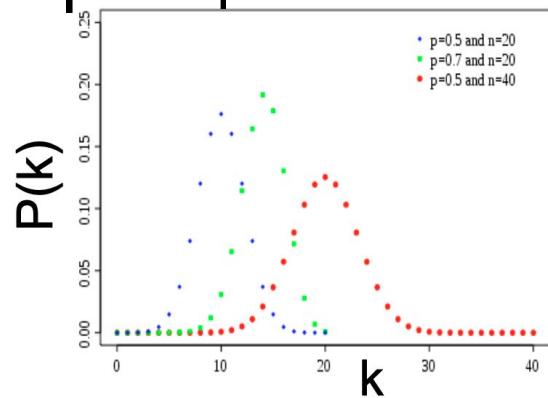
- Функциональные блоки
- Выделение частей

Залив Флориды
Пассажиропотоки РФ



Принцип Минимальных Усилей

Не все вершины одинаково популярны

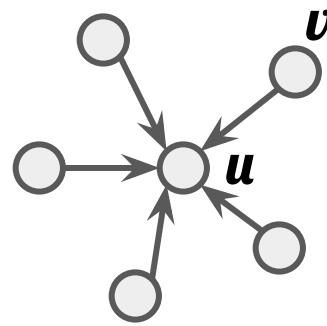


- Частота слов в человеческом языке
- Распределение личного богатства
- Подписчики в твиттере
- И многое прочее описывается степенной функцией распределения $p(k) = k^{-\alpha}$
(и её вариациями, вроде закона Ципфа)
- Даже мысли (вернее, их представления)

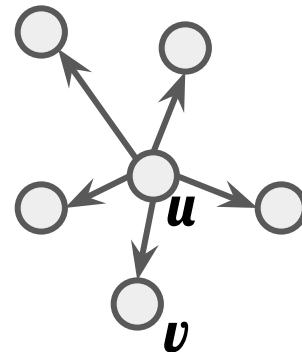
Какова $p(k)$ - функция распределения количества связей k у вершины графа? Думаете, гауссиана?

Центральность

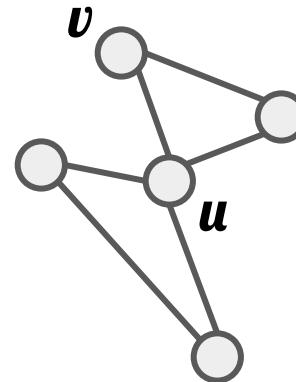
В каждом из этих графов u будет иметь большее значение, чем v по определённому критерию



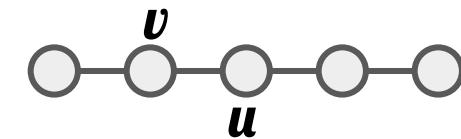
Indegree



Outdegree



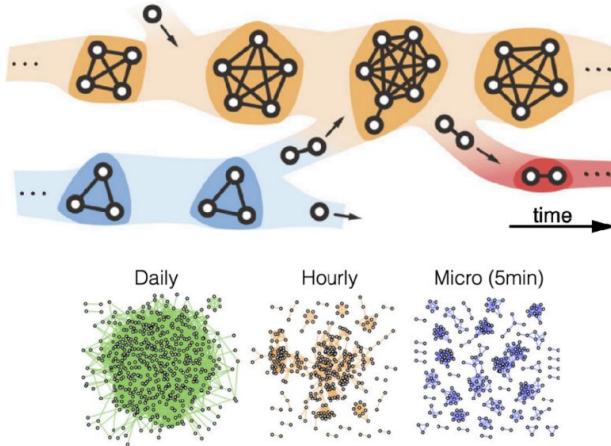
Betweenness



Closeness

Диффузия в сетях - эпидемии

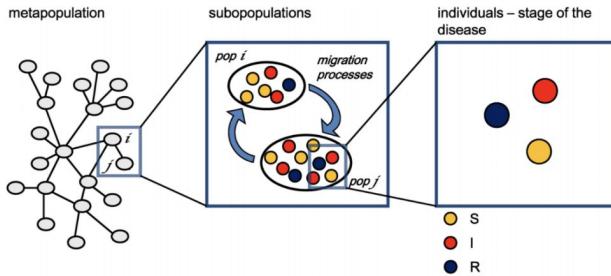
[1]



Важные особенности

- Парадокс друзей - заражение быстро добирается до хабов
- Высокая корреляция с транспортными потоками
- Лучшие модели прогноза на сегодня - иерархические сетевые

[2]



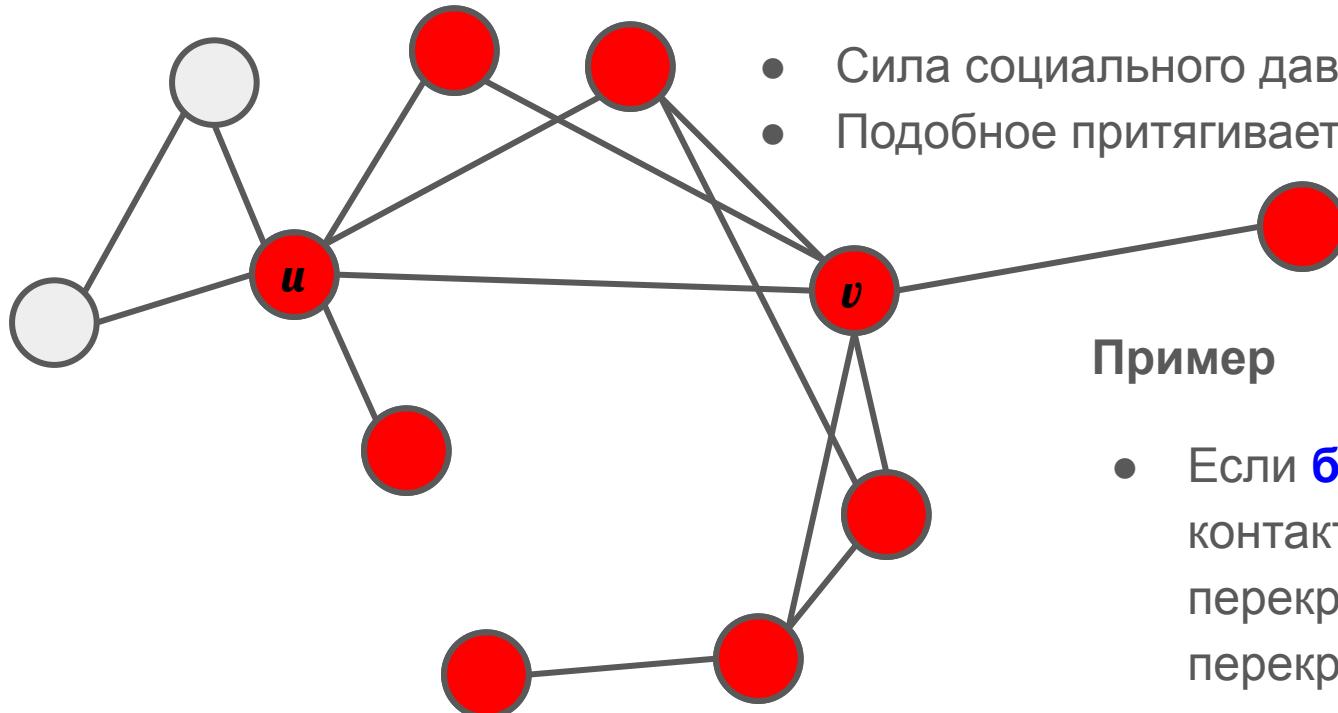
[1] Sekara, Vedran, Arkadiusz Stopczynski, and Sune Lehmann. "Fundamental structures of dynamic social networks." PNAS 113.36 (2016): 9977-9982.

