

ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES DE LA ESTRUCTURA A PLAZOS DE LAS TASAS DE INTERÉS EN MÉXICO

Fecha de recepción: agosto 2011 - fecha de aceptación: diciembre 2011

*Carlos A. Martínez**
*José A. Núñez***

RESUMEN. En esta investigación se describen los diferentes factores que se encuentran presentes en la estructura de plazos de las tasas de interés en México. Tomando como periodo de referencia de julio de 2002 a diciembre de 2009 y mediante un análisis de componentes principales aplicado a los cambios diarios de los CETES, encontramos que para analizar la dinámica de la curva de rendimiento, es posible simplificar el estudio a tan sólo dos factores que se hallan latentes en los datos: el nivel y la pendiente. El factor preponderante el cual explica un poco más del 68% de los cambios se halla asociado al nivel de la curva, y está determinado principalmente por la tasa de interés de menor plazo y por choques estructurales que desplazan paralelamente a la curva. Por su parte la pendiente que explica el 27.6%, usualmente se calcula como la diferencia entre el rendimiento de mayor plazo y el de menor vencimiento. Los cambios en la pendiente, implican que factores macroeconómicos, tales como el nivel de precios de la economía, la actividad económica y las tasas de interés a corto plazo (instrumentos con vencimientos menores a un año) están detrás de ese movimiento.

Palabras clave: componentes principales, nivel, pendiente.

Clasificación JEL: G24, C52, C65

* Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Estado de México. Carretera Lago de Guadalupe, Km 3.5, Atizapán de Zaragoza, 52926, Estado de México, México, Tel: 52(55)58645555 ext.3229, e-mail: creyes@itesm.mx.

** Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Ciudad de México Calle del puente núm. 222, colonia ejidos de Huipulco, Tlalpan, CP.14380.

ABSTRACT. This investigation describes the different factors that are present in the term structure of interest rates in Mexico. The time period comprises from July 2002 to december 2009 and by principal component analysis applied to the daily changes of CETES, we find that for analyzing the dynamics of the yield curve, it is possible to simplify the study to only two factors that are present in the data, the level and the slope. The main factor that accounts for more than 68% of the variations is the level of the yield curve, which in turn is determined by the interest rate of short term and also by the structural shocks that follow a parallel displacement to that of the yield curve. On the other hand, the slope that accounts for 27.6% of the variations is usually calculated as the difference between the long term rate and that of short term rate. The slope changes imply that macroeconomic factors, such as the prices level of the economy, the economic activity and the short term interest rates (instruments with maturities of less than a year) are the groundwork for this variation.

Keywords: principal component, level, slope.

JEL classification: G24, C52, C65

1. Introducción

En su trabajo seminal “Common Factors Affecting Bond Returns”, Litterman y Scheinkman (1991), fueron los primeros en utilizar el análisis de componentes principales para determinar el número de variables necesarias que explican un porcentaje suficientemente elevado de las fluctuaciones en los rendimientos de los bonos a distintos vencimientos. Ellos encontraron que más del de la variación en los rendimientos de los instrumentos de renta fija en Estados Unidos se puede explicar en función de tres factores o atributos de la curva de rendimiento llamados: nivel, pendiente y curvatura. En esta dirección también se ubican las investigaciones de Barber y Copper(BC), Bühler y Zimmermann (BZ), D Ecclesia y Zenios (DZ), Golub y Tilman (GT), Kanony y Mokrane (KM), Kärki y Reyes (KR), Lardic, Priaulet y Priaulet (LPP), Lekkos (L), Martellini y Priaulet (MP). Resumimos sus principales resultados en la tabla 1.

TABLA 1
Estudios sobre el análisis de componentes principales
en mercados extranjeros

AUTORES	PAÍS (PERIODO) - TIPO DE TASA	RANGO	FACTORES	EXPLICADO
LS(1991)	USA (1984-1988)-spot	6M-18A	3	88.04/8.38/1.97
KM(1992)	Francia (1989-1990)-spot	1A-25A	2	93.7/6.1
DZ(1994)	Italia (1988-1992)-spot	6M-7A	3	93.91/5.49/0.42
KR(1994)	Alemania/USA (1990-1994)-spot	3M-10A	3	Total: 97/98/98
BC(1996)	USA (1985-1991)-spot	1M-20A	3	80.93/11.85/4.36
BZ(1996)	Alemania/Suiza (1988-1996)-spot	1M-10A	3	71/18/4;75/16/3
GT(1997)	USA (1984-1995)-spot	3M-30A	3	92.8/4.8/1.27
L(2000)	Inglaterra(1987-1995)-forward	1A-9A	5	63.5/6.3/7.5/8.1/5.3
MP(2000)	Francia (1995-1998)-spot	1M-10Y	3	66.64/20.52/6.96
LPP(2003)	Alemania/Italia (1998-2000)-spot	1M-30A	3	61/23/6;59/24/7

Fuente: elaboración propia.

En particular, el estudio de Lardic (2003) *et al.* cuestiona las diferentes metodologías que se pueden adoptar cuando se usa el ACP. Podemos preguntarnos si los resultados dependen de la elección de la metodología.

- ¿Debemos utilizar los niveles de las tasas de interés o los cambios en las tasas de interés?, Por ejemplo, Kanony y Mokrane (1992) utilizan los niveles de las tasas de interés, mientras que otros autores prefieren considerar los cambios.
- ¿Usar la matriz de correlación o la matriz de varianzas-covarianzas? Por ejemplo, Barber y Copper(1996) utilizan la matriz de varianzas-covarianzas y Buhler y Zimmerman(1996) utilizan la matriz de correlación.
- Los resultados del ACP dependen del número de entradas y vencimientos, por ejemplo, Golub y Tilman (1997) consideran todo el espectro de vencimientos (utilizan 10 variables, con vencimientos que van desde los tres meses hasta 30 años), mientras que D'Ecclesia y Zenios(1994), toman solamente los segmentos de corto y mediano plazo (ocho variables, con vencimientos que van de seis meses a siete años).
- Si los resultados del ACP dependen de la frecuencia de los datos, se deben utilizar datos diarios, semanales o mensuales y especificar durante qué

periodo de tiempo. Por ejemplo, Barber y Copper(1996) toman datos mensuales desde agosto de 1985 hasta febrero de 1991 así como D'Ecclesia y Zenios (1994) consideran datos semanales de 1988 a 1992.

