1.- Una compañía que produce dos tipos de motores. Para cada motor tipo I necesita 2 horas de mano de obra y 6 kg de materiales mientras que para cada motor tipo II invierte 4 horas de mano de obra y 2 kg de materiales. A la semana se dispone de 1000 horas de mano de obra y 1200 kg de materiales. Una vez estudiada la demanda se ha decidido no fabricar más de 200 motores de tipo II a la semana. Los beneficios que se obtienen por la venta de un motor tipo 1 es de 30 u.m y 80 u.m.por la venta de un motor de tipo II.

X = numero de motores de tipo I

Y = numero de motores de tipo II

MAX Z = 30X + 80Y

Restricciones:

$2x + 4y <= 1000$

$6x + 2y <= 1200$

$y <= 200$

(a) ¿Cuál es la mejor combinación productiva? ¿Cuál es el beneficio máximo?

Necesitamos 100 motores de tipo I y 200 de tipo II. El beneficio máximo es de 19000.

F.O.	19000

X1	X2
100	200
30	80

Restricción1	2	4	0	1000
Restricción2	6	2	0	1200
Restricción3	0	1	0	200

(b) ¿Cuánto se estaría dispuesto a pagar por una hora más de trabajo a la semana?¿y por 1 kg más de materiales disponible a la semana?¿y por ampliar en una unidad la cantidad límite a fabricar de motores tipo II?

Se está dispuesto a pagar 15u.m por una hora más de trabajo a la semana. Por un kilo más de materiales se está dispuesto a pagar 0u.m más.

Por ampliar en una unidad la candidad de motores de tipo II se está dispuesto a pagar 20u.m.

(c) Para cada recurso, ¿cuál es el rango de tolerancia en el que son válidos los precios sombra?

Para los motores de tipo I se encuentra entre el rango de 1000-200 y 1000+66,66.

Para los motores de tipo II se encuentra entre el rango de 1200-200 y infinito

2.-En una empresa se quieren utilizar los recursos 1 y 2 en la producción de los productos A, B y C. La cantidad unitaria necesaria de cada recurso para cada tipo de producto, la cantidad disponible de cada recurso y el beneficio unitario de cada producto vienen dados en la Tabla siguiente

Recursos	Productos			Disponibilidad de recursos
	A	B	C	
1	4	2	3	40
2	2	2	1	30
Beneficio	3	2	1	

a) Plantear y resolver un modelo lineal que permita maximizar el beneficio obtenido por el uso de los recursos en la producción.

Resolveremos el problema considerando las siguientes variables:
x1: cantidad producida de producto A
x2: cantidad producida de producto B
x3: cantidad producida de producto C

Restricciones:
4x1 + 2x2 + 3x3 <= 40
2x1 + 2x2 + x3 <= 30
x1,x2,x3 >= 0

Función Objetivo:
Max Z = 3x1 + 2x2 + x3

Iteration-3		C_j	3	2	1	0	0
B	**C_B**	**X_B**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**S_1**	**S_2**
x_1	3	5	1	0	1	0.5	-0.5
x_2	2	10	0	1	-0.5	-0.5	1
$Z = 35$		**Z_j**	**3**	**2**	**2**	**0.5**	**0.5**
		$Z_j - C_j$	0	0	1	0.5	0.5

Since all $Z_j - C_j \geq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$x_1 = 5, x_2 = 10, x_3 = 0$

Max $Z = 35$

Tras realizar el método simplex obtenemos los valores que maximizan la función objetivo.
En este caso necesitamos producir 5 productos de tipo A, 10 productos de tipo B y 0 productos de tipo C dando como beneficio un total de 35u.m

b) Supongamos que sobre el problema del enunciado decidimos subir los precios y por tanto los beneficios de los Productos A, B y C pasan a ser 4, 3 y 1 respectivamente, encontrar la producción óptima y compara los resultados. Y si decidiéramos bajarlos de forma que los beneficios respectivos serían 1, 1 y 1 respectivamente, ¿qué ocurrirá?

Si aumentamos los precios finales de los productos tendriamos la siguiente funcion objetivo con las mismas restricciones.
Restricciones:
4x1 + 2x2 + 3x3 <= 40
2x1 + 2x2 + x3 <= 30
x1,x2,x3 >= 0

Función Objetivo:
Max Z = 4x1 + 3x2 + x3

Al cambiar unicamente los precios del producto final solo se verá alterado el valor del beneficio obtenido.

Iteration-3		C_j	4	3	1	0	0
B	**C_B**	**X_B**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**S_1**	**S_2**
x_1	4	5	1	0	1	0.5	-0.5
x_2	3	10	0	1	-0.5	-0.5	1
Z = 50		**Z_j**	**4**	**3**	**2.5**	**0.5**	**1**
		Z_j - C_j	0	0	1.5	0.5	1

Since all $Z_j - C_j \geq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$x_1 = 5, x_2 = 10, x_3 = 0$

Max $Z = 50$

En este caso el beneficio obtenido sube a 50u.m

En caso de cambiar todos los valores de beneficio a 1 obtenemos este resultado

Iteration-4		C_j	1	1	1	0	0
B	C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2
x_3	1	5	1	0	1	0.5	-0.5
x_2	1	12.5	0.5	1	0	-0.25	0.75
Z = 17.5		Z_j	**1.5**	**1**	**1**	**0.25**	**0.25**
		$Z_j - C_j$	0.5	0	0	0.25	0.25

Since all $Z_j - C_j \geq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$x_1 = 0, x_2 = 12.5, x_3 = 5$

Max $Z = 17.5$

En caso de tener los mismos precios de venta, el número elegido de cada productos cambia.
Obtendriamos un beneficio de 17.5u.m usando 0 unidades de producto A, 12.5 unidades de producto B y 5 unidades de producto C.
En un caso real donde los productos producidos debe ser un número entero obtendriamos 12 unidades de tipo B y 5 de tipo C, dando como beneficio máximo 17.

c)
¿Qué ocurriría si para el producto C se decide usar 4 unidades de recurso 1 y 2 unidades de recurso 2? Y si se usaran ½ unidad del recurso 1 y 1 del recurso 2?

