

INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES
DE MONTERREY

CAMPUS CIUDAD DE MÉXICO



ESTIMACIÓN DE LA CURVA DE RENDIMIENTO
MEXICANA UTILIZANDO EL MODELO DE
COMPONENTES PRINCIPALES Y EL MODELO DE
DIEBOLD-LI.

DOCTORADO EN ADMINISTRACIÓN

TESIS PRESENTADA POR

JUANA BENÍTEZ SOTELO

ASESOR
DR. ARTURO LORENZO VALDÉS

FEBRERO 2008



Biblioteca
Campus Ciudad de México

RESUMEN EJECUTIVO

A pesar de los avances en la literatura de modelos de tasas de interés a nivel internacional, en México existen muy pocas aplicaciones de los distintos modelos tanto de modelos teóricos¹ como de modelos empíricos². En la industria mexicana los modelos que se utilizan son los empíricos por lo que se requiere dotar a la industria de nuevos modelos de estimación de la curva de rendimiento. Por tal motivo esta tesis presenta la aplicación de dos modelos empíricos de estimación de la curva de rendimiento basados en los trabajos de Litterman y Scheinkman (1991) y Diebold and Li (2003).

El primer modelo esta basado en el trabajo de Litterman and Scheinkman el cual usando la técnica de componentes principales encontró que existen tres factores comunes que capturan de manera dinámica la estructura de tasas de interés en los E.U. Estos factores son denominados nivel, pendiente y curvatura. Aplicando este modelo a la curva de rendimiento mexicana se encontró que también esos tres factores determinan el comportamiento dinámico de la curva de rendimiento mexicana. El primer factor explica el 97.87%, el segundo factor casi el 1.94%. El tercer factor explica el .118% lo que significa que estos tres factores en conjunto explican el 99.93% de la variabilidad de la curva de rendimiento.

El segundo modelo esta basado en el trabajo de investigación de Diebold– Li, el cual realiza una factorización al modelo de Nelson – Siegel (1987), sumamente conocido a nivel mundial por ser un modelo simple parsimonioso, y encuentra que los tres componentes exponenciales pueden ser interpretados como tres factores que se denominan: nivel, pendiente y curvatura. A diferencia del análisis de factores donde se estiman tanto los factores como los coeficientes y eso los hace no observables, el modelo Diebold-Li, impone una forma funcional en los coeficientes lo cual proporciona una mayor precisión en la estimación del nivel, pendiente y curvatura. Adicionalmente este modelo presenta nuevas herramientas para un mejor manejo de la administración de portafolios ante cambios no paralelos en la curva de rendimiento. Lo cual representa una avance sin igual en relación a la medida de duración clásica, que supone que los cambios en la curva de rendimiento son paralelos. Con las medidas que proporciona el modelo

¹ Los métodos de estimación teóricos determinan la estructura de tasas de interés dependiendo de los parámetros que determinan la volatilidad y la reversión a la media de las tasas de interés de corto plazo.

² Los modelos empíricos tratan de encontrar la más cercana representación de la estructura de plazos de las tasas de interés de manera dinámica de acuerdo a las tasas de interés observadas.

de Diebold-Li se levanta tal supuesto de desplazamientos paralelos de la curva de rendimiento y se obtienen medidas más precisas para determinar el impacto que tiene los cambios en las tasas de interés, es decir los desplazamientos no paralelos de la curva de rendimiento en los precios de los bonos. Estas nuevas medidas permiten avanzar en la cobertura del riesgo de mercado ya que con ellas se puede ver los impactos del desplazamiento paralelo pero además se observan los cambios de pendiente de la curva y también los efectos que tienen los cambios en la curvatura de la curva mejor conocido como efecto mariposa.

La aplicación del modelo Diebold- Li al caso de México presentó un muy buen ajuste a la curva de rendimiento mexicana en los diferentes periodos de análisis, además de que se encontró que el parámetro lambda de decaimiento del modelo ajusta muy bien a la curva tanto en periodos de alta volatilidad como de baja volatilidad de las tasas de interés.

Dado que la muestra abarca la estimación de curvas de rendimiento para varios periodos se realizaron un sin fin de iteraciones sobre el parámetro lambda resolviendo sucesivamente regresiones lineales sobre los parámetros restantes hasta obtener convergencia bajo el criterio de maximizar la R^2 . Para el trabajo que aquí se desarollo la lambda que maximiza la curvatura fue de 1.8 generándose todo tipo de curvas normales, jorobadas e invertidas correspondientes a las curvas observadas en los periodos.

Adicionalmente, las nuevas medidas de duración permiten tener indicadores de mejor precisión en la administración de portafolios ante los cambios no paralelos de la curva de rendimiento.

Índice

Portada	1
Resumen Ejecutivo	2
Agradecimientos	4
I. Introducción	8
1. <i>Importancia de la estimación de la curva de rendimiento</i>	8
2. Modelos de estimación utilizados en México	10
3. Hipótesis y Planteamiento del problema	12
4. Organización de la tesis	14
II. Antecedentes del mercado de deuda en México	16
1. <i>Antecedentes del Período de análisis 1978-1990</i>	16
2. <i>Antecedentes Período de análisis 1990-2005</i>	18
3. <i>Política monetaria en el periodo a partir de 1995</i>	27
III. Conceptos Básicos sobre los instrumentos de Deuda	31
1. <i>Conceptos importantes</i>	31
2. <i>Principales características de los mercados de deuda</i>	31
3. <i>Riesgos asociados a los instrumentos de deuda</i>	32
4. <i>Valuación de los instrumentos de deuda</i>	34
5. <i>Tasa Interna de Rendimiento</i>	35
6. <i>Enfoque Clásico: Medidas de Duración y Convexidad</i>	38
IV. Modelos de estimación de la estructura de plazos de las tasas de interés	44

4.1. Modelos Estocásticos de estimación de la curva de rendimiento	44
1. <i>Modelos libre de Arbitraje y modelos de Equilibrio</i>	46
2. Modelos de Ajuste y modelos que no se ajustan	46
3. <i>Modelos de equilibrio un solo factor</i>	47
4. El modelo Vasicek	48
5. El modelo de Cox, Ingersoll y Ross (CIR)	50
6. Modelos de Equilibrio de dos factores	51
7. Brennan Schwartz	52
8. <i>Modelos de No arbitraje</i>	54
9. <i>Modelos de no arbitraje de un solo factor.....</i>	54
10. Modelo Black, Derman y Toy	54
11. El modelo Ho – Lee	57
12. Modelo Hull-White	58
13. <i>Modelos de no arbitraje de varios Factores</i>	59
14. Modelo de dos factores Hull-White.....	60
15. Modelo de Heat -Jarrow –Morton.....	60
16. <i>Modelos de Mercado Libor.....</i>	62
4.2. Modelos estadísticos de estimación de la curva de rendimiento	64
1. <i>Método Discreto.....</i>	65
2. <i>Método bootstrapping.....</i>	65
3. <i>Método Smoothing Splines</i>	68
4. <i>Método Continúo.....</i>	69
V. Modelos Litterman – Scheikman y Diebold-Li y su aplicación al caso de México	70
1. <i>Muestra de Datos y Metodología.....</i>	71
2. <i>Modelo de Litterman – Scheinkman.....</i>	75
3. <i>Estimación de la curva de rendimiento mexicana utilizando la técnica de componentes principales</i>	76
4. <i>Método de análisis de Factores.....</i>	76
5. <i>Modelo de componentes principales</i>	77
6. <i>Criterios para toma de decisiones del número de componentes</i>	

<i>principales</i>	79
7. <i>Criterio Kaiser's-Meyer-Olkin</i>	79
8. <i>Criterio de Gráfico de Cattell</i>	80
9. <i>Criterio Bartlett</i>	80
10. <i>Modelo Diebold-Li una modificación del modelo Nelson-Siegel</i>	87
11. <i>Antecedentes: Modelo Nelson-Siegel</i>	87
12. <i>Modelo Diebold-Li</i>	88
13. <i>Modelo Diebold-Li para la estimación de la curva de rendimiento mexicana</i>	92
VI. Derivación de nuevas medidas de Duración	100
1. <i>Más allá del enfoque Clásico</i>	100
2. <i>Derivación de nuevas medidas de duración de acuerdo al modelo Diebold –Li –Ji</i>	102
3. <i>Modelo de Tasas Clave y Duraciones clave de Tasas Ho (1996)</i>	106
4. <i>Medidas de duración y el desempeño de un portafolio de bonos aplicando las medidas de duración de Diebold-Li-Ji (2004) y Ho (1996)</i>	109
5. <i>Estrategias de la curva de Rendimiento</i>	111
6. <i>Cambios en la curva de rendimiento (Fabozzi 2002)</i>	112
VII. Conclusiones	114
VIII. Bibliografía	117
Anexo 1	120
Anexo 2	122
Anexo 3	123
Anexo 4	126
Anexo 5	135

I. Introducción

Importancia de la estimación de la curva de rendimiento.

El mercado de deuda en México surge con la ley del mercado de valores de 1975, se inicio con la cotización de PETROBONOS y Obligaciones Quirografarias. Sin embargo, el auge de este mercado se da con la emisión de los primeros instrumentos gubernamentales en 1979. Los Certificados de la Tesorería de la Federación mejor conocidos como CETES. A partir de ese momento, el mercado de deuda ha evolucionado constantemente.

En la década de los ochenta el panorama económico de crisis que se sufrió ocasionado por el problema de la deuda externa, llevó a la estatización de la banca, dando paso a un fuerte crecimiento e innovación de productos de deuda por parte de las casas de bolsa.

Destaca la década de los noventa cuando el mercado de deuda experimentó su mayor crecimiento. Algunas de las razones que explican esta evolución, son la crisis del mercado accionario a finales de 1987, la cual dio lugar a un desplazamiento de la inversión de acciones hacia instrumentos menos riesgosos y la inflación de tres dígitos que se tuvo en ese año de casi 160% que impulso la emisión de instrumentos de deuda de corto plazo.

El gobierno Federal es el principal emisor en el mercado de deuda. Actualmente, emite los siguientes instrumentos: Certificados de la Tesorería de la Federación (CETES), los bonos de Desarrollo del Gobierno Federal (BONDES), los bonos a tasa de cupón fija (BONOS o M's), los Bonos en unidades de inversión (UDIBONOS).

Los instrumentos gubernamentales tienen la característica de ser instrumentos libres de riesgo crediticio, por lo que son instrumentos clave que se utilizan para determinar la curva de rendimiento de un país. La curva de rendimiento se define como la información que relaciona el rendimiento a vencimiento de las tasas de interés representativas del mercado de deuda en relación a sus plazos de vencimiento. La curva de rendimiento también se le llama indistintamente, estructura de plazos de tasas de interés. Sin embargo, en el caso de ésta última se

refiere a la gráfica de las tasas de contado³ de los instrumentos gubernamentales representativos de un país.

La información implícita en la curva de rendimiento permite a los agentes económicos formarse expectativas sobre la evolución de las tasas de interés en un país. Sin embargo, la curva de rendimiento no es observable por lo que es indispensable su estimación.

Los modelos de estimación de la curva de rendimiento son muy importantes porque permiten valuar instrumentos financieros, se utilizan para descontar los flujos futuros de los instrumentos de deuda. También definen la estructura de pagos de los instrumentos derivados. Las volatilidades en cada punto de la curva son diferentes por lo que su estimación permite calcular los riesgos asociados a la evolución de las tasas de interés y pronosticar el comportamiento que van a tener dichas tasas.

Esta investigación tiene como primer objetivo presentar dos modelos estadísticos de estimación de la curva de rendimiento. Motivada por la necesidad de pronosticar adecuadamente la evolución de la curva para proveer de más herramientas teórico-aplicadas a la industria financiera mexicana. Una vez estimada la curva de rendimiento el segundo objetivo es presentar nuevas medidas de sensibilidad en los precios de los instrumentos de deuda ante cambios en las tasas de interés que permitan a los administradores financieros tener mayor claridad de su exposición al riesgo de mercado.

La estimación de la curva de rendimiento para México es de gran importancia para la valuación correcta de los instrumentos del mercado de deuda.

³ Tasa de contado son las tasas de los instrumentos del gobierno federal que están dadas por los bonos cupón cero, y debido a que no se tienen bonos cupón cero para todos los plazos se estiman mediante la desagregación de los bonos con pago de cupones frecuentes utilizando el método bootstrapping.

Modelos de estimación utilizados en México

A mediados de la década de los noventa se autoriza la figura de los proveedores de precios (price vendors) en México.

La función principal que tienen estas instituciones es la de proporcionar el vector de los precios de los instrumentos del Mercado de Deuda para que se lleve a cabo la compra y venta de dichos instrumentos en el mercado secundario diariamente.