Lardic *et al.* (2003) concluyen que el análisis de componentes principales (ACP de aquí en adelante) debe ser implementado considerando los cambios en las tasas de interés ya que son estacionarios y, segundo, que estas variables deben estar centradas por cuestiones de reducción de la varianza. El número de variables y los plazos que cubren puede modificar de manera significativa el conjunto de datos y el porcentaje de varianza explicada por los factores, y que la exactitud de los resultados es proporcional a la frecuencia de los datos.

2. Revisión de la literatura para el caso mexicano

Para el caso particular de México se tienen los siguientes estudios:

- Jiménez (2002), en su trabajo: “testing the Stability of the Components Explaining Changes of the Yield Curve in Mexico. A Principal Component Analysis Approach”, estima los componentes principales que determinan los movimientos de la curva de rendimientos en el mercado mexicano, al tiempo que busca observar su estabilidad a través del tiempo. La hipótesis central era que mientras los componentes principales son muy estables o permanecen sin cambios, la varianza explicada por ellos fluctúa sustancialmente. El trabajo concluye que los tres componentes de la curva de rendimientos nivel, pendiente y curvatura son relevantes a la hora de explicar los desplazamientos totales de la estructura a plazos de la economía mexicana.
- Cortés, Ramos y Torres (2009) estudian la dinámica de la estructura de plazos de las tasas de interés en México del 2001 al 2008, y hallaron que más del 99% de la variación total en la curva de rendimiento se puede explicar por tres factores: el nivel, la pendiente y la curvatura. También muestran que el factor nivel se correlaciona positivamente con medidas de inflación a largo plazo y que el factor pendiente se relaciona negativamente con la tasa de interés a un día. Finalmente concluyen que la estructura temporal de las tasas de interés en México, a pesar de su relativa corta existencia, se comporta como en los mercados que tienen sistemas financieros más desarrollados.

- Siguiendo con la literatura existente aplicada a México, Villarreal (2001) encontró que las tasas de interés en México son una serie no estacionaria y que el proceso Random Walk no es la mejor representación para estimar y predecir las tasas de interés a corto plazo. Por ende, la existencia de la no-estacionariedad de los datos establece la necesidad de usar las primeras diferencias de las tasas de interés en lugar de los niveles para obtener inferencias correctas. El autor además encontró que pruebas a la hipótesis de las expectativas revelan que la parte más corta de la estructura de plazos mexicana (i.e. menos de seis meses) da información sobre la tasa de interés real e inflación futura.

3. Metodología

En esta sección se incluye la descripción y el análisis estadístico de los datos.

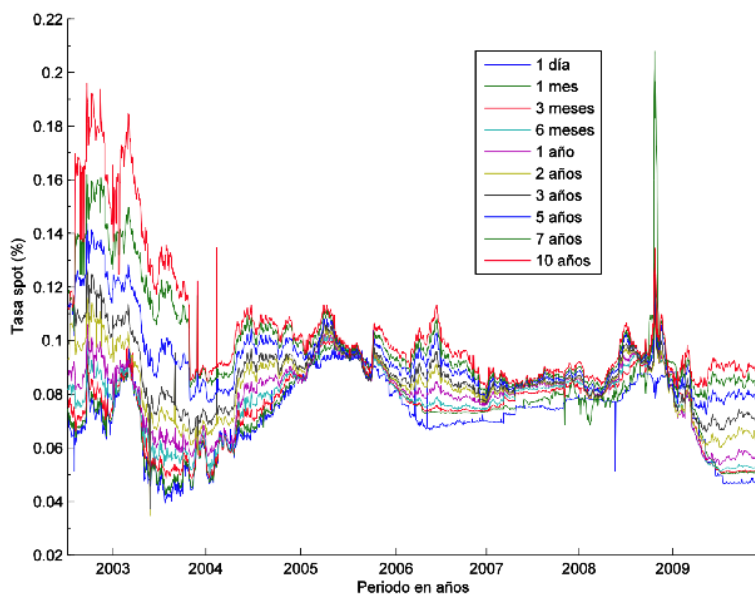
3.1 Datos

Los instrumentos que generalmente integran la curva de rendimiento en México son los CETES (bonos cupón cero emitidos por primera vez en 1978) de 28, 91, 182 y 364 días; así como bonos gubernamentales con cupón semestral de tres años, cinco años (su primera emisión se llevó a cabo en el 2000), siete años (emitidos en 2002), 10 años (emitidos en 2001), 20 años (emitidos en 2003) y 30 años (emitidos en 2006). Para obtener las componentes principales de la ETTI en México usamos *observaciones diarias* de los CETES publicados por Reuters para los siguientes vencimientos: 1, 28, 91, 182, 364, 728, 1092, 1820, 2548 y 3600 días, que corresponden a los plazos de 1 día, 1, 3 y 6 meses, y 1, 2, 3, 5, 7 y 10 años. El periodo muestral analizado se extiende desde el 9 de julio de 2002 hasta el 7 de diciembre de 2009, lo que recoge una muestra de 1867 observaciones para cada plazo al vencimiento de los CETES. Usamos esta muestra por dos razones principales. La primera es que parece razonable suponer que la inflación en México siguió un proceso estacionario durante este periodo. La segunda razón es que el gobierno mexicano fue capaz de emitir bonos a tasa fija para horizontes de largo plazo (10 años) desde 2001. La figura 1 ilustra la evolución del rendimiento de los CETES a 1, 28, 91, 182, 364, 728, 1092, 1820, 2548 y 3600 días en el periodo muestra considerado.

