1.- Resolver los siguientes problemas de programación lineal mediante el algoritmo simplex. Se pide
a) Expresión en forma estándar del problema
b) Incluir la tabla final y su interpretación o las tablas finales de la fase I y II con su interpretación, en caso de usar el método de las dos fases.

Maximizar (2x1 + 3x2 + 4 x3)
Sujeto a:

$$3x1 + 2x2 + x3 \leq 10$$
$$2x1 + 3x2 + 3\,x3 \leq 15$$
$$x1 + x2 - x3 \geq 4$$
$$x1, x2, x3 \geq 0$$

Max $Z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 - MA_1$

subject to

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 + S_1 = 10$$
$$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + S_2 = 15$$
$$x_1 + x_2 - x_3 - S_3 + A_1 = 4$$

and $x_1, x_2, x_3, S_1, S_2, S_3, A_1 \geq 0$

Fase1. Se aplica el método simplex sobre el problema auxiliar (min A1)

Iteration-3		C_j	0	0	0	0	0	0	
B	**C_B**	**X_B**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**S_1**	**S_2**	**S_3**	**MinRatio**
x_1	0	2	1	0	3	1	0	2	
S_2	0	5	0	0	9	1	1	5	
x_2	0	2	0	1	-4	-1	0	-3	
$Z = 0$		**Z_j**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	
		$Z_j - C_j$	0	0	0	0	0	0	

Fase2. Tras obtener 0 en el valor óptimo, y obtenidas las variables por las que empezar en la fase 2, se realiza de nuevo el problema simplex pero esta vez sobre la función objetivo del problema.

Iteration-2		C_j	2	3	4	0	0	0	
B	**C_B**	**X_B**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**S_1**	**S_2**	**S_3**	**MinRatio**
x_1	2	0.3333	1	0	0	0.6667	-0.3333	0.3333	
x_3	4	0.5556	0	0	1	0.1111	0.1111	0.5556	
x_2	3	4.2222	0	1	0	-0.5556	0.4444	-0.7778	
$Z = 15.5556$		**Z_j**	**2**	**3**	**4**	**0.1111**	**1.1111**	**0.5556**	
		$Z_j - C_j$	0	0	0	0.1111	1.1111	0.5556	

Since all $Z_j - C_j \geq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$x_1 = 0.3333, x_2 = 4.2222, x_3 = 0.5556$

Max $Z = 15.5556$

Llegados al criterio de parada observamos los valores resultado de las variables y que el máximo de la función es 15.5556

Max $Z = 2x_1 + 5x_2 + 0S_1 + 0S_2 - MA_1 - MA_2$

subject to

$x_1 + x_2 - S_1 + A_1 = 4$

$x_1 - S_2 + A_2 = 2$

and $x_1, x_2, S_1, S_2, A_1, A_2 \geq 0$

$$\begin{array}{|l|}\hline \text{max} \quad 2x_1 + 5x_2 \\ \textit{sujeto a} \\ \quad x_1 + x_2 \geq 4 \\ \quad x_1 \geq 2 \\ \quad x_1, x_2 \geq 0 \\ \hline \end{array}$$

Fase1

Iteration-3		C_j	0	0	0	0	
B	C_B	X_B	x_1	x_2	S_1	S_2	MinRatio
x_2	0	2	0	1	-1	1	
x_1	0	2	1	0	0	-1	
Z = 0		Z_j	**0**	**0**	**0**	**0**	
		$Z_j - C_j$	0	0	0	0	

Fase2

Iteration-1		C_j	2	5	0	0	
B	C_B	X_B	x_1	x_2	S_1	S_2	MinRatio $\frac{X_B}{S_1}$
x_2	5	2	0	1	-1	1	---
x_1	2	2	1	0	0	-1	---
Z = 14		Z_j	**2**	**5**	**-5**	**3**	
		$Z_j - C_j$	0	0	-5 ↑	3	

Variable S_1 should enter into the basis, but all the coefficients in the S_1 column are negative or zero. So S_1 can not be entered into the basis.

Hence, the solution to the given problem is unbounded.

En la fase 2 mediante el criterio de entrada se determina que debe ser S1 el próximo. El problema es que todos los valores de la columna S1 son <= 0. Por lo tanto no es válido su intercambio. Esto indica que el problema no tiene solución.