El procedimiento para la valuación de instrumentos proviene de la estimación de la curva de rendimiento de instrumentos gubernamentales, debido a que son los instrumentos de mayor liquidez y libres de riesgo crediticio.

Una vez realizada la estimación de la curva de los bonos gubernamentales la estimación de la curva de los instrumentos de deuda corporativos se efectúa utilizando la curva de los bonos gubernamentales como parámetro (benchmark).

Actualmente existen en México dos proveedores de precios Proveedor Integral de Precios (PIP) y Valor de Mercado (VALMER) estas instituciones financieras son las encargadas de estimar la curva de rendimiento de los instrumentos gubernamentales.

El proceso de estimación de la Curva de rendimiento por parte de los proveedores de precios se realiza de la siguiente manera:

Proveedor Integral de Precios (PIP) se concentra fuertemente en la muestra de la información que recibe de las instituciones financieras, con quien tiene una fuerte relación, y son éstas las encargadas de la compra y venta de los títulos⁴, monitorea las tasas durante todo el día y al cierre de operaciones

⁴ Por la información que las instituciones financieras le otorgan a los proveedores de precios, estos tienen que pagar una determinada cantidad de dinero.

suaviza la curva en ocasiones con splines⁵, con el método de Bliss (1997) o con el método bootstrapping. Lo relevante de la estimación es que debe tocar los nodos de la curva de rendimiento, es decir los puntos de la curva de rendimiento.

Para la construcción de la curva utilizan Certificados de la Tesorería de la Federación (CETES) y los Bonos del Gobierno Federal a Tasa de cupón fija.

Han utilizado el modelo Nelson-Siegel (1987). Sin embargo, PIP actualmente no lo utiliza.

En el caso de Valor de Mercado (VALMER)⁶, las curvas de rendimiento nominales se construyen con la información de los Bonos de Tasa Fija emitidos por el Gobierno Federal (Bonos M), obtenida de las siguientes fuentes: a) Mercado primario: Subastas de Banco de México (Banxico). b) Mercado secundario: Operaciones y Posturas en los medios electrónicos: Enlaces, Eurobrokers, Remate, SIF-ICAP y Tradition. En caso de que existan nuevas fuentes de información que los Intermediarios Financieros utilicen para realizar sus operaciones, éstas se toman en consideración y se obtienen durante las horas de operación de mercado para complementar los nodos de la curva que no tengan operación ni postura en firme en las pantallas de los Brokers electrónicos.

En el anexo 1 de este trabajo de investigación se presenta el cuadro 1 con los esquemas de generación de las curvas de rendimiento utilizadas por VALMER.

Como se observa en el cuadro el modelo Svensson (1994) se utiliza sólo en tres casos para la generación de curvas bancarias y extranjeras por lo que resulta necesario proponer nuevos modelos que proporcionen un mejor ajuste en la generación de las curvas de los bonos cupón cero gubernamentales en cuyo caso actualmente VALMER utiliza métodos lineales y smoothing splines.

⁵ Splines es una técnica estadística de estimación no paramétrica, es la solución a un problema matemático de optimización restringida donde se tiene una función polinomial cúbica que minimiza la raíz cuadrada de la curvatura entre los distintos puntos conocidos como nodos. (Wegman & Wright 1983)

⁶ Información tomada de la página de Internet de VALMER.

Los modelo Litterman y Scheinkman y Diebold –Li que aquí se presentan generan curvas de rendimiento con mejor ajuste, ya que las smoothing splines son criticadas por Bliss (1997) quien encontró que el método de smoothing splines estima erróneamente la curva en los plazos cortos y eso mismo se observa para el caso en México de la estimación de la curva de rendimiento mediante ese método. Ver Anexo 1 gráfica 1.

Banco de México institución autónoma y principal agente en la colocación primaria de instrumentos gubernamentales utiliza un modelo Kernel y se han realizado aplicaciones a ciertos instrumentos con el Modelo Nelson-Siegel a través de un documento de investigación realizado por Javier Márquez Diez-Canedo, Carlos E. Nogués Nipón y Viviana Vélez Grajales (2003). Particularmente en este último trabajo en una de sus conclusiones se observó que el mayor defecto del modelo de Nelson y Siegel es que el ajuste puede dejar algo que desear en ciertos plazos, sobre todo en curvas que contemplan plazos muy largos. Esto porque como se vio en la tercera sección, dependiendo del valor del parámetro τ , la curva o ajusta bien en el corto plazo o en el largo pero no en ambos. Una conjetura interesante es la de meterle un nuevo término a la ecuación que pueda arreglar el problema. Además, posiblemente se pueda lograr que éste término le de mejores propiedades de concavidad a la función para facilitar la optimización, pagando un precio pequeño aumentando solamente un parámetro.

Hipótesis y Planteamiento del problema.

El problema en México es que se requiere de más propuestas de modelos que permitan a los participantes estimar curvas de rendimiento con mejores ajustes, la industria se encuentra en constante búsqueda de innovaciones teóricas en los modelos de estimación de tasas de interés que se puedan aplicar de manera parsimoniosa e intuitiva en los mercados financieros. En la actualidad se aplican modelos⁷ como bootstrapping, cubic splines, smoothing splines, Nelson-Siegel (1987), Nelson-Siegel-Svenson principalmente. Sin embargo, no se tiene un

⁷ Esta información es válida para el caso del proveedor de Precios de Valmer.

modelo que permita la estimación de la curva y además que proporcione los factores intuitivos que permitan no solo valuar los portafolios sino también presentar las estrategias en el manejo de los mismos.

Por tal motivo este documento determina cuales son y cuantos son los factores que determinan el comportamiento de la curva de rendimiento y que además estiman de manera adecuada el comportamiento de la curva de rendimiento. Esto se va a llevar a cabo basado en dos importantes modelos: el modelo *Litterman – Scheikman*(1991) y el *Modelo Diebold-Li* (2003).

El primer modelo utilizando el método de componentes principales y simulando el trabajo de *Litterman – Scheikman* tendrá como objetivo el determinar que efectivamente en el caso mexicano existen tres factores que determinan la curva de rendimiento denominados nivel, pendiente y curvatura.

El segundo modelo propone aplicar el modelo Diebold-Li (2003) a la curva de rendimiento mexicana, el cual es una modificación al modelo de Nelson–Siegel, que con dicha modificación permite de manera parsimoniosa e intuitiva analizar los factores que determinan el comportamiento de la curva de rendimiento, los cuales una vez conocidos permiten generar medidas de impactos en los precios de los activos ante movimientos en la curva de rendimiento y con ello estrategias de cobertura.

Esta investigación pretende determinar mediante técnicas de optimización el parámetro lambda que proporcione el mejor ajuste de tal manera que permita ajustar las curvas de rendimiento mexicanas tanto en periodos de alta como baja volatilidad.

Una vez que se compruebe la existencia de los factores que determinan el comportamiento de la curva de rendimiento. Se proponen otras medidas de duración que permitan llevar a cabo una mejor cobertura de riesgos para los administradores de portafolios.

Debido a que el modelo de componentes principales tiene la desventaja de que al no ser observables los factores es poco intuitivo para el análisis de inversión en portafolios. Se presenta el modelo Diebold-Li el cual presenta una estructura de tres factores muy intuitiva que permitirá tener elementos más intuitivos de los cambios de la curva de rendimiento además de que proporciona nuevas medidas de duración para la mejor administración de los portafolios.

La hipótesis de esta investigación es demostrar que los modelos que aquí se plantean proporcionan buenos ajustes y que su uso permitirá que la industria tenga más elementos de análisis para poder llevar a cabo la estimación de las distintas curvas de rendimiento. Además de proporcionar nuevos indicadores de duración que actualmente no se utilizan en la industria y son de gran importancia dado que la curva de rendimiento mexicana no se desplaza de manera paralela.

Organización de la tesis.

Capítulo II Antecedentes del mercado de deuda en México.

Aquí se presentan los antecedentes del mercado de deuda mexicano, con el objetivo de ubicar al lector en los cambios que ha sufrido el mercado de deuda durante el periodo de 1990-2006.

Capítulo III Conceptos Básicos sobre los instrumentos de Deuda

En este capítulo se describen los conceptos básicos que permitirán ubicar al lector sobre la importancia que tienen los instrumentos de deuda, para que en el capítulo cinco se observe el avance que proporciona el modelo Diebold-Li relativo a las nuevas medidas de sensibilidad.

Capítulo IV Modelos de estimación de la estructura de plazos de las tasas de interés.

En este capítulo se hace una descripción de los modelos de estimación de la estructura de tasas de interés destacando la evolución que han tenido.

Capítulo V Modelos Litterman – Scheikman y Diebold-Li y su aplicación al caso de México.

En este apartado se explica detalladamente en que consisten los modelos estadísticos funcionales y de componentes principales. Además de la aplicación de dichos modelos al caso de México mostrándose los resultados obtenidos con cada modelo.

Capítulo VI. Derivación de nuevas medidas de Duración.

En este apartado se explican en que consisten estas nuevas medidas de sensibilidad de los precios de los activos de deuda ante cambios en las tasas de interés, con el Modelo Diebold-Li se obtienen las duraciones factoriales y también se presentan las duraciones clave⁸ expresadas en el modelo de Thomas Ho(1996) "Key rate durations " .

Capítulo VII. Conclusiones

En este capítulo se presentan las conclusiones tanto de los modelos de estimación de la estructura de tasas de interés como de las nuevas medidas de duración.

⁸ En esta investigación se le denominan tasas claves a lo que Ho le llama las Key rates.

II. Antecedentes del mercado de deuda en México.

El presente capítulo tiene como objetivo describir los principales acontecimientos ocurridos en el sistema financiero mexicano, particularmente en el mercado de deuda, para ubicar al lector en el mercado de deuda mexicano.

Antecedentes periodo de análisis de 1978-1990.

El mercado de deuda en México tiene como finalidad otorgar financiamiento de corto y largo plazo a las empresas privadas, empresas paraestatales, Gobierno Federal y recientemente Gobiernos Estatales esto se realiza mediante la colocación y operación de instrumentos de deuda cuyos emisores reciben los recursos que los compradores o ahorradores transfieren con el objetivo de obtener rendimientos.

El año de 1978 marca el inicio del Mercado de Deuda Mexicano con la emisión por parte del gobierno federal de los Certificados de la Tesorería de la Federación (CETES). Antes de esa fecha el mercado de deuda era muy incipiente. Las empresas y el Gobierno obtenían recursos a través de créditos bancarios tradicionales y se tenía un acceso limitado a los Mercados Internacionales de Deuda. Por su parte la banca captaba ahorros por medio de Certificados de Depósitos (Cedes) y Pagarés de Ventanilla.

En 1982 se nacionaliza la banca mexicana dando paso a un proceso de desintermediación financiera donde los principales jugadores en el sistema financiero eran las casas de bolsa.

A finales de la década de los ochenta con el cambio de administración ocurrieron grandes cambios en la economía en general y el sistema financiero mexicano en particular. La administración del presidente Salinas instrumentó un plan de estabilización económica mediante el Pacto de Solidaridad económica cuyos objetivos eran: saneamiento de las finanzas públicas, restricción crediticia, fijación del Tipo de Cambio (aunque se tuvo tipo de cambio fijo sólo en 1988), Apertura Comercial, Concertación Social y liberalización del comercio exterior; con este plan se pretendía reducir la inflación sin frenar el crecimiento económico.

En particular en el sistema financiero mexicano y en el mercado de deuda ocurre un proceso de liberalización del sector bancario. Inicialmente, se permite a la banca múltiple (en poder del estado) su participación en el mercado de instrumentos financieros mediante la eliminación al tope que se tenía en la emisión de Aceptaciones bancarias y a su reducción de los depósitos obligatorios que por este concepto exigía el Banco de México. Esta situación, propició un alza sin precedentes en la participación de las aceptaciones bancarias en el mercado de deuda. Para finales de la década de los ochenta la captación de la banca vía este instrumento era más del 50%. En este periodo también se crearon fideicomisos que permitían que la captación obtenida de manera tradicional se destinara a la inversión en instrumentos de mercado de dinero. Un instrumento creado por las instituciones bancarias en ese año fue la cuenta maestra, la cual consistía en una cuenta de cheques que proporcionaba rendimientos estimulando de esta manera fuertemente la captación bancaria.

Tres aspectos importantes de la liberalización bancaria permitieron un gran crecimiento en el mercado de deuda, estos fueron: La emisión de Aceptaciones Bancarias, la participación de los bancos en el mercado de valores mediante las mesas de dinero, y la emisión de bonos bancarios denominados en dólares.

El gobierno también impulso al mercado de deuda con la creación de dos nuevos instrumentos, a mediados de 1989 los Bonos de la Tesorería de la Federación (Tesobonos) instrumento denominado en dólares pero pagadero en pesos y los Bonos Ajustables de la tesorería de la Federación (Ajustabonos) instrumento ligado al comportamiento de la inflación.