Como se puede observar, en general el nivel de rendimiento de los bonos disminuye sobre el horizonte temporal. Además, el rendimiento es menor a corto plazo que a largo plazo, en este sentido, es posible considerar un premio

por madurez¹ que se encuentra relacionado con el plazo de vencimiento, entre mayor sea el periodo de madurez de un instrumento se espera que mayor sea la tasa que paga éste con el fin de compensar las posibles fluctuaciones del entorno financiero. También, la pendiente de la curva de rendimiento se reduce.

FIGURA 1
Observaciones diarias CETES: julio 2002 a diciembre 2009



4. Condiciones para aplicar el análisis de componentes principales

Cabe destacar algunas cuestiones metodológicas que orientarán la implementación del análisis de componentes principales a la muestra de datos.

1. Cuando las variables originales están altamente correlacionadas, la mayor parte de su variabilidad puede ser explicada por menos componentes. La

¹ Estos resultados apoyan la teoría de la preferencia por la liquidez de Hicks(1946), donde considera la existencia de un premio por madurez positivo (este premio es considerado también como un premio por riesgo o una prima por liquidez).

afirmación de que las correlaciones son lo suficientemente fuertes para justificar la aplicación del ACP puede ser avalado mediante la realización de dos pruebas estadísticas, a saber, la prueba de esfericidad de Bartlett y la medida de Kaiser-Meyer-Olkin (kmo).

La prueba de esfericidad de Bartlett (1950) parte de la hipótesis nula de que la matriz de coeficientes de correlación \mathbf{R} no es significativamente distinta de la matriz identidad,² esto es:

$$H_0: \mathbf{R}=\mathbf{I}$$

Bartlett calcula el estadístico de prueba basado en el valor del determinante de la matriz de correlación del siguiente modo $V = |\mathbf{R}|$ y se rechaza H_0 si:

$$-\left[n-1\frac{(2p+5)}{6}\right]\ln|V| > \chi^2_{a,p(p-1)/2}$$

donde n es el número de observaciones diarias por vencimiento y p el número de variables o series de datos. Si se rechaza H_0 se recomienda realizar el análisis de componentes principales.

La medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin (kmo) es un índice que compara la magnitud de los coeficientes de correlación observados con la magnitud de los coeficientes de correlación parcial y de esta manera crea un índice que va de 0 a 1, llegando a 1 cuando cada variable se puede predecir con exactitud por los demás (sin errores). Los resultados de la prueba de Bartlett y medida kmo son:

Si el valor de la medida de adecuación muestral (kmo) es pequeño (los valores por debajo de, se consideran mediocres) puede que no sea pertinente utilizar el ACP. Si el nivel crítico (*Sig.*) en la prueba de esfericidad de Bartlett es mayor que 0.05 no podemos rechazar la hipótesis nula de esfericidad y, consecuentemente, no podemos asegurar que el ACP sea adecuado para la muestra. Los resultados de la tabla 2 sugieren que en nuestro caso es posible llevar a cabo el análisis de componentes principales.

² Que equivale a decir que la matriz de varianza-covarianza Σ es diagonal.

TABLA 2
kmo y prueba de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin		.757
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado	58458.770
	gl	45
	Sig.	.000

10

2. Lardic, Priault y Priault (2001) reportan que los niveles (tasas brutas) de las tasas de interés a los diferentes plazos tienden a estar más correlacionados que los cambios en las tasas (primeras diferencias). Esta diferencia de correlaciones está ligada a la presencia de una tendencia determinista o estocástica en las variables en cuestión, lo que hace que las series de los niveles (tasas brutas) sean no estacionarias, por lo que es necesario utilizar la primera diferencia de las observaciones.

Para comprobar la validez de este argumento para el caso de la ETI en México vamos a aplicar las pruebas de estacionariedad de Dickey-Fuller Aumentada (ADF); Phillips-Perron (PP); y la prueba de Kwiatkowski, Phillips, Schmidt y Shin (KPSS) a los niveles y primeras diferencias de las tasas para los diferentes vencimientos. Las tablas 3 y 4 presentan los resultados obtenidos al aplicar las pruebas anteriores.

Para las tres pruebas ADF, PP y KPSS, la hipótesis de estacionariedad se rechaza para las tasas brutas al nivel de significancia del 1%, 5% y 10%, excepto para los vencimientos de un día a un año para la prueba KPSS a los niveles de significancia del 1% y 5%. En cuanto a las pruebas para la primera diferencia, los resultados muestran la existencia de estacionariedad en la serie, lo que demuestra la validez del argumento presentado por Lardic, Priault y Priault (2001), en utilizar las diferencias o los cambios diarios de las tasas de interés para el análisis de componentes principales.

TABLA 3
Pruebas de estacionariedad para los niveles
y primeras diferencias de los CETES

VENCIMIENTO	VARIABLES EN NIVELES			VARIABLES EN PRIMERA DIFERENCIA		
	Estadístico de prueba			Estadístico de prueba		
	ADF	PP	KPSS	ADF	PP	KPSS
	-0.8431 **	-0.7561 **	0.4580	-60.089 *	-64.791 *	0.129 *
Un día	-0.8331 **	-0.9593 **	0.5096	-16.920 *	-35.86 *	0.0310 *
Un mes	-0.7113 **	-0.7133 **	0.4632	-45.273 *	-45.235 *	0.1130 *
Tres meses	0.7949 **	-0.7949 **	0.4125	-43.776 *	-43.773 *	0.1267 *
Seis meses	-0.7949 **	-0.7949 **	0.4125	-43.776 *	-43.773 *	0.1267 *
Un año	-0.8085 **	-0.8365 **	0.4610	-48.654 *	-48.819 *	0.1051 *
Dos años	-0.8038 **	-0.8045 **	0.7441 **	-61.73 *	-66.804 *	0.0612 *
Tres años	-0.7947 **	-0.7947 **	1.1271 **	-59.867 *	-63.526 *	0.0415 *
Cinco años	-0.8448 **	-0.8835 **	2.3210 **	-51.306 *	-52.192 *	0.0346 *
Siete años	-0.8527 **	-0.8226 **	2.9558 **	-57.663 *	-61.864 *	0.0344 *
Diez años	-0.8823 **	-0.8226 **	2.8267 **	-23.811 *	-61.87 *	0.0442 *

