

RELACIÓN de problemas 2: MODELOS DE PROBABILIDAD DISCRETOS

1. En una población de hormigas suficientemente extensa, se sabe que la proporción de hembras es prácticamente igual que la de los machos. Este tipo de hormigas presenta un dimorfismo sexual que diferencia el color rojo de las hembras del color negro de los machos. Si se define la variable aleatoria X que cuenta el *número de hormigas rojas en una muestra de 20 hormigas*, calcular:
 - a) Probabilidad de que haya 5 hormigas de un color y 15 del otro.
 - b) Valor esperado de hormigas rojas y desviación típica.

Solución: a) 0.02957; b) $E(X) = 10$; $Var(X) = 5$

2. La proporción de enfermos que se curan de una enfermedad mediante un tratamiento se ha estimado que es igual a 0.8. Si se someten 10 pacientes de la enfermedad al tratamiento, ¿cuál es la probabilidad de que se curen 8?

Solución: 0.3020

3. Una compañía de petróleo dispone de 7 tanques en el Golfo de México. Cada tanque tiene, en condiciones normales, un 5% de posibilidades de tener una pérdida de petróleo en todo el año. Obtener las probabilidades de que en un año:
 - a) Tengan pérdidas de petróleo 3 tanques
 - b) Tengan pérdidas de petróleo menos de 2 tanques
 - c) Tengan pérdidas de petróleo más de 1 tanque

Solución: a) 0.0036; b) 0.9556; c) 0.0444

4. Se ha desarrollado una variedad de maíz con una tasa de germinación del 85%. Se plantan diez de estas semillas en suelos de igual composición.
 - a) ¿Cuántas semillas se espera que germinaran?
 - b) Calcular las probabilidades siguientes:
 - i. Probabilidad de que germinen 9 semillas
 - ii. Probabilidad de que germinen más de 7 semillas
 - iii. Probabilidad de que germinen como máximo 8 semillas

Solución: a) 8.5; b1) 0.3474; b2) 0.8202; b3) 0.4557

5. Una población de 20 animales insectívoros se introduce en una zona donde el 15% de los insectos que le sirven de alimento son venenosos. Cada animal devora al día 5 insectos (en caso de consumir alguno venenoso, la muerte se produce tras la ingesta del quinto insecto).
 - a) Se quiere estudiar el número de animales que no se envenenan en un día.
 - i. ¿Qué distribución de probabilidad se puede aplicar en esta situación?

- ii. Calcular la probabilidad de que en un día 3 animales no se envenenen
- iii. Calcular la probabilidad de que en un día al menos 2 animales no se envenenen
- b) Calcular la probabilidad de que al cabo de una semana se envenenen 19 animales

Solución:

- a1) X : Número de animales no envenenados en un día, $X \rightarrow B(20; 0.4437)$
- a2) 0.0046; a3) 0.999; b) 0.0909

6. La frecuencia con la que se presenta un tipo raro de minusvalía se estima de un caso por cada 100. En el departamento de neonatología de un gran complejo hospitalario y por un procedimiento que puede ser considerado aceptablemente aleatorio, se ha observado una muestra de recién nacidos de tamaño 60. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar un caso?

Solución: 0.3316

7. Para estudiar la regulación hormonal de una línea metabólica, se inyecta a ratas albinas un fármaco que inhibe la síntesis de proteínas del organismo. En general, 4 de cada 20 ratas mueren a causa del fármaco antes de que el experimento haya concluido. Si se trata a 10 animales con el fármaco:

- a) ¿Cuántas ratas se espera que mueran?
- b) Calcular:
 - i. Probabilidad de que mueran 5 ratas
 - ii. Probabilidad de mueran al menos 2 ratas.
 - iii. Probabilidad de que al menos 8 ratas lleguen vivas al final del experimento

Solución: a) 2; b1) 0.0264; b2) 0.6242; b3) 0.6778

8. En el agua de una ciudad se han detectado dos tipos de bacterias A y B nocivas para la salud. Se ha detectado una concentración media de 2 bacterias de tipo A por cada cm^3 de agua y se sabe que las bacterias están aleatoriamente distribuidas,

- a) ¿Qué distribución de probabilidad se puede aplicar en esta situación?
- b) Obtener la probabilidad de que en 3 cm^3 de agua se encuentren al menos 2 bacterias de tipo A.