Max $Z = 3x_1 - 5x_2 + 0S_1 - MA_1$

subject to

$10x_1 + 18x_2 + A_1 = 2$

$4x_1 + 5x_2 + S_1 = 9$

and $x_1, x_2, S_1, A_1 \geq 0$

Maximizar 3x1 – 5x2

Sujeto a:

10 x1 + 18x2 = 2

4x1 + 5x2 ≤ 9

x1 ≥ 0 x2≥0

Fase1

Iteration-2		C_j	0	0	0	
B	C_B	X_B	x_1	x_2	S_1	**MinRatio**
x_2	0	0.1111	0.5556	1	0	
S_1	0	8.4444	1.2222	0	1	
$Z = 0$		Z_j	**0**	**0**	**0**	
		$Z_j - C_j$	0	0	0	

Since all $Z_j - C_j \geq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$x_1 = 0, x_2 = 0.1111$

Max $Z = 0$

Fase2

Iteration-2		C_j	3	-5	0	
B	C_B	X_B	x_1	x_2	S_1	**MinRatio**
x_1	3	0.2	1	1.8	0	
S_1	0	8.2	0	-2.2	1	
$Z = 0.6$		Z_j	**3**	**5.4**	**0**	
		$Z_j - C_j$	0	10.4	0	

Since all $Z_j - C_j \geq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$x_1 = 0.2, x_2 = 0$

Max $Z = 0.6$

Se llega al criterio de parada ya que las variables usadas tienen valores 0 en la última fila. Por lo tanto el valor objetivo es 0.6. Siendo x1 = 3 y x2 = 0.

Maximizar 3x1 – 5x2

Sujeto a:

10 x1 + 18x2 = 2

4x1 + 5x2 ≤ 9

x1 ≥ 0

Max $z = 3x_1 - 5x_3 + 5x_4 + 0S_1 - MA_1$

subject to

$10x_1 + 18x_3 + 18x_4 + A_1 = 2$

$4x_1 + 5x_3 + 5x_4 + S_1 = 9$

and $x_1, x_3, x_4, S_1, A_1 \geq 0$

Fase 1

Iteration-2		C_j	0	0	0	0	
B	**C_B**	**X_B**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**S_1**	**MinRatio**
x_2	0	0.1111	0.5556	1	1	0	
S_1	0	8.4444	1.2222	0	0	1	
$Z = 0$		**Z_j**	**0**	**0**	**0**	**0**	
		$Z_j - C_j$	0	0	0	0	

Since all $Z_j - C_j \geq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$x_1 = 0, x_2 = 0.1111, x_3 = 0$

Max $Z = 0$

Fase 2

Iteration-3		C_j	3	-5	5	0	
B	**C_B**	**X_B**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**S_1**	**MinRatio**
x_1	3	0.2	1	1.8	1.8	0	
S_1	0	8.2	0	-2.2	-2.2	1	
$Z = 0.6$		**Z_j**	**3**	**5.4**	**5.4**	**0**	
		$Z_j - C_j$	0	10.4	0.4	0	

Since all $Z_j - C_j \geq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$x_1 = 0.2, x_2 = 0, x_3 = 0$

Max $Z = 0.6$

Creo que este enunciado no es correcto. He seguido el método de las dos fases pero el programa me añadía x2>=0 de forma automática siendo igual al ejercicio anterios. He intentado modificar el formato del enunciado pero el resultado sigue siendo obviamente igual al del ejercicio anterior ya que solo elimina una restriccion que no era lo suficiente restrictiva para alterar el resultado.

2.- Un compañía aérea quiere organizar un puente aéreo entre dos ciudades. Para ello necesita transportar como mínimo 1600 personas y 96 toneladas de equipaje y mercaderías. Además, para llevarlo a cabo, solo dispone de 11 aviones del tipo A, que pueden transportar 200 personas y 6 toneladas de equipaje cada uno, y 8 aviones del tipo B, que pueden transportar 100 personas y 15 toneladas cada uno.

Si la contratación de un avión de tipo A cuesta 4000€ y la de un avión del tipo B cuesta 1000€, calcula el número de aviones de cada tipo que hay que contratar para que el coste total sea mínimo y determina dicho coste.