A finales de 1989 se gestó la creación de grupos financieros⁹.

⁹ Estos grupos financieros se clasificaban en dos tipos: grupo financiero bancario y no bancario. El bancario se debía constituir por bancos múltiples, Arrendadoras Financieras, empresas de Factoraje, Almacenes generales de depósito, Casas de cambio y Sociedades de Inversión. El Grupo financiero no bancario se podía constituir por Casas de Bolsa, Aseguradoras y Afianzadoras, Arrendadoras Financieras, Empresas de Factoraje, Almacenes generales de depósito, Casas de cambio, Sociedades operadoras de sociedades de Inversión y Sociedades de Inversión y cualquier otra institución que fuera aprobada por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP).

Antecedentes Período de análisis 1990-2005¹⁰

Para 1990, producto de la estabilidad de precios, de la reactivación de la economía, de la renegociación de la deuda externa y del anuncio de la venta de los bancos al sector privado, se tuvieron fuertes entradas de recursos del exterior lo que propicio que el Banco de México realizará grandes ventas de valores gubernamentales con el objeto de esterilizar la entrada de capitales del exterior. Se emitieron los Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal, los Pagarés de la Tesorería de la Federación etc. De esta manera para ese año los instrumentos gubernamentales en poder de inversionistas cobran gran relevancia.

Dado el control de la inflación y la necesidad de esterilizar las entradas de recursos externos el gobierno amplió los plazos de los instrumentos que emitía, reanudó la emisión de Certificados de la tesorería de la federación (CETES) a plazos de 182 días y se emitieron por primera vez CETES a 364 días. Además, se emitieron Pagarés de la Tesorería de la federación a 364 días, los cuales se habían emitido a plazos de tres meses o inferior a ese plazo. La emisión de Bonos ajustables del gobierno Federal (AJUSTABONOS) que inicialmente se habían emitido a uno y tres años se emitieron a plazos de cinco años. En otras palabras se incrementó el plazo promedio de vencimiento de los instrumentos gubernamentales.

La operatividad en el mercado de deuda siguió aumentando, en 1990, se autorizó al sector bancario a operar a cuenta propia transacciones de compra-venta y reporto de valores gubernamentales, aceptaciones bancarias, papel comercial con aval bancario, sin necesidad de una casa de bolsa. Además, se le permitió emitir bonos carreteros con la finalidad de otorgar financiamiento al sector de carreteras. En junio de 1990 se anuncia la modificación a la constitución política que permitió que la propiedad de los bancos pueda ser mayoritariamente privada.

La renegociación de la deuda a mediados de 1990, generó expectativas muy favorables de los inversionistas extranjeros de manera que para 1991 se incrementaron sustancialmente los flujos de capitales al país. Las entradas de capital fueron inducidas en gran parte para financiar al sector privado en las compras de los bancos y de otras empresas públicas desincorporadas. Sin

¹⁰ Información basada en los informes anuales de Banco de México.

embargo, las entradas de capital también fueron producto de un diferencial en tasas de interés favorable para invertir en pesos y a las mejores perspectivas económicas.

La venta de los primeros bancos y de Teléfonos de México, monopolio en el sector de comunicaciones, propiciaron el saneamiento en las finanzas públicas.

En septiembre de 1991, se eliminó el coeficiente de liquidez ya que dicho coeficiente originaba una alta demanda por valores gubernamentales, esto ocasionaba que a finales de cada mes se generara una discrepancia entre las tasas primarias que se emitían a tasas bajas y en el mercado secundario que se negociaban a altas tasas debido a la urgencia de algunas instituciones bancarias por conseguir papel gubernamental. Para evitar más desequilibrios en el mercado de instrumentos gubernamentales el gobierno realizó una emisión especial de Bonos de Desarrollo del gobierno Federal (BONDES) a plazos de tres y diez años para que los bancos invirtieran en ellos el 25% de su saldo captado hasta el mes de agosto de 1991.

Durante 1992, sucedieron ciertos eventos de gran relevancia, se concluyó con el proceso de privatización bancaria el cual se realizó en un lapso de trece meses. Se finalizó la negociación del tratado de libre comercio con Estados Unidos y Canadá (sin embargo, fue aprobado por el senado a finales de 1993 y entró en vigor en Enero de 1994). Se perseveró con las medidas de cambio estructural para lograr estabilidad en la inflación y un crecimiento continuo.

En marzo de 1992 producto de una reducción en la oferta de fondos prestables se incrementaron las tasas de interés, las cuales fueron acompañadas por un incremento en la banda de flotación del tipo de cambio esta situación resultó desfavorable para algunos intermediarios financieros bancarios y bursátiles que tenían fuertes posiciones en AJUSTABONOS. A dichos intermediarios se les permitió obtener pasivos en moneda extranjera que les permitieran financiar sus posiciones de AJUSTABONOS.

En octubre de 1992, en el marco del PECE, se acordó acelerar la ampliación de la banda de flotación del tipo de cambio.

Particularmente en el mercado financiero, dado que existían problemas de liquidez en Abril de 1992 se dispuso la liberalización parcial de la tenencia

obligatoria de instrumentos gubernamentales en poder de los bancos. Además las instituciones bancarias quedaron eximidas de adquirir BONDES a 10 años. También se inició la amortización anticipada de BONDES adquiridos por lo que durante 1992 se amortizó casi el 62% del monto existente en 1991.

Es en ese año cuando se modifica la Ley del Seguro Social que permite la creación de un nuevo sistema de pensiones, el Sistema de Ahorro para el retiro, con el que se incentivaría el ahorro interno del país.

Además se permitió la operación con títulos optionales warrants con lo que se crearon las bases para un mercado de derivados.

En 1993, el mercado de valores tuvo un auge sin precedentes debido a la continua entrada de capitales, la inversión extranjera creció casi 58% en relación a 1992. Del total de la inversión extranjera en valores, el mercado accionario tuvo una participación de 38% y los instrumentos gubernamentales de 23%, el resto se emitió en bonos y papel comercial en el mercado internacional.

Ese año se caracterizó por un ambiente de desaceleración de la actividad económica, inflación decreciente, entradas de recursos del exterior crecientes y altas tasas de interés.

Las altas tasas de interés se explicaron por tres situaciones: una fue la discrepancia entre la inflación esperada y la observada. Es decir, se obtuvo una menor inflación a la que se esperaba. La segunda fue la decisión de esterilizar los flujos de capital. Por último, debido al deterioro en la cartera de créditos de los bancos, las instituciones bancarias aplicaron una política crediticia más cautelosa.

En 1993, se liquidaron los recursos obligatorios que los bancos tenían en el banco de México, por lo que la banca central colocó más instrumentos para evitar el exceso de liquidez presionando a la alza las tasas de interés al menos temporalmente.

Otros acontecimientos de gran relevancia fueron la ratificación a finales de 1993 del Tratado de Libre Comercio con Estados Unidos y Canadá (TLC) el cual entraría en vigor el 1º de Enero de 1994. Como consecuencia de dicho tratado se realizaron modificaciones a las leyes que regulan a las entidades financieras.

Dentro de las modificaciones más importantes se encontraron las siguientes: Se crearon las sociedades de información crediticia. Se amplió la participación accionaria de inversionistas institucionales extranjeros hasta el 20% del capital social de una institución bancaria o de una sociedad controladora de grupos financieros. Se estableció que un grupo financiero se formara cuando menos con dos tipos diferentes de las siguientes instituciones financieras; instituciones de banca múltiple, casas de bolsa e instituciones de seguros. Se permitió que las Sociedades Financieras de Objeto Limitado¹¹ integraran un grupo financiero.

Asimismo dentro del TLC, México asumió la obligación de permitir mediante la figura de filiales, el establecimiento en el territorio mexicano de intermediarios financieros de origen canadiense o estadounidense. Sin embargo, la apertura no sería igual para todos los tipos de intermediarios, ya que para algunos sería inmediata y para otros gradual y progresiva. La apertura inmediata sería en instituciones de fianzas, almacenes generales de depósito, uniones de crédito, sociedades de ahorro y préstamo, casas de cambio, especialistas bursátiles, sociedades de inversión y sociedades controladoras de sociedades de inversión. Por el contrario, en las instituciones de crédito, casas de bolsa, sociedades financieras de objeto limitado, instituciones de seguros, empresas de factoraje financiero y arrendadoras financieras, la apertura sería gradual y progresiva. Gradual, porque en un período de transición de seis años existirían límites de mercado globales y en algunos casos individuales, calculados como un porcentaje del "capital" agregado de todas las instituciones financieras del mismo tipo en México. Progresiva, porque los primeros límites señalados, se incrementarían anualmente durante la transición, hasta que junto con los límites individuales se eliminarían al final de dicho período.

La mayor apertura financiera y la continua entrada de capitales por parte de los inversionistas extranjeros impulso el mercado de coberturas cambiarias, este mercado sólo podía ser operado por las instituciones de crédito y las casas de bolsa previamente autorizadas por el banco de México. Este mercado tenía como finalidad cubrir los riesgos cambiarios; los intermediarios financieros autorizados

¹¹ En junio de 1993, se expedieron las reglas a las que debían sujetarse las sociedades financieras de objeto limitado para llevar a cabo su operación. Como primer punto debían constituirse como sociedades anónimas cuyo objeto social sea captar recursos provenientes de la colocación de instrumentos inscritos en el Registro Nacional de Valores e Intermediarios, así como otorgar créditos para determinada actividad o sector.

podían realizar operaciones de compra y venta con personas físicas, morales, nacionales y extranjeras y con organismos descentralizados.

Es también en 1993 cuando se llevan a cabo adecuaciones en las disposiciones aplicables a los Warrants, se perfeccionaron los esquemas de emisión se amplió la gama de títulos subyacentes, se posibilitó a las casas de bolsa y las instituciones de crédito emitir warrants sobre acciones de mediana bursatilidad y a las casas de bolsa emitir warrants sobre el Índice Nacional de Precios al consumidor.

En cuanto al mercado de deuda de instrumentos gubernamentales en Junio de 1993, se colocan TESOBONOS A 91 y 182 días, en agosto de ese mismo año, se reinicia la colocación de AJUSTABONOS y en Septiembre se emitieron por primera vez CETES a 728 días con pago de cupones. Anexo 2 Ver cuadro 1 de evolución de los instrumentos de deuda.

Como se aprecia en el cuadro 1 de la Deuda de corto plazo a finales de la década de los ochenta casi el 60% era para financiamiento de corto plazo del gobierno federal, del cual el 35% lo realizaba la banca con la emisión de aceptaciones bancarias. Para 1994 casi el 70% de los instrumentos de corto plazo era destinado al gobierno, de ese porcentaje el 48% era deuda en dólares. Por su parte, la emisión de aceptaciones bancarias se redujo sustancialmente al pasar de 35% en 1988 a solo 13% en 1994.

En cuanto a la deuda de largo plazo en 1988 el 50% se destinaba a financiamiento de gobierno en Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal a 532 y 728 días y el 24% en Petrobonos bonos emitidos por la paraestatal petrolera. El resto era financiamiento al sector privado. Para 1994 el gobierno tenía deuda de largo plazo en Bondes de año y medio y dos años sólo el 8% y en Ajustabonos instrumento ligado al comportamiento inflacionario tenía 26%. El resto casi el 65% se destinaba para financiar al sector bancario y al sector corporativo.

En ese periodo claramente se observó el cambio en la estructura de la deuda pública por privada. Es decir, en el periodo de la presidencia de Salinas la venta de las empresas paraestatales proporcionó los recursos suficientes al gobierno de tal manera que el financiamiento público se desplazará al sector privado.

A finales de 1994 se sometió al congreso de la unión la autonomía del Banco de México con el objetivo de tener un organismo autónomo que pudiese tener control de la política monetaria.

La administración del Presidente Carlos Salinas terminó en Noviembre de 1994. Sin embargo, varios acontecimientos se gestaron a principios de 1994 culminando con la crisis de finales de ese año. Acontecimientos en el ámbito internacional y nacional ocurrieron, generando gran incertidumbre y desencadenando la crisis de finales de 1994.

El modelo económico de esa época se sustentaba en los flujos provenientes del extranjero de manera que la fuerte reducción de los recursos provenientes del exterior fue la principal causa de la crisis financiera de México ocurrida en 1994. Esta reducción se debió por una parte a los aumentos en las tasas de interés externas y a la recuperación económica de los países industrializados los cuales aumentaron su demanda por recursos. Por otra parte, en el ámbito nacional eventos políticos tales como: el levantamiento del Ejercito Zapatista de Liberación Nacional EZLN y el asesinato del candidato a la presidencia de México, incidieron negativamente en las expectativas de los inversionistas nacionales y extranjeros impactando desfavorablemente la evolución de la economía mexicana, particularmente a los mercados financieros.