[2] Colizza & Vespignani, Epidemic modeling in metapopulation systems with heterogeneous coupling pattern: Theory and simulations (2008)

Диффузия в сетях - убеждения

Важные особенности

- Сила социального давления
- Подобное притягивается



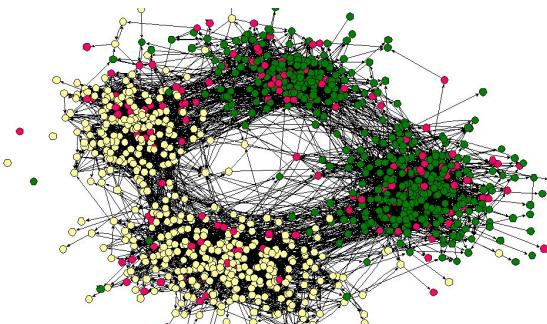
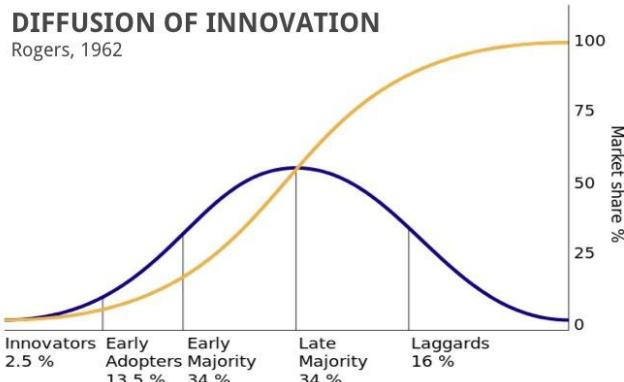
Пример

- Если **более половины** контактов вершины перекрасились, то и она перекрасится

Диффузия в сетях - инновации

DIFFUSION OF INNOVATION

Rogers, 1962



Важные особенности

- Сила социального давления
 - Социоэкономические характеристики
 - Гомофилия - угроза прогрессу
 - Набор критической массы
- Культурные различия
 - Аналогично Free Lunch Theorem
 - Последствия инноваций - механизация Арктики
 - Последствия последствий - голод в Ирландии
- Осторожно, инноваторы!

Машинное обучение

Кластеризация и выявление сообществ

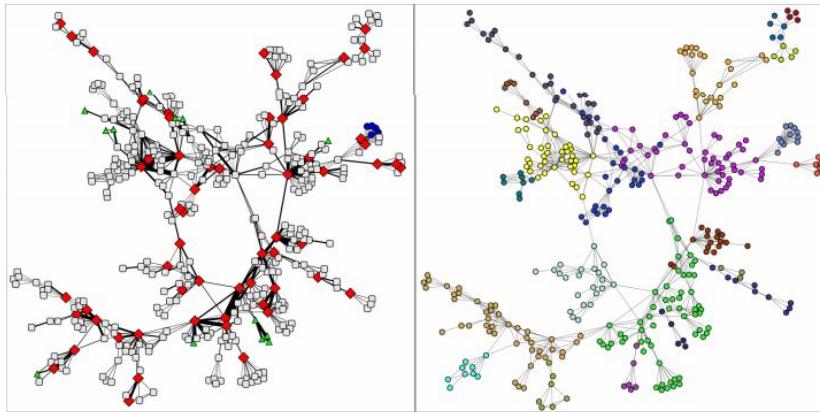


Figure 1: Role discovery and community discovery are complementary approaches to network analysis. Left: The 4 roles that *RolX* discovers on the largest connected component of the Network Science Co-authorship Graph: “bridge” nodes (as red diamonds), “main-stream” nodes (gray squares), etc - see text. Right: The 22 communities that Fast Modularity [6] finds on the same co-authorship graph. Roles capture node-level behaviors and generalize across networks whilst communities cannot.

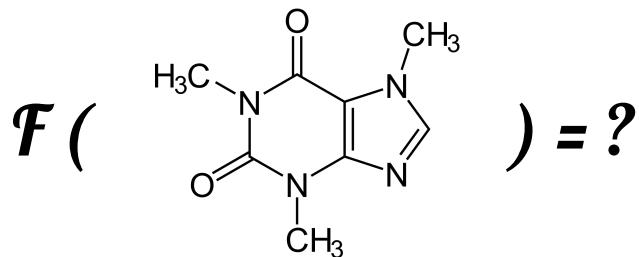
Кластеризация графов (сообщества)

- Плотно связанные части
- Минимальное сечение

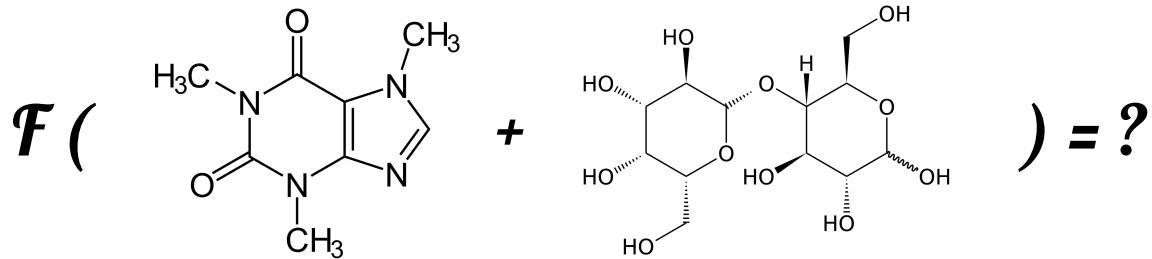
Подобие вершин (роли)

- Мосты - соединяют сообщества
- Опорные узлы - удаление разбивает граф

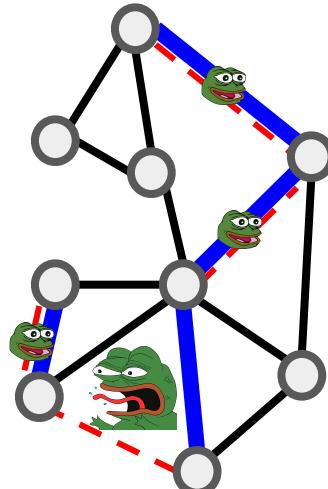
Классификация вершин и графов



- Яд или лекарство?
- А если смешать?
- А как реакция пойдёт?



Предсказание Связи



$G[t_0, t'_0]$
 $G[t_r, t'_r]$

Задача:

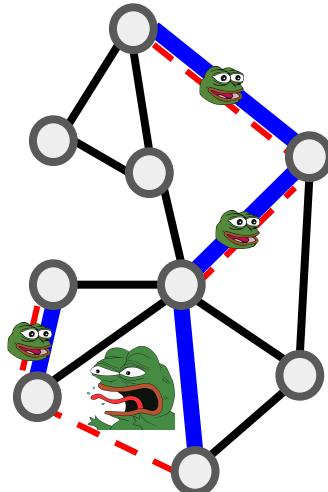
По заданному $G[t_0, t'_0]$ - графу в момент t_0 ,
создать ранжированный список \mathcal{L} связей
(отсутствующих в $G[t_0, t'_0]$),
которые появятся $G[t_r, t'_r]$.

Оценка:

$n = |\mathcal{E}_{new}| : \# \text{ связей } G[t_r, t'_r]$.

Берём первые n элементов \mathcal{L} и считаем
совпадения.

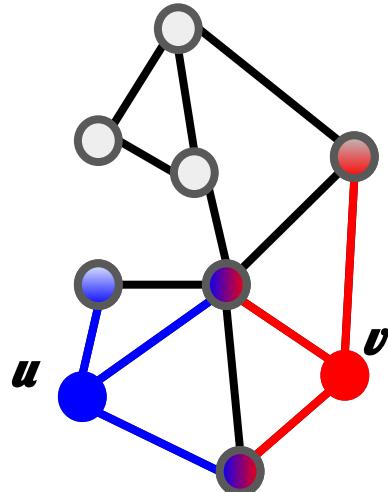
Предсказание Связи - Порядок Действий



$G[t_o, t'_o]$
 $G[t_r, t'_r]$

- Для каждой пары (u, v) не связанных вершин графа $G[t_o, t'_o]$ - вычислить метрику $c(u, v)$
 - (например, # общих соседей)
- Отсортировать пары по убыванию значения $c(u, v)$ и создать ранжированный список L
- Предложить первые n пар как возможные связи в будущем
- Оценить качество на графике $G[t_r, t'_r]$.

