

Рекомендации к чтению

- ПДФка и конспект семинара, которые я скинул в канал

Ключевые понятия: конечное вероятностное пространство, события, вероятность события, случайная величина, вероятность того, что случайная величина равна конкретному числу, математическое ожидание случайной величины.

Обязательные задачи

Задача 1 ($7 \cdot \frac{1}{2}$) Вы бросаете правильную монету (вероятности орла и решки одинаковы) до тех пор, пока не выполнится определённое условие. Для каждого условия ниже найдите математическое ожидание числа бросков монеты.

- (a) Пока не выпадет решка.
- (b) Пока не выпадет две решки.
- (c) Пока не выпадет и орёл, и решка.
- (d) Пока в двух последовательных бросках не выпадут две решки подряд.
- (e) Пока в двух последовательных бросках не выпадут орёл, затем решка.
- (f) Пока суммарно число выпавших орлов не превысит число выпавших решек.
- (g) Пока суммарно число выпавших орлов не будет равно числу выпавших решек.

Задача 2 (2) Вы кидаете игральный кубик, и вам платят число рублей, выпавшее на кубике. У вас есть возможность перекинуть кубик 1 раз, если вы не довольны выпавшим числом. Сколько вы готовы заплатить, чтобы сыграть в такую игру?

Задача 3 (2) Вам дана нечестная монета — вы не знаете, насколько она нечестна, т.е. вы не знаете вероятности выпадения орла и решки при броске, вы знаете лишь, что обе эти вероятности отличны от нуля.

- (a) Придумать алгоритм, симулирующий бросок честной монеты — равновероятное получение единицы или нуля. В качестве единственного источника случайных значений вы можете использовать нечестную монету.
- (b) Вычислить математическое ожидание числа «бросков» нечестной монеты для вашего алгоритма.

Формально, вы моделируете бернуллиевскую случайную величину с параметром $1/2$ при помощи бернуллиевской случайной величины с неизвестным параметром $p \in (0, 1)$.

Задача 4 (2) Матрос выходит из таверны и начинает идти по портовой площади следующим образом: сначала делает шаг вперед, после чего поворачивается на 90 градусов в одну из сторон с равной вероятностью, после этого снова делает шаг, и так далее. Все шаги имеют длину 1 . Найти матожидания квадрата его расстояния от таверны через 100 шагов.

Дополнительные задачи (можно сдавать в течение семестра)

Задача 5 (3) Докажите, что в любом графе есть разрез, проходящий через хотя бы половину ребер.