

### RELACIÓN de problemas 4: INTERVALOS DE CONFIANZA

1. La concentración media de dióxido de carbono en el aire en una cierta zona no es habitualmente mayor que 335 p.p.m.v. (partes por millón en volumen). Se sospecha que esta concentración es mayor en la capa de aire más próxima a la superficie. Se ha analizado el aire en 20 puntos elegidos aleatoriamente a una misma altura cerca del suelo, resultando una media muestral de 580 p.p.m.v. y una cuasidesviación típica de 180. Suponiendo normalidad para las mediciones, dar una estimación puntual para la concentración media de dióxido de carbono cerca del suelo y calcular un intervalo de confianza al nivel de confianza 0.95.

**Solución:**  $I.C. = [495.7584; 664.2416]$

2. Ante la sospecha de una diferencia sistemática entre dos laboratorios A y B a la hora de determinar la cantidad de albúmina sérica, expresada en gr./100ml., se ha realizado una experiencia consistente en la extracción de sangre a 10 pacientes. Para cada muestra de sangre se midió tal proteína en ambos laboratorios y las diferencias entre laboratorios (A-B) fueron las siguientes:

0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.3, 0.5, -0.5, 1.3, 0.4, 0.8

Considerando normalidad, calcular un intervalo de confianza para la diferencia media de medición al nivel de confianza 0.9 considerando que la desviación típica de las diferencias poblacionales es 0.22. A este nivel de confianza, ¿qué tamaño mínimo de muestra deberíamos tomar para que la amplitud del intervalo fuese menor o igual que la mitad del anterior?

**Solución:**  $I.C. = [0.4656; 0.6944]$ ,  $n \geq 40$

3. Para evaluar la viabilidad de un proyecto de reforestación de una zona sometida a stress turístico, para el que se ha solicitado una subvención pública, se analiza la composición en mg. por cm<sup>3</sup> de desechos orgánicos del territorio. Los datos que se obtienen son:

10.87, 9.01, 22.50, 12.35, 17.39, 31.05, 17.19, 16.74, 20.33, 19.32, 23.18, 25.15, 15.49, 20.30, 2.38, 13.55, 9.33, 22.72, 10.96, 25.90, 27.66, 9.74, 18.65, 9.31, 24.60, 17.41, 24.86, 15.34, 23.34, 22.81, 17.86

Considerando normalidad, estimar mediante un intervalo de confianza la dispersión de la distribución de los datos (considerar un nivel de confianza de 0.95).

**Solución:**  $I.C. = [27.9543; 78.2054]$

4. Con el fin de estudiar el efecto de los rayos X sobre la viabilidad huevo-larva en "Tribolium castaneum" se irradiaron 1000 huevos de los que resultaron 572 larvas. Hallar un intervalo de confianza para la proporción de larvas en huevos irradiados al nivel de confianza del 0.95.

**Solución:**  $I.C. = [0.5413; 0.6027]$

5. La siguiente tabla proporciona datos sobre la precipitación total registrada en 11 estaciones meteorológicas de dos provincias españolas:

Provincia A	100	89	84	120	130	105	60	70	90	108	130
Provincia B	120	115	96	115	140	120	75	90	108	130	135

Suponiendo independencia y normalidad, dar una estimación mediante un intervalo de confianza al nivel de confianza de 0.8 para:

- Cociente de varianzas de la pluviosidad entre las dos provincias.
- Diferencia de las medias de la pluviosidad entre las dos provincias, si se sabe por experiencia previa que la varianza de las precipitaciones en la provincia A y en la provincia B son iguales.
- Diferencia de las medias de pluviosidad si se sabe por experiencia previa que la varianza de las precipitaciones en la provincia A es de 475 y en la provincia B de 350.

**Solución:** a)  $I.C. = [0.5808; 3.1261]$ ; b)  $I.C. = [-26.4436; -2.2836]$ ; c)  $I.C. = [-25.498; -3.2785]$

6. Muchos autores afirman que los pacientes con depresión tienen una función cortical inferior a la normal debido a un riego sanguíneo por debajo de los niveles habituales. A dos muestras de individuos, unos con depresión y otros normales, se les midió un índice del flujo sanguíneo cerebral (dado en  $\text{mg}/(100\text{g}/\text{min})$ ) obteniéndose

	Tamaño muestral	Media muestral	Desviación típica muestral
Depresivos	195	47	7.8
Normales	225	53.8	6.1

Hallar un intervalo de confianza al nivel de confianza de 0.99 para la diferencia del índice medio de flujo sanguíneo cerebral considerando normalidad e independencia.

**Solución:**  $I.C. = [-8.5835; -5.0165]$

7. En una piscifactoría se desea comparar el porcentaje de peces adultos que miden menos de 20 cm con los que miden más de 40 cm. Para ello se toma una muestra de 200 peces observando que 40 de ellos miden menos de 20 cm y 57 más de 40 cm. Hallar un intervalo de confianza para la diferencia de proporciones al nivel de confianza del 0.95.