* Se rechaza H_0 : no estacionaria

** No se rechaza H_0 : no estacionaria

TABLA 4
Valores críticos para las pruebas de estacionariedad

NIVEL DE SIGNIFICANCIA	ADF	PP	KPSS
Valores críticos t^*			
1%	-2.566202	-2.566202	0.739
5%	-1.940993	-1.940993	0.463
10%	-1.616585	-1.616585	0.347

3. Otro punto importante se refiere al uso de la matriz de correlación o la matriz de varianzas-covarianzas al aplicar el ACP, lo que equivale a la estandarización o no de las variables. Como lo señalan Ladric, Priaulet y Priaulet (2001), como la ETTI no es plana y existen diferencias en la volatilidad³ de

³ Pruebas de Levene para determinar si existen diferencias significativas en las varianzas de los datos para diferentes vencimientos demostraron que en la mayoría de los casos las varianzas de los CETES a distintos vencimientos difieren al nivel de significancia del 1% y 5%, salvo los casos de las tasas corto plazo; y las tasas a largo plazo no difieren significativamente entre sí.

las tasas a distintos vencimientos (figura 1), el no estandarizar las variables (uso directo de la matriz de covarianza) introduce un sesgo en el resultado. Cuando las variables están expresadas en diferentes unidades de medida se sugiere trabajar con la matriz de correlación para aislar los efectos nocivos de las distintas unidades de medida. Con la estandarización de las variables, las matrices de correlación y covarianzas son idénticas. Así, la crítica de usar la matrices de covarianza, enunciada por Lardic, Priaulet, Priaulet (2001) no aplican al estandarizar las variables.

5. Aplicación del ACP

12

Tenemos 10 variables y 1 867 observaciones de cada una de estas variables. Consideramos los 1 866 cambios en las tasas de interés diarias $\Delta R(t+1, \theta_k) = R(t+1, \theta_k) - R(t, \theta_k)$, y llevamos a cabo un ACP de los datos centrados y estandarizados, lo que equivale a utilizar la matriz de correlación de los cambios $\Delta R(t, \theta_k)$ de las tasas de interés. La idea es definir la matriz

$$\Delta R = (\Delta R_{t_k})_{\substack{1 \leq t \leq 1866 \\ 1 \leq k \leq 10}} = \left(\frac{\Delta R(t, \theta_k) - \overline{\Delta R(., \theta_k)}}{\sqrt{1866} \sigma_{\Delta R(., \theta_k)}} \right)_{\substack{1 \leq t \leq 1866 \\ 1 \leq k \leq 10}}$$

donde $\overline{\Delta R(., \theta_k)}$ y $\sigma_{\Delta R(., \theta_k)}$ son, respectivamente, el valor promedio y la desviación estándar de los cambios en la tasa de interés con madurez θ_k . Podemos escribir cada elemento de la matriz ΔR como

$$\frac{\Delta R(t, \theta_k) - \overline{\Delta R(., \theta_k)}}{\sqrt{1866} \sigma_{\Delta R(., \theta_k)}} = \sum_{l=1}^{10} \sqrt{\lambda_l} V_{tl} U_{lk} \quad (1)$$

donde $(U) = (U_{kl})_{1 \leq k, l \leq 10}$ es la matriz de los 10 vectores propios de la matriz de correlación $\Delta R^T \Delta R$ de los cambios de las tasas de interés,

$(U^T) = (U_{lk})_{1 \leq k, l \leq 10}$ la matriz transpuesta de U ,

$(V) = (V_{tl})_{\substack{1 \leq t \leq 1866 \\ 1 \leq l \leq 10}}$ la matriz de los 10 vectores propios de $\Delta R \Delta R^T$,

λ_l el valor propio correspondiente al vector propio U_l .

Usando la ecuación (1) obtenemos

$$\Delta R(t, \theta_k) = \overline{\Delta R(., \theta_k)} + \sum_{l=1}^{10} \sqrt{1866} \sigma_{\Delta R(., \theta_k)} \sqrt{\lambda_l} V_{il} U_{lk}$$

o bien

$$\Delta R(t, \theta_k) = \overline{\Delta R(., \theta_k)} + \sum_{l=1}^{10} c_{lk} C_t^l$$

donde

$$c_{lk} = \sqrt{1866} \sigma_{\Delta R(., \theta_k)} \sqrt{\lambda_l} U_{lk}$$

$$V_{il} = C_t^l$$

con C_t^l el l -ésimo componente principal asociado al l -ésimo factor, y c_{lk} la coordenada de la tasa de interés con vencimiento θ_k sobre el l -ésimo factor.⁴ El coeficiente c_{lk} es también la sensibilidad de $R(t, \theta_k)$ con respecto al factor l , como se puede ver a través de la ecuación (2)

$$\frac{\Delta(\Delta R(t, \theta_k))}{\Delta C_t^l} = c_{lk} \quad (2)$$

También se puede escribir

$$\Delta R(t, \theta_k) = \overline{\Delta R(., \theta_k)} + \sum_{l=1}^M c_{lk} C_t^l + \sum_{l=M+1}^{10} c_{lk} C_t^l = \overline{\Delta R(., \theta_k)} + \sum_{l=1}^M c_{lk} C_t^l + \varepsilon_{lk}$$

donde M es el número de factores usados y ε_{lk} es el término residual el cual se asume que no contribuye a los cambios de las tasas de interés. Finalmente:

$$\Delta R(t, \theta_k) \approx \overline{\Delta R(., \theta_k)} + \sum_{l=1}^M c_{lk} C_t^l \quad (3)$$

6. Resultados

La tabla 5 muestra los valores y vectores propios asociados a cada componente principal, así como los porcentajes de varianza explicada y varianza acumulada explicada por los diez componentes principales de la matriz de correlación de los cambios diarios para el periodo comprendido del 9 de julio de 2002 hasta el 7 de diciembre de 2009.