Plantea el problema dual, resuélvelo y explica con detalle la información que aporta esta solución sobre el problema primal.

PROBLEMA PRIMAL

Sea x1 el número de aviones de tipo A que hay que contratar.

Sea x2 el número de aviones de tipo B que hay que contratar.

Funcion objetivo:

Minimizar Z = 4000x1 + 1000x2

Restricciones:

200x1 + 100x2 >= 1600 (y1)

6x1 + 15x2 >= 96 (y2)

x1 <= 11 (y3)

x2 <= 8 (y4)

x1, x2 >= 0

PROBLEMA DUAL

Las restricciones del problema primal se convierten en variables en el problema dual.

Sea y1 el valor dual asociado a la restricción de las personas. (incremento de gastos al aumentar en una persona)

Sea y2 el valor dual asociado a la restricción de mercancías. (incremento de gastos al aumentar en una tonelada la mercancía)

Sea y3 el valor dual asociado al número de aviones tipoA disponibles. (incremento de gastos al aumentar en uno el número de aviones de tipo A)

Sea y4 el valor dual asociado al número de aviones tipoB disponibles. (incremento de gastos al aumentar en uno el número de aviones de tipo B)

<u>Función objetivo:</u>

Maximizar Z = 1600y1 +96y2 + 11y3 +8y4

<u>Restricciones:</u>

200y1 + 6y2 + y3 <= 4000

100y1 + 15y2 + y4 <= 1000

y1,y2 >= 0

y3,y4 <= 0

Al pasarlos a la página se cambian los valores de signo para mayor comodidad. El resultado sigue siendo el mismo.

$$\begin{aligned}
&\text{MIN } Z_x = 4000x_1 + 1000x_2 \\
&\text{subject to} \\
&\quad 200x_1 + 100x_2 \geq 1600 \\
&\quad 6x_1 + 15x_2 \geq 96 \\
&\quad -x_1 \geq -11 \\
&\quad -x_2 \geq -8 \\
&\text{and } x_1, x_2 \geq 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\text{MAX } Z_y = 1600y_1 + 96y_2 - 11y_3 - 8y_4 \\
&\text{subject to} \\
&\quad 200y_1 + 6y_2 - y_3 \leq 4000 \\
&\quad 100y_1 + 15y_2 - y_4 \leq 1000 \\
&\text{and } y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0;
\end{aligned}$$

La última tabla del método simplex sobre el problema primal da los siguientes resultados.

Iteration-4		C_j	4000	1000	0	0	0	0	
B	C_B	X_B	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	MinRatio
x_1	4000	4	1	0	-0.005	0	0	-0.5	
x_2	1000	8	0	1	0	0	0	1	
S_3	0	7	0	0	0.005	0	1	0.5	
S_2	0	48	0	0	-0.03	1	0	12	
Z = 24000		Z_j	**4000**	**1000**	**-20**	**0**	**0**	**-1000**	
		$Z_j - C_j$	0	0	-20	0	0	-1000	

Since all $Z_j - C_j \leq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$x_1 = 4, x_2 = 8$

Min $Z = 24000$

Como resultado obtenemos que el precio mínimo que es necesario invertir es de 24000€ usando 4 aviones de tipo A y los 8 aviones de tipo B.

La última tabla de la función dual da los siguientes resultados.

Iteration-3		C_j	1600	96	-11	-8	0	0	
B	C_B	X_B	y_1	y_2	y_3	y_4	S_1	S_2	MinRatio
y_4	-8	1000	0	-12	-0.5	1	0.5	-1	
y_1	1600	20	1	0.03	-0.005	0	0.005	0	
Z = 24000		Z_j	**1600**	**144**	**-4**	**-8**	**4**	**8**	
		$Z_j - C_j$	0	48	7	0	4	8	

Since all $Z_j - C_j \geq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$y_1 = 20, y_2 = 0, y_3 = 0, y_4 = 1000$

Max $Z = 24000$

Podemos observar como el incremento de los gastos se ve alterado principalmente por el número de aviones de tipo B (y4) y el número de pasajeros.

El resultado de ambos problemas llega a la misma conclusión. Es necesario un total de 4 aviones de tipo A y 8 de tipo B para llegar al mínimo gasto posible de 24000€.