

もしこの記事の内容が一般的に知られる世界になったら、大学受験の積分問題の定石の一つとして「 $\tan^{\frac{m}{n}} \theta$ の積分」なるものが掲載されることがあるかな、などと妄想しております。が、導出が大変なのでまあないでしょう*5。

長い内容でしたがここまでお読みいただきありがとうございました。

8 おまけ

$$\theta_{n,k} = \frac{2k-1}{2n}\pi \text{ とする。}$$

$$\int \frac{dx}{1+x^n} = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n \left[-\frac{1}{2} \cos 2\theta_{n,k} \log(x - 2\sqrt{x} \cos \theta_{n,k} + 1) + \sin 2\theta_{n,k} \arctan\left(\frac{\sqrt{x} - \cos \theta_{n,k}}{\sin \theta_{n,k}}\right) \right] + C$$

$$\int \sqrt{\tan \theta} d\theta = -\frac{\sqrt{2}}{4} \log\left(\frac{\tan \theta + \sqrt{2 \tan \theta} + 1}{\tan \theta - \sqrt{2 \tan \theta} + 1}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\arctan(\sqrt{2 \tan \theta} + 1) + \arctan(\sqrt{2 \tan \theta} - 1) \right) + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{\tan \theta}} d\theta = \frac{\sqrt{2}}{4} \log\left(\frac{\tan \theta + \sqrt{2 \tan \theta} + 1}{\tan \theta - \sqrt{2 \tan \theta} + 1}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\arctan(\sqrt{2 \tan \theta} + 1) + \arctan(\sqrt{2 \tan \theta} - 1) \right) + C$$

$$\frac{1}{z^n + 1} = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{e\left(\frac{2k-1}{n}\pi\right)}{z - e\left(\frac{2k-1}{n}\pi\right)}$$

$$\frac{1}{z^n - 1} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{e\left(\frac{2k\pi}{n}\right)}{z - e\left(\frac{2k\pi}{n}\right)} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{\exp\left(i\frac{2k\pi}{n}\right)}{z - \exp\left(i\frac{2k\pi}{n}\right)}$$

9 参考文献

YouTube ヨビノリたくみさんのチャンネル 予備校のノリで学ぶ「大学の数学・物理」

<https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=video&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwiar7fIzpb6AhUDw4sBHU28DxMQFnoECAkQAg&url=https://www.youtube.com/channel/UCqmWJJolqAgjIdLqK3zD1QQ&usg=AOvVaw3clbmmW3q8O9-Fgp4nIJlw>

*5 もしかしたらもっと簡単に求められる方法があるかもしれません…そうになったら載るかも…？