

Practica 6 - Multi

Miguel Ángel Dorado Maldonado

1.- Una empresa juguetera quiere hacer un estudio de su producción para optimizarla, utilizando información que la ha cedido una de las empresas a la que surte con sus productos. Esta le ha comunicado que para los dos productos que fabrica, el producto X1 se vende (mil unidades) al doble de precio de X2 que es de una u.m. y que, la popularidad de la empresa crece un 50% más por la venta de X1 que por la de X2. Internamente hemos observado que para la fabricación de mil unidades diarias de X1 se necesitan 5 empleados, mientras que para la producción de X2 solo harían falta 2.

Queremos mejorar en lo posible la producción teniendo en cuenta que la fábrica solo puede crear 50 unidades (en miles de juguetes) de X1 y 75 de X2 diarias como máximo y que, para que la empresa sea viable debemos producir al menos 125 u.m. en ventas.

Usa programación por compromiso para resolver el problema del enunciado

Formulemos y calculemos la matriz de pagos.

Sea x_1 el número de productos de tipo 1 (en miles de unidades)

Sea x_2 el número de productos de tipo 2 (en miles de unidades)

F1: función objetivo, maximizar beneficio

$$\text{MAX } Z = 2x_1 + x_2$$

F2: función objetivo, maximizar popularidad

$$\text{MAX } Z = 1.5x_1 + x_2$$

F3: función objetivo, minimizar número de trabajadores

$$\text{MIN } Z = 5x_1 + 2x_2$$

Restricciones:

$$x_1 \leq 50$$

$$x_2 \leq 75$$

$$2x_1 + x_2 \geq 125$$

Realizamos el método simplex por cada función objetivo para poder generar la matriz de pagos.

F1

| Iteration-4 | | C_j | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
|-------------|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| B | C_B | X_B | x_1 | x_2 | S_1 | S_2 | S_3 | MinRatio |
| x_1 | 2 | 50 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | |
| S_3 | 0 | 50 | 0 | 0 | 2 | 1 | 1 | |
| x_2 | 1 | 75 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| $Z = 175$ | | Z_j | 2 | 1 | 2 | 1 | 0 | |
| | | $Z_j - C_j$ | 0 | 0 | 2 | 1 | 0 | |

La solución óptima es $Z = 175$

$x_1 = 50$

$x_2 = 75$

F2

| Iteration-4 | | C_j | 1.5 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
|-------------|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| B | C_B | X_B | x_1 | x_2 | S_1 | S_2 | S_3 | MinRatio |
| x_1 | 1.5 | 50 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | |
| S_3 | 0 | 50 | 0 | 0 | 2 | 1 | 1 | |
| x_2 | 1 | 75 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| $Z = 150$ | | Z_j | 1.5 | 1 | 1.5 | 1 | 0 | |
| | | $Z_j - C_j$ | 0 | 0 | 1.5 | 1 | 0 | |

La solución óptima es $Z = 150$

$x_1 = 50$

$x_2 = 75$

F3

| Iteration-4 | | C_j | 5 | 2 | 0 | 0 | 0 | |
|-------------|-------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|
| B | C_B | X_B | x_1 | x_2 | S_1 | S_2 | S_3 | MinRatio |
| x_1 | 5 | 25 | 1 | 0 | 0 | -0.5 | -0.5 | |
| S_1 | 0 | 25 | 0 | 0 | 1 | 0.5 | 0.5 | |
| x_2 | 2 | 75 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| $Z = 275$ | | Z_j | 5 | 2 | 0 | -0.5 | -2.5 | |
| | | $Z_j - C_j$ | 0 | 0 | 0 | -0.5 | -2.5 | |

La solución óptima es $Z = 275$

$x_1 = 25$

$x_2 = 75$

Con estos resultado podemos generar la matriz de pagos:

| x1 | x2 | F1 | F2 | F3 |
|----|----|-----|-------|-----|
| 50 | 75 | 175 | 150 | 400 |
| 50 | 75 | 175 | 150 | 400 |
| 25 | 75 | 125 | 112.5 | 275 |

Teniendo ya la matriz podemos implementar programación por compromiso para resolver el problema.