Así mismo se ha detectado una concentración media de 3 bacterias de tipo B por cada cm^3 de agua. Obtener las probabilidades de que en un cm^3 de agua se encuentren:

- c) 4 bacterias de tipo A o B
- d) Menos de 3 bacterias de tipo A o B

Solución: a) X es el número de bacterias nocivas en un cm^3 de agua $\rightarrow P(\lambda=2)$; b) 0.9826; c) 0.1755; d) 0.1246

9. Un portador de tuberculosis tiene un 10% de posibilidades de transmitir la enfermedad a alguien que no ha estado expuesto a ella. Durante un día entra en contacto con nueve de tales personas. Calcular:

- a) Número medio de personas a las que se les transmite la enfermedad

- b) Calcular las probabilidades siguientes:
- Probabilidad de que se les transmita la enfermedad a 4 personas
 - Como máximo se les transmita la enfermedad a 2 personas
 - Al menos se les transmita la enfermedad a 2 personas

Solución: a) 0.9; b1) 0.0074; b2) 0.947; b3) 0.2252

10. En un depósito de agua se ha detectado una concentración media de 0.25 bacterias nocivas por cada cm^3 de agua. Supuesto que las bacterias están aleatoriamente distribuidas, ¿cuál es la probabilidad de que en una extracción al azar de un volumen de 10 cm^3 se encuentren menos de 3 bacterias nocivas? Si la concentración fuera de 2 bacterias nocivas por cada 30 cm^3 de agua, ¿cuál sería la probabilidad de que en una extracción al azar de un volumen de 10 cm^3 se encontraran más de 3 bacterias nocivas?

Solución: 0.544; 0.005

11. La probabilidad de que un enfermo reaccione desfavorablemente después de aplicarle un calmante es 0.01. Si dicho calmante se le aplica a 200 personas, determinar

- La ley de probabilidad
- Media y desviación típica
- Probabilidad de que a lo sumo dos enfermos reaccionen desfavorablemente.

Solución: a) $X \rightarrow P(\lambda = 2)$; b) $E(X) = 2$; $D. \text{ Típica} = \sqrt{2}$; c) 0.67667

12. Una solución contiene virus bacteriófagos T4 en una concentración de $6 \cdot 10^6$ por mm^3 . En la misma solución hay $3 \cdot 10^6$ bacterias E. Coli por mm^3 . Suponiendo que los virus se distribuyen al azar entre las bacterias, se pide el porcentaje de bacterias que:

- No están infectadas por virus
- Están infectadas
- Tienen al menos 2 virus fijados sobre ellas
- Tienen exactamente 2 virus fijados sobre ellas.

Solución: a) 13.5 %; b) 86.47 %; c) 59.4 %; d) 27.07 %

13. Por larga experiencia se ha determinado que la meningitis por salmonela, enfermedad rara pero muy grave en los lactantes, produce una mortalidad aproximada del 60% aún cuando sean tratados con cloranfenicol, seguido de tetraciclinas. En un hospital ingresaron 10 niños lactantes atacados por la enfermedad, en un brote epidémico en una gran ciudad. Se pide calcular la probabilidad de que:

- Sobrevivan más de la mitad
- Sobrevivan todos
- Mueran todos
- El número de supervivientes esté comprendido entre 6 y 10, incluidos estos extremos.

Solución: a) 0.1663; b) 0.0001; c) 0.0060; d) 0.1663

14. La incidencia de una enfermedad en un determinado país fue de aproximadamente 25 casos por cada millón de habitantes. Se pide la probabilidad de que:

- a) En una ciudad de 60000 habitantes se dieran menos de 6 casos
- b) En una ciudad de 80000 habitantes se dieran 3 ó más casos
- c) En una ciudad de 160000 habitantes se dieran entre 7 y 10 casos.

Solución: a) 0.9955; b) 0.3233; c) 0.1078