

粒子群算法在组合优化问题上的研究与发展

陈永刚 牛丹梅 范庆辉

(河南科技大学电子信息工程学院, 河南 洛阳 471003)

[摘要] 粒子群优化算法是一种新兴的基于群智能搜索的优化技术。该算法简单、易实现、参数少, 具有较强的全局优化能力, 可有效应用于科学与工程实践中。介绍了算法的基本原理和算法在组合优化上一些改进方法的主要应用形式。最后, 对粒子群算法作了一些深入分析并在此基础上对粒子群算法应用于组合优化问题做了一些总结。

[关键词] 粒子群算法; 组合优化; 智能优化算法

1. 引言

组合优化问题就是在给定的约束条件下, 求出使目标函数极小(或极大)的变量组合问题。典型的组合优化问题有旅行商问题(Traveling Salesman Problem—TSP)、加工调度问题、0-1 背包问题、装箱问题、聚类问题、指派问题等。它们均属于 NP 难问题, 它们具有共同的特点: 假设问题的规模为 n , 问题空间可以归结为由 n 个自然数的全排列组成的离散集合。当问题规模较大时, 没有合适的算法求精确解。求解这类 NP 问题最好的算法是智能优化算法(如遗传算法、模拟退火、蚁群优化等)。智能优化算法受物理现象或仿生学机理等的启发产生。该类算法一般采用概率或随机搜索策略, 能够在可行时间内以较大概率获得问题的最优解或近似最优解, 从而保证算法在解的质量与计算费用之间获得较好的平衡。鉴于以上优点, 该类算法已经成为 NP 问题最常用的求解方法之一。

粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法最早是由 Kennedy 和 Eberhart^[1, 2]提出的, 其基本原理是源于对鸟群觅食行为的仿真, 与蚁群算法类似, PSO 算法是一种基于群智能的方法。PSO 算法简单、易于实现, 既适合科学研究, 又特别适合工程应用。因此, PSO 算法一提出, 便引起了学者们的关注, 并在短短几年内涌现出大量的研究成果。目前对 PSO 算法的研究主要集中在连续空间的 PSO 算法, 即描述粒子状态及其运动规律的量都是连续的。PSO 算法在连续空间优化领域取得的巨大成功, 使许多学者试图用它去解决组合优化问题, 并且已经取得了一些成果。

本文的主要工作是介绍近几年 PSO 在组合优化问题上取得的研究成果。通过分析这些成果, 总结 PSO 应用于组合优化问题常采用的方法, 分析了 PSO 算法。为以后用 PSO 求解组合优化问题提供了一些思路和可供参考的方法。

2. 粒子群优化算法介绍

PSO 初始化为一群随机粒子(随机解)。然后通过迭代找到最优解。在每一次迭代中, 粒子通过跟踪两个“极值”来更新自己。第一个就是粒子本身所找到的最优解。这个叫做

个体极值, 记为 P_i 。另一个极值是整个种群目前找到的最优解。这个极值是全局极值, 记为 P_g 。

设搜索空间为 D 维, 总粒子数为 n , 第 i 个粒子表示为 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$; 第 i 个粒子的历史最优位置记为 $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$; 整个群体经历过的最好位置记为 $P_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})$; 粒子速度记为 $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$ 。则对于每一代, 每个粒子的位置根据如下方程变化。

$$V_{id} = w * V_{id} + c_1 * r_1 * (p_{id} - x_{id}) + c_2 * r_2 * (p_{gd} - x_{id}) \quad (1)$$

$$X_{id} = X_{id} + V_{id} \quad (2)$$

其中 C_1 和 C_2 是非负常数, 称为学习因子。 r_1 和 r_2 是介于 $[0, 1]$ 之间的随机数。 w 称为惯性因子, w 较大适于对解空间进行大范围探查, w 较小适于进行小范围开挖。每一维粒子的速度都会被限制在一个最大速度 V_{max} , 如果某一维更新后的速度超过用户设定的 V_{max} , 那么这一维的速度就被设定为 V_{max} , 即 $V_{id} \in [-V_{max}, V_{max}]$ 。