Utilizamos la distancia de manhattan quedando el siguiente problema:

$$\text{Minimizar } \sum_i w_i \frac{f_i^* - f_i(x)}{f_i^* - f_{*i}}$$

Obtenemos la función compromiso:

$$\begin{aligned} \max & 2x_1 + x_2 \\ \max & 1.5x_1 + x_2 \\ \min & 5x_1 + 2x_2 \end{aligned}$$

Restricciones:

$$\begin{aligned} x_1 & \leq 50 \\ x_2 & \leq 75 \\ 2x_1 + x_2 & \geq 125 \end{aligned}$$

Función de compromiso:

$$\begin{array}{llll} 2x_1 + x_2 \rightarrow & \max: 175 & \rightarrow & \min: 125 \\ 1.5x_1 + x_2 & \rightarrow & \max: 175 & \rightarrow \min: 100 \\ 5x_1 + 2x_2 & \rightarrow & \max: 400 & \rightarrow \min: 275 \end{array}$$

$$\text{Minimizar } (175 - 2x_1 - x_2)/(175 - 125) + (175 - 1.5x_1 - x_2)/(175 - 100) + (400 - 5x_1 - 2x_2)/(400 - 275)$$

$$\text{Minimizar } (271/30) - 0.1x_1 - (37/750)x_2$$

Restricciones:

$$\begin{aligned} x_1 & \leq 50 \\ x_2 & \leq 75 \\ 2x_1 + x_2 & \geq 125 \end{aligned}$$

Implementamos simplex:

| | | | | | | | | |
|-------------|---------|-------------|-------|---------|-------|---------|-------|----------|
| Iteration-4 | | C_j | -0.1 | -0.0493 | 0 | 0 | 0 | |
| B | C_B | X_B | x_1 | x_2 | S_1 | S_2 | S_3 | MinRatio |
| x_1 | -0.1 | 50 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | |
| S_3 | 0 | 50 | 0 | 0 | 2 | 1 | 1 | |
| x_2 | -0.0493 | 75 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | |
| $Z = -8.7$ | | Z_j | -0.1 | -0.0493 | -0.1 | -0.0493 | 0 | |
| | | $Z_j - C_j$ | 0 | 0 | -0.1 | -0.0493 | 0 | |

La solución óptima es $Z = -8.7$

$$x_1 = 50$$

$$x_2 = 75$$

Al añadir el término independiente obtenemos el resultado de la solución, $Z = 1/3$

2.- Una compañía desea planificar el ensamblaje de dos nuevos modelos de ordenador. Ambos modelos precisan del mismo tipo de carcasa y lector óptico. En el modelo 1 se ensambla la carcasa con 2 lectores ópticos. En el modelo 2 se ensambla la carcasa con un lector óptico y además se añade un lector de tarjetas. Se dispone semanalmente de 1000 lectores ópticos, 500 lectores de tarjetas y de 600 carcasas. El ensamblaje de un modelo 1 lleva una 1 hora de trabajo y proporciona un beneficio de 200 euros y el del modelo 2 lleva 1.5 horas de trabajo y su beneficio es de 500 euros. Teniendo en cuenta las restricciones anteriores, el director de la compañía desea plantear un modelo con las siguientes metas en orden de prioridad:

- **Prioridad 1:** Producir semanalmente al menos 200 ordenadores modelo 1.
- **Prioridad 2:** Ensamblar al menos 500 ordenadores en total a la semana.
- **Prioridad 3:** Igualar el número de horas totales de trabajo dedicadas al ensamblaje de los dos tipos de ordenador.
- **Prioridad 4:** Obtener un beneficio semanal de al menos 250,000 euros.