

# 计算机图形学 Homework 8 - Bézier Curve

陈铭涛  
16340024

May 24, 2019

## 1 Basic

1. 用户能通过左键点击添加 Bezier 曲线的控制点，右键点击则对当前添加的最后一个控制点进行消除
2. 工具根据鼠标绘制的控制点实时更新 Bezier 曲线。

Bézier 曲线的参数方程如下：

$$Q(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(t), t \in [0, 1] \quad (1)$$

其中  $B_{i,n}(t)$  为伯恩斯坦基函数，多项式表示为：

$$B_{i,n}(t) = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i}, i = 0, 1 \dots n \quad (2)$$

代码中的实现如下：

---

```
float t_step = 1.0 / steps;
int n = points.size() - 1;
for (int k = 0; k <= steps; k++) {
    glm::vec3 current_point = {0, 0, 0};
    for (int i = 0; i <= n; i++) {
        current_point += points[i] * float(bernstein(i, n, t_step *
            k));
    }
    result.push_back(current_point);
}
```

---

GLFW 下获取鼠标点击的方法为通过 `glfwSetMouseButtonCallback` 设置鼠标操作时的回调函数，对左键和右键的 `GLFW_PRESS` 操作进行处理，当按下左键时添加控制点，按下右键时去除一个控制点。

获得的具有 4 个控制点的 3 阶贝塞尔曲线如下：

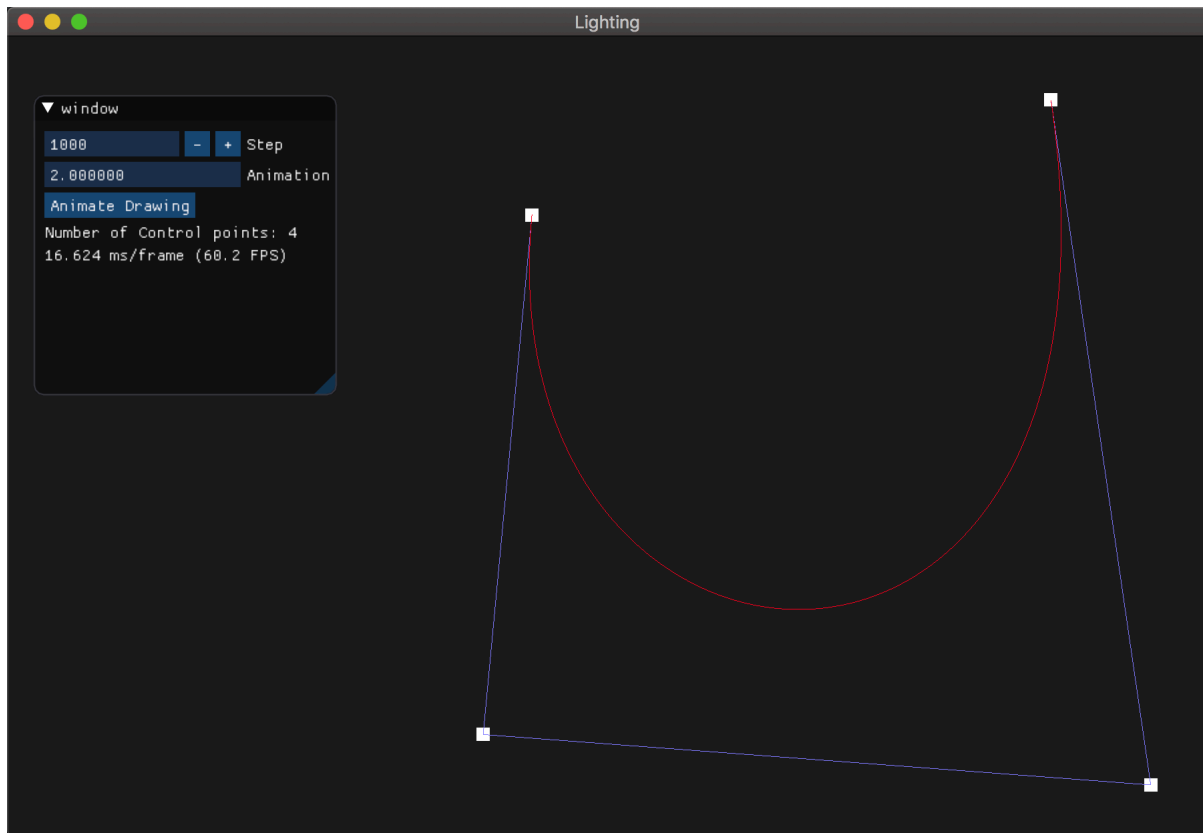


Figure 1: 三次贝塞尔曲线

通过鼠标控制点实时更新贝塞尔曲线的效果请见 demo。

## 2 Bonus

1. 可以动态地呈现 Bezier 曲线的生成过程。

$n$  阶贝塞尔曲线为两个  $n - 1$  阶贝塞尔曲线的插值，因此动态显示贝塞尔曲线的生成过程的方法为从  $n = 1$  开始插值获得  $n$  阶的曲线。