⁴ Note que los factores son linealmente independientes entre sí, ya que representan ejes ortogonales. Están ordenadas de manera decreciente con base en los valores propios correspondientes.

TABLA 5
Valores propios y porcentaje de varianza explicada
por los cambios de las tasas de interés

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
Valor propio	6.816	2.760	0.235	0.116	0.044	0.016	0.006	0.005	0.002	0.001
% explicado	68.2	27.6	2.3	1.2	0.4	0.2	0.1	0	0	0
% acumulado	68.2	95.8	98.1	99.3	99.7	99.9	100	100	100	100
Vectores propios:										
Variable	VP1	VP2	VP3	VP4	VP5	VP6	VP7	VP8	VP9	VP10
Un día	.820	-.495	.104	.257	-.078	-.008	.017	-.002	-.002	.000
Un mes	.800	-.488	.280	-.203	-.045	.003	.020	-.004	-.005	.000
Tres meses	.883	-.458	.080	.004	.036	.001	-.047	.014	.027	.001
Seis meses	.930	-.349	-.041	.017	.095	-.003	-.020	.004	-.035	.003
Un año	.962	-.206	-.145	-.008	.098	-.004	.035	-.026	.015	-.010
Dos años	.971	.075	-.212	-.045	-.039	.030	.019	.025	.005	.020
Tres años	.930	.307	-.164	-.046	-.101	.024	-.021	-.002	-.006	-.019
Cinco años	.753	.651	.003	-.018	-.033	-.080	-.014	-.029	.001	.011
Siete años	.566	.812	.120	.022	.044	-.036	.018	.042	.001	-.009
Diez años	.489	.848	.174	.055	.034	.080	-.004	-.020	.000	.005

Fuente: elaboración propia.

Se puede apreciar que el primer componente explica el 68.2%, el segundo el 27.6% y el tercero el 2.3%, **en conjunto los tres primeros componentes principales explican el 98.1 de la varianza total**. Estos resultados son similares a los obtenidos en estudios desarrollados por:

- Litterman y Scheinkman (1991), en uno de los trabajos más influyentes “Common Factors Affecting Bond Returns” hallaron que los tres primeros componentes explican el 98.38% de la varianza total. El primer componente explica el 88.03%, el segundo componente el 1.97% y el tercer componente principal el 1.97%.
- Barber y Copper (1996), en su artículo: “Immunisation Using Principal Component Analysis” los tres primeros factores explican el 97.15% de la varianza total de los rendimientos de los bonos, sin embargo, la contribución a la varianza es diferente, el primer componente explica el 81%, el segundo el 12% y el tercero un poco más del 4%.

- Jiménez (2002): en su trabajo “Testing the Stability of the Components Explaining Changes of the Yield Curve in Mexico. A Principal Component Analysis Approach”, estima los componentes principales que determinan los movimientos de la curva de rendimientos en el mercado mexicano en el periodo de junio de 1996 a junio de 1999, encontrando que el primer factor representa en promedio, el 95.5% de la variación total de la curva de rendimiento, el segundo componente el 3.35% de la variación, mientras que el tercer componente explica el 0.73%. Por lo tanto, los tres primeros componentes principales explican el 99.6% de la variación de las tasas de interés.
- Cortés, Ramos y Torres (2009), estudian la dinámica de la estructura de plazos de las tasas de interés en México entre el 2001 y el 2008, encontrando que el 99.31% de la variación total de los rendimientos se puede explicar por los tres factores, el nivel que explica el 78.56%, la pendiente que contribuye con el 16.46% y la curvatura que explica el 4.3% del total.

15

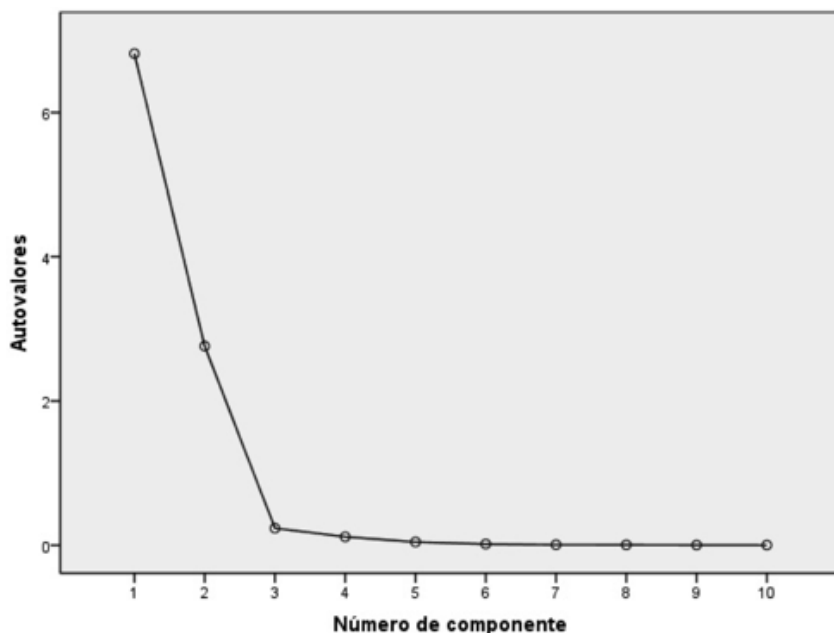
Al comparar nuestros resultados con los antes señalados es posible ver cómo, al igual que para estos últimos, el nivel y la pendiente tienen la mayor participación en lo concerniente a la explicación de la variabilidad. El 95.8% de la varianza total de los datos se explica a partir de los desplazamientos paralelos y de la pendiente de la curva, mientras que la curvatura explica sólo el 2.3% de los movimientos. Aun cuando los primeros dos factores concentran la explicación de los movimientos de la curva de rendimiento, la participación de cada uno de ellos da mayor peso al componente asociado con el nivel que explica alrededor del 68% de los movimientos. Lo anterior es similar a resultados de estudios tanto para mercados desarrollados como para países emergentes como México.