PSO 算法基本步骤如下:

Step1 随机初始化粒子种群, 即初始化种群中所有粒子的速度和位置(可行解);

Step2 根据适应度函数对粒子种群进行评价;

Step3 更新粒子的个体极值;

Step4 更新粒子的群体极值;

Step5 根据式(1)和(2)进行速度和位置的迭代;

Step6: 重复 Step2~Step5, 直到满足算法停止迭代的条件。

3. 粒子群算法的一些认识和分析

粒子群算法的一些基本概念理解如下。

定义 1 粒子

相当于遗传算法中的染色体, 原本代表捕食的鸟的当前位置, 对于优化问题则表示一个潜在的可能解。有时候根据采用优化策略、思想和问题等的不同, 粒子代表一个不可行解。所有粒子每次进化不一定要向好的方向进行。

定义 2 粒子的速度

从运动公式(2)可以看出: 在函数优化等领域可以理解表示同一个粒子 t 代和 $t+1$ 代的距离。在组合优化领域主

作者简介: 陈永刚, 男, 河南修武人, 硕士, 助教, 研究方向: 智能优化算法。

基金项目: 河南省基础与前沿技术研究项目, 项目编号: 072300410210。

要作用是调整粒子的某种组合和顺序关系,可以理解为表示同一个粒子 t 代和 $t+1$ 代的差异。

定义3 适应度函数

通常是要优化问题的目标函数等。根据问题需要按照一定策略评价粒子(问题潜在解)的优劣。算法停止时,适应度函数最优的粒子即为优化搜索的最优解。

定义4 算法停止的条件

通常是达到迭代次数、指定迭代次数内最优解无明显改进、找到了一个或多个符合条件的解、找到最优解达到了一定的精度要求等。

根据公式(1)可以看出,粒子速度的更新按照以下三个部分进行:

(1) 粒子速度从个体极值获得信息

$c_1 * r_1 * (p_{id} - x_{id})$, 其中 $c_1 * r_1$ 为一个随机数,这个式子表示以一定概率吸收了粒子个体极值和粒子本身的差异信息。

(2) 粒子速度从全局极值获得信息

$C_2 * r_2 * (p_{gd} - x_{id})$, 其中 $C_2 * r_2$ 为一个随机数,这个式子表示以一定概率吸收了粒子全局极值和粒子本身的差异信息。

(3) 粒子速度学习自身的历史信息

$w * v_{id}$, 其中 w 通常根据某种方法不断地进行改变,这个式子表示以一定的概率接受自身速度的信息。

从上面分析可以看出,粒子群速度公式的基本原理是粒子速度分别从原有的速度、个体极值和全局极值中获得信息,只是获得三部分信息的多少不一样,可以根据需要动态调整。

4. 粒子群算法应用于组合优化问题的主要形式

从阅读的文献资料上来看,粒子群算法应用于组合优化问题通常采用以下几种形式:赋予粒子运动公式中的变量和运算符新的含义,引入其它优化算法、算子、方法等,采用标准的粒子群算法。

4.1 赋予粒子运动公式中的变量和运算符新的含义

由于粒子群算法最初被提出是用于连续空间的优化,从核心运动公式上看,定义的都是连续的变量。组合优化问题有其特殊性,原来的运动公式已经不能适用于求解某些组合优化问题。

文献[3]给出了算法求解 TSP 问题的方法。文中首先引入了交换子和交换序等概念。用 N 个城市的一个排列来表示粒子的位置 X ,所有可能的排列就构成了问题的状态空间。公式(1)不适合 TSP 问题,构造了新的速度公式:

$$V'_{id} = V_{id} \oplus \alpha(P_{id} - X_{id}) \oplus \beta(P_{gd} - X_{id}) \quad (3)$$

