Zellers Kongruenz

aus Wikipedia, der freien Enzyklopädie

Zellers Kongruenz ist ein mathematischer Weg, um den Wochentag eines gegebenen Datums zu ermitteln. Der Mathematiker und Theologe Christian Zeller veröffentlichte dazu 1882 eine Formel.[1]

Inhaltsverzeichnis

Formeln

Sei h der zu ermittelnde Wochentag, q der Tag, m der Monat (wobei März bis Dezember wie üblich die Nummern 3-12 haben, Januar und Februar den Monaten 13 und 14 des Vorjahres entsprechen), J die Jahrhundertzahl (das sind die ersten beiden Stellen der vierstelligen Jahreszahl) und K die letzten beiden Stellen der vierstelligen Jahreszahl (für Januar und Februar entsprechend die Zahl des Vorjahres), so gilt[2]:

1. für ein Datum im gregorianischen Kalender:

$$h_{greg} = \left(q + (2,61 \cdot m - 0,2) + K + \left\lfloor \frac{K}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{J}{4} \right\rfloor - 2 \cdot J\right) \bmod 7$$

2. für ein Datum im julianischen Kalender:

$$h_{jul} = \left(q + \left\lfloor \frac{(m+1) \cdot 26}{10} \right\rfloor + K + \left\lfloor \frac{K}{4} \right\rfloor + 5 - J\right) \bmod 7$$

Der Ausdruck $\lfloor x \rfloor$ (Gaußklammer) liefert die größte ganze Zahl $\leq x$. Das mod 7 (ausgesprochen Modulo 7) am Ende bedeutet, dass der ermittelte Wert durch 7 geteilt und der Rest, der bei dieser ganzzahligen Division durch 7 übrig bleibt, bestimmt wird. Dadurch ergibt sich für h eine Zahl zwischen 0 und 6, die den Wochentag des Datums angibt:

Sonntag	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag	Samstag
1	2	3	4	5	6	0

Ist das Ergebnis negativ (je nach verwendeter Modulo-Funktion), so addiert man 7 hinzu, sodass eine positive Zahl entsteht. Diese Zahl entspricht dann dem Wochentag. Um in jedem Fall eine positive Zahl zu erhalten, ersetzt man in der Formel einfach $-2J$ durch $+5J$ bzw. $-J$ durch $+6J$.

Erläuterung

Die Variable q fließt mit ihrem tatsächlichen Wert in die Variable h für den Wochentag ein. Komplizierter wird die Einbindung des Monats, da die Länge der einzelnen Monate keinem einheitlichen Schema folgt. Mit dem Term $\left\lfloor \frac{(m+1)\cdot 26}{10} \right\rfloor$, also der Erhöhung des Wertes m für den Monat um 1, der Multiplikation mit $\frac{26}{10}$ und der anschließenden Abrundung, wird die uneinheitliche Abfolge der Länge der einzelnen Monate in die Formel allgemeingültig aufgenommen. Der Term $K + \left\lfloor \frac{K}{4} \right\rfloor$ berücksichtigt das Jahr und die im Jahrhundert bis zum betreffenden Jahr einzuschiebenden Schalttage. Beide Formeln unterscheiden sich nur im letzten Term, der die jeweils unterschiedlichen Schaltjahrregelungen beider Kalendersysteme berücksichtigt.

Beispiele

Zur Veranschaulichung zwei Beispiele[3]:

1. An welchem Wochentag wurde Friedrich II. von Preußen geboren (24. Januar 1712)?

Die Werte lauten: q = 24, m = 13 (Januar gilt als 13. Monat des Vorjahres), J = 17, K = 11 (Der Januar wird als dem Vorjahr zugehörig behandelt.) Es gilt:

$$h = \left(24 + \left\lfloor \frac{(13+1)\cdot 26}{10} \right\rfloor + 11 + \left\lfloor \frac{11}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{17}{4} \right\rfloor - 2\cdot 17\right) \bmod 7$$

$$h = (24 + 36 + 11 + 2 + 4 - 34) \bmod 7$$

$$h = 43 \bmod 7 = 1$$

Friedrich II. von Preußen wurde an einem Sonntag geboren.

2. An welchem Wochentag entdeckte Christoph Kolumbus die neue Welt (12. Oktober 1492)? *(Da das Datum vor der Einführung des gregorianischen Kalenders liegt, kommt hier die Formel für den julianischen Kalender zum Einsatz.)*

Die Werte lauten: q = 12, m = 10, J = 14, K = 92. Es gilt:

$$h = (12 + \lfloor((10+1)\cdot 26)/10\rfloor + 92 + \lfloor 92/4 \rfloor + 5 - 14) \bmod 7$$

$$h = (12 + 28 + 92 + 23 + 5 - 14) \bmod 7$$

$$h = (146) \bmod 7 = 6$$

Christoph Kolumbus landete an einem Freitag in Amerika.

Verwendung beim Kopfrechnen

Zellers Kongruenz kann auch für die Bestimmung des Wochentags im Kopf verwendet werden. Um mit der Formel leichter im Kopf hantieren zu können, kann sie etwas vereinfacht werden, indem die Werte für die Monate ausgerechnet und auswendig gelernt werden:

Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	September	Oktober	November	Dezember
1	4	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5

Statt den zweiten Term für jedes Datum neu auszurechnen, wird einfach die entsprechende Zahl laut obiger Tabelle eingesetzt. Auch hier gilt: Januar und Februar werden als dem Vorjahr zugehörig behandelt.