6.1 Número de componentes principales a retener

No existe un criterio único para hallar el número de componentes principales que pueden ser retenidos, ya que el poder explicativo de los componentes principales puede variar de manera arbitraria en cada caso. Sin embargo, a menudo son empleadas un par de reglas básicas.

- La regla de Kaiser(1959), en ella se excluyen todos los componentes principales con valores propios menores que el promedio de todos ellos. Así, una heurístico sencillo es seleccionar los componentes principales que tienen un valor propio de al menos uno. De la tabla 5 podemos observar que los únicos factores con valores propios mayores o iguales que uno son los componentes 1 y 2 que tienen valores propios de magnitud 6.816 y 2.76 respectivamente.
- Otro criterio originalmente propuesto por Cattell (1966) consiste en graficar los valores propios λ_k vs k para obtener el llamado gráfico de sedimentación. Al inspeccionar el gráfico de sedimentación de izquierda a derecha, se busca el punto de inflexión en el que los valores propios dejan de formar una pendiente (la gráfica se aplana) y comienzan a describir una caída de poca inclinación. La figura 2 muestra el gráfico de sedimentación de los resultados obtenidos en nuestro análisis.

FIGURA 2
Gráfico de sedimentación



Fuente: elaboración propia.

Se puede observar que la pendiente pierde inclinación a partir del tercer valor propio (hacia su derecha). O lo que es lo mismo, el tercer valor propio no provoca pendiente respecto del cuarto (es decir, el tercer valor se encuentra en la misma planicie sin pendiente que el cuarto), por lo que debemos considerar que sólo deben extraerse o retener los dos primeros factores y desechar del tercero en adelante.

6.2 Interpretación de los componentes principales

Los principales aspectos a destacar que surgen de los resultados obtenidos por el ACP son los siguientes:

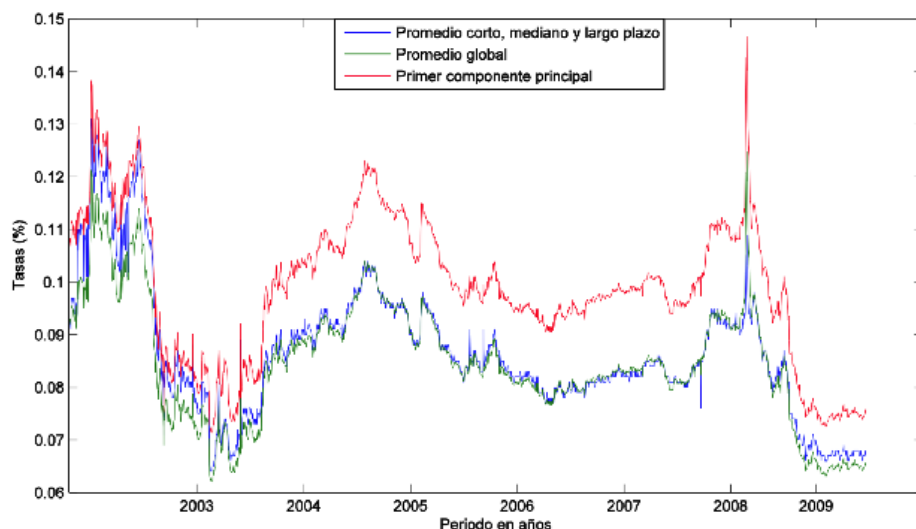
1. De la tabla 5 podemos observar que las cargas factoriales del primer componente principal llamado nivel son todas positivas y similares entre sí, por lo que estos valores pueden ser entendidos como elementos de talla. En nuestro caso este factor explica un 68.2%, de la variabilidad total, siendo claramente el más importante. Para el caso de México en el periodo de estudio, el primer componente principal⁵ o nivel tiene un comportamiento similar a la serie de tiempo de los rendimientos a dos años, como se puede apreciar en la tabla 7 con la carga factorial entre ambas variables.

Ang y Piazzesi (2003), Diebold, Piazzesi y Rudebusch (2005) utilizan como proxy del factor nivel el promedio de los rendimientos a corto, mediano y largo plazo, es decir, el promedio de los rendimientos a un día, 728 y 3 600 días en nuestro caso. La correlación entre el primer componente y este promedio es de 0.9315. Sin embargo, hemos encontrado que en nuestro caso particular el promedio de todas las series a lo largo del espectro temporal es la mejor aproximación para el primer componente principal, hecho que se soporta por su alta correlación 0.992.

La figura 3 muestra la relación entre las series a lo largo del periodo de muestreo, esto sugiere que el promedio de los rendimientos tiende a marcar la pauta del *nivel* de la curva de rendimiento.

⁵ Los coeficientes del primer componente fueron re-escalados por el valor característico λ_1 .

