

### RELACIÓN de problemas 3: MODELOS DE PROBABILIDAD CONTINUOS

1. Se sabe que la concentración media de  $\text{NH}_3$  en sangre venosa de individuos sanos en una distribución normal es de 110 mgr/mm y que la concentración de  $\text{NH}_3$  del 99% de los individuos se encuentra entre 85 y 135 mgr/mm. Calcular:
- a) La desviación típica de la distribución.
  - b) Los límites del intervalo simétrico con respecto a la media que contiene el 70% de los valores de dicha población.
  - c) Si un individuo tiene concentración de 125 mgr/mm, ¿a qué porcentaje de la población es superior este individuo?
  - d) Si un individuo tiene concentración de 90 mgr/mm, ¿a qué porcentaje de la población es inferior este individuo?

Solución: a)  $\sigma = 9.7087$ ; b) (99.9515; 120.0485); c) 93.82 %; d) 98.03 %

2. De una población de organismos suficientemente extensa se sabe que aproximadamente el 40% de sus individuos presenta un determinado polimorfismo que se manifiesta a través de un cierto fenotipo que se designa por k. Se extrae una muestra aleatoria de tamaño 1000 y se desea conocer la probabilidad de que la muestra contenga más de 450 individuos de fenotipo k.

Solución: 0.00064

3. Un grupo de investigadores saben por propia experiencia que el diámetro de un determinado tipo de bacterias halladas en el análisis del agua de una charca sigue una distribución normal con varianza  $9\text{mm}^2$ . También se sabe que el 69.5% de las bacterias analizadas tienen un diámetro inferior a 5.53 mm.
- a) ¿Cuál es el diámetro esperado de las bacterias?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar bacterias con un diámetro superior a 4 mm?
  - c) Si en un nuevo cultivo se toman 10 de las bacterias analizadas, ¿cuál es la probabilidad de encontrar más de 8 con un diámetro superior a 4mm? ¿Cuál es el número esperado de bacterias que se encontrarán con un diámetro superior a 4mm?

Solución: a)  $\mu = 4$ ; b) 0.5; c) 5

4. Sea  $X$  la concentración en plomo en partes por millón en la corriente sanguínea de un individuo. Supongamos que  $X$  es una variable Normal con media 0.25 y desviación típica 0.11. Una concentración superior o igual a 0.6 partes por millón se considera extremadamente alta.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo seleccionado aleatoriamente esté incluido en esta categoría?
  - b) ¿Cuál es la concentración mínima del 30% de los individuos con más concentración?
  - c) ¿Cuál es la mediana de esta distribución?

Solución: a) 0.00074; b) 0.30775; c) 0.25

5. Una de las mayores contribuciones a la contaminación atmosférica es la provocada por los hidrocarburos procedentes de los tubos de escape de los automóviles. Sea  $X$  los gramos de hidrocarburo emitidos por un automóvil por cada dos kilómetros. Supongamos que  $X$  es Normal con una media de 1 gr. y una desviación típica de 0.25 gr. Calcular las siguientes probabilidades:

- a) Un automóvil emita más de 1.5 gr.
- b) Un automóvil emita menos de 1.2 gr.
- c) Un automóvil emita entre 1.3 y 1.4 gr.
- d) Un automóvil emita más de 0.65 gr.
- e) Un automóvil emita entre 0.4 y 0.7 gr.

Solución: a) 0.0228; b) 0.7881; c) 0.0603; d) 0.9192; e) 0.1069;

6. Sea  $X$  la cantidad de radiación que puede ser absorbida por un individuo antes de que le sobrevenga la muerte. Supongamos que  $X$  es Normal con una media de 500 roentgen y una desviación típica de 150 roentgen.

- a) ¿Por encima de qué nivel de dosificación sobreviviría solamente el 5% de los expuestos?
- b) ¿Cuál es el porcentaje de supervivientes para un nivel de radiación de 800 roentgen?
- c) Obtener los cuartiles de esta distribución.

Solución: a) 746.75; b) 2.28%; c)  $Q_1 = 398.75$ ;  $Q_2 = 500$ ;  $Q_3 = 601.25$

7. Supóngase que en cierto organismo vivo sometido a un tipo de radiación se están produciendo células tumorales con una tasa promedio de 5 cada minuto. Es de interés conocer ciertas probabilidades en relación a la producción de dichas células.

- a) ¿Qué modelo de probabilidad se asociaría a la situación descrita anteriormente?
- b) Si la producción de células tumorales por minuto supera el valor de 3 se considera situación de alerta moderada. ¿Qué probabilidad hay de que esto suceda?
- c) Calcular la probabilidad de que el número de células tumorales producidas no sea superior a 2.
- d) Supongamos que, por motivos anómalos, la tasa promedio pasa a ser 25. Calcular la probabilidad de que el número de células tumorales producidas sea superior a 24.

Solución: a)  $X \rightarrow P(\lambda = 5)$ ; b) 0.735; c) 0.1246; d) 0.5793

8. Se estima que una enfermedad vírica se consigue curar sin secuelas en un 1% de los casos. A un bioestadístico se le plantea el problema de valorar las siguientes probabilidades:

- a) Probabilidad de que en una muestra aleatoria de individuos enfermos, de tamaño 15, se produzcan 2 curaciones satisfactorias sin secuelas
- b) Probabilidad de que en una muestra aleatoria de tamaño 100 se produzcan entre 1 y 3 curaciones sin secuelas,
- c) Probabilidad de que en una muestra de tamaño 1000 se produzcan más de 12 curaciones.

Solución: a) 0.0092; b) 0.6131; c) 0.2643

9. La media de las temperaturas obtenidas en una región durante un año es de 25°C y la desviación típica de 10°C. Si las temperaturas obedecen a una ley normal, calcular la probabilidad de que en un día elegido al azar la temperatura

- a) Esté comprendida entre 20 y 30 grados,
- b) Difiera de la media por lo menos en 5°C

Solución: a) 0.383; b) 0.617

10. Si se clasifican los cráneos en dolicacéfalos cuando el índice longitud-anchura es menor que 75, mesocéfalos si está entre 75 y 80, y braquicéfalos si es superior a 80. Hallar la media y la desviación típica de una serie en la que el 65% son dolicacéfalos, el 34% mesocéfalos y el 1% braquicéfalos. Suponiendo que la distribución es normal.

Solución:  $\mu = 74.0078$ ;  $\sigma = 2.577$