其中 $\alpha, \beta (\alpha, \beta \in [0, 1])$ 为随机数。 $\alpha(P_{id} - X_{id})$ 表示基本交换序 $(P_{id} - X_{id})$ 中的所有交换子以概率 α 保留;同理 $\beta(P_{gd} - X_{id})$ 表示基本交换序 $(P_{gd} - X_{id})$ 中的所有交换子以概率 β 保留,由此可以看出 α 的值越大, $\alpha(P_{id} - X_{id})$ 保留的交换子就越多, P_{id} 的影响就越大;同理 β 的值越大, $\beta(P_{gd} - X_{id})$ 保留的交换子就越多, P_{gd} 的影响就越大。

求解 TSP 的基本步骤如下:

步骤1:初始化粒子群,即给群体中的每个粒子赋一个随机的初始解和一个随机的交换序;

步骤2:如果满足结束条件,转步骤5;

步骤3:根据粒子当前位置,计算其下一个位置 X'_{id} ,即新解;

1) 计算 P_{id} 和 X_{id} 之间的差 $A, A = P_{id} - X_{id}$, 其中 A 是一个基本交换序,表示 A 作用于 X_{id} 得到 P_{id} ;

2) 计算 $B = P_{gd} - X_{id}$, 其中 B 也是一基本交换序;

3) 根据(3)式计算速度 V'_{id} , 并将交换序 V'_{id} 转换为一个基本交换序;

4) 计算搜索到的新解

$$X'_{id} = X_{id} + V'_{id};$$

5) 如果找到一个更好的解,则更新 P_{id} ;

步骤4:如果整个群体找到一个更好的解,更新 P_{gd} 。转步骤2;

步骤5:显示求出的结果值。

文献[3]通过赋予相关变量(如 V_{id}, α)和运算符(如 $+$, $-$)新的含义,成功地用 PSO 算法求解 TSP 问题。文献[3]保持了算法的本质含义,是对 PSO 算法有深入本质了解。

文献[4]提出了一种改进的离散粒子群优化算法和文献[5]提出的离散二进制 PSO,本质上也是对运动公式变量和运算符重新定义。

不同的粒子群邻居的拓扑结构是对不同类型社会的模拟,如何选择拓扑结构以使 PSO 在优化问题上有更佳的性能,也是需要进一步研究的问题。不同的拓扑结构实际也是选择哪个粒子作为个体最优 P_i 和群体最优 P_g , 本质上就是赋予原来公式中 P_i 和 P_g 新的含义。

4.2 引入其它优化算法、算子、方法等和 PSO 混合使用

文献[6]中借鉴遗传算法(GA)解决 TSP 的经验,使用了遗传操作作为 PSO 模型中的更新算子,提出了基于遗传操作的粒子群优化模型,模型中使用了 Inver over 作为操作算子。实验结果显示 PSO 比 GA 收敛速度快。

文献[7]提出了求解 TSP 问题的混合粒子群算法,文中 PSO 结合了遗传算法、蚁群算法和模拟退火的基本思想,分别把遗传算法的变异算子和交叉算子看作是公式(1)中的 $w * V_{id}$ 和 $c_1 * r_1 * (p_{id} - x_{id}) + c_2 * r_2 * (p_{gd} - x_{id})$, 使当前解与个体极值和全局极值分别作交叉操作,产生的解为新的位置,交叉操作和变异操作后,新的解可能比原来的解差,接受准则是采用模拟退火的基本思想。仿真结果显示混合 PSO 算法比一般的遗传算法和模拟退火效果好。

文献[8]提出了用量子群进化算法求解 0-1 背包问题。量子群进化算法实际上是量子计算与粒子群算法相结合的产物。量子计算利用了量子理论中有关量子态的叠加、纠缠和干涉等特性。文中通过定义量子角表示量子比特的状态和量子旋转门调整策略,引入粒子群优化策略,通过量子群的群体协作动态调整各量子的量子角。实验结果显示这种混合算法表现出了极佳的性能。