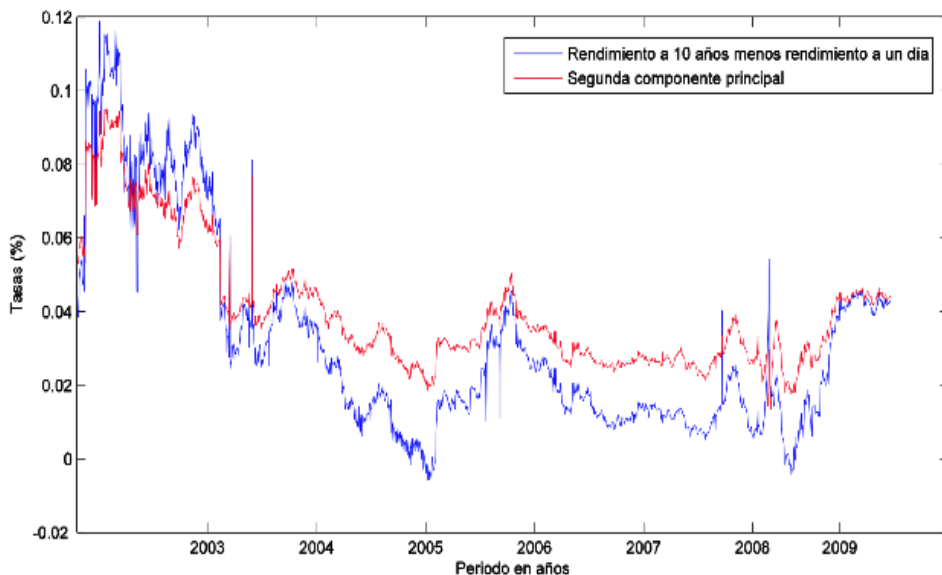
FIGURA 3
Comportamiento del primer componente y el promedio
total de las series de rendimientos



2. Con respecto al segundo componente se observa el siguiente patrón, para los vencimientos a corto plazo prevalecen los valores negativos y para los vencimientos a largo plazo las cargas factoriales son positivas. Este factor contribuye a explicar la variabilidad de las tasas en un 27.6% y gráficamente se manifiesta como si la componente girara en torno a un punto al perturbarse ante un choque.

Para el caso mexicano, la pendiente o segundo componente principal puede ser considerado como un *proxy* de la diferencia entre los rendimientos a 10 años y el rendimiento a un 1 día, Ang y Piazzesi (2003), Diebold, Piazzesi y Rudebusch (2005) han utilizado esta aproximación. La correlación entre la diferencia (10 años, menos un año) y la segunda componente es de 0.986 lo cual soporta la interpretación del segundo componente principal como factor de pendiente. En la figura 4 se puede observar que los movimientos de baja frecuencia muestran una reducción gradual de la pendiente de la curva de rendimiento que puede ser explicada por una reducción de la inflación y las expectativas de inflación durante el periodo de muestra.

FIGURA 4
Comportamiento del segundo componente y el *spread* rendimiento a 10 años menos rendimiento a un día



3. El tercer componente, contribuye a la variabilidad total en un 2.3% y se le asocia a cambios en la concavidad de la curva, nuestros resultados permiten inferir dicha asociación, ya que los coeficientes de la tercera componente son positivos a corto plazo, negativos a mediano plazo y positivos a largo plazo.

Como se ha señalado, el primer factor es casi plano, el segundo tiene signos opuestos en ambos extremos del espectro de madurez y, el tercero tiene el mismo signo en ambos extremos, pero tiene un signo contrario en el centro. Esta observación nos lleva a considerar el número de cambios de signo de cada componente principal o vector propio. Si los primeros tres factores tienen cero, uno y dos cambios de signo, diremos que estamos en condiciones de observar el nivel, la pendiente y la curvatura respectivamente.

Los resultados anteriores también permiten explicar en parte un hecho conocido en los mercados, que afirma que cuando las tasas suben la curva de rendimientos se hace más plana (y en algunos casos se invierte) y cuando

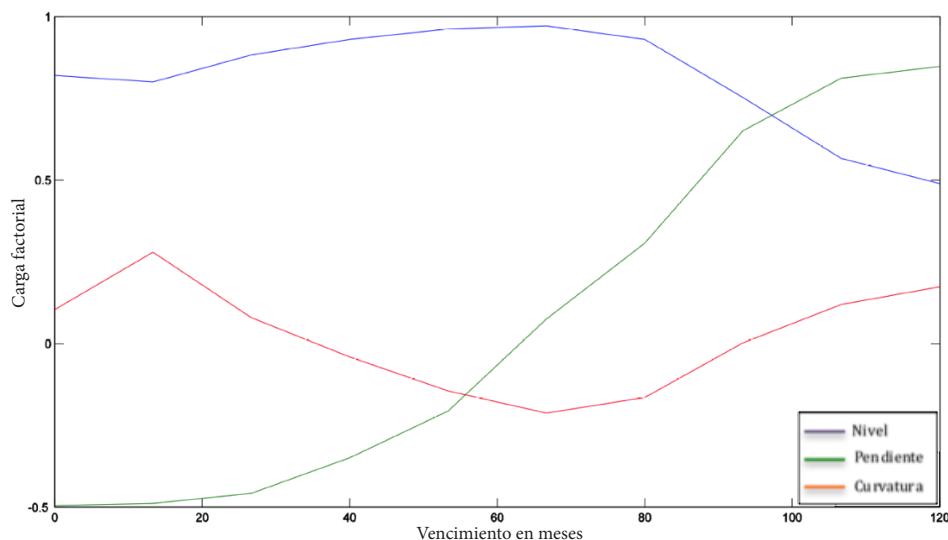
las mismas bajan, la curva tiende a adquirir mayor pendiente. Nótese, que en el primer componente (el más importante) las cargas factoriales para los bonos a corto plazo son mayores que los correspondientes a 5, 7 y 10 años. En consecuencia, cuando las tasas bajan, los bonos a corto plazo caen más que los bonos a largo plazo, inclinando más la curva. En cambio cuando suben las tasas, los bonos a corto plazo crecen más que los bonos a largo plazo aplanando la misma.

En síntesis, los tres primeros componentes explican un 98.1% de la varianza total de la curva de rendimiento de los CETES, por lo cual no parece relevante tomar en cuenta los restantes componentes para efectos de explicar los cambios en la curva de rendimiento, además que la variabilidad residual se reparte entre los restantes componentes.

