$0 \leqq \theta < 2\pi$ より

$$\theta = \frac{2k-1}{2n}\pi = \theta_{n,\,k} \quad (k = 1,\,\ldots,\,2n)$$

よって解は $z = z_{n,\,k}$（$k = 1,\,\ldots,\,2n$）である。

以下のように部分分数分解されると仮定する。

$$\frac{z^{n+m-1}}{1+z^{2n}} = \sum_{k=1}^{2n} \frac{a_{n,\,m,\,k}}{z - z_{n,\,l}}$$

すなわち，一般に数列 $\{a_k\}$ に対して $\displaystyle\prod_{\substack{1 \leqq l \leqq N \\ l \neq k}} a_l \coloneqq a_1 \cdot a_2 \cdots a_{k-1} \cdot a_{k+1} \cdots a_N$ と定めて

$$z^{n+m-1} = \sum_{k=1}^{2n} a_{n,\,m,\,k} \prod_{\substack{1 \leqq l \leqq 2n \\ l \neq k}} (z - z_{n,\,l})$$

が恒等式である仮定する。そうなるには $p = 1,\,\ldots,\,2n$ として $z = z_{n,\,p}$ を代入した

$$z_{n,\,p}^{n+m-1} = \sum_{k=1}^{2n} a_{n,\,m,\,k} \prod_{\substack{1 \leqq l \leqq 2n \\ l \neq k}} \underbrace{(z_{n,\,p} - z_{n,\,l})}_{k=p\text{ のとき以外どれかが }0\text{ になる}} = a_{n,\,m,\,p} \prod_{\substack{1 \leqq l \leqq 2n \\ l \neq p}} (z_{n,\,p} - z_{n,\,l}) \tag{2}$$

が成立する必要がある。ここで $z \neq z_{n,\,p}$ において以下の等式が常に成り立つことに注意する。

$$\prod_{\substack{1 \leqq l \leqq 2n \\ l \neq p}} (z - z_{n,\,l}) = \frac{z^{2n}+1}{z - z_{n,\,p}} = \frac{z^{2n} - z_{n,\,p}^{2n}}{z - z_{n,\,p}} = \frac{(z/z_{n,\,p})^{2n} - 1}{(z/z_{n,\,p}) - 1} \cdot z_{n,\,p}^{2n-1} = \sum_{l'=0}^{2n-1} \left(\frac{z}{z_{n,\,p}}\right)^{l'} \cdot \frac{-1}{z_{n,\,p}}$$

$$\therefore \prod_{\substack{1 \leqq l \leqq 2n \\ l \neq p}} (z - z_{n,\,l}) = \sum_{l'=0}^{2n-1} \left(\frac{z}{z_{n,\,p}}\right)^{l'} \cdot \frac{-1}{z_{n,\,p}} \tag{3}$$

最後の変形において等比数列の和の公式と $z_{n,\,p}^{2n} = -1$ であることを用いた。$z = z_{n,\,p}$ 以外の任意の複素数について成立するということは $2n$ 個以上の解をもつということだから (3) は恒等式である。したがって $z = z_{n,\,p}$ を代入した

$$\prod_{\substack{1 \leqq l \leqq 2n \\ l \neq p}} (z_{n,\,p} - z_{n,\,l}) = \sum_{l'=0}^{2n-1} \left(\frac{z_{n,\,p}}{z_{n,\,p}}\right)^{l'} \cdot \frac{-1}{z_{n,\,p}} = -\frac{2n}{z_{n,\,p}}$$

が成り立つ。したがって (2) は

$$z_{n,\,p}^{n+m-1} = a_{n,\,m,\,p} \cdot \left(-\frac{2n}{z_{n,\,p}}\right) \quad \text{すなわち} \quad a_{n,\,m,\,p} = -\frac{1}{2n} z_{n,\,p}^{n+m}$$

と言い換えられて，$p = 1,\,\ldots,\,2n$ においてこれが成り立つことが必要条件であるとわかる。逆に p を k に変えて $a_{n,\,m,\,k} = -\dfrac{1}{2n} z_{n,\,k}^{n+m}$ を代入した

$$z^{n+m-1} = \sum_{k=1}^{2n} \left[-\frac{1}{2n} z_{n,\,k}^{n+m} \prod_{\substack{1 \leqq l \leqq 2n \\ l \neq k}} (z - z_{n,\,l}) \right] \tag{4}$$

は $z = z_{n,\,p}$ を各々代入することによって $p = 1,\,\ldots,\,2n$ の $2n$ 個の $z_{n,\,p}$ が確かに解になることがわかる。すると，$|m| < n$ により (4) は両辺いずれも $2n-1$ 次以下の式であるはずなのに $p = 1,\,\ldots,\,2n$ の $2n$ 個の $z = z_{n,\,p}$ を解に持っていることになる。したがって確かに恒等式であるとわかる。すると (4) の両辺 $1 + z^{2n}$ で割った

$$\frac{z^{n+m-1}}{1+z^{2n}} = -\frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{2n} \frac{z_{n,\,k}^{n+m}}{z - z_{n,\,k}}$$

が得られる。