1.- Una empresa de componentes informáticos puede comprar discos duros a tres proveedores y su objetivo es minimizar el coste total de la compra. Los proveedores disponen de 1000, 3000 y 1000 discos respectivamente. La empresa necesita los discos en tres cadenas de montaje sitas en tres localidades distintas. Dichas cadenas requieren 1500, 1000 y 2500 discos respectivamente. Los precios en cientos de euros por cada disco entregado a cada cadena son como siguen:

	Cadena1	Cadena2	Cadena3
Proveedor1	4	7	2
Proveedor2	3	5	2
Proveedor3	9	11	10

a) Calcula una solución inicial mediante el método de Vogel, y otra mediante la esquina noroeste

<u>Mediante método vogel</u>

	Cadena1	Cadena2	Cadena3	Oferta	Penal. Fila
Proveedor 1	4	7	2	1000	4-2 = 2
Proveedor 2	3	5	2	3000	3-2 = 1
Proveedor 3	9	11	10	1000	10-9 = 1
Demanda	1500	1000	2500		
Penal. Col	4-3 = 1	7-5 = 2	2-2 = 0		

	Cadena1	Cadena2	Cadena3	Oferta	Penal. Fila
Proveedor 1	~~4~~	~~7~~	~~2~~ (1000)	~~1000~~ (0)	~~4-2 = 2~~
Proveedor 2	3	5	2	3000	3-2 = 1
Proveedor 3	9	11	10	1000	10-9 = 1
Demanda	1500	1000	~~2500~~ 1500		
Penal. Col	~~1~~ 9-3=6	7-5 = 2	~~0~~ 10-2=8		

	Cadena1	Cadena2	Cadena3	Oferta	Penal. Fila
Proveedor 1	~~4~~	~~7~~	~~2~~ (1000)	~~1000~~ (0)	~~4-2 = 2~~
Proveedor 2	3	5	~~2~~ (1500)	~~3000~~ (1500)	~~1~~ (5-3 = 2)
Proveedor 3	9	11	10	1000	10-9 = 1
Demanda	1500	1000	~~2500~~ ~~1500~~ 0		
Penal. Col	9-3=6	7-5 = 2	2-2 = 0		

	Cadena1	Cadena2	Cadena3	Oferta	Penal. Fila
Proveedor 1	~~4~~	~~7~~	~~2~~ (1000)	~~1000~~ (0)	~~4-2 = 2~~
Proveedor 2	~~3~~ (1500)	5	~~2~~ (1500)	~~1500~~ (0)	~~2~~ (5)
Proveedor 3	~~9~~	11	10	1000	10-9 = 1
Demanda	~~1500~~ 0	1000	~~2500~~ ~~1500~~ 0		
Penal. Col	~~9-3=6~~	7-5 = 2	2-2 = 0		

	Cadena1	Cadena2	Cadena3	Oferta	Penal. Fila
Proveedor 1	~~4~~	~~7~~	2 (1000)	~~1000~~ (0)	~~4-2 = 2~~
Proveedor 2	3 (1500)	5	2 (1500)	~~1500~~ (0)	~~2~~ (5)
Proveedor 3	~~9~~	11 (1000)	10	~~1000~~ (0)	~~10-9 = 1~~
Demanda	~~1500~~ 0	~~1000~~ 0	~~2500~~ ~~1500~~ 0		
Penal. Col	~~9-3=6~~	7-5 = 2	2-2 = 0		

Los costes totales son 2*1000 + 3*1500 + 2*1500 + 11*1000 = 20500

Mediante método esquina noroeste

	Cadena1	Cadena2	Cadena3	Oferta
Proveedor 1	1000			~~1000~~ 0
Proveedor 2				3000
Proveedor 3				1000
Demanda	~~1500~~ 500	1000	2500	

	Cadena1	Cadena2	Cadena3	Oferta
Proveedor 1	1000			~~1000~~ 0
Proveedor 2	500			~~3000~~ 2500
Proveedor 3				1000
Demanda	~~1500~~ ~~500~~ 0	1000	2500	

	Cadena1	Cadena2	Cadena3	Oferta
Proveedor 1	1000			~~1000~~ 0
Proveedor 2	500	1000		~~3000~~ ~~2500~~ 1500
Proveedor 3				1000
Demanda	~~1500~~ ~~500~~ 0	~~1000~~ 0	2500	

	Cadena1	Cadena2	Cadena3	Oferta
Proveedor 1	1000			~~1000~~ 0
Proveedor 2	500	1000	1500	~~3000~~ ~~2500~~ ~~1500~~ 0
Proveedor 3				1000
Demanda	~~1500~~ ~~500~~ 0	~~1000~~ 0	~~2500~~ 1000	