Estos resultados apoyan el hecho que los desplazamientos de la curva se interpreten como un desplazamiento de nivel que es casi como un corrimiento paralelo (primer componente), un cambio de pendiente (segundo componente) y un cambio de curvatura (tercer componente). Por la forma como se definen los componentes principales, cada uno de estos movimientos son independientes el uno del otro, su representación gráfica se muestra en la siguiente figura 5.

FIGURA 5

Vectores característicos de los tres primeros componentes principales



7. Conclusiones

Los resultados encontrados producto del análisis de componentes principales revelan que para analizar la dinámica de la curva de rendimiento, es posible simplificar el estudio a tan sólo dos variables que se hallan latentes en los datos: el nivel y la pendiente de la curva de rendimiento.

El factor preponderante el cual explica un poco más del 68% de los cambios se halla asociado al nivel de la curva, y está determinado principalmente por la tasa de interés de menor plazo y por choques estructurales que desplazan paralelamente a la curva.

Por su parte la pendiente que explica el 27.6%, usualmente se calcula como la diferencia entre el rendimiento de mayor plazo y el de menor vencimiento. Los cambios en la pendiente, implican que factores macroeconómicos, tales como el nivel de precios de la economía, la actividad económica y las tasas de interés a corto plazo (instrumentos con vencimientos menores a un año) están detrás de ese movimiento, además que resume las expectativas de los inversionistas sobre las tasas de interés futuras.

Finalmente, como parte del diseño, al aplicar en análisis de componentes principales a la muestra es posible concluir lo siguiente:

- Las cargas factoriales son mayores si se utiliza la matriz de covarianza en lugar de la matriz de correlación.
- Al estandarizar las variables, los resultados obtenidos con la matriz de correlación coinciden con los resultados generados con la matriz de varianza-covarianza.
- Las cargas son mayores si se utilizan los niveles (datos crudos) en lugar de los cambios.
- El ACP es sensible al tamaño de la muestra.
- Al correr el análisis con tasas equivalentes los resultados no difieren de los resultados obtenidos al estandarizar las variables.
- Al quitar la serie de un día se obtienen cargas más grandes que al incluirla, es decir, la estructura de correlación entre las variables de la muestra depende de la tasa a un día.

Para la muestra que va del 9 de julio de 2002 hasta el 7 de diciembre de 2009 de los rendimientos diarios de los CETES correspondientes a los plazos de 1 día, 1, 3 y 6 meses, y 1, 2, 3, 5, 7 y 10 años, encontramos que el nivel puede ser aproximado por el promedio de las series de los rendimientos que conforman la muestra, mientras que la pendiente puede ser aproximada por el *spread* entre los rendimientos a 10 años y los rendimientos a un día.

Bibliografía

- Ang, A. and Piazzesi, M. (2003). "A No-Arbitrage Vector Autoregression of Term Structure" Dynamics with Macroeconomics and Latent Variables. *Journal of Monetary Economics*, **50**, pp. 745-787.
- Bakshi, G.S. and Chen, Z. (1996). "Inflation, Asset Prices and the Term Structure of Interest Rates in Monetary Economies". *The Review of Financial Studies*, **9**, pp. 241-275.
- Barber, J. R. Copper, M.L. (1996). "Immunization Using Principal Component Analysis". *Journal of Portfolio Management*, pp. 99-105.
- Bühler, A., Zimmerman, H. (1996). "A Statistical Analysis of the Term Structure of Interest Rates in Switzerland and Germany". *Journal of Fixed Income*, **6** (3), pp. 55-67.
- Cortés, J., C. Capistrán, M. Ramos-Francia y A. Torres. (2009). "An Empirical Analysis of the Mexican Term Structure of Interest Rates". *Economics Bulletin*, vol. 29, núm. 3, pp. 2310-2323.
- D'Ecclesia, R.L., Zenios, S.A. (1994). "Risk Factor Analysis and Portfolio Immunization in the Italian Bond Market". *Journal of Fixed Income* **4** (2), pp. 51-58.

Golub, B., Tilman, M. (1997). "Measuring Yield Curve Risk Using Principal Components Analysis, Value and Risk, and Key Rate Durations", *Journal of Portfolio Management*, pp. 72-84.

Hicks J., (1939). "Value and Capital", 2ª ed., Londres, Oxford University Press.

Jiménez, V. (2002). *Testing the Stability of the Components Explaining Changes of the Yield Curve in Mexico. A Principal Component Analysis Approach*, Trans 27th ICA 2002.

Kanony, C., Mokrane, M. (1992). *Reconstitution de la courbe des taux, analyse des facteurs d'évolution et couverture factorielle*, Cahiers de la Caisse Autonome de Refinancement 1, june 1992.

23

Karki, J., Reyes, C. (1994). "Model Relationship"; *Risk*, 7 (12), pp.32-35.

Knez J., Litterman R. and Scheinkman J. (1996). "Exploration into Factors Explaining Money Markets Returns", *Journal of Finance*, 49-5, pp. 1861-1881.

Lardic, S., Priaulet, P., Priaulet, S. (2003). "PCA of the Yield Curve Dynamics: Questions of Methodologies", *Journal of Bond Trading and Management*, vol. 1, no. 4, pp. 327-349.

Lekkos, I.(2000). "A Critique of Factor Analysis of Interest Rates". *Journal of Derivatives*, Fall 2000, pp. 72-83.

Litterman, R., Scheinkman, J.A. (1991). "Common Factors Affecting Bond Returns", *Journal of Fixed Income*, 1, pp. 54-61.

Martinelli, L., Priaulet, P., Priaulet, S. (2003). *Fixed income securities*, New York, Wiley, 1997.

Villarreal, A. (2001). "An Empirical Analysis of the Mexican Term Structure of Interest Rates and some evidence for other Latin American countries", Disertación doctoral, Tulane University.