Aún cuando hasta noviembre de 1994 se mantuvo controlada la inflación y el país mostraba una recuperación económica los ataques especulativos en contra de la moneda ocurridos a finales de diciembre desencadenaron la crisis financiera. El 19 de Diciembre de 1994 se decidió abandonar el régimen cambiario de las bandas para dar paso al régimen de flotación lo que implicó que el tipo de cambio sufriera una depreciación de aproximadamente el 71% en 1994.

Durante 1994 se llevaron a cabo varias reformas en el sistema financiero mexicano dentro de las que destacan: Desde el 1º. de Abril de 1994 el Banco Central se convirtió en un organismo autónomo dotado de las facultades legales y operativas que le permitieron controlar las variaciones del crédito interno factor de gran importancia para el restablecimiento de la estabilidad cambiaria y para la obtención de bajos niveles de inflación, se estableció la obligación de que los intermediarios mantuvieran equilibrados sus activos y pasivos sujetos a riesgo cambiario, a partir de noviembre se autorizó un mercado extrabursátil de futuros sobre tasas de interés y sobre el Índice Nacional del Precios al Consumidor.

A medida que transcurrieron las primeras semanas de 1995, las autoridades monetarias señalaron tres aspectos importantes de la crisis mexicana. El primero se generó por el déficit en la cuenta corriente, el cual había sido financiado por recursos del exterior, el segundo aspecto se debía a las obligaciones externas que tanto el sector privado como el público tenían que cumplir y el tercer aspecto era la crisis en el sistema bancario. Para resolver esta situación las autoridades adoptaron un régimen cambiario de libre flotación que permitió que la política monetaria tuviera como único objetivo la reducción de la inflación lo cual estaría orientado a controlar las variables nominales de la economía.

Para resolver el problema de la cuenta corriente, se aplicó una política fiscal considerablemente restrictiva, permitiéndose alcanzar un superávit en la cuenta corriente de casi 5% para finales de 1995. Además, fue necesario que el sector público absorbiera los costos del paquete de rescate del sector bancario.

Para cumplir con los requerimientos financieros del país y para inducir a los acreedores a reestructurar a mayor plazo los préstamos a México, el gobierno obtuvo 52 billones de dólares de un paquete de emergencia de la comunidad internacional.

El sobreendeudamiento de las empresas y de las personas físicas, aunado con los efectos de la crisis propiciaron serios problemas en el sistema financiero, por lo que fue necesario implementar una serie de programas cuyos principales objetivos fueron los siguientes: prevenir y minimizar las distorsiones en el sector bancario, asumir el costo del sistema bancario como un aspecto fiscal, reducir el papel de la banca central como prestamista de última instancia, fortalecer la regulación y supervisión del sector financiero.

Para cumplir con tales objetivos el Banco de México abrió líneas de crédito denominadas en moneda extranjera de manera que el sector bancario cumpliera con sus obligaciones externas. Se promovió la capitalización del sistema bancario y se permitió mayor participación extranjera en dicho sistema.

Para mediados de 1995, la inflación empezó a ceder a niveles controlables y se reestableció la credibilidad en la banca central.

Para mayo de ese año el tipo de cambio se había recuperado y se ubicaba en 6 pesos por dólar mientras que en marzo se cotizaba a 7.5 pesos por dólar. El riesgo de no poder hacer frente a las obligaciones en moneda extranjera desapareció gracias a la emisión de los TESOBONOS (instrumentos de deuda ligados al tipo de cambio). Adicionalmente, surgió un nuevo instrumento denominado Udibonos emitido por el Gobierno Federal, creado a partir de Abril de 1995 con el objetivo de que los inversionistas tuvieran un instrumento que los cubriera con el riesgo inflacionario.

En el caso de los deudores también se llevó a cabo en el sector bancario la reestructura de la deuda en unidades de inversión.

En la medida que se estabilizó el tipo de cambio, las tasas de interés disminuyeron y las empresas mexicanas retornaron al mercado financiero internacional la inflación por su parte disminuyó fuertemente pasando de casi 52% en 1995 a 18.6% en 1998.

Diferentes cambios se gestaron desde finales de la década de los noventas tales como: Uno de ellos fue la creación de inversionistas institucionales que fomentarían el ahorro de largo plazo, ya que en 1997 se crean las Administradoras de Fondos para el Retiro (AFORES) y las Sociedades de Inversión de fondos para el retiro y de Deuda, las cuales han sido los ingredientes esenciales para el desarrollo del Mercado de Deuda en el país. Al ser monitoreadas por la Comisión Nacional de Ahorro para el Retiro deben cumplir con el régimen de inversión impuesto por esta autoridad. Dicho régimen inicialmente se concentraba en instrumentos gubernamentales en la actualidad aún cuando existe cierta liberación todavía existe mucha concentración en dichos instrumentos.

Otro evento que ocurrió en el mercado de deuda mexicano fue que la BMV constituyó, en 1998, la subsidiaria SIF Garban Intercapital, para operar y administrar sistemas para la negociación de títulos del mercado de deuda. Desde entonces, SIF Garban Intercapital opera el sistema BMV-SENTRA Títulos de deuda y ha generado servicios adicionales como el corretaje telefónico para intermediarios bursátiles y bancarios que participan en este mercado (broker telefónico)

La introducción de la figura del hacedor de mercado de instrumentos de deuda gubernamental en el año 2000 fue también de gran importancia en los mercados

de deuda. Esta figura tiene la obligación de poner constantemente posturas de compra-venta para un cierto número de valores en el mercado secundario de manera que pueda mantener un tope que no rebase los 125 puntos base. A cambio de estas obligaciones, los creadores de mercado tienen derecho a participar en una subasta "green shoe"¹² que se lleva a cabo tras la subasta pública, a mantener reuniones periódicas con las autoridades federales encargadas del manejo de la deuda y a acceder a la ventanilla de préstamo de valores del Banco de México.

A finales de 1998 se creó el Mercado Mexicano de Derivados (MexDer), especializado en el intercambio de derivados sobre activos financieros. La negociación en instrumentos de renta fija se ha desarrollado rápidamente, aunque mayoritariamente las transacciones corresponden a operaciones con contratos sobre la tasa TIEE (tasa de interés interbancaria de equilibrio) a 28 días. No obstante, esta actividad sobre tasas de corto plazo parece haber beneficiado al segmento más largo de la curva de rendimientos, toda vez que los contratos de corto plazo han sido utilizados para la cobertura y valoración de swaps de tasas de interés a más largo plazo.

En el año 2000, el Gobierno federal adoptó una nueva ley para quiebras que permite a los tenedores de garantías sobre repos liquidar sus posiciones por adelantado compensando sus derechos con sus obligaciones cuando la contraparte incurra en incumplimiento. La nueva ley mejora la anterior legislación de concurso, que exigía que los participantes del mercado liquidaran primero sus obligaciones para posteriormente cobrar el dinero derivado de los procedimientos de quiebra. En 2003 y 2004, el Gobierno emitió nuevas regulaciones para el mercado de repos y el préstamo de valores, con la finalidad de incentivar la demanda local y extranjera de deuda pública.

Otro cambio de gran importancia en los mercados financieros ha sido la determinación de precios según las fuerzas de mercado siendo un elemento esencial para el desarrollo de mercados secundarios y para la valoración de las carteras de los intermediarios. En años recientes, el Banco de México, la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) y la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) han trabajado conjuntamente para asegurar el acceso fácil y diario de los

¹² En este tipo de subastas, el emisor ofrece una opción "green shoe" a sus suscriptores para emitir una cantidad adicional de valores a fin de cubrir cualquier posición corta que pudiera generarse en caso de un exceso de demanda. En el caso de México, los suscriptores pueden comprar hasta el 20% del volumen inicial subastado al precio ponderado de la subasta.

participantes del mercado a los precios de los valores de renta fija. Estos esfuerzos derivaron en la creación de proveedores de precios privados, encargados de compilar la información generada por los corredores y difundirla al mayor número posible de agentes del mercado. Actualmente, la mayoría de intermediarios financieros están obligados a utilizar los servicios ofrecidos por estos profesionales autorizados.

En 2005, el Gobierno lanzó el Programa de Segregación de Cupones, cuyo objetivo es permitir a los participantes en el mercado de deuda pública segregar y reconstituir cualquier bono o udibono. La frecuente reapertura de emisiones gubernamentales con pago de cupón semestral permite un intercambio perfecto de los intereses de instrumentos con diferentes fechas de vencimiento. La disponibilidad de bonos cupón cero de largo plazo debiera interesar en especial a los inversionistas institucionales con horizontes de inversión largos, al tiempo que contribuiría a fortalecer la profundidad del mercado secundario.

Otro cambio de gran relevancia fue que a partir del año 2000 el gobierno federal ha buscado reducir el riesgo de refinaciamiento mediante el alargamiento gradual de la estructura de plazos de su deuda, prolongando el vencimiento de la deuda indexada a tasas de interés de corto plazo y a la inflación y llevando a cabo emisiones de bonos a interés fijo. Estos últimos, con vencimientos a tres y cinco años, se emitieron por primera vez en 2000, seguidos de bonos a 10 años en 2001, a siete años en 2002, a 20 años en 2003 y a 30 en octubre de 2006 con intereses pagaderos fijos cada 182 días.

Política monetaria en el periodo a partir de 1995.

La relación de la política monetaria y la actuación de la banca central en el mercado de instrumentos de deuda son de gran importancia ya que las acciones de la banca central tienen un fuerte impacto sobre las señales que se envían sobre las expectativas de las tasas de interés de corto plazo. Es importante señalar, que la forma y los instrumentos mediante los cuales los bancos centrales operan en el mercado financiero tienen repercusiones directas en el funcionamiento y organización de los mercados de dinero y capitales y en la volatilidad que presentan los activos financieros.

La política monetaria que la Banca central implementó a partir de 1995 fue la intervención discrecional de la banca central en el objetivo de saldos acumulados en las cuentas corrientes de las instituciones de crédito. Esta política permite el control de la liquidez monetaria a través de los montos que inyecta o retira la banca central mediante subastas, de créditos y de depósitos o a través de operaciones de mercado abierto diarias que realiza con los bancos comerciales. Este régimen establece periodos de 28 días naturales para inducir a las instituciones de crédito a no tener en promedio saldos positivos, ni incurrir en sobregiros en sus cuentas, así como para que compensen con otros bancos sus sobrantes o faltantes de recursos a tasas de interés de mercado. Durante el periodo previo a los 28 días naturales el Banco de México no remunera los saldos positivos ni cobra interés sobre los sobregiros que se registren al cierre del día. Sin embargo, al cierre del periodo de cómputo, el día 28, el Banco de México cobra por los saldos acumulados negativos (dentro de un determinado límite) una tasa de interés equivalente a dos veces una tasa representativa del mercado de dinero (tasa de CETES a plazo de 28 días en colocación primaria).

El Banco de México anuncia diariamente el monto del “saldo acumulado de saldos diarios totales”. Un objetivo de saldos acumulados igual a cero (política monetaria neutral) indicaría la intención del banco central de satisfacer, a tasas de interés de mercado, la demanda de dinero y que los bancos no incurran en sobregiros ni en saldos positivos al finalizar el periodo de cómputo.

Un objetivo de saldos acumulados negativo o “CORTO” señalaría la intención del Banco de México de no proporcionar a la banca los recursos suficientes a tasas de interés de mercado, obligando a una o varias instituciones bancarias a obtener parte de los recursos requeridos a través del sobregiro en sus cuentas corrientes.

Con la finalidad de impedir que las fluctuaciones en los saldos de las cuentas corrientes de los bancos presionen fuertemente las tasas de interés el último día del cómputo o en días previos a éste, se han establecido límites al saldo positivo diario que computa para el cálculo del saldo acumulado de cada institución bancaria. También, se establece un tope al tamaño del saldo acumulado negativo que un banco puede compensar en función del número de días que le faltan al periodo de cálculo. Estos límites impiden que los bancos que han acumulado saldos negativos considerables a lo largo de un periodo compensen éstos al final del mismo.

Para un mayor control de esta política se han fijado límites al sobregiro diario que puede ser compensado. Cuando un sobregiro diario es mayor a su límite el exceso ya no puede ser compensado y el banco debe pagar dos veces la tasa representativa. No obstante, el monto excedente no es computable para el cálculo del saldo acumulado de ese banco.

Los límites de saldos positivos o negativos, se determinan en función del pasivo o del capital de cada institución.

La posición deudora o acreedora del Banco de México en el mercado de dinero tiene una fuerte influencia en la política del corto. Si la banca central tiene una posición acreedora el mercado de dinero inicia el día con un faltante de liquidez, por lo que el Banco de México debe ofrecer los recursos necesarios mediante subastas de instrumentos de deuda, presionando al alza las tasas de interés, lo cual mejora la efectividad del CORTO como medida restrictiva. Cuando el Banco de México tiene una posición deudora al inicio de la sesión diaria, se debe a un exceso de liquidez en el mercado de dinero lo que obliga a la banca central a retirar los excedentes, también bajo el mecanismo de subastas, esta situación propicia una baja en las tasas de interés y dificulta la efectividad del uso del CORTO.