	Cadena1	Cadena2	Cadena3	Oferta
Proveedor 1	1000			~~1000~~ 0
Proveedor 2	500	1000	1500	~~3000~~ ~~2500~~ ~~1500~~ 0
Proveedor 3			1000	~~1000~~ 0
Demanda	~~1500~~ ~~500~~ 0	~~1000~~ 0	~~2500~~ ~~1000~~ 0	

Se obtiene unos costes de 4*1000 + 3*500 + 5*1000 + 2*1500 + 10*1000 = 23500

b) ¿Tenemos asegurado que las soluciones anteriores son óptimas?
No está asegurado en ninguno de los dos métodos vistos. En el caso de la esquina noroeste ni siquiera se tienen en cuenta los costes de producción.

2.- Una compañía ha decidido iniciar la fabricación de cuatro nuevos productos utilizando tres plantas que por el momento tienen exceso en su capacidad de producción. La capacidad de producción disponible en las plantas se mide por el número de unidades de cualquier producto que se pueden fabricar por día, como se muestra en la última columna de la siguiente tabla. Cada planta puede producir cualquiera de estos productos, excepto la planta 2 que no puede fabricar el producto 3. Sin embargo, el costo por unidad de cada producto difiere entre una planta y otra, como se puede observar en dicha tabla.

	Costo unitario por producto (€)				Capacidad disponible
	1	**2**	**3**	**4**	
Planta 1	41	27	28	24	75
Planta 2	40	29	--	23	75
Planta 3	37	30	27	21	47
Tasa de producción	20	30	30	40	

La gerencia necesita tomar la decisión de cómo dividir la producción entre las plantas y para ello tiene dos opciones

Para realizar el ejercicio tenemos que modificar la tabla ajustando los valores necesarios.

Nos encontramos con una celda que no puede ser utilizada. Al tratarse de un problema de minimización, podremos un coste infinito en esta celda para que no sea posible su uso

Por otro lado vemos que la oferta y la demanda no coinciden. En esta caso la oferta es de 120 y la demanda de 197. Para solventar esta diferencia se añadirá una columna extra con coste 0 y oferta 77 para satisfacer la igualdad.

Quedando la tabla siguiente

	1	**2**	**3**	**4**	D	
Planta 1	41	27	28	24	0	75
Planta 2	40	29	M	23	0	75
Planta 3	37	30	27	21	0	47
Tasa de producción	20	30	30	40	77	197/197

Opción 1. El mismo producto se puede fabricar en más de una planta

	1	**2**	**3**	**4**	D	Demanda	F.P
Planta 1	~~41~~	~~27~~	~~28~~	~~24~~	0 (75)	~~75~~ 0	24=24-0
Planta 2	40	29	M	23	0	75	23=23-0
Planta 3	37	30	27	21	0	47	21=21-0
Oferta	20	30	30	40	~~77~~ 2		
C.P	3=40-37	2=29-27	1=28-27	2=23-21	0=0-0		

	1	**2**	**3**	**4**	D	Demanda	F.P
Planta 1	~~41~~	~~27~~	~~28~~	~~24~~	0 (75)	~~75~~ 0	—
Planta 2	40	29	~~M~~	23	0	75	23=23-0
Planta 3	37	30	27 (30)	21	0	~~47~~ 17	21=21-0
Oferta	20	30	~~30~~ 0	40	~~77~~ 2		
C.P	3=40-37	1=30-29	~~M=M-27~~	2=23-21	0=0-0		

	1	**2**	**3**	**4**	D	Demanda	F.P
Planta 1	~~41~~	~~27~~	~~28~~	~~24~~	0 (75)	~~75~~ 0	—
Planta 2	40	29	~~M~~	23	0 (2)	~~75~~ 73	23=23-0
Planta 3	37	30	27 (30)	21	~~0~~	~~47~~ 17	21=21-0
Oferta	20	30	~~30~~ 0	40	~~77~~ ~~2~~ 0		
C.P	3=40-37	1=30-29	—	2=23-21	—		

	1	**2**	**3**	**4**	D	Demanda	F.P
Planta 1	~~41~~	~~27~~	~~28~~	~~24~~	0 (75)	~~75~~ 0	—
Planta 2	40	29	~~M~~	23	0 (2)	~~75~~ 73	6=29-23
Planta 3	~~37~~	~~30~~	27 (30)	21 (17)	~~0~~	~~47~~ ~~17~~ 0	9=30-21
Oferta	20	30	~~30~~ 0	~~40~~ 23	~~77~~ ~~2~~ 0		
C.P	3=40-37	1=30-29	—	2=23-21	—		

