Рекомендации к чтению

- Кормен, глава 8, пункты 8.1 и 8.2
- Курс Академии Яндекса по алгоритмам и структурам данных, лекции 1 и 3.

Ключевые понятия: задача сортировки, Merge-Sort, Quick-Sort, нижняя оценка в модели разрешающих деревьев.

Обязательные задачи

Задача 1 (2) Являются ли устойчивыми алгоритмы сортировки вставками, Merge-Sort и Quick-Sort? Обратите внимание, что ответ зависит от конкретной реализации каждого алгоритма (например, в алгоритме Quick-Sort по-разному можно выбирать элемент относительно которого делается partition). Явно указывайте, какую реализацию вы имеете в виду при ответе на вопрос.

Задача 2 (2) (External sorting) Нужно отсортировать массив n чисел, размер которого превышает размер оперативной памяти компьютера в k раз. Предложите как можно более быструю процедуру и оцените ее трудоёмкость.

Комментарий: Для целей этой задачи удобно адаптировать сортировку слиянием. Отсортированный массив должен быть записан во внешнюю память. Сравнения можно производить только в оперативной памяти. В лекции 3 из списка рекомендаций есть решение.

Задача 3 (3) Инверсией в последовательности $A = (a_1, \ldots, a_n)$ называется пара индексов (i,j) таких, что i < j и $a_j > a_i$. Постройте $O(n \log n)$ -алгоритм подсчёта числа инверсий в A.

Задача 4 (4) На прямой в точках x[i] находятся n динамитов с загоревшимися фитилями, каждому осталось гореть a[i] секунд. Вы бегаете со скоростью 10 м/c. Начинать можно откуда угодно. Предложите алгоритм, который получает на вход массивы $x[1 \dots n]$, $a[1 \dots n]$ и говорит успеете ли вы обезвредить все динамиты.

Дополнительные задачи (можно сдавать в течение семестра)

Задача 5 (4) Даны n горизонтальных отрезков, лежащих на оси Ox и заданных массивом своих концов $[a_i,b_i]$. Отрезки можно сдвигать вправо и влево вдоль оси Ox. Необходимо с помощью сдвигов сделать так, чтобы пересечение всех отрезков стало непустым. Предложите $O(n \log n)$ алгоритм, который находит требуемый набор сдвигом минимальной суммарной длины. Считайте, что все арифметические опреации с координатами выполняются за O(1).