Demo determinismo de configuración instantánea en autómatas determinísticos finitos

Miguel Angel De Lillo

Septiembre 2024

Demo determinismo

Quiero ver que para todo autómata finito determinístico su relación de transiición $\vdash$ cumple:

$Determinismo : ((q, \alpha) \vdash^* (r, \lambda) \ \wedge \ (q, \lambda) \vdash^* (s, \lambda)) \Longrightarrow r = s$

Voy a hacer inducción sobre n en $\vdash^n$

Caso base

El caso base es con n = 1. Quiero ver que

$((q, \alpha) \vdash (q_1, \alpha) \wedge (q, \alpha) \vdash (q_1', \alpha)) \Longrightarrow q_1 = q_1'$

Por ser un autómata finito determinístico, $\delta : Q$ x $\sum \to Q$ función,

$\delta(q, \alpha) = (q', \alpha') \Longrightarrow q' = q_1 = q_1'$

Queda probado el caso base.

Paso inductivo

Hipótesis inductiva: $(q, \alpha) \vdash^n (q_n, \alpha_n) \wedge (q, \alpha) \vdash^n (q_n', \alpha_n) \Longrightarrow q_n = q_n'$

Quiero ver que:

$(q, \alpha) \vdash^{n+1} (q_{n+1}, \alpha_{n+1}) \wedge (q, \alpha) \vdash^{n+1} (q_{n+1}', \alpha_{n+1}) \Longrightarrow q_{n+1} = q_{n+1}'$

Puedo reescribir esas expresiones como

$$\begin{gathered} (q, \alpha) \vdash^n (q_n, \alpha_n) \\ (q_n, \alpha_n) \vdash^{n+1} (q_{n+1}, \alpha_{n+1}) \\ \text{y} \\ (q, \alpha) \ \vdash^n (q_n', \alpha_n) \\ (q_n', \alpha_n) \vdash^{n+1} (q_{n+1}', \alpha_{n+1}) \end{gathered}$$

Por hipótesis inductiva, $q_n = q_n'$, luego

$(q_n, \alpha_n) \vdash^{n+1} (q_{n+1}, \alpha_{n+1}) \wedge (q_n, \alpha_n) \vdash^{n+1} (q_{n+1}', \alpha_{n+1})$

Como el autómata es determinístico, eso solo vale sii $q_{n+1} = q_{n+1}$'. Queda probado el determinismo para $\vdash^*$.