	1	**2**	**3**	**4**	D	Demanda	F.P
Planta 1	~~41~~	~~27~~	~~28~~	~~24~~	0 (75)	~~75~~ 0	—
Planta 2	40 (20)	29	~~M~~	23	0 (2)	~~75~~ ~~73~~ 53	6=29-23
Planta 3	~~37~~	~~30~~	27 (30)	21 (17)	~~0~~	~~47~~ ~~17~~ 0	—
Oferta	~~20~~ 0	30	~~30~~ 0	~~40~~ 23	~~77~~ ~~2~~ 0		
C.P	—	29	—	23	—		

	1	**2**	**3**	**4**	D	Demanda	F.P
Planta 1	~~41~~	~~27~~	~~28~~	~~24~~	0 (75)	~~75~~ 0	—
Planta 2	40 (20)	29 (30)	~~M~~	23	0 (2)	~~75~~ ~~73~~ ~~53~~ 23	6=29-23
Planta 3	~~37~~	~~30~~	27 (30)	21 (17)	~~0~~	~~47~~ ~~17~~ 0	—
Oferta	~~20~~ 0	~~30~~ 0	~~30~~ 0	~~40~~ 23	~~77~~ ~~2~~ 0		
C.P	—	—	—	23	—		

	1	**2**	**3**	**4**	D	Demanda	F.P
Planta 1	~~41~~	~~27~~	~~28~~	~~24~~	0 (75)	~~75~~ 0	—
Planta 2	40 (20)	29 (30)	~~M~~	23 (23)	0 (2)	~~75~~ ~~73~~ ~~53~~ ~~23~~ 0	—
Planta 3	~~37~~	~~30~~	27 (30)	21 (17)	~~0~~	~~47~~ ~~17~~ 0	—

Oferta	~~20~~ 0	~~30~~ 0	~~30~~ 0	~~40~~ ~~23~~ 0	~~77~~ ~~2~~ 0		
C.P	—	—	—	—	—		

Obtenemos un resultado de costes de:

40*20+29*30+23*23+27*30+21*17 = 3366 u.m de coste

Comprobamos si es una solución degenerada o no.

M+N-1 = 5+3-1 = 7 == #celdas elegidas por lo tanto es una solución factible no degenerada.

Vamos a resolver la solución óptima usando modi.

Tras hacer varias iteraciones del método modi llegamos a esta tabla en la que ya los valores de las casillas vacías son todos positivos llegando a esta solución óptima

So final optimal solution is arrived.

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	Supply
S_1	41	27 **(30)**	28 **(30)**	24	0 **(15)**	75
S_2	40	29	M	23 **(13)**	0 **(62)**	75
S_3	37 **(20)**	30	27	21 **(27)**	0	47
Demand	20	30	30	40	77	

37*20+27*30+28*30+13*23+21*27 = 3256 u.m

Opción 2. No autorizar que un mismo producto se fabrique en dos plantas diferentes, imponiendo la condición de que al menos un producto debe ser asignado a cada planta.

Para hacer esta segunda opción voy a usar el método noroeste para encontrar una solución válida inicial.

Primero tener en cuenta que hay que añadir un producto artificial para cumplir con el ratio oferta/demanda.

Por consiguiente al tratarse de un problema donde cada producto debe estar asignado a una planta se crearán duplicarán dos plantas para satisfacer esta necesidad al tener un total de 5 productos y 3 plantas iniciales.

	1	**2**	**3**	**4**	D	
Planta 1	820	810	840	960	0	1
Planta 2	800	870	M	920	0	1
Planta 3	740	900	810	840	0	1
Planta 1 dup	820	810	840	960	0	1
Planta 2 dup	800	870	M	920	0	1
Tasa de producción	1	1	1	1	1	

Comprobamos que no sea degenerada. Tenemos 7 celdas rellenas y 5+3-1.

Son iguales por lo tanto no está degenerada. Podemos pasar a usar un método de optimización para encontrar una solución óptima que mejore la inicial.

Solution:
TOTAL number of supply constraints : 5
TOTAL number of demand constraints : 5
Problem Table is

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	Supply
S_1	820	810	840	960	0	1
S_2	800	870	M	920	0	1
S_3	740	900	810	840	0	1
S_4	820	810	840	960	0	1
S_5	800	870	M	920	0	1
Demand	1	1	1	1	1	

So final optimal solution is arrived.

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	Supply
S_1	820	810 (1)	840	960	0	1
S_2	800 (d)	870	M	920	0 (1)	1
S_3	740 (d)	900	810 (d)	840 (1)	0	1
S_4	820	810 (d)	840 (1)	960	0	1
S_5	800 (1)	870	M	920	0	1
Demand	1	1	1	1	1	

The minimum total transportation cost $= 810 \times 1 + 0 \times 1 + 840 \times 1 + 840 \times 1 + 800 \times 1 = 3290$