4.3 采用标准的粒子群算法

文献[9]采用了 PSO 算法求解带时间窗车辆路径问题。文中非常好地构造了合适的粒子表示方式,使粒子与解对应。算法中采用公式(1)和(2)计算粒子的速度和位置。但标准 PSO 算法运算采用的都是连续的变量,因此对运算的结果向上取整,超出范围时按边界取值。实验结果显示,取得了一定效果。

4.4 小结

对于求解组合优化问题使用的三种主要形式,推荐使用形式(3.1)和(3.2)。对于形式(3.3)虽然也能较为有效地求解某些组合问题,但这种方法并没有考虑到离散型组合优化的特点,不可避免地存在表示冗余大、搜索效率低等缺点。传统的 PSO 算法粒子运动公式中使用的是实数编码,编码的每一维代表独立的变量,不能反映编码中参数间的顺序或其它约束关系。此外算法的实数编码不适用于基于排序的组合优化问题,且速度-位移公式难以处理该类问题的顺序约束关系。

5. 结论

本文对 PSO 算法做了一些分析,然后介绍了 PSO 求解一些组合优化问题所采用的主要方法。由于 PSO 最初主要用来解决连续的优化问题,显然应用于离散和组合优化问题具有一定难度和需要一定智慧。广义 PSO 可理解为:粒子以多种形式及其个体极值和全局极值获得更新信息,对于在组合优化问题中的应用,粒子的更新仅为抽象概念。PSO 算法应用于具体的组合优化问题中,应分析问题本身的一些特征,然后设计相应的粒子编码。在分析优化问题的基础

上,在算法中采用合适的算子、方法等或者吸收各种优化算法的优点混合使用。根据问题的不同和采用优化策略等的不同,粒子两个运动的更新公式可以有相应的变化,而不同于更新公式形式的一致性。在深入理解 PSO 算法的优化机理的基础上,针对特定问题设计可行的更新操作,可以将粒子群优化算法推广应用于各类优化问题。

参考文献:

- [1] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization [A]. Proc IEEE Int Conf on Neural Networks[C]. Perth, 1995:1942-1948.
- [2] Eberhart R, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory [A]. Proc 6th Int Symposium on Micro Machine and Human Science [C]. Nagoya, 1995:39-43.
- [3] 黄岚,王康平,周春光等. 粒子群优化算法求解旅行商问题[J]. 吉林大学学报(理学版), 2003, 41(4):447-480.
- [4] 钟一文,宁正元,蔡荣英等. 一种改进的离散粒子群优化算法[J]. 小型微型计算机系统, 2006, 27(10):1893-1896.
- [5] Kennedy J, Eberhart R C. A Discrete binary version of the particle swarm algorithm [c]. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 1997, 5:4104-4108.
- [6] 高海兵,周驰,高亮. 广义粒子群优化模型[J]. 计算机学报: 2005, 28(10):1980-1987.
- [7] 高尚,韩斌,吴小俊等. 求解旅行商问题的混合粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2004, 19(11):1286-1289.
- [8] 王岩,路春一,丰小月等. 一种新的量子群进化算法研究[J]. 小型微型计算机系统, 2006, 27(8):1478-1482.
- [9] 李宁,邹彤,孙德宝. 带时间窗车辆路径问题的粒子群算法[J]. 系统工程理论与实践, 2004(4):130-135.

Research and Development of Particle Swarm Optimization on Combinatorial Optimization Problem

Chen Yonggang Niu Danmei Fan Qinghui

(Electronic Information Engineering College, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, Henan)

【Abstract】 Particle swarm optimization (PSO) is a new optimization technique based on swarm intelligence. PSO with better global optimization capability can be easily implemented with simple algorithm and few parameter. It has been successfully applied in science and engineering practice. This paper introduces the basic theory and main form of improved method on combinatorial optimization. Finally, it gives a deep analysis of PSO and summarizes the application of PSO on combinatorial optimization.

【Keywords】 particle swarm optimization; combinatorial optimization; intelligent optimization