Предсказание Связи - Методы (для примера)



Степень вершины

$$d_i = |\Gamma(i)|$$

Геодезическая дистанция: $1/h_{u,v}$

Общие соседи: $|\Gamma(u) \cap \Gamma(v)|$ (см. Грановеттер, 73)

Жаккардов индекс: $|\Gamma(u) \cap \Gamma(v)| / |\Gamma(u) \cup \Gamma(v)|$

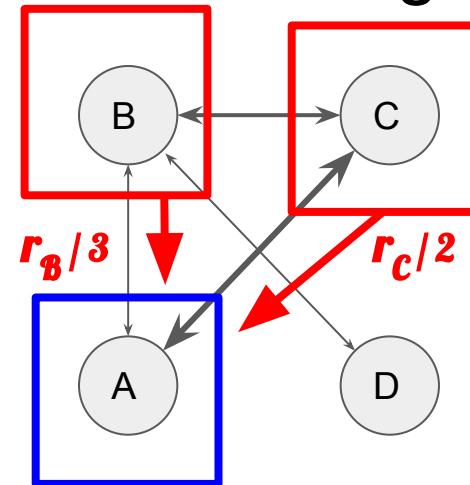
Адамик/Адар: $\sum_{z \in \Gamma(u) \cap \Gamma(v)} 1/\log |\Gamma(z)|$

Предпочтительное присоединение: $|\Gamma(u)| \cdot |\Gamma(v)|$

PageRank: $r_u(v) + r_v(u)$

Шанс встретить v
прогуливаясь из u

Какой Page Rank?

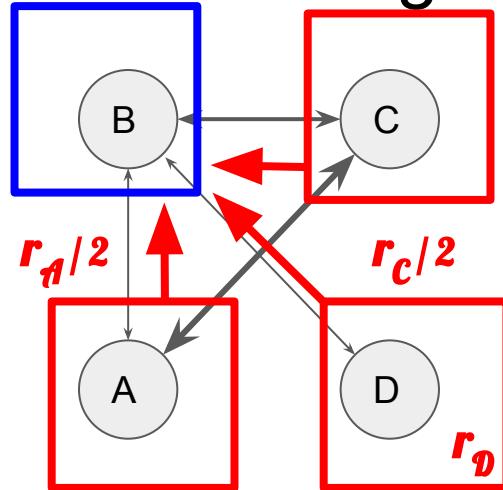


$$r_j = \sum_{i \rightarrow j} \frac{r_i}{d_i},$$

Интуиция:

Как [поёт](#) Эдита Пьеха,
кто-то теряет,
кто-то находит.

Какой Page Rank?

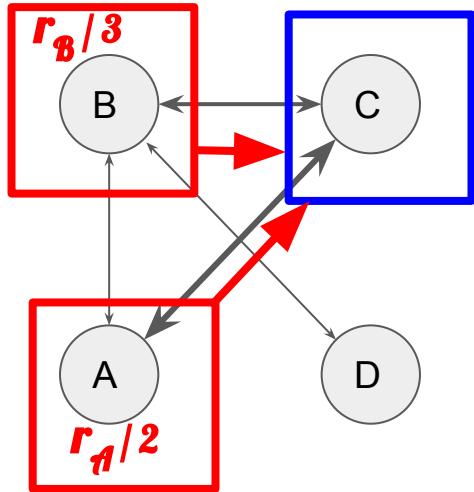


$$r_j = \sum_{i \rightarrow j} \frac{r_i}{d_i},$$

Интуиция:

Как [поёт](#) Эдита Пьеха,
кто-то теряет,
кто-то находит.

Какой Page Rank?

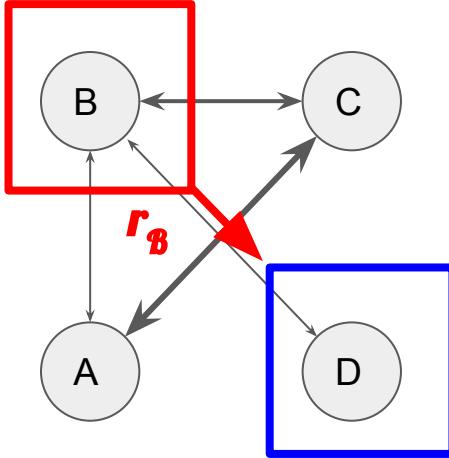


$$r_j = \sum_{i \rightarrow j} \frac{r_i}{d_i},$$

Интуиция:

Как [поёт](#) Эдита Пьеха,
кто-то теряет,
кто-то находит.

Какой Page Rank?



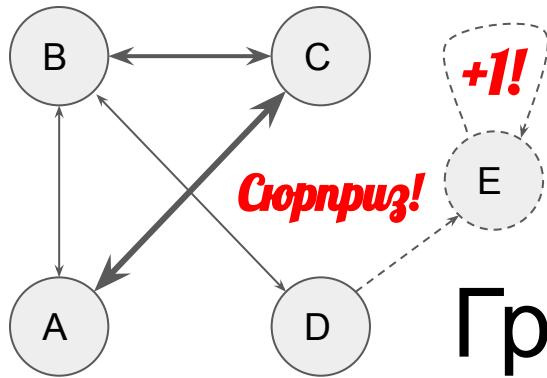
$$r_j = \sum_{i \rightarrow j} \frac{r_i}{d_i},$$

Интуиция:

Как [поёт](#) Эдита Пьеха,
кто-то теряет,
кто-то находит.

Стационарное распределение:
шанс бродяги оказаться в вершине

Какой Page Rank?



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \end{bmatrix}, r = \begin{bmatrix} r_A \\ r_B \\ r_C \\ r_D \end{bmatrix},$$

Граф в Матрице

$$M_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{d_j} & \forall i, j \iff i \in \Gamma(j), \\ 0 & \forall i, j \iff i \notin \Gamma(j). \end{cases}$$

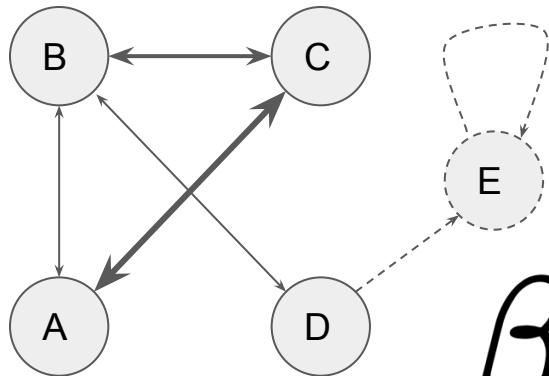
Ванильно!

$$r_j = \sum_{i \rightarrow j} \frac{r_i}{d_i}, \quad r = Mr.$$

элегантное доказательство

Стационарное распределение:
шанс бродяги оказаться в вершине

Какой Page Rank?



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \end{bmatrix}, r = \begin{bmatrix} r_A \\ r_B \\ r_C \\ r_D \end{bmatrix},$$

$$\beta \approx 0.15,$$

Реальность - добавим телепорт!

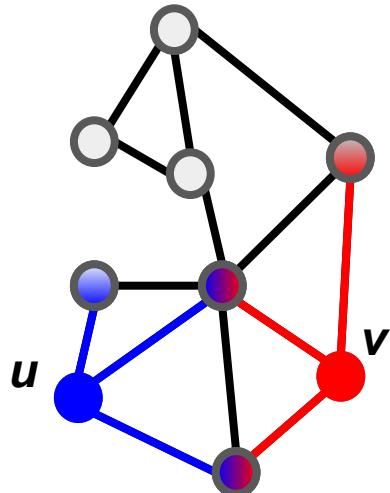
$$r_j = \sum_{i \rightarrow j} \beta \frac{r_i}{d_i} + (1 - \beta) \frac{1}{n},$$

$$M_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{d_j} & \forall i, j \iff i \in \Gamma(j), \\ 0 & \forall i, j \iff i \notin \Gamma(j). \end{cases}$$

$$M^* = \beta M + (1 - \beta)[1/n]_{n \times n},$$

$$r = M^* r.$$

Персональный PR (и Возвращение Бродяги)



Пусть $\delta_k(x) = \{u, v\}$ - мы телепортируемся
исключительно в **u** или **v**

$$M_{ij}^p = \begin{cases} \beta M_{ij} + \frac{1-\beta}{|S_k(x)|} & \forall i, j \iff i \in S_k(x), \\ \beta M_{ij} & \forall i, j \iff i \notin S_k(x). \end{cases}$$