De acuerdo a información del Instituto Central desde principios de 1997, la posición de la banca central pasó de acreedora a deudora, ocasionada esta situación por la acumulación de activos internacionales, por tal motivo en septiembre de 1998 y febrero de 1999, la banca central obligó a las instituciones de crédito a constituir depósitos por 25 mil millones de pesos a un plazo indefinido, pagando la tasa de interés equivalente a la Tasa de interés Interbancario de Equilibrio a 28 días. A pesar de este retiro de liquidez, el Banco de México compensa este retiro mediante operaciones de mercado abierto de corto plazo, lo cual le permite mantener una posición acreedora en el mercado de dinero y mayor control sobre las tasas de interés de corto plazo.

La intervención de la Banca Central en el mercado de dinero se realiza diariamente a través de subastas de crédito o de depósito y de compra o venta de títulos gubernamentales ya sea en directo o en reporto. El Banco de México fija la cantidad de dinero que quiere añadir o retirar, y el mercado determina libremente las tasas de interés.

En el periodo de 2000-2006, en cuanto a la política monetaria no se han tenido cambios dado que se mantiene la misma política creada en años anteriores, esto gracias a la autonomía del Banco de México.

Los cambios más importantes en el mercado de deuda de esta administración son aquellos impulsados por la CONSAR que en el 2005 cambio el régimen de inversión permitiendo a las Administradoras de Fondos para el Retiro (AFORES) invertir en el mercado accionario vía instrumentos de deuda conocidos como notas estructuradas de capital protegido, y la inversión en mercados internacionales tanto de deuda como de renta variable.

También, la creación de la institución Financiera Hipotecaria Federal esta impulsando al sector de vivienda mediante las relaciones entre bancos y sociedades financieras de objeto limitado que promueven los créditos hipotecarios dando paso a nuevos instrumentos tales como la bursatilización de dichos créditos.

III. Conceptos Básicos sobre los instrumentos de Deuda

Conceptos importantes

La estimación de la curva de rendimiento y su pronóstico tienen como finalidad la cobertura del riesgo de tasas de interés, es decir observar la sensibilidad que tienen los precios de los instrumentos de deuda ante cambios en la curva de rendimiento.

Principales características de los instrumentos de Deuda.

Un instrumento de deuda obliga al emisor a pagar determinados flujos de efectivo en el futuro en una fecha determinada. Es decir, un instrumento de deuda es un contrato entre el emisor y el comprador donde el comprador realiza un préstamo y espera recibir los intereses y el monto del principal en una fecha determinada. El emisor especifica la tasa de interés que está dispuesto a pagar por los recursos que obtiene y los términos en que la deuda será pagada.

En términos generales los instrumentos de deuda se pueden clasificar como bonos cupón cero y bonos que pagan cupones periódicos.

Un **bono cupón cero** se caracteriza por pagar un solo flujo de efectivo al vencimiento del instrumento, conocido este flujo como valor nominal, o también, valor a la par. El tenedor de un bono cupón cero no recibirá intereses durante la vida del instrumento por este motivo el precio de un bono cupón cero deberá ser inferior al valor nominal y a medida que se acerca la fecha de vencimiento el precio se acercará al valor nominal.

El tenedor de un bono cupón cero obtendrá sus intereses de la diferencia entre el precio de compra y el valor nominal.

El **Bono con pago de cupones periódicos** es un instrumento de deuda que promete pagar intereses cada determinado periodo, más la garantía de pagar el monto principal a la fecha de vencimiento del bono.

Bono con llamada, es un bono que tiene adherida una opción de compra. Es decir, le da el derecho al emisor de comprar el bono emitido por él a un precio estipulado en una fecha específica antes de la fecha de vencimiento. Esto lo hacen las corporaciones para cubrirse ante situación de bajas en las tasas de interés.

Bono con provisión de venta, es un bono que tiene adherida una opción de venta que le da derecho al comprador del bono de vendérselo al emisor a un precio determinado en una fecha específica antes de la fecha de vencimiento. El tenedor del bono ejercerá su derecho, cuando las tasas de interés sean altas ya que le convendrá exigir su principal para invertirlo en otro instrumento.

Bonos Convertibles le dan al tenedor del bono la opción o el derecho de intercambiar sus bonos por acciones de la empresa.

Bonos Flotantes, estos bonos pagan cupones a una tasa de interés que está ligada a una tasa de mercado, la cual cambia periódicamente. En general se paga algunos puntos arriba de la tasa de referencia.

Riesgos Asociados a Instrumentos de Deuda.

Invertir en el mercado de bonos tiene asociados ciertos riesgos. Los principales riesgos asociados a este mercado son: a) riesgo de tasa de interés, b) riesgo de reinversión, c) riesgo de llamada, d) riesgo crediticio, e) riesgo de inflación, f) riesgo de tipo de cambio, g) riesgo de liquidez, h) riesgo de volatilidad y, i) riesgo de eventos impredecibles.

Riesgo de Tasa de Interés: Existe una relación inversa entre el precio del bono y la tasa de interés. Es decir, si aumenta la tasa de interés disminuye el precio del bono y si disminuye la tasa de interés aumenta el precio del bono. Este tipo de riesgo se conoce como riesgo de tasa de interés de mercado.

Un inversionista tenedor de un bono incurrirá en el riesgo de tasa de interés si en el momento que quiera vender su bono las tasas de interés aumentan, ya que este aumento propiciará una caída en el precio del bono.

Por su parte el inversionista que quiera comprar un bono incurrirá en el riesgo de tasa de mercado en el momento que las tasas bajen ya que esto causará que tenga que comprar el bono más caro.

Riesgo de Reinversión: Este riesgo se asocia a la ganancia de intereses por intereses. Los flujos de efectivo que se reciben por invertir en bonos pueden ser reinvertidos. Sin embargo, si en el momento de la reinversión se produce una disminución en las tasas de interés esto disminuirá las ganancias sobre los flujos de efectivo reinvertidos.

El inversionista tenedor de un bono incurrirá en este riesgo, si a la hora de reinvertir sus flujos la tasa disminuye.

Riesgo de Llamada. Algunos bonos incluyen una opción de compra, Esta opción de compra le da derecho al **emisor** de comprar la emisión o una parte de la emisión de bonos antes de su fecha de vencimiento a un precio establecido conocido este precio como **precio de llamada**.

El momento más adecuado para que el emisor ejerza esta opción es cuando las tasas de interés disminuyen, ya que la reducción de las tasas de interés provoca un aumento en los precios de los bonos, lo que encarece su deuda.

El inversionista por su parte va enfrentar algunos riesgos: el primero es que los flujos futuros del bono que tiene adherida una opción no son conocidos con certidumbre. Si las tasas de interés disminuyen el inversionista se enfrenta con el riesgo de reinversión de sus flujos de efectivo. Es decir el inversionista tiene que reinvertir los recursos pagados por el emisor a una tasa menor.

Por último el inversionista recibirá el precio de llamada cuando el emisor ejerza su opción lo que reducirá su ganancia de capital.

Riesgo crediticio: Este riesgo se asocia a la incapacidad del emisor de hacer frente a sus obligaciones. El inversionista sufre las consecuencias de este riesgo cuando el emisor del bono se declara indisposto para pagar los flujos de efectivo del bono. La existencia de empresas calificadores de este riesgo le permite al inversionista conocer los riesgos crediticios de tal manera que pueda llevar a cabo una selección adecuada de bonos.

Riesgo de Inflación: Este riesgo se refiere a la variación en términos de poder adquisitivo que sufren los flujos de efectivo del bono ante cambios en los precios de los productos del sector real.

Riesgo de tipo de cambio: El riesgo cambiario se asocia a los cambios que sufren los flujos de efectivo de un bono doméstico medido en otra moneda. Por ejemplo, un bono que paga flujos de efectivo en pesos, sus flujos de efectivo en dólares son inciertos ya que dependen de los cambios que sufra el tipo de cambio.

Riesgo de Liquidez: La dificultad que se tenga para vender el bono a su precio justo antes de su fecha de vencimiento es lo que conoce como riesgo de liquidez. Cuando el inversionista planea quedarse con el bono hasta el vencimiento el riesgo de liquidez le resulta poco importante.

Riesgo de Volatilidad: Este riesgo se refiere a los bonos que tienen adherida una opción, el nivel de tasas de interés que afectan el precio de la opción es lo que se conoce como riesgo de volatilidad.

Riesgo de Eventos impredecibles: Estos riesgos se asocian a desastres naturales que podrían causar que los emisores de bonos no pudieran hacer frente a sus obligaciones, a compras hostiles que se efectúen en las empresas emisoras, a cambios en la regulación o a factores políticos que alteren la capacidad del gobierno o las corporaciones para hacer frente a sus obligaciones.

Valuación de Instrumentos de Deuda¹³

La valuación de un instrumento de deuda, es traer a valor presente sus flujos futuros periódicos. Como se mencionó anteriormente los instrumentos de deuda se pueden clasificar en términos generales en dos tipos: Los Bonos cupón Cero, que pagan un único flujo de efectivo al vencimiento del instrumento y Bonos con cupón que pagan flujos periódicos durante la vida del instrumento.

Bonos cupón cero: En el caso de los bonos cupón cero lo que se requiere saber es la tasa de mercado que se utilizará para traer a valor presente ese único flujo futuro. En la práctica el gobierno federal emite bonos de este tipo, y con ellos se

¹³ En esta sección cuando se hable de los instrumentos de deuda, se referirá únicamente bonos sin opciones. Esto es no se incluyen bonos con opciones adheridas como bonos con llamada o bonos con provisión de venta.

obtiene la curva de rendimiento, la cual se utiliza para descontar los flujos futuros de la mayoría de los bonos.

El precio del bono cupón cero, se calcula mediante la siguiente formula:

$$P = \frac{VN}{(1 + \frac{R}{m})^{m \cdot n}} \quad (3.1)$$

Donde:

R es la tasa nominal anual

m es el número de periodos que existen en un año

n es el número de años

VN valor nominal o valor par

P es el precio

Tasa interna de rendimiento

En la valuación de los bonos el concepto de la tasa interna de Rendimiento es de gran importancia, sobre todo si se considera que las tasas de interés cambian constantemente.

La tasa interna de rendimiento (TIR) es la tasa promedio que se obtendrá de un instrumento de deuda si el inversionista se queda con el bono al vencimiento. Esto también supone que la empresa que lo emite no incurre en incumplimiento de pagos.

Para bonos cupón cero la tasa interna de retorno es la tasa que iguala el precio al único flujo futuro descontado.

$$P = \frac{VN}{(1 + y)^n} \quad (3.2)$$

La ecuación anterior es fácil de resolver ya que lo único que se tiene que hacer es despejar la y.

$$y = \left(\frac{VN}{P}\right)^{1/n} - 1 \quad (3.3)$$

Bonos con pago de cupones periódicos: Para calcular la TIR es importante conocer el precio del bono. Para el cálculo del precio de éste tipo de bonos se requieren dos condiciones básicas. La primera es conocer o estimar los flujos futuros y la segunda es estimar la curva de rendimiento que se utilizará para traer a valor presente dichos flujos.

Los flujos futuros son los intereses que otorgará el instrumento de deuda y son el resultado de multiplicar la tasa de cupón por el valor a la par de dicho instrumento.

Para calcular el precio de un instrumento con pago de cupones periódicos se utilizan las tasas spot o de contado dadas por los instrumentos de gobierno federal. Sin embargo, como no se tienen todos los bonos cupón cero necesarios para descontar todos los bonos con pago de cupones es necesario estimar la curva de rendimiento como se realizó en el capítulo anterior.

La fórmula para calcular el precio de un bono que paga cupones de manera periódica es la siguiente:

$$P = \frac{C_1}{(1+r)^1} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \frac{C_3}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C_n + VN}{(1+r)^n} \quad (3.4)$$

Donde:

P = Es el precio del Bono

C = Monto del cupón

VN = Valor nominal del bono o valor a la par

r = tasa de contado de la curva de rendimiento

n = número de períodos durante la vida del bono

Otra forma de calcular el precio de un bono con pago de cupones periódicos es utilizando las tasas adelantadas (forwards).

$$P = \frac{C_1}{(1+r_1)} + \frac{C_2}{(1+r_1)(1+f_2)} + \frac{C_3}{(1+r_1)(1+f_2)(1+f_3)} + \dots + \frac{C_n + VN}{(1+r_1)(1+f_2)(1+f_3)\dots\dots(1+f_n)^n} \quad (3.5)$$

La otra forma es que conocido el precio se puede obtener el rendimiento a vencimiento del bono calculando la Tasa interna de rendimiento (TIR)

Algebraicamente esto se expresa:

$$P = \frac{C_1}{(1+y)^1} + \frac{C_2}{(1+y)^2} + \frac{C_3}{(1+y)^3} + \dots + \frac{C_n + VN}{(1+y)^n} \quad (3.6)$$

Donde la y es la TIR que se quiere encontrar.

