

# $\tan^{\frac{m}{n}} \theta$ の不定積分

みがわり

migawariw@gmail.com

2022 年 9 月 19 日

## 目次

1	はじめに	1
2	不定積分の証明 ( $ m  < n$ のとき)	2
3	定積分 ( $ m  < n$ のとき)	5
3.1	指数の分子が正のとき	5
3.2	指数の分子が負のとき	9
4	$ m  > n$ のとき	10
4.1	指数の分子が正のとき	10
4.2	指数の分子が負のとき	11
5	今週の積分 #100 の問題	12
6	応用例	13
7	おわりに	14
8	おまけ	15
9	参考文献	15

## 1 はじめに

今回は YouTube のヨビノリたくみさんのチャンネル予備校のノリで学ぶ「大学の数学・物理」の「今週の積分」の最後に取り上げられていた以下の積分の問題を一般化してみました。

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\tan x} dx$$

具体的には、任意の有理数  $r$  に対して  $\int \tan^r x dx$  を初等関数の範囲で求める方法を導出しました。特に絶対値が 1 未満の有理数  $r$  については  $\tan^r x$  の不定積分の具体的な形を求めています。内容的には高 3 のときに考えたものです。そのため  $\arctan^{*1}$  を最後に使うこと以外は高校範囲内の内容になっています。高校生の方もご安心下さい。

方針としては部分分数分解した後、各項を積分するというシンプルなものです。途中でド・モアブルの公式や恒等式等の知識が必要となることを述べておきます。

---

\*1 一応説明は書きましたがそれでもわからない方は調べていただければ結構出てくると思います。