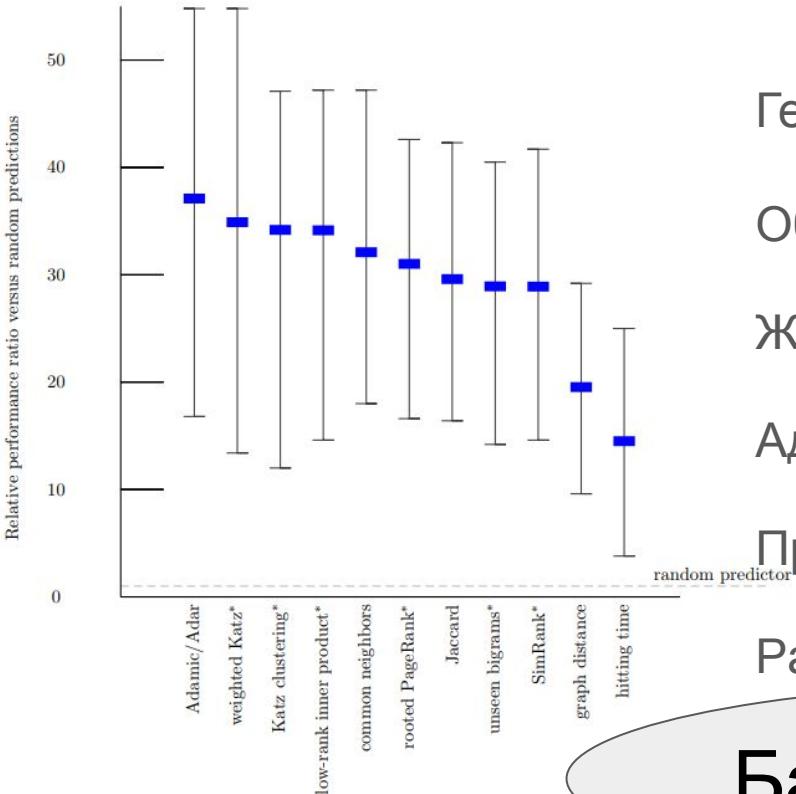
$|S_k(x)| = 1 \equiv \text{Random Walk With Restarts}$

Вот так мы и вычисляем!

PageRank: $r_u(v) + r_v(u)$

Шанс встретить **v**
прогуливаясь из **u**

Предсказание Связи - Методы (для примера)



Геодезическая дистанция: $1 / h_{u,v}$

Общие соседи: $|\Gamma(u) \cap \Gamma(v)|$

Жаккардов индекс: $|\Gamma(u) \cap \Gamma(v)| / |\Gamma(u) \cup \Gamma(v)|$

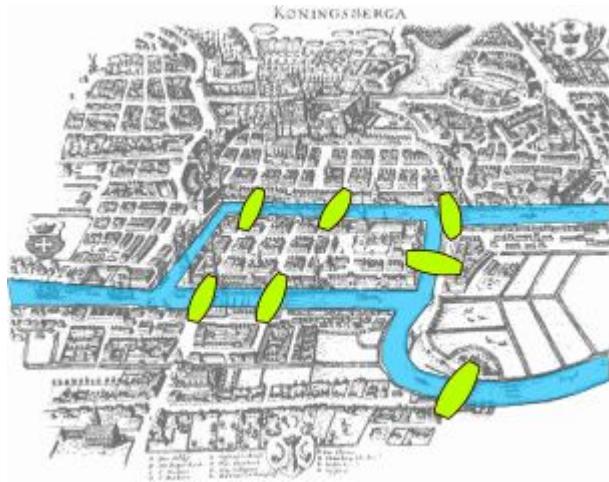
Адамик/Адар: $\sum_{z \in \Gamma(u) \cap \Gamma(v)} 1 / \log |\Gamma(z)|$

Предпочтительное присоединение: $|\Gamma(u)| \cdot |\Gamma(v)|$

PageRank: $r_u(v) + r_v(u)$

Базовый уровень!



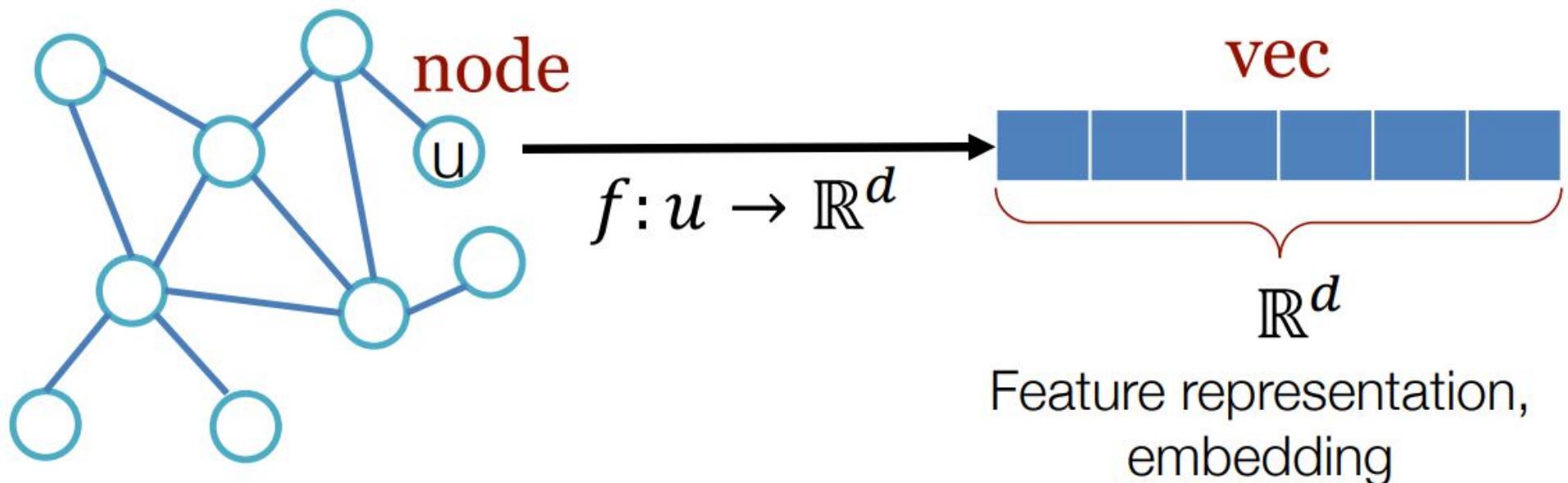


ЭЙЛЕР МОСТЫ ЛЕНЬ

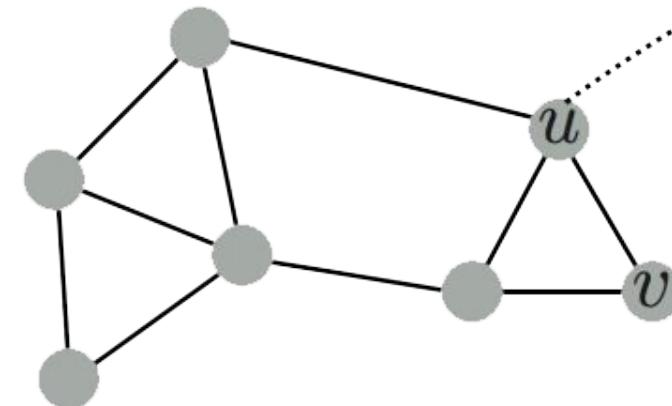


https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d7/Leonhard_Euler.jpg
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5d/Konigsberg_bridges.png