Existen ciertas complicaciones en la práctica para el cálculo de los precios de los bonos y estas son: la valuación del bono cuando la fecha de corte de cupón no coincide con la fecha que se quiere vender el bono; la otra, es cuando las tasas de cupón no son fijas sino que cambian en función a una tasa de referencia (bonos a tasa flotante)¹⁴.

En el caso primero la fórmula para calcular el precio de un bono cambia a la siguiente:

$$P_{limpio} = \sum_{i=1}^n \frac{C}{(1+r)^v (1+r)^{i-1}} + \frac{VN}{(1+r)^v (1+r)^{n-1}} - AI \quad (3.7)$$

Donde:

P_{limpio} = Es el precio del bono como aparece en las pantallas de los servicios de información.

C = Monto del Cupón

v = número de días que faltan para el corte de cupón/ número de días del cupón

r = Tasa de mercado efectiva al periodo correspondiente

n = número de períodos

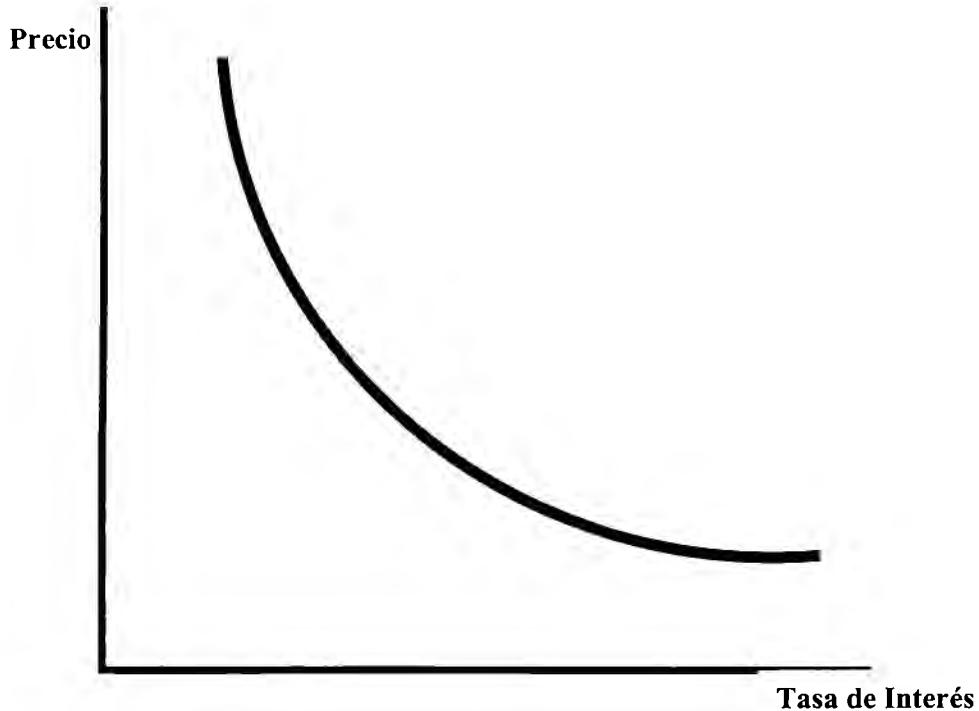
AI = Acumulación de Intereses (número de días transcurridos/número de días de cupón)* Monto del cupón.

Precio $sucio$ = P_{limpio} + Acumulación de Intereses

Una propiedad muy importante de la valuación de los bonos es la relación inversa que tienen las tasas de interés y el precio de los instrumentos de deuda. Es decir,

¹⁴ En el caso de este documento se utilizan exclusivamente bono cupón cero por lo que los distintos tipos de bonos con sus diferentes características se dejan para futuras investigaciones.

si las tasas de interés aumentan el precio del bono disminuirá y si las tasas de interés disminuyen el precio del bono aumentará.



Enfoque Clásico: Medidas de Duración y Convexidad

Uno de los riesgos más importantes que se deben considerar cuando se compran instrumentos de deuda, es el riesgo de cambios en las tasas de interés. El riesgo de tasas de interés es el cambio que sufre el precio de un bono debido a variaciones en la curva de rendimiento. También, se le conoce como la volatilidad de los precios de los bonos.

Las principales propiedades que surgen de esta relación son las siguientes:

1. Aunque existe una relación inversa entre el precio del bono y las tasas de interés el cambio en el precio no es igual para todos los bonos.
2. Para cambios muy pequeños en las tasas de interés, el cambio en el precio es casi igual tanto a la alza de la tasa como a la baja.
3. Para cambios muy grandes en las tasas de interés el cambio porcentual en el precio es diferente cuando las tasas se incrementan que cuando las tasas disminuyen.

4. Si las tasas de interés se incrementan sustancialmente la disminución en el precio será mayor que cuando las tasas de interés disminuyen sustancialmente.

Existen dos características de los bonos que determinan su volatilidad una es la tasa de cupón que determina el monto de los cupones y la otra es su plazo de vencimiento.

Dado el plazo de vencimiento y las tasas de interés de la curva de rendimiento entre **más altos** sean los montos de los cupones **menor** es la volatilidad del precio del bono y viceversa.

Dada la tasa de cupón y las tasas de interés de la curva inicial entre más largo sea el plazo de vencimiento de un bono, más alta será la volatilidad del precio del bono.

La duración y la convexidad. La duración es el cambio porcentual en el precio ante un cambio en la TIR (esto supone un desplazamiento paralelo en la curva de rendimiento de tasas de interés; un desplazamiento paralelo significa que todas las tasas de la estructura de plazos cambian en la misma proporción). La convexidad es el ajuste al cambio porcentual en el precio, debido a la forma de la curva que muestra la relación de las tasas de interés y el precio del bono.

La duración: Es la medida más usada en la práctica de volatilidad de un bono ante cambios en la curva de rendimiento.

Frederick Macaulay (1938) utilizó la palabra duración e inventó la fórmula que medía la vida promedio de un bono. Este autor, sostenía que la duración debía considerar la ponderación que tenía cada uno de los flujos futuros del bono en relación al precio del mismo.

Fórmula de la duración Macaulay:

$$D_{Macaulay} = \frac{C_1}{P}(1) + \frac{C_2}{P}(2) + \frac{C_3}{P}(3) + \dots + \frac{C_n + VN}{P}(n) \quad (3.8)$$

Si se define a W_i como el peso que tiene cada flujo de efectivo en relación a los precios se tiene:

$$W_1 = \frac{C_1}{P} \quad W_2 = \frac{(1+r)^1}{P} \quad W_3 = \frac{(1+r)^2}{P} \quad \dots \quad W_n = \frac{(1+r)^n}{P} \quad (3.9)$$

Obtenidos los W_i se multiplican por cada uno de los períodos y finalmente se suman lo cual genera el plazo promedio de vida de un bono., mejor conocido como la duración Macaulay.

$$D_{Macaulay} = W_1(1) + W_2(2) + W_3(3) + \dots + W_n(n) \quad (3.10)$$

Resumiendo la fórmula de la duración Macaulay se tiene:

$$D_{Macaulay} = \sum_i^n W_i * i \quad (3.11)$$

En consecuencia la volatilidad del precio ante cualquier cambio en la TIR es:

$$\frac{\Delta P}{P} = -\frac{Duración Macaulay}{(1+y)} * (\Delta y) \quad (3.12)$$

Esto es lo mismo que escribir:

$$\frac{\Delta P}{P} = -Duración Modificada * (\Delta y) \quad (3.13)$$

Donde:

$\frac{\Delta P}{P}$ = Es el cambio porcentual del precio

$$Duración Modificada = -\frac{Duración Macaulay}{(1+y)} \quad (3.14)$$

(Δy) = La variación en la TIR.

La ecuación (3.12) significa el cambio porcentual del precio ante un cambio en las tasas de interés, el cual se obtiene multiplicando la duración modificada por la

variación en la TIR¹⁵. El signo negativo de la duración modificada se debe a la relación inversa que tiene el precio ante la tasa de interés.

La forma más intuitiva de entender la sensibilidad que tiene el precio de un bono ante cambios en la curva de rendimiento es obteniendo la primera derivada de la función del precio en relación a su tasa de interés a vencimiento (TIR).

$$\frac{dp}{dy} = \frac{-1C}{(1+y)^2} + \frac{-2C}{(1+y)^3} + \frac{-3C}{(1+y)^4} + \dots + \frac{-nC}{(1+y)^{n+1}} + \frac{-nVN}{(1+y)^{n+1}} \quad (3.15)$$

Multiplicando ambos lados por 1/P, la fórmula muestra la sensibilidad que tiene el precio del bono ante los cambios en la TIR.

$$\frac{dp}{P} = \left[\frac{-1C}{(1+y)^2} + \frac{-2C}{(1+y)^3} + \frac{-3C}{(1+y)^4} + \dots + \frac{-nC}{(1+y)^{n+1}} + \frac{-nVN}{(1+y)^{n+1}} \right] * dy \quad (3.16)$$

Haciendo algunos arreglos de la fórmula (3.16) encontramos lo que en el medio se conoce como la duración Macaulay, la cual es lo que aparece entre los corchetes.

$$\frac{dp}{P} = -\frac{1}{(1+y)^1} \left[\frac{1C}{(1+y)^1} + \frac{2C}{(1+y)^2} + \frac{3C}{(1+y)^3} + \dots + \frac{nC}{(1+y)^n} + \frac{nVN}{(1+y)^n} \right] * dy \quad (3.17)$$

La duración Macaulay multiplicada por $\frac{1}{(1+y)^1}$ es lo que da la duración modificada ya señalada anteriormente.

La sensibilidad del precio del bono ante cambios en la tasa de interés esta influenciada por tres factores importantes: el vencimiento del bono, la tasa de

¹⁵ Al utilizarse la tasa de vencimiento TIR se está suponiendo que los cambios en la curva de rendimiento son iguales para cada una de las tasas que la componen.

cupón y la TIR (como ya se mencionó anteriormente). De ahí se desprenden las siguientes reglas sobre la duración.

- a) La duración de un bono cupón cero es igual a su plazo de vencimiento.
- b) Manteniendo el plazo de vencimiento y la TIR constantes, la duración del bono presenta una sensibilidad a la tasa de interés mayor cuando la tasa de cupón es más pequeña.
- c) Manteniendo la tasa de cupón constante, la duración del bono y la sensibilidad a la tasa de interés generalmente se incrementa cuanto más largo es el plazo de vencimiento. La duración siempre se incrementa con el plazo de vencimiento para bonos a la par o sobre par.
- d) Manteniendo el plazo y la tasa de cupón constante la duración de un bono presenta una sensibilidad a la tasa de interés mayor cuando la TIR es menor.
- e) La duración de un bono con pago de cupones periódicos, sin plazo de vencimiento esta dada por $\frac{1+y}{y}$ (3.18). Donde la y es la TIR.

La duración es la medida de sensibilidad del precio ante el cambio en la TIR. Sin embargo, la medida más precisa para ver esta sensibilidad es la medida de convexidad

La medida de convexidad mejora la sensibilidad del precio ante cambios en la tasa de interés. Es decir, la medida de convexidad reduce el error de la estimación de la sensibilidad del precio ante cambios en la TIR. Sin embargo, se sigue manteniendo el supuesto del desplazamiento paralelo de la curva de rendimiento.

La fórmula para calcular la convexidad es la siguiente:

$$\text{Convexidad} = \frac{1}{(1+y)^2} \sum_i^n [W_i * i * (1+i)] \quad (3.19)$$

La medida de convexidad trata de ajustar el error que se genera de sólo calcular la primera derivada por lo que en términos matemáticos la convexidad es la segunda derivada de la función precio con respecto a la TIR.

$$\frac{d^2 p}{dy^2} = \frac{-1(2)C}{(1+y)^3} + \frac{-2(3)C}{(1+y)^3} + \frac{-3(4)C}{(1+y)^5} + \dots + \frac{-n(n+1)C}{(1+y)^{n+2}} + \frac{-n(n+1)VN}{(1+y)^{n+2}} \quad (3.20)$$

La fórmula ¹⁶ completa para calcular la sensibilidad del precio ante cambios en las tasas de interés es:

$$convexidad \frac{d^2 p}{P} = -\frac{1}{(1+y)^2} \left[\frac{\frac{1(2)C}{(1+y)^1} + \frac{2(3)C}{(1+y)^2} + \frac{3(4)C}{(1+y)^3} + \dots + \frac{n(n+1)C}{(1+y)^n} + \frac{n(n+1)VN}{(1+y)^n}}{P} \right] * dy^2 \quad (3.21)$$

Resumiendo se tiene que la volatilidad del precio ante cambios en las tasas de interés es:

$$\frac{dP}{P} = -\text{duración modificada} * (dy) + \frac{1}{2} * \text{convexidad} * (dy)^2 \quad (3.22)$$

Propiedades de la Convexidad

- a) A medida que la TIR se incrementa la convexidad de un bono disminuye y viceversa. A esta propiedad se le conoce como convexidad positiva. Esto significa que para cambios drásticos a la baja en las tasas de interés el precio del bono se incrementará más que cuando aumenta la tasa de interés en los mismos puntos.
- b) Dada la TIR y el plazo de vencimiento entre más bajo sea el cupón más alta la convexidad del bono.
- c) Dada la TIR y la duración modificada, entre más bajo sea el cupón más baja es la convexidad del bono.