**Solución:**  $I.C. = [-0.1686, -1.4093e-3]$

8. Contesta razonadamente a estas preguntas:

- ¿Cuál tiene mayor amplitud, un intervalo de confianza al nivel 0.95 ó 0.99?
- ¿Cuál es el efecto del tamaño muestral sobre la amplitud de un intervalo de confianza?

**Solución:** a) El que tiene un nivel de confianza de 0.99; b) Mayor tamaño muestral menor amplitud, con el mismo nivel de confianza

9. En una piscifactoría hay una proporción desconocida de peces de una especie A. Para obtener información sobre esa proporción se sacan 145 peces de los cuales 29 son tipo A. Estimar dicha proporción mediante un intervalo de confianza al nivel de confianza 0.95.

**Solución:**  $I.C. = [0.1349; 0.2651]$

10. En una experiencia genética se extraen 20 moscas de una caja experimental. Medida la longitud del ala en cada mosca se obtuvieron los siguientes valores:

93, 90, 97, 90, 93, 91, 96, 94, 91, 91, 88, 93, 95, 91, 89, 92, 87, 88, 90, 86

Suponiendo que la longitud del ala sigue una distribución normal, hallar un intervalo de confianza de nivel 0.95 para los parámetros  $\mu$  y  $\sigma^2$ .

**Solución:**  $I.C.(\mu) = [89.8761; 92.6239]$ ;  $I.C.(\sigma^2) = [4.9772; 18.3780]$

11. Queremos comparar dos métodos rápidos para estimar la concentración de una hormona en una solución. Tenemos 10 dosis preparadas en el laboratorio y vamos a medir la concentración de cada una con los dos métodos. Se obtienen los siguientes resultados:

Dosis	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Método A	10.7	11.2	15.3	14.9	13.9	15	15.6	15.7	14.3	10.8
Método B	11.1	11.4	15	15.1	14.3	15.4	15.4	16	14.3	11.2

Suponiendo que las variables son independientes y siguen distribuciones Normales

- Calcular un intervalo de confianza al nivel 0.9 para el cociente de varianzas
- Calcular un intervalo de confianza al nivel 0.9 para la diferencia de medias de las concentraciones.

**Solución:** a)  $I.C.(\text{Cociente de varianzas}) = [0.3531; 3.5709]$

b)  $I.C.(\text{Diferencia de medias}) = [-1.7158; 1.3558]$

12. En el análisis de un pigmento contenido en una cierta flor de una planta vegetal se obtuvieron los siguientes resultados experimentales, expresados como mg de pigmento por gramo de flor: 2.08, 2.11, 2.39, 2.08, 2.12, 2.23, 2.17 y 2.11. Considerando normalidad, calcular un intervalo de confianza para el número medio de mg de pigmento por gramo de flor, así como para su varianza (nivel de confianza 0.99)

**Solución:**  $I.C.(\mu) = [2.0313; 2.2913]$ ;  $I.C.(\sigma^2) = [0.003808; 0.0782]$

13. Un grupo de investigadores está interesado en conocer la concentración media de una enzima en cierta población de algas. Se sabe por experiencias previas que la varianza de la concentración de esta enzima es de 35. Si se obtiene una muestra de tamaño 15 dándonos un nivel de concentración media de 18 calcular un intervalo de confianza al nivel 0.95 (se supone normalidad).

**Solución:**  $I.C. = [15.0061; 20.9939]$

14. Se considera un experimento para estudiar si la terapia cognitiva es más efectiva para la depresión que la psicoterapia psicodinámica. Se consideran dos muestras de 10 personas cada una sobre las que se realiza cada terapia. Tras 6 semanas de terapia, la mejoría en cada paciente se comprueba. Esta mejoría es marcada (0-10) para cada paciente como sigue:

Cognitiva	9	7	7	8	3	8	7	5	6	8
Psicodinámica	3	2	4	0	5	2	4	3	2	5

Considerando normalidad e independencia y suponiendo las varianzas iguales, estimar la diferencia de medias en efectividad y calcular un intervalo de confianza al nivel 0.95.

**Solución:**  $I.C. = [2.1015; 5.2985]$

15. Los investigadores de la Environmental Protection Agency (EPA) se interesan por la calidad del aire. Uno de los indicadores de la calidad del aire es el número medio de microorganismos de partículas en suspensión por metro cúbico de aire. Es decir, el interés se centra en  $\mu$ , la media de la variable aleatoria  $X$ , número de microorganismos de partículas en suspensión por metro cúbico de aire. Para controlar la situación se hace una lectura cada seis días, extrayendo un metro cúbico de aire a través de un filtro y determinado el número de microorganismos de partículas en suspensión concentradas en él. Después de un período de treinta días, se ha generado una muestra aleatoria de tamaño 5. Los valores observados de estas variables, para el período dado de 30 días son:

58, 57, 59, 70, 61.