Iteration-3		C_j	4	3	1	0	0
B	**C_B**	**X_B**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**S_1**	**S_2**
x_1	4	5	1	0	1	0.5	-0.5
x_2	3	10	0	1	0	-0.5	1
$Z = 50$		**Z_j**	**4**	**3**	**4**	**0.5**	**1**
		$Z_j - C_j$	0	0	3	0.5	1

Since all $Z_j - C_j \geq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$x_1 = 5, x_2 = 10, x_3 = 0$

Max $Z = 50$

En caso de cambiar los recursos para tipo los productos de tipo C, para maximizar los beneficios de tipo, necesitamos 5 unidades de producto A, 10 unidades de producto B y 0 unidades de producto C obteniendo un beneficio de 50u.m

d) Se quiere producir un nuevo producto D, siendo los recursos necesarios 1 para el recurso 1 y 2 para el recurso 2 y el beneficio 1. ¿Es rentable? Y si se usan 3 y 2 unidades de los recursos correspondientes y el beneficio fuera 3?

Al añadir un producto nuevo hay que cambiar por completo las restricciones y funcion objetivo.
Añadimos x4 representando la cantidad de productos de tipo D producidas.

Restricciones
4x1 + 2x2 + 3x3 + x4 <= 40
2x1 + 2x2 + x3 + 2x4 <= 30
x1,x2,x3,x4 >= 0

Función Objetivo:
Max Z = 3x1 + 2x2 + x3 + x4

Iteration-3		C_j	3	2	1	1	0	0
B	**C_B**	**X_B**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**x_4**	**S_1**	**S_2**
x_1	3	5	1	0	1	-0.5	0.5	-0.5
x_2	2	10	0	1	-0.5	1.5	-0.5	1
$Z = 35$		**Z_j**	**3**	**2**	**2**	**1.5**	**0.5**	**0.5**
		$Z_j - C_j$	0	0	1	0.5	0.5	0.5

Since all $Z_j - C_j \geq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$x_1 = 5, x_2 = 10, x_3 = 0, x_4 = 0$

Max $Z = 35$

En caso de añadir un nuevo producto el beneficio máximo es de 35u.m produciendo 5 unidades de tipo A, 10 unidades de tipo B y 0 unidades de tipo C y D. Vemos que el resultado sigue siendo el mismo que en el apartado A. No es más rentable producir productos del tipo nuevo.

En caso de requerir 3 unidades de recurso 1 y 2 de recurso 2 aumentando el beneficio de producto D a 3 tenemos el siguiente resultado:

Iteration-3		C_j	3	2	1	3	0	0
B	C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2
x_4	3	13.3333	1.3333	0.6667	1	1	0.3333	0
S_2	0	3.3333	-0.6667	0.6667	-1	0	-0.6667	1
Z = 40		Z_j	**4**	**2**	**3**	**3**	**1**	**0**
		$Z_j - C_j$	1	0	2	0	1	0

Since all $Z_j - C_j \geq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 13.3333$

Max $Z = 40$

En caso de aumentar el beneficio vemos que es más rentable producir el máximo de productos de tipo D. En un caso real serían 13 unidades de tipo D produciendo unos beneficios de 39 u.m

e) Ahora se decide usar un nuevo tipo de materia prima para la producción de los productos A, B y C de la tabla. De este nuevo recurso se tiene 20 unidades y se requiere 1 unidad para producir cada uno de los productos ¿Mejora la producción?

En este caso hay que añadir una restricción nueva y cambiar los valores quedando de esta forma:

Restricciones:
4x1 + 2x2 + 3x3 <= 40
2x1 + 2x2 + x3 <= 30
x1 + x2 + x3 <= 20

Función Objetivo:
MAX Z = 3x1 + 2x2 + x3

Iteration-3		C_j	3	2	1	0	0	0
B	$\boldsymbol{C_B}$	$\boldsymbol{X_B}$	$\boldsymbol{x_1}$	$\boldsymbol{x_2}$	$\boldsymbol{x_3}$	$\boldsymbol{S_1}$	$\boldsymbol{S_2}$	$\boldsymbol{S_3}$
x_1	3	5	1	0	1	0.5	-0.5	0
x_2	2	10	0	1	-0.5	-0.5	1	0
S_3	0	5	0	0	0.5	0	-0.5	1
Z = 35		$\boldsymbol{Z_j}$	**3**	**2**	**2**	**0.5**	**0.5**	**0**
		$Z_j - C_j$	0	0	1	0.5	0.5	0

Since all $Z_j - C_j \geq 0$

Hence, optimal solution is arrived with value of variables as :
$x_1 = 5, x_2 = 10, x_3 = 0$

Max $Z = 35$

Vemos como con el nuevo recurso no cambia el resultado obtenido.
El mayor beneficio que se puede obtener sigue siendo 35 u.m produciendo 5 unidades de tipo A y 10 unidades de tipo B.