例子如下：

对于 3 个控制点的贝塞尔曲线：

(a) 1 次时获得三个控制点间的两条曲线：

$$B_{1,1}(t) = P_0(1 - t) + P_1t$$

$$B_{1,2}(t) = P_1(1 - t) + P_2t$$

(b) 对两条 1 次曲线进行插值，获得 2 次曲线：

$$B_{2,1}(t) = B_{1,1}(t)(1 - t) + B_{1,2}(t)t$$

展开得

$$B_{2,1}(t) = P_0(1 - t)^2 + 2P_1t(1 - t) + P_2t^2$$

即 2 次贝塞尔曲线，由此将过程中每步进行 1 次插值的结果绘出即可显示出 Bezier 曲线的生成过程。

对 6 个控制点的贝塞尔曲线生成过程进行显示的效果如下：

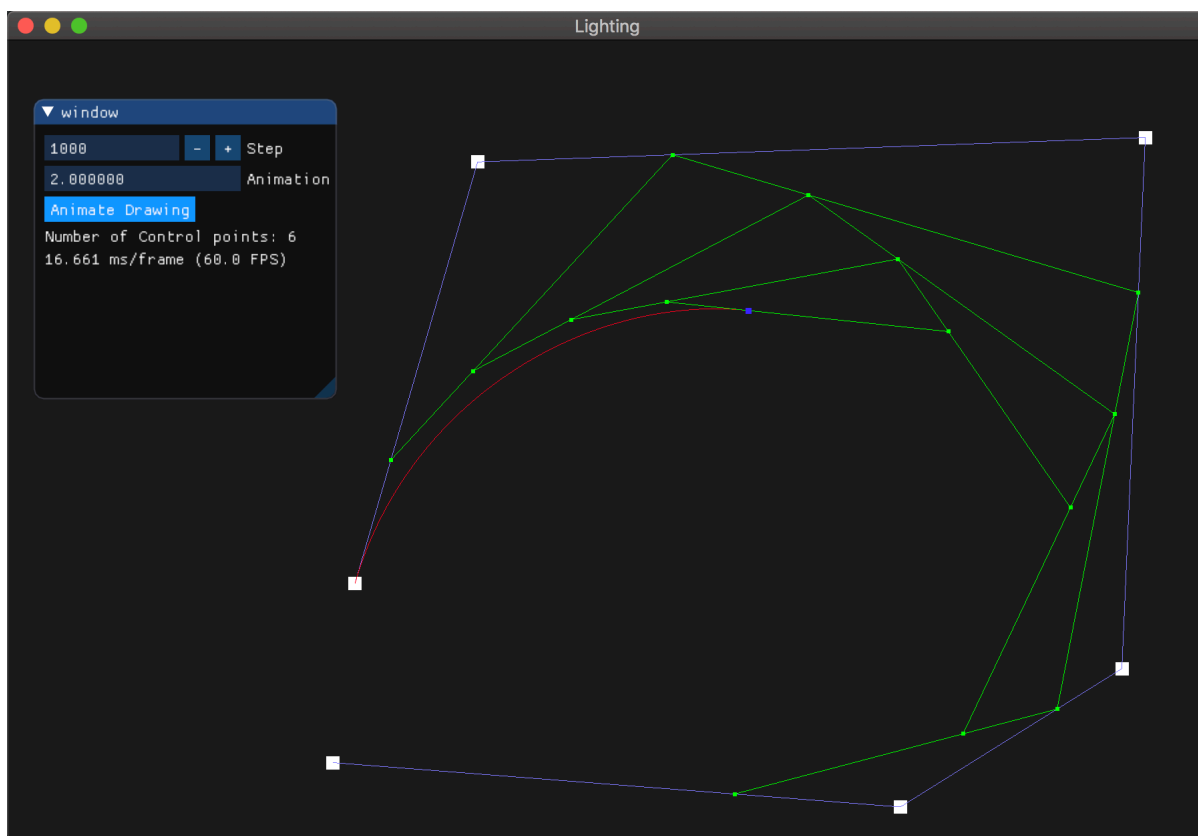


Figure 2: 贝塞尔曲线生成过程

具体的动态效果请见 demo。