Hallar un intervalo de confianza al nivel de confianza 0.95 para el número medio de microorganismos de partículas en suspensión por metro cúbico de aire para los siguientes supuestos,

- Es conocido por experiencias previas que la variable en estudio está normalmente distribuida con varianza poblacional igual a 9.
- Es conocido por experiencias previas que la variable en estudio está normalmente distribuida.

**Solución:** a)  $I.C. = [58.3704; 63.6296]$ ; b)  $I.C. = [54.4898; 67.5102]$

16. Según un estudio sobre los niños que padecen dolor de pecho, realizado por Selbst, Ruddy y Clark (Clinical Pediatrics, 1990), se ha hallado que de 137 niños que tenían dolor de pecho, 100 daban radiografías de tórax normales.
- Obtener un intervalo de confianza del 95% para la proporción  $p$  de niños con dolor de pecho que dieron radiografías normales.
  - Hallar el mínimo tamaño muestral para que el error cometido en la estimación de  $p$  sea inferior a 0.1, al nivel de 95 %.

**Solución:** a)  $I.C. = [0.654, 0.8034]$  b)  $n \geq 304$

17. En una muestra aleatoria de 10 tabletas de aspirina, de las cuales observamos su peso expresado en gramos, obtenemos:

1.19 1.23 1.18 1.21 1.27 1.17 1.15 1.14 1.19 1.2

Suponiendo normalidad, hallar un intervalo al 80% para la varianza.

**Solución:** I.C.=[ $6 \times 10^{-4}$ ,  $2.2 \times 10^{-3}$ ]

18. Se sabe que el peso de los recién nacidos sigue una distribución normal. Se desea observar la relevancia de una dieta vegetariana de la madre en el peso de los bebés. Para ello se analiza la diferencia de peso en los recién nacidos según la dieta seguida por la madre durante el embarazo.

Se analizan dos muestras aleatorias: la primera está formada por 17 madres vegetarianas; el análisis del peso de los bebés que nacieron nos proporciona una media muestral de 2.8 kg y una cuasidesviación típica de 0.5 kg,. Por otra parte, se analizó también el peso de los bebés de madres que incluían la carne y el pescado en su alimentación y tras analizar 20 bebés nacidos en estas condiciones, se obtuvo una media muestral de 3.2 kg y una cuasidesviación típica de 0.6 kg,. A un nivel de confianza del 95%, ¿se puede afirmar que existe diferencia significativa en el peso medio de estos bebés?

**Solución:** Verificada la igualdad de varianzas con el I.C.=[0.259, 1.819] para la varianza, el IC para la media es [-0.7556, -0.0444] el peso medio de los bebés de madres veganas es inferior.

19. Se intenta estudiar la influencia de la hipertensión en los padres sobre la presión sanguínea de los hijos. Para ello se seleccionan dos grupos de niños, unos con padres de presión sanguínea normal (grupo 1) y otros con uno de sus padres hipertenso (grupo 2), obteniéndose las siguientes presiones sistólicas:

Grupo 1:	104	88	100	98	102	92	96	100	96	96
Grupo 2:	100	102	96	106	110	110	120	112	112	90

Hallar un intervalo de confianza para la diferencia de medias.

**Solución:** I.C.= [0.0706, 1.148] (cociente de varianzas) I.C.=[-15.277, -1.923] (diferencia de medias)

20. Se utiliza un grupo de 150 pacientes para comprobar la teoría de que la vitamina C es una ayuda en el tratamiento del cáncer. Para ello, los 150 pacientes fueron divididos en dos grupos de 75. Un grupo recibió 10gr. de vitamina C diariamente; el otro recibió un placebo cada día. De los que recibieron la vitamina C, 47 presentaron alguna mejoría en el plazo de cuatro semanas. De los que recibieron placebo, solamente 43 experimentaron mejoría. Basándote en estos datos construye un intervalo de confianza para la diferencia de proporciones y analiza los resultados obtenidos.

**Solución:** I.C.= [-0.1303, 0.209]

21. Cuando un laboratorio farmacéutico anuncia un nuevo medicamento, se incluye un perfil del mismo. En él aparece una comparación de los efectos secundarios del medicamento con los efectos secundarios del de su competidor más cercano. El medicamento en cuestión se utiliza para tratar la acidez. Se obtuvieron los siguientes datos sobre el porcentaje de personas que presentaban efectos secundarios:

<b>Efecto secundario</b>	<b>Propio (n = 465) %</b>	<b>Competidor (n = 195) %</b>
Dolor de cabeza	2.4	2.6
Gastroenteritis	1.9	0.5

- Calcular un intervalo de confianza para las diferencias entre las proporciones de pacientes con dolor de cabeza
- Calcular un intervalo de confianza para las diferencias entre las proporciones de pacientes que sufren gastroenteritis.

**Solución:** a) I.C. = [-0.0283, 0.0243], b) I.C. = [-0.0019, 0.0299]