¹⁶ La formula de la sensibilidad del precio del bono ante cambios en la tasa de interés es el resultado de aplicar la expansión de series de Taylor usada para aproximar la función, en este caso la función es la relación del precio y la tasa de interés.

IV. Modelos de estimación de la estructura de plazos de las tasas de interés¹⁷

Existen en la literatura dos enfoques básicos sobre los modelos de estimación de la estructura de tasas de interés: El primero se refiere a los modelos estocásticos que asumen ciertas características de la evolución o dinámica de las tasas de interés, ya sea utilizando equilibrios totales, parciales o argumentos de no arbitraje.

El segundo enfoque utiliza técnicas estadísticas que permiten suavizar la curva de rendimiento. Bajo este enfoque la curva de rendimiento se describe sin referencia a ninguna teoría de valuación de precios de activos. El problema fundamental de este tipo de enfoque es extraer la curva de contado partiendo de los bonos con pago de cupones.

Esta investigación presentará dos modelos estadísticos de estimación de la curva de rendimiento uno es el modelo de Litterman – Scheinkman (1991) quienes utilizan el método de componentes principales y el otro es el modelo Diebold – Li (2003) quienes utilizan el método de componentes exponenciales, factorizado del modelo Nelson – Siegel (1987).

Modelos Estocásticos de estimación de la curva de rendimiento.

La teoría y la aplicación de los modelos de tasas de interés ha sido uno de los más importantes y dinámicos de las finanzas modernas en los últimos treinta años.

Estos desarrollos han coincidido con la gran expansión de los instrumentos derivados de tasas de interés.

La idea de mayor impacto en los modelos de tasa de interés es que sus movimientos pueden ser representados por procesos estocásticos.¹⁸

¹⁷ Se utilizará indistintamente estructura de plazos de tasas de interés o curva de rendimiento. Esto debido a que se van a utilizar los bonos cupón cero de los instrumentos gubernamentales mexicanos. Cuando se tienen bonos cupón cero las tasas de contado coinciden con las tasas de rendimiento a vencimiento, por lo tanto es posible hablar indistintamente de curva de rendimiento o estructura de plazos de tasas de interés.

¹⁸ Se entiende como proceso estocástico a cualquier variable que cambia a través del tiempo de manera incierta.

Una distinción importante en estos procesos estocásticos es que se pueden subclasificar en procesos discretos o continuos¹⁹ lo cual va impactar el desarrollo de los modelos de tasas.

La mayoría de los modelos de tasas de interés son expresados como procesos continuos esto se debe a que el cálculo estocástico en tiempo continuo permite obtener derivaciones y pruebas más elegantes, además de soluciones teóricas más precisas. Sin embargo, modelos recientes basados en saltos o procesos discretos surgen para modelar el comportamiento de las tasas desde una perspectiva del mundo real, ya que sostienen que existen discontinuidades.

Dentro de los modelos de tasas se distinguen tres tipos de modelos: los que modelan la dinámica de los precios de los bonos, los que modelan el proceso de la tasa de corto plazo y los que modelan la estructura de las tasas.

Los primeros modelos de tasa intentaban estimar la dinámica de los precios de los bonos.

Muchos modelos de tasas de interés estiman simplemente la evolución estocástica de una tasa de interés, normalmente la tasa de interés de corto plazo, esta tasa de interés usualmente se define como Markoviana, lo que significa que su evolución futura depende de su valor actual y no de su trayectoria histórica. Otros modelos especifican el proceso estocástico sobre la estructura de las tasas usando las tasas de contado (spot) o las tasas adelantadas (forwards). Este enfoque es intuitivamente atractivo sin embargo su complejidad es mayor.

El primero se refiere a los modelos estocásticos que asumen ciertas características de la evolución o dinámica de las tasas de interés, ya sea utilizando equilibrios totales, parciales o argumentos de no arbitraje.

Dentro de los modelos estocásticos como ya se mencionó existen los modelos de no arbitraje (o libre de arbitraje) y los modelos de equilibrio parcial o total.

¹⁹ Un proceso estocástico discreto es aquel donde el valor de la variable puede cambiar en determinados puntos fijos en el tiempo.

Un proceso estocástico continuo es cuando los cambios en el valor de la variable pueden ocurrir en cualquier momento.

Modelos libre de Arbitraje y modelos de Equilibrio

Los modelos libre de arbitraje inician con los supuestos acerca del comportamiento estocástico de una o varias tasas de interés y sobre un riesgo específico de mercado y derivan el precio de activos suponiendo que no existe arbitraje, es decir que ninguna estrategia genera ganancias extraordinarias seguras sin ningún costo asociado.

En contraste los modelos de equilibrio empiezan con una descripción de la economía, incluyendo las funciones de utilidad de un inversionista representativo y derivan la estructura de tasas de interés, el premio al riesgo de mercado, y otros precios de manera endógena, suponiendo que existe equilibrio en el mercado de activos.

No obstante lo anterior, la distinción entre estos modelos es pequeña ya que los modelos de equilibrio suponen que no existe arbitraje, porque de lo contrario la economía no estaría en equilibrio.

De acuerdo al tipo de ajuste que se realice en la estructura de tasas de interés los modelos de no arbitraje o de equilibrio se subclasifican en:

Modelos de Ajuste y modelos que no se ajustan

Los modelos de ajuste a la estructura de tasas de interés suponen que ésta se determina de manera exógena, generalmente utilizan la información del mercado y la ecuación diferencial estocástica de las variables se obtiene para una fecha específica. En ese sentido estos modelos se construyen de tal manera que el modelo estimado se ajusta a la estructura de tasas inicial.

Los modelos que no se ajustan a la estructura de tasas inicial especifican primeramente la dinámica de las variables y como consecuencia de estas especificidades se obtiene la estructura de tasas de manera endógena. En general estos modelos no se ajustan adecuadamente a la curva de rendimiento observada.

De acuerdo al número de factores que explican el comportamiento de la estructura de tasas de interés los modelos estocásticos se clasifican en modelos de un solo factor o modelos multifactoriales.

Modelos de un solo factor.

Los modelos de un solo factor suponen que toda la información sobre la estructura de tasas de interés se concentra en un determinado momento y en un solo factor. Aunque cualquier tasa de interés puede ser utilizada, normalmente utilizan la tasa de interés de corto plazo. Por lo tanto solo esta tasa y su plazo de vencimiento afectarán el precio de cualquier activo que dependa del comportamiento de la estructura de tasas de interés.

El hecho de que un solo factor explique el comportamiento de la estructura de tasas significa que todas las tasas se mueven en la misma dirección en determinado horizonte de tiempo, pero no necesariamente en la misma proporción.

Los modelos de equilibrio de un solo factor, Hull (2003)²⁰, normalmente suponen cierto comportamiento de las variables económicas y con ello derivan el proceso estocástico para la tasa de interés de corto plazo²¹. Conocido el proceso se determinan los precios de los instrumentos de deuda y de sus derivados.

Los precios de estos instrumentos dependen exclusivamente del proceso estocástico de la tasa de corto plazo en un mundo de riesgo neutral.²²

En los modelos de equilibrio de un solo factor, el proceso estocástico de la tasa supone que existe una sola fuente de incertidumbre en un mundo neutral al riesgo, este proceso se define como:

$$dr = \mu(r)dt + \sigma(r)dw. \quad (4.1)$$

La μ es la tendencia instantánea y la σ es la desviación estándar instantánea, son funciones de la tasa de interés pero son independientes del tiempo.

²⁰ Para mayor detalle de los modelos de equilibrio de uno y dos factores ver Hull (2003).

²¹ La tasa de interés de corto plazo se le llama tasa instantánea cuando es la tasa que en un determinado momento existe para cambios infinitamente cortos en el tiempo.

²² Se llama mundo neutral al riesgo aquel que en un periodo de corto plazo los inversionistas obtienen la tasa promedio del periodo considerado.

A continuación se presentan brevemente tres de modelos de equilibrio de un solo factor. Vasicek (1977), Rendleman y Bartter (1980) y Cox, Ingersoll and Ross (1985).

El modelo Vasicek

Vasicek deriva una forma general de la estructura de tasas de interés bajo los siguientes supuestos: la tasa de interés de contado instantánea sigue un proceso de difusión, el precio de un bono cupón cero depende de la tasa de contado en ese periodo y el mercado es eficiente. Bajo estos supuestos y añadiendo el supuesto de no arbitraje, muestra que la tasa esperada de rendimiento de un bono menos la tasa de contado es proporcional a su desviación. Esta propiedad se utiliza para derivar la ecuación diferencial que determina los precios de los bonos. La solución a esta ecuación esta dada por la representación de la integral estocástica como se muestra a continuación.

En el modelo de Vasicek el proceso estocástico de la tasa de corto plazo en un mundo neutral al riesgo esta dado por:

$$dr = a(b - r)dt + \sigma(r)dw. \quad (4.2)$$

En este modelo a , b , y σ son constantes. Además el modelo incorpora reversión a la media esto significa que la tasa de corto plazo regresa al nivel de la constante b , con un ritmo que esta dado por a .

El término estocástico $\sigma(r)dw$ se distribuye normalmente.

Con la ecuación del precio $P(t, T) = E(e^{-r(T-t)})$ (4.3) Vasicek obtiene la siguiente expresión al tiempo t de un bono cupón que paga \$1 al vencimiento.

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(T-t)r(t)} \quad (4.4)$$

donde $r(t)$ es el valor de r en el tiempo t .

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a} \quad (4.5)$$

$$A(t, T) = e \left[\frac{(B(t, T) - T + t)(a^2 b - \frac{\sigma^2}{2})}{a^2} - \frac{\sigma^2 B(t, T)^2}{4a} \right] \quad (4.6)$$

Cuando $a = 0$ se tiene que $B(t, T) = T - t$, y $A(t, T) = e \left(\frac{\sigma^2 (T - t)^3}{6} \right)$ (4.7)

La ecuación tradicional del precio $P(t, T) = e^{-R(t, T)(T-t)}$ (4.8)

Y despejando para $R(t, T)$ se tiene:

$$R(t, T) = \frac{1}{T - t} \ln P(t, T) \quad (*) \quad (4.9)$$

Para Vasicek la formula del precio esta dado por:

$$P(t, T) = A(t, T) e^{-B(t, T)r(t)} \quad (4.10)$$

obteniendo $R(t, T)$ de la ecuación del precio y usando (*) se tiene:

$$R(t, T) = \frac{1}{T - t} \ln A(t, T) + \frac{1}{T - t} B(t, T)r(t) \quad (4.11)$$

Con la formula anterior se obtiene la estructura de tasas con las distintas formas: normal, invertida, jorabada, horizontal. Dicha estructura de tasas es determinada como una función de $r(t)$ una vez escogidos los parámetros a, b , y σ .

Se aplicó el modelo Vasicek al caso mexicano para diferentes años de la muestra considerada y se obtuvo que en el caso de cambios bruscos en las tasas de interés el modelo generaba tasas de interés negativas.

A manera de ejemplo en las gráficas se presentan dos años en los cuales se observa la dinámica de la curva de rendimiento. En el año 1991 el modelo proporciona una curva de rendimiento adecuada y en el año de 1994 la curva de rendimiento observada presenta tasas de interés extremadamente altas y también tasas negativas. Anexo 3 ver gráfica 1 y gráfica 2.

El modelo de Cox, Ingersoll y Ross (CIR).

El modelo CIR es un modelo de inter-temporal de equilibrio de valuación de precios de activos que estudia la estructura de plazos de las tasas de interés. En este modelo la aversión al riesgo, los shock anticipados, las diferentes alternativas de inversión y las preferencias entre consumo futuro y presente juegan un papel muy importante en determinar el precio de los bonos.

El modelo CIR propone una forma alternativa para que las tasas de interés no sean negativas. Ya que esta es una de las principales críticas al modelo de Vasicek.

