

Задание составлено на основе материалов Алексея Балицкого, Рената Гимадеева и Ильи Козлова.

Рекомендации к чтению

- Кормен, 34 глава.
- [Гач и Ловас](#), 6 глава.
- Мусатов, 3 глава.
- Курс Верещагина: [четвертая лекция](#) и начало [пятой](#).

Ключевые понятия: сводимость по Карпу, NPC, co-NPC.

Обязательные задачи

Задача 1 (2) Приведите пример языка, не принадлежащего NP .

Задача 2 (2) Верно ли, что NP замкнут относительно операции счетного объединения? То есть верно ли, что если $\forall i \in \mathbb{N} L_i \in NP$, то $\bigcup_{i=1}^{\infty} L_i \in NP$?

Класс $co-NPC$ определяется так: $L \in co-NPC$ т. и т. т. когда $L \in co-NP$ и $\forall L' \in co-NP$ выполнено $L' \leq_P L$.

Задача 3 (2) Докажите, что $co-NPC = \{L \mid \bar{L} \in NPC\}$.

Задача 4 (2) Докажите, что язык

$$TAUT = \{\varphi \mid \varphi - \text{булева формула, являющаяся тавтологией}\}$$

принадлежит $co-NPC$.

Задача 5 (2 + 2 + 2) В этой задаче докажите любые 3 утверждения из конспекта семинара.

Задача 6 (2) Сведите язык CLIQUE к языку графов, в которых есть клика хотя бы из половины вершин.

Дополнительные задачи (можно сдавать в течение семестра)

Задача 7 (2 + 2) Докажите еще 2 любых утверждения из конспекта семинара.

Язык L называется NP -трудным, если $\forall L' \in NP$ выполнено, что $L' \leq_P L$. Аналогично определяются $co - NP$ -трудные языки. (Найдите отличие от определения NP -полного языка).

Задача 8 (4) Приведите пример одновременно NP -трудного и $co - NP$ -трудного языка.