Demo determinismo de configuración instantánea en autómatas determinísticos finitos

Miguel Angel De Lillo

Septiembre 2024

Demo determinismo

Quiero ver que para todo autómata finito determinístico su relación de transiición $\vdash$ cumple:

$Determinismo : ((q, \alpha) \vdash^* (r, \lambda) \ \wedge \ (q, \lambda) \vdash^* (s, \lambda)) \Longrightarrow r = s$

Voy a hacer inducción sobre n en $\vdash^n$

Caso base

El caso base es con n = 1. Quiero ver que

$((q, \alpha) \vdash (q_1, \alpha) \wedge (q, \alpha) \vdash (q'_1, \alpha)) \Longrightarrow q_1 = q'_1$

Por ser un autómata finito determinístico, $\delta : Q$ x $\sum \rightarrow Q$ función,

$\delta(q, \alpha) = (q', \alpha') \Longrightarrow q' = q_1 = q'_1$

Queda probado el caso base.

Paso inductivo

Hipótesis inductiva: $(q, \alpha) \vdash^n (q_n, \alpha_n) \wedge (q, \alpha) \vdash^n (q'_n, \alpha_n) \Longrightarrow q_n = q'_n$

Quiero ver que:

$(q, \alpha) \vdash^{n+1} (q_{n+1}, \alpha_{n+1}) \wedge (q, \alpha) \vdash^{n+1} (q'_{n+1}, \alpha_{n+1}) \Longrightarrow q_{n+1} = q'_{n+1}$

Puedo reescribir esas expresiones como

$$
\begin{gathered}
(q, \alpha) \vdash^n (q_n, \alpha_n) \\
(q, \alpha_n) \vdash^{n+1} (q_{n+1}, \alpha_{n+1}) \\
\text{y} \\
(q, \alpha) \ \vdash^n (q'_n, \alpha_n) \\
(q', \alpha_n) \vdash^{n+1} (q'_{n+1}, \alpha_{n+1})
\end{gathered}
$$

Por hipótesis inductiva, $q_n = q'_n$, luego

$(q_n, \alpha_n) \vdash^{n+1} (q_{n+1}, \alpha_{n+1}) \wedge (q_n, \alpha_n) \vdash^{n+1} (q'_{n+1}, \alpha_{n+1})$

Como el autómata es determinístico, eso solo vale sii $q_{n+1} = q_{n+1}$'. Queda probado el determinismo para $\vdash^*$.