En el mundo neutral al riesgo el proceso que sigue la tasa de interés de corto plazo es:

$$dr = a(b - r)dt + \sigma\sqrt{r}dw. \quad (4.12)$$

Este modelo tiene la misma reversión a la media del modelo de Vasicek. Sin embargo, la desviación estándar de los cambios de la tasa de interés en un período corto es proporcional a \sqrt{r} lo que significa que a medida que se incrementan las tasas de interés de corto plazo también se incrementa su desviación estándar.

Cox, Ingersoll y Ross muestran la misma forma general de Vasicek:

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)} \quad (4.13)$$

Sin embargo, las funciones de $A(t, T)$ y $B(t, T)$ son diferentes:

$$B(t, T) = \frac{2(e^{\gamma(T-t)} - 1)}{(\gamma + a)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \quad (4.14)$$

$$A(t, T) = \left(\frac{2\gamma e^{(a+\gamma)(T-t)/2}}{(\gamma + a)(e^{\gamma(T-t)} - 1) + 2\gamma} \right)^{2ab/\sigma^2} \quad (4.15)$$

$$\gamma = \sqrt{a^2 + 2\sigma^2} \quad (4.16)$$

Con este modelo se obtienen las curvas con las distintas formas de la estructura de tasas de interés, con pendiente positiva, pendiente negativa, jorobadas. En general, la forma de la estructura de plazos al tiempo t es independiente de $r(t)$, pero depende de t .

De la misma forma que en el modelo de Vasicek la tasa de largo plazo es linealmente dependiente de la tasa de corto plazo lo que significa que el nivel de $r(t)$ determina el nivel de la estructura de plazos de la tasa de interés.

Una de las principales críticas que se le hacen a los modelos de equilibrio en general y al modelo CIR en particular, es que los resultados empíricos indican que dichos modelos no permiten que el parámetro de reversión a la media varíe a través del tiempo y la volatilidad depende solo del nivel de la tasa de interés de corto plazo y falla como un modelo que considere la correlación serial y condicional de las varianzas. Bali Turan (1999).

Se aplicó el modelo CIR al caso mexicano con resultados poco convincentes en los años 1991 y 1995 como se aprecia en las gráficas 3 y 4 del anexo 3, aparece una curva con joroba invertida y no se parece en nada a las curvas observadas en esos dos años.

Modelos de Equilibrio de dos factores

Los modelos de dos factores suponen que la información sobre la estructura de tasas de interés se encuentra tanto en la tasa de corto plazo como en la tasa de largo plazo. Por ello, el proceso estocástico que determina el comportamiento de estas dos tasas, es lo que determina la estructura de plazos de las tasas de interés y con ello los precios de los instrumentos asociados a esta estructura.

Brennan Schwartz

Dentro de los modelos de equilibrio de dos factores tenemos el modelo de Brennan y Schwartz (1979). Este es un modelo de no arbitraje de la estructura de tasas de interés basado en el supuesto de que la estructura de tasas de interés en cada uno de sus puntos puede expresarse como una función de los rendimientos de largo plazo y de corto plazo de los instrumentos libres de riesgo. Además que las tasas de largo y corto plazo siguen un proceso Gausino-Browniano. Los argumentos de arbitraje son usados para derivar la ecuación diferencial parcial que satisface los precios de los instrumentos libre de riesgo. En otras palabras se trata de estimar el proceso estocástico conjunto para la tasa de largo y de corto plazo.

Sean r y l las tasas de interés instantáneas de corto y largo plazo, supóngase que siguen el siguiente proceso estocástico conjunto de la forma general:

$$dr = \beta_1(r, l, t)dt + \eta_1(r, l, t)dz_1 \quad (4.17)$$

$$dl = \beta_2(r, l, t)dt + \eta_2(r, l, t)dz_2 \quad (4.18)$$

donde: dz_1, dz_2 son procesos brownianos con $E[dz_1] = E[dz_2] = 0, dz_1^2 = dz_2^2 = dt, dz_1, dz_2 = \rho dt$.

$\beta_1(\cdot)$ y $\beta_2(\cdot)$ son las tasas instantáneas de los cambios entre la tasa instantánea de largo plazo y de corto plazo respectivamente y donde $\eta_1(\cdot)$ y $\eta_2(\cdot)$ son las varianzas instantáneas de los cambios en las tasas entre las tasas de largo y corto plazo. ρ es la correlación instantánea entre los cambios no anticipados de las tasas de interés de largo y de corto plazo.

El sistema de ecuaciones de las tasas de corto y largo plazo aquí presentado describe una situación en la cual los cambios instantáneos de la tasa de largo plazo y de corto plazo son parcialmente independientes: tanto la tasa esperada como la varianza de los cambios en las tasas de cada tasa interés (corto y largo plazo) puede depender sobre su propio valor y sobre el valor de la otra tasa. Adicionalmente, el sistema permite que cambios no anticipados en las dos tasas puedan estar correlacionados.

El precio de un bono libre de riesgo crediticio que promete un \$1 a su vencimiento depende de las tasas de interés de corto y de largo plazo y esta dada por:

$$\frac{DB}{B} = \mu(r, l, \tau)dt + s_1(r, l, \tau)dz_1 + s_2(r, l, \tau)dz_2 \quad (4.19)$$

Donde: $\mu(r, l, \tau) = \frac{B_1\beta_1 + B_2\beta_2 + \frac{1}{2}B_{11}\eta_1^2 + \frac{1}{2}B_{22}\eta_2^2 + B_{12}\rho\eta_1\eta_2 - B_3}{B} \quad (4.20)$

$$s_1(r, l, \tau) = \frac{B_1\eta_1}{B} \quad (4.21)$$

$$s_2(r, l, \tau) = \frac{B_2\eta_2}{B} \quad (4.22)$$

$$B_1 = \frac{\partial B}{\partial r}, \quad B_2 = \frac{\partial B}{\partial l}, \quad B_3 = \frac{\partial B}{\partial \tau} \quad (4.23)$$

El modelo Brennan y Schwartz sostiene que dado el proceso estocástico conjunto de la tasa de interés de corto y de largo plazo, la relación de equilibrio esta dada por la ecuación diferencial parcial siguiente:

$$\frac{1}{2}B_{11}\eta_1^2 + \frac{1}{2}B_{22}\eta_2^2 + B_{12}\rho\eta_1\eta_2 + B_1(\beta_1 - \lambda_1\eta_1) + B_2\left(\frac{\eta_2^2}{l^2} + l^2 - rl\right) - B_3 - Br = 0 \quad (4.24)$$

Debido a que el rendimiento de un bono es el reciproco de su precio y utilizando el lema de Ito se obtiene el proceso seguido por el rendimiento del proceso que sigue el precio del bono. Esto simplifica el análisis porque el rendimiento esperado de un bono, en un mundo neutral al riesgo, debe ser la tasa libre de riesgo.

Una de las principales críticas a este modelo como lo señala Hogan (1993), es la posibilidad de que existan oportunidades de arbitraje si las tasas de largo plazo se alejan de las de corto plazo, ya que un rendimiento suficientemente alto de un bono de largo plazo permitirá que un inversionista compre el bono de largo plazo y pague el préstamo obtenido a la tasa de corto plazo obteniendo ganancia con probabilidad 1 en determinado tiempo.

Este modelo no se aplicó al caso de México debido a las fuertes diferencias que históricamente han existido en las Tasas de corto y de largo plazo en México.

Modelos de No arbitraje

Un modelo de no arbitraje es aquel que se diseña de tal manera que sea consistente con la estructura de plazos de las tasas de interés observadas en el presente. La diferencia esencial entre un modelo de equilibrio y un modelo de no arbitraje es que en los modelos de equilibrio la estructura actual de tasas de interés es un resultado mientras que en los modelos de no arbitraje la estructura actual de tasas de interés es un insumo.

En un modelo de equilibrio la tendencia de la tasa de interés de corto plazo no depende del tiempo. En los modelos de no arbitraje esta tendencia es en general dependiente del tiempo. Esto se debe fundamentalmente a que la curva de rendimiento inicial gobierna la trayectoria seguida por la tasa de corto plazo.

Los modelos de equilibrio de un factor presentados anteriormente tienen la desventaja de no coincidir con la estructura de tasas de interés inicial observada por el mercado, aún cuando se utilicen los parámetros adecuados, en la práctica la estructura de tasas que se obtiene no se ajusta a la estructura de tasas observada y en algunos casos se obtienen errores muy significativos.

Surgen de esta manera modelos que van a incluir la estructura inicial de tasas de interés como un insumo y van a incorporar a la tendencia la dependencia del tiempo.

Modelos de no arbitraje de un solo factor

Modelo Black, Derman y Toy

El modelo Black, Derman, Toy (1990) es un modelo simple de tasas de interés donde las estructuras de plazos de la tasa de interés depende de la tasa de corto plazo. La estructura actual de las tasas y sus volatilidades estimadas son utilizadas para construir los árboles binomiales que determinan las tasas futuras de corto plazo.

Un bono cupón cero con vencimiento a dos años, se le conoce su precio al término de ese periodo independientemente de la tasa de interés que exista. Sus precios posibles después de un año se pueden obtener descontando el precio esperado en el año dos con las posibles tasas de interés de corto plazo de un año. Se lleva a cabo un proceso iterativo que permite encontrar las tasas de corto plazo que son consistentes con la estructura de plazos inicial. Es decir, la característica de este modelo es que los datos del mercado son el insumo para el modelo y los resultados se obtienen de los árboles binomiales.

El modelo de BDT es un modelo discreto, también en un mundo neutral al riesgo. Suponiendo que se tiene un instrumento con valor el día de hoy de S y que su precio puede irse a la alza o a la baja con una probabilidad igual en el siguiente periodo. El precio esperado de S dentro de un año es $\frac{1}{2}s_u + \frac{1}{2}s_d$ y su rendimiento

esperado es $\frac{\frac{1}{2}s_u + \frac{1}{2}s_d}{S}$. Bajo el supuesto de que todas las tasas esperadas son iguales y porque se puede prestar a la tasa de r se deduce que el precio esperado de un activo dentro de un año es:

$$S = \frac{\frac{1}{2}s_u + \frac{1}{2}s_d}{1+r} \quad (4.25)$$

r es la tasa de corto plazo en el presente.

Como las tasas de interés se cotizan en rendimientos y no en precios, la tasa de interés (y) dentro de n años esta dada por la siguiente ecuación:

$$S = \frac{1}{(1+y)^n} \quad (4.26)$$

Similarmente y_u y y_d le corresponde dentro de un año los precios s_u , s_d están dados por:

$$s_{u,d} = \frac{1}{(1+y_{u,d})^{n-1}} \quad (4.27)$$

Las tasas futuras desconocidas r_u , r_d se encuentran de manera numérica requiriendo que sus valores sean tales que coincidan con los precios y la volatilidades observadas por ejemplo las tasas del siguiente año deben coincidir con la volatilidad observada del bono que vence en dos años dada por (σ_2).

$$\sigma_2 = \frac{\ln(\frac{r_u}{r_d})}{2} \quad (4.28)$$

Siguiendo este procedimiento se obtienen las distintas tasas que forman la estructura de plazos de tasas de interés.

Expresando el modelo de manera equivalente continua se tiene:

$$d \ln(r(t)) = [\theta(t) - \alpha \ln(r(t))]dt + \sigma_r dw(t) \quad (4.29)$$

Usando el lema de Ito la ecuación anterior se puede reescribir de la siguiente manera:

$$dr(t) = r(t)[\theta(t) - \kappa \ln(r(t)) + \frac{1}{2} \sigma_r^2]dt + \sigma_r r(t)dw(t) \quad (4.30)$$

Donde κ es la velocidad de reversión a la media. Este modelo asume un proceso log-normal de la tasa de interés de corto plazo.

Radhakrishnan (1998) señala que el modelo BDT genera error en los precios independientemente de que el modelo sea ajustado a las volatilidades de los rendimientos o la volatilidad de la tasa de corto plazo. Usando el modelo Heath-Jarrow-Morton como parámetro se encuentra que si el modelo es ajustado con las volatilidades de los rendimientos el modelo subvalúa el precio de las opciones con largos plazos de vencimiento. Contrariamente, si se utiliza el rendimiento de la tasa de corto plazo el modelo BDT sobrevalúa el precio de las opciones con largos plazos de vencimiento.

Adicionalmente, Phelim P. Boyle, Ken Seng Tan And Weidong Tian (2001), muestran algunos problemas técnicos adicionales cuando tratan de ajustar la curva de rendimiento mediante el modelo BDT. utilizan como un insumo los rendimientos y las volatilidades de la estructura de tasas e incorporan nuevas condiciones matemáticas tanto en el precio de los bonos como en las volatilidades de los rendimientos.

El modelo Ho – Lee

El modelo Ho-Lee (1986) fue el primero que propuso la existencia de no arbitraje de la