Векторные Представления Графов



Векторные Представления Графов



кодируем
вершины

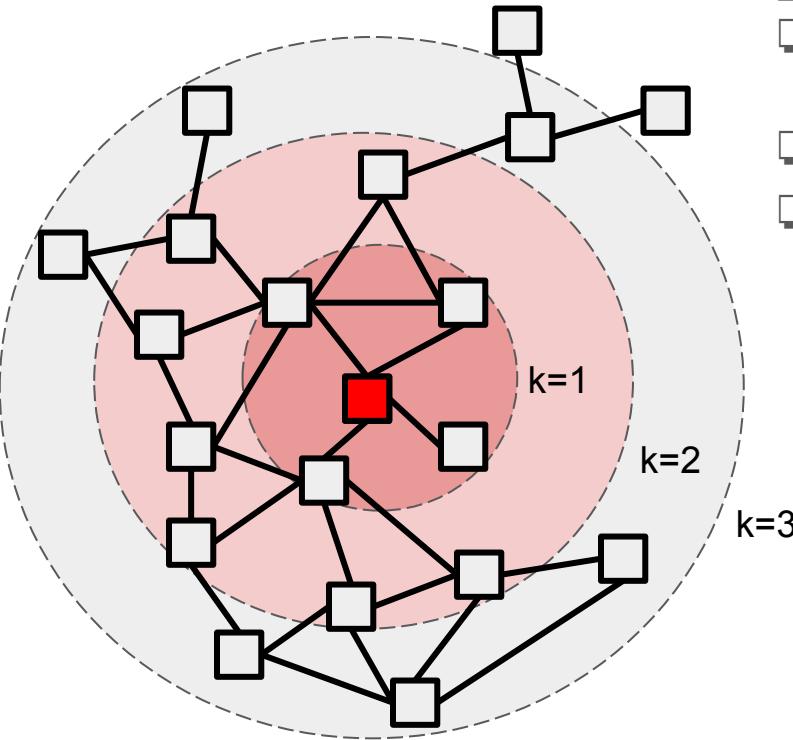
на входе - сеть

d-мерное пр-во

$$L = \sum_{(u,v) \in V \times V} \|z_u^T z_v - A_{u,v}\|^2$$

- в простейшем случае матрица смежности
(бинарная) задаёт функцию потерь

Соседи по Графу - Смотрим Шире



- Красным - интересующая нас вершина
- $k=1$ - соседи в одном шаге
 - A (т.е. матрица смежности)
- $k=2$ - соседи в двух шагах
- $k=3$ - соседи в трёх шагах

Как бы так этих
соседей вдали
определить
стохастически?

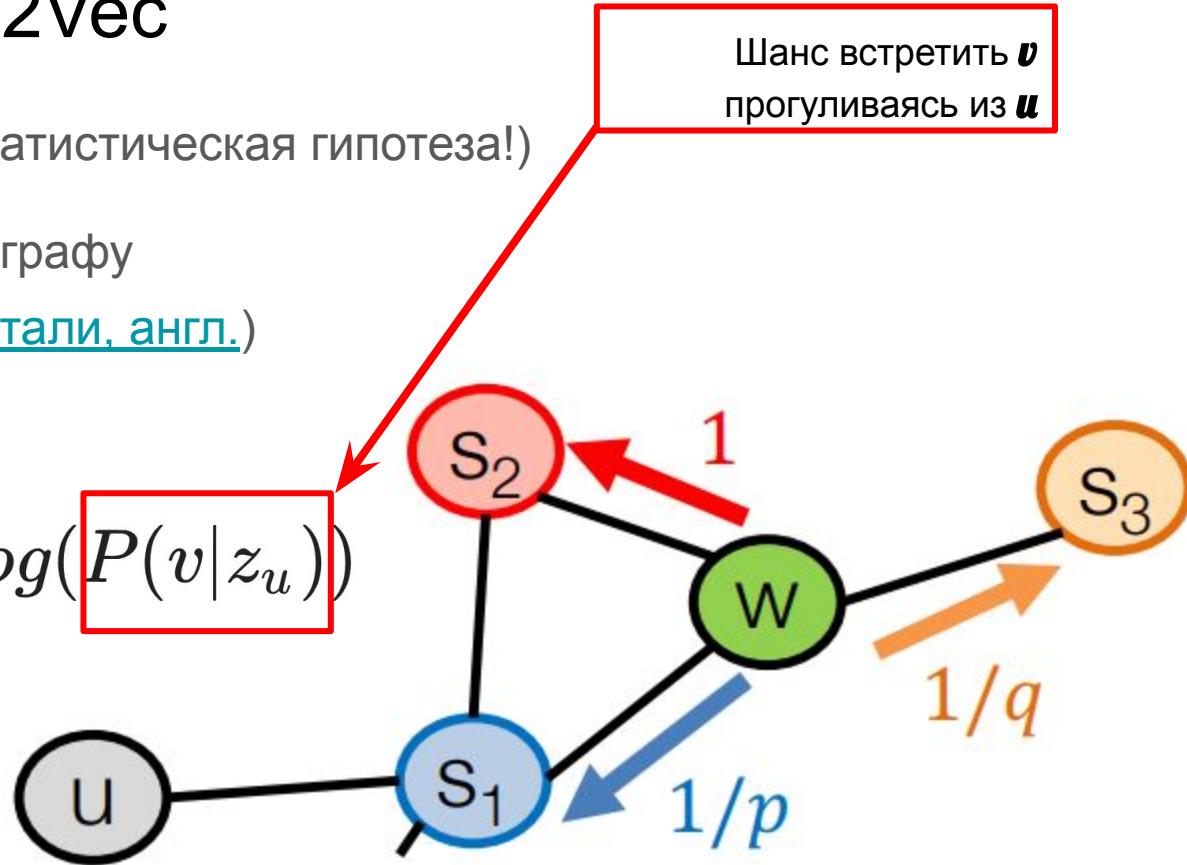


DeepWalk и Node2Vec

Интуиция: skip-N-grams (статистическая гипотеза!)

- 1) Запускаем бродягу по графу
- 2) Обучаем *word2vec* ([детали, англ.](#))
- 3) Функция потерь:

$$L = \sum_{u \in V} \sum_{v \in N_R(u)} -\log(P(v|z_u))$$

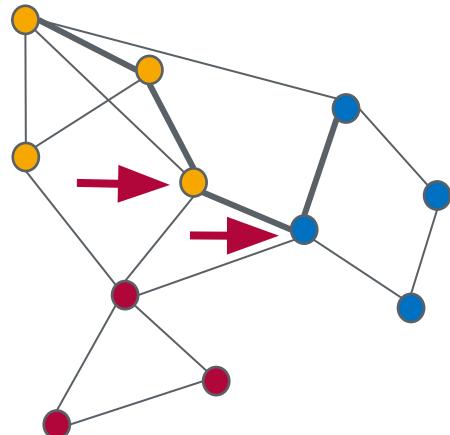


[Perozzi et al., 2014](#)

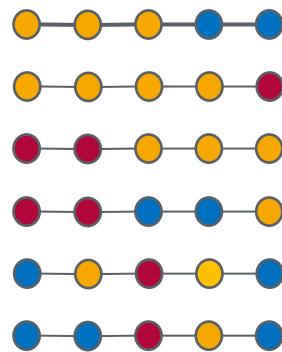
[Grover et al., 2016](#)

DeepWalk и Node2Vec

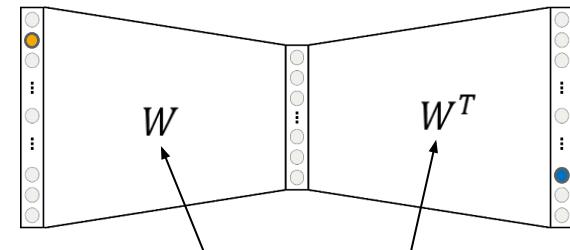
Вершины на пути бродяги \approx слова в предложениях \rightarrow word2vec



Блуждания^[2,3]



Самообучающаяся нейронная сеть^[1]

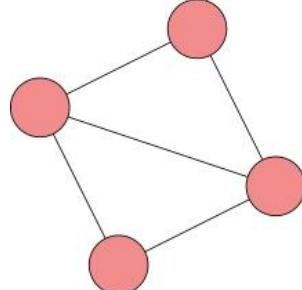


- Mikolov et al., 2013 [1]
- Perozzi et al., 2014 [2]
- Grover et al., 2016 [3]

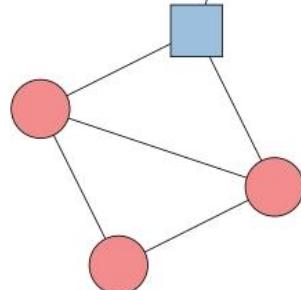
Сходятся к PPR!

