

Рекомендации к чтению

- Кормен, глава 26
- [Лекция](#)

Ключевые понятия: потоки в сетях, максимальное паросочетание.

Обязательные задачи

Задача 1 (3) Задача 48 из канонического задания, которое я скинул в телеграмм.

Задача 2 (3) Задача 49 оттуда же.

Задача 3 (2) На вход дан ориентированный граф без циклов, у каждого ребра задана его стоимость (натуральное число). Одна из вершин помечена стартовой и одна конечной. Нужно выбрать подмножество вершин с минимальной суммарной стоимостью, такое что любой путь из стартовой вершины в конечную проходит ровно через одно ребро из выбранного подмножества. Предложите эффективный алгоритм и оцените его асимптотику.

Задача 4 (2) Опишите как задача о максимальном паросочетании сводится к задаче о максимальном потоке. Посмотреть это можно в обоих источниках из рекомендованных.
Комментарий: речь идет о сводимости по Куку. Думать об этом необязательно.

Задача 5 (4) Дана клетчатая доска размера $n \times m$. Из каждой клеточки выходит стрелочка (вверх, вниз, направо или налево) и входит в соответствующую соседнюю клеточку (или за пределы доски). Постройте эффективный алгоритм, который находит, у какого минимального количества стрелочек надо изменить направление (только направление, исходная клетка стрелочки не меняется) так, чтобы в каждую клетку входила ровно одна стрелочка.

Задача 6 (4) Рассмотрим таблицу размера $M \times N$, в клетках которой стоят целые неотрицательные числа. Скажем, что таблица является *симпатичной*, если для всех i сумма чисел i -ой строки не превышает R_i , и для всех j сумма чисел ее j -ого столбца не превышает C_j (все R_i и C_j подаются вам на вход).

Дана таблица Z размера $M \times N$, в некоторых клетках которой уже стоят целые неотрицательные числа. Постройте алгоритм, который находит симпатичную таблицу с максимальной суммой элементов такую, что она совпадает с Z в тех клетках, в которых в Z стоят числа.

Дополнительные задачи (можно сдавать в течение семестра)

Задача 7 (5) Плотностью графа называется величина $|E|/|V|$. Предложите алгоритм, который находит в графе подграф максимальной плотности (см. следующие лекции после лекции из рекомендаций).