VERSE

Сообщества



Роли



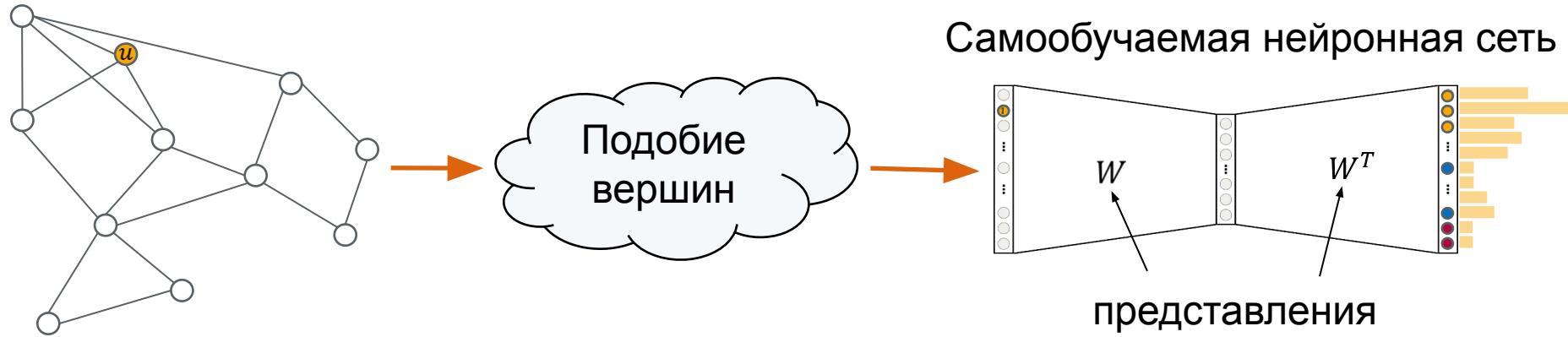
Структура



А может одна модель захватить все эти свойства?

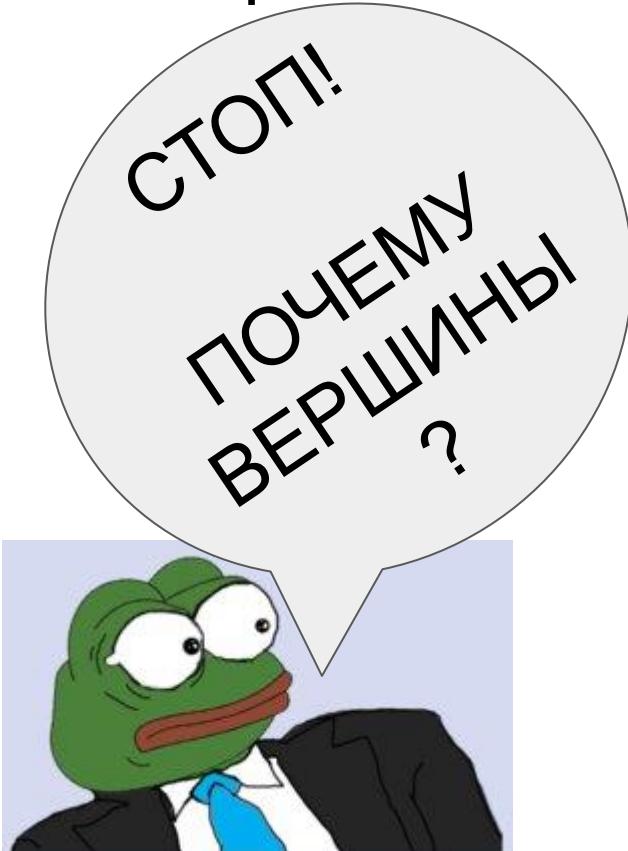


VERSE выучивает распределения подобия



$$\mathcal{L}_{NCE} = \sum_{\substack{u \sim \mathcal{P} \\ v \sim sim_G(u, \cdot)}} \left[\log \Pr_W(D = 1 | sim_E(u, v)) + k \mathbb{E}_{\tilde{v} \sim Q(u)} \log \Pr_W(D = 0 | sim_E(u, \tilde{v})) \right]$$

Как Приготовить Представления для Рёбер?



Адамар:

$$[z_u \odot z_v]_i = z_u(i) * z_v(i),$$

Сумма (среднее):

$$[z_u \oplus z_v]_i = \frac{z_u(i) + z_v(i)}{2},$$

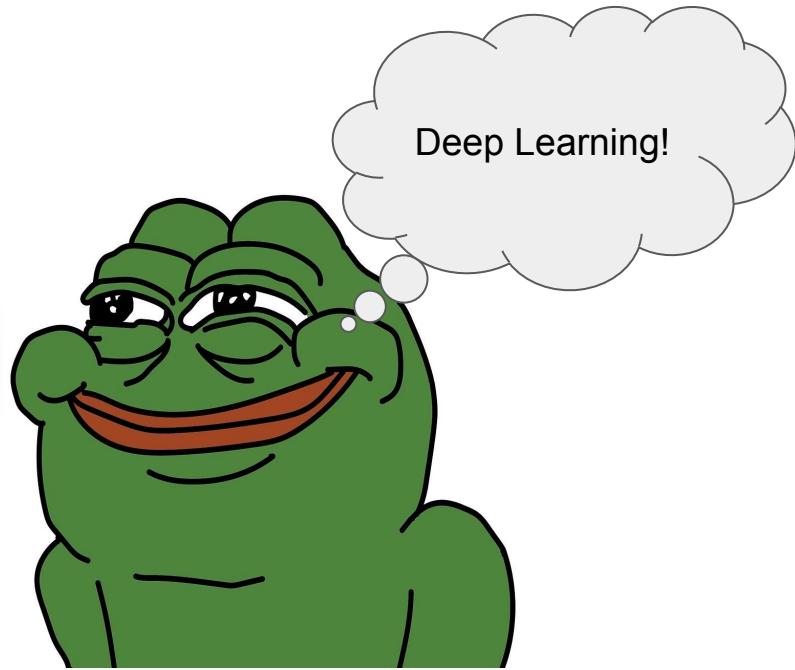
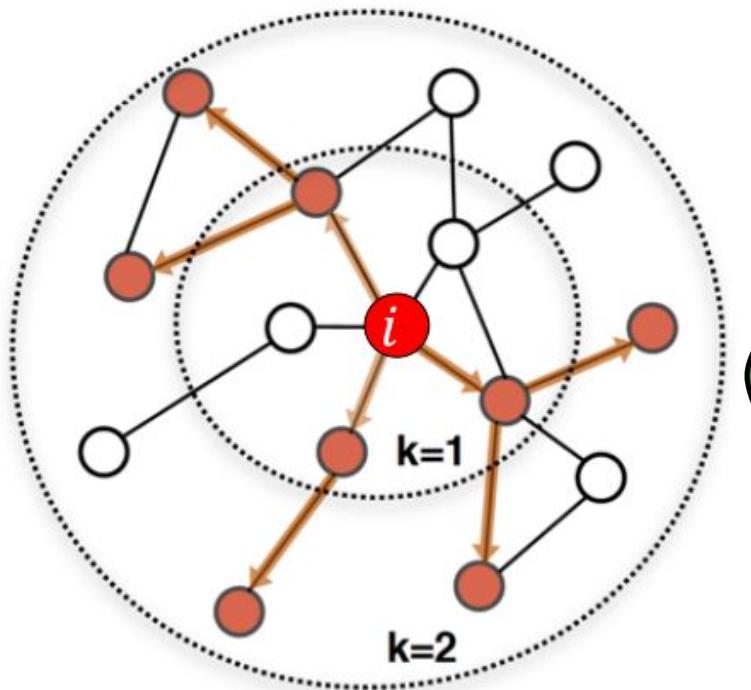
Дистанция L2:

$$\|z_u - z_v\|_{\bar{2}i} = |z_u(i) - z_v(i)|^2,$$

или

Конкатенация!

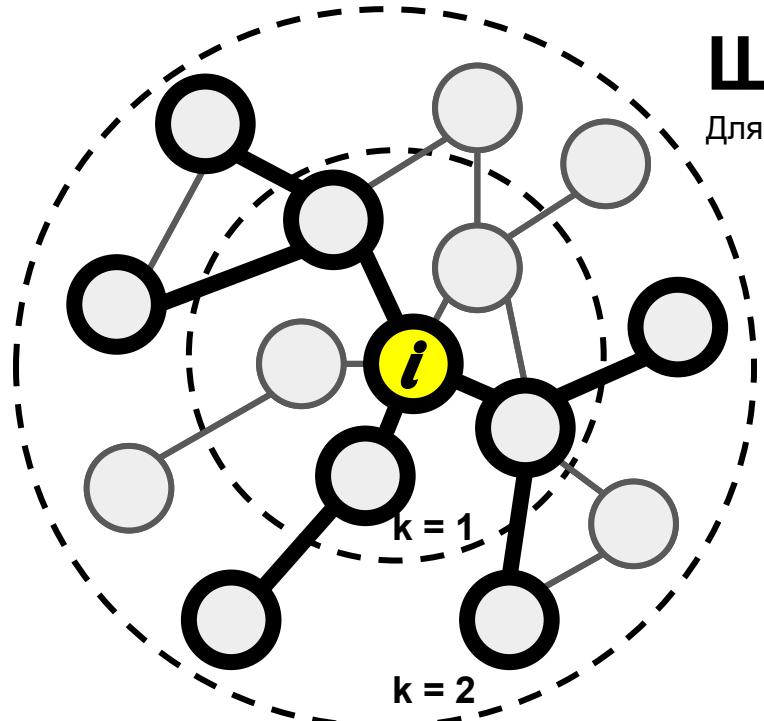
Графовые Нейронные Сети - Копают Глубже



[Scarselli et al., 2005](#)

[Kipf et al., 2017](#)

Графовые Нейронные Сети - Механика Работы



Шаг 1: Выборка

Для каждой вершины из соседей *k*-hop

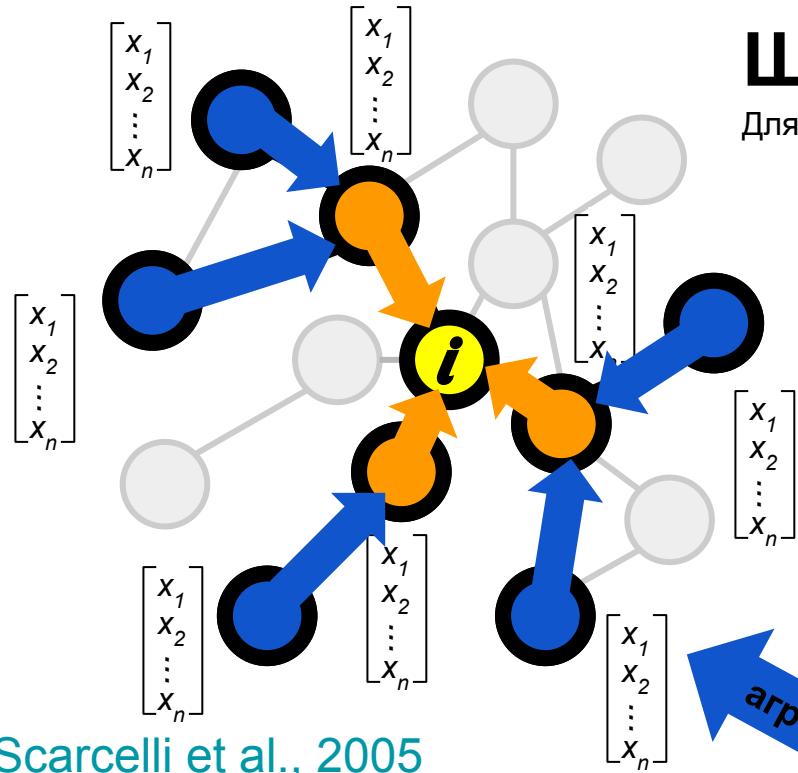
Скажи
Мне Кто
Твой Друг!

Scarselli et al., 2005

Hamilton & Ying, 2017



Графовые Нейронные Сети - Механика Работы



Шаг 1: Выборка

Для каждой вершины из соседей k-hop

Шаг 2: Агрегация

Сигнала от соседей

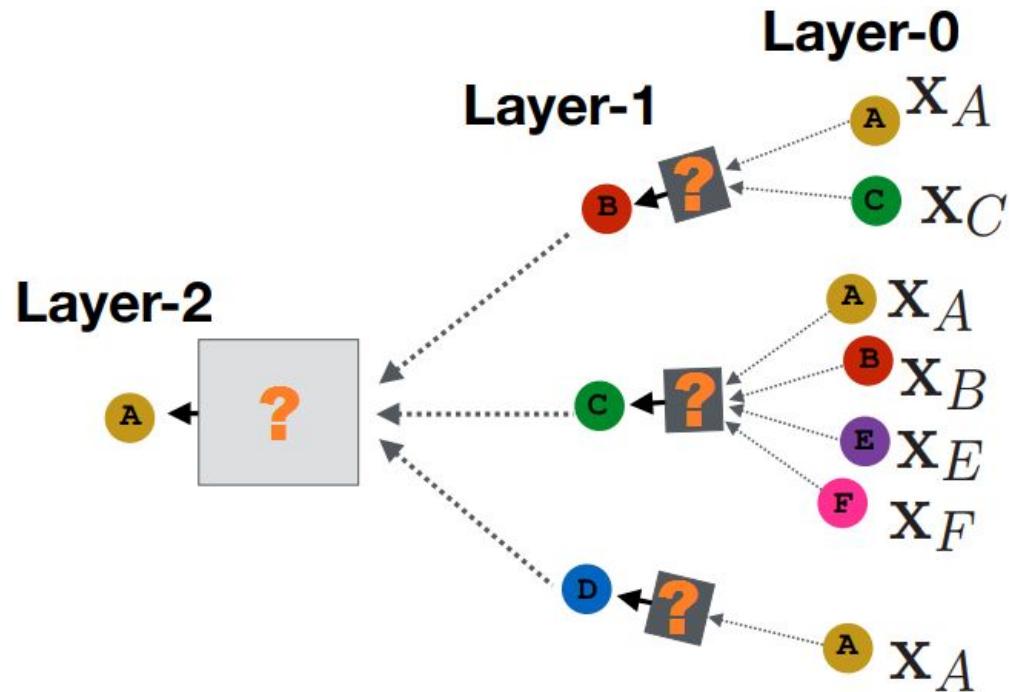
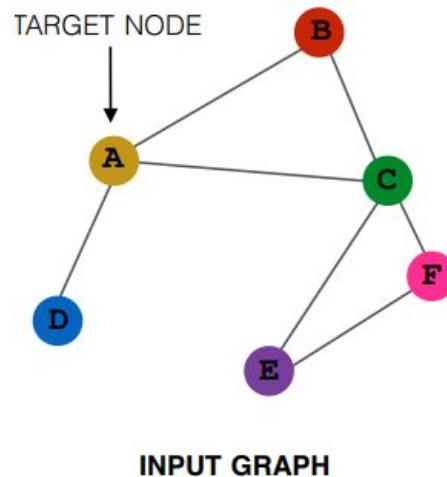
агрегатор₁
агрегатор₂

Scarselli et al., 2005

Hamilton & Ying, 2017



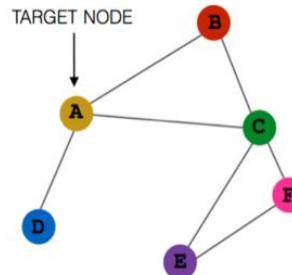
Графовые Нейронные Сети - Graph SAGE



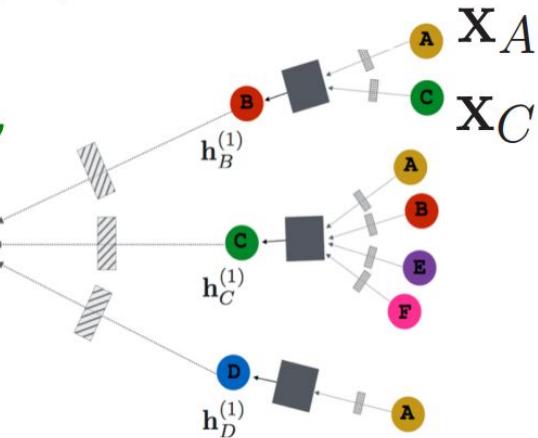
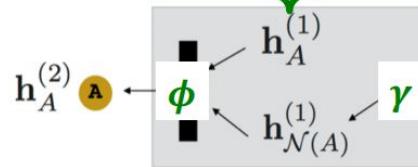
Deep Learning for Network Biology -- snap.stanford.edu/deepnetbio-ismb -- ISMB 2018

Graph SAGE - Что Там В Этих Коробчёнках?

$$\phi(\gamma_{x \in \mathcal{N}(A)}(h_x))$$



ϕ ... combine
 γ ... aggregate



Update for node **A**:

$$h_A^{(k+1)} = \sigma \left(\underbrace{W^{(k)} h_A^{(k)},}_{k + 1^{\text{st}} \text{ level}} \underbrace{\gamma_{x \in \mathcal{N}(A)} \left(\sigma(Q^{(k)} h_x^{(k)}) \right)}_{\substack{\text{Transform } A \text{'s own} \\ \text{embedding from level } k}} \right)$$

$h_A^{(k+1)}$

$h_A^{(k)}$

$W^{(k)}$

γ

$x \in \mathcal{N}(A)$

$Q^{(k)}$

$h_x^{(k)}$

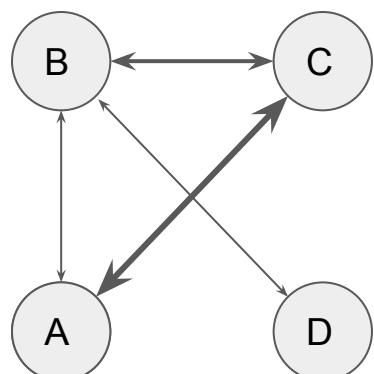
$k + 1^{\text{st}} \text{ level}$

embedding of node A

Transform A 's own embedding from level k

Transform and aggregate embeddings of neighbors n

Королевская Лазейка Чрез Пространство Фурье



$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x_{A1} & \dots & x_{Am} \\ x_{B1} & \dots & x_{Bm} \\ x_{C1} & \dots & x_{Cm} \\ x_{D1} & \dots & x_{Dm} \end{bmatrix},$$

$$x_A \in \mathbb{R}^m$$



3 строчки!!! (от iggisy9t)

$$\hat{A} = A + I_N, \quad \text{Единичная}$$

$$\hat{D} = D + I_N.$$

Random - OK!

Нормированный лапласиан pr.ones - OK!

$$f(H^{(l)}, A) = \sigma \left(\hat{D}^{-\frac{1}{2}} \hat{A} \hat{D}^{-\frac{1}{2}} H^{(l)} W^{(l)} \right)$$

Kiph & Welling, 2017

Современные тенденции

Статистическая гипотеза на стероидах

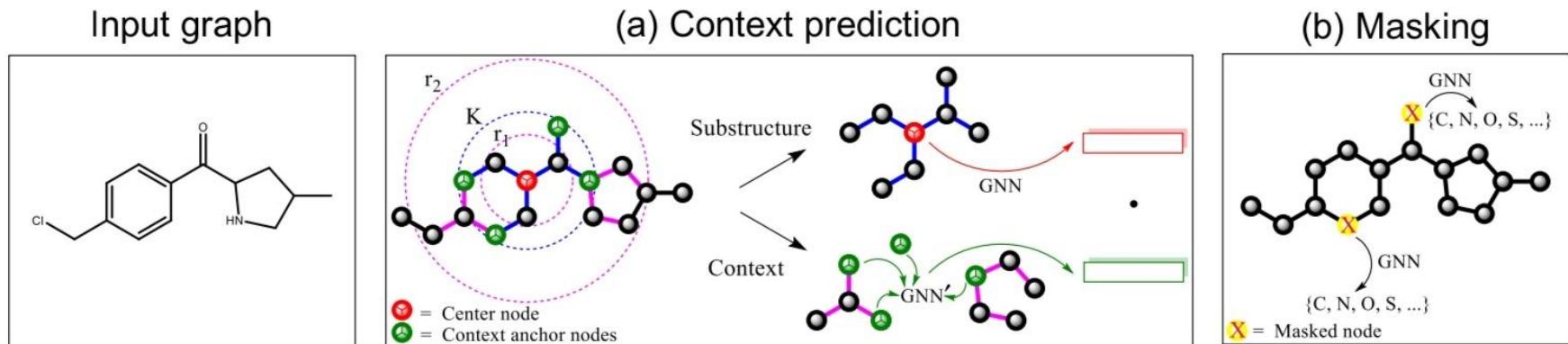
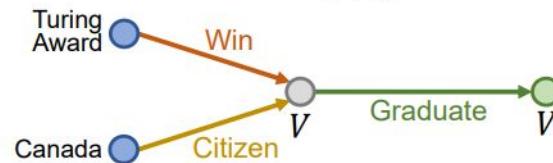


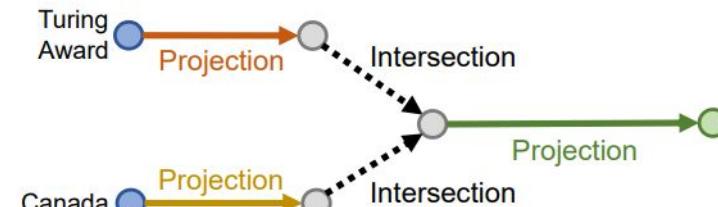
Figure 2: Illustration of Context Prediction and Masking for pre-training GNNs. **(a)** In Context Prediction, the substructure is defined as a K -hop subgraph around a selected center node, where K is the number of GNN layers and is set to 2 in the figure. The context is defined as the surrounding subgraph that is between r_1 - and r_2 -hop from the center node, where we use $r_1 = 1$ and $r_2 = 4$ in the figure. **(b)** In Masking, the input node/edge attributes are randomly masked, and the GNN is asked to predict them.

Гипергеометрия и все все все

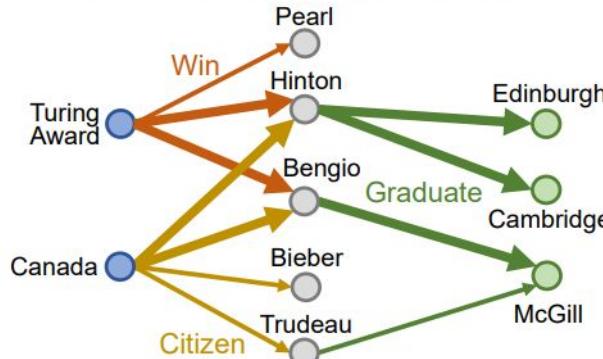
(A) Query q and Its Dependency Graph

$$q = V_? . \exists V : Win(TuringAward, V) \wedge Citizen(Canada, V) \\ \wedge Graduate(V, V_?)$$


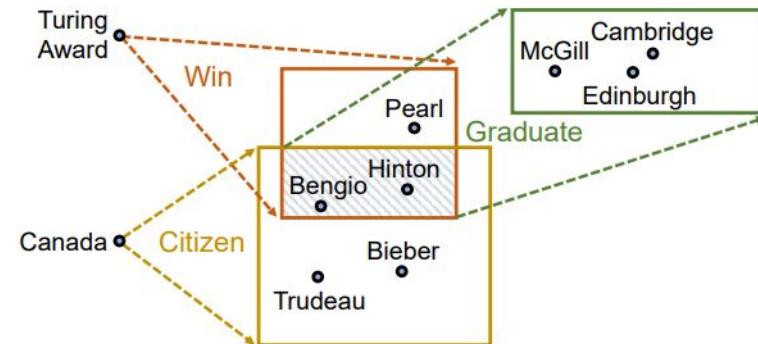
(B) Computation Graph



(C) Knowledge Graph Space



(D) Vector Space



Космические Корабли и Всё Такое





<https://s020.radikal.ru/i700/1412/e5/4f7b956abef4.jpg>

<https://pp.userapi.com/c639916/v639916761/9036/z50h7vxBbLQ.jpg>



<https://www.eloretro.ru/data/media/4000/1555158407779.jpg>

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/98/Fidel-Gagarin-hug.jpg>

Наследие Космической Эры



Протокол **НАССР*** в NASA придумали ещё в 60-х во избежание пищевых отравлений на орбите.

Космонавтам, знаете ли, и так непросто работается ([история космического туалета](#)).

Спустя 50 лет стандарт является общепринятым, а с 2015 и вовсе закреплён законодательно как обязательный к исполнению на всех предприятиях пищевой промышленности ТС.

* - Hazard Analysis and Critical Control Points

Производство Пепе



Делает



Состоит из



Начинка

Положена в



Пустой
вафельный
режок

([вот рецепт](#))

хорошая
аппроксимация
- блин

Оборудование

Ресурсы



Итог ?

Блин Тоже Граф

Ингредиенты

1. Воды отмерь

2. Нагрей

3. Соль раствори

4. Яйца добавь

5. Муки вмеси

6. Тесту дай постоять

7. Сковороду нагрей

8. Блин испеки

9. Оцени

?

Гайки

Жуки

Грибы

Зараза

Кросс

Соль

Мука

Вода

Яйца

Сало

ПЕРСОНАЛ



Л. Н. Толстой рассказывает сказку об огурце внукам Ильюше и Соне, 1909 год,
Крёкшино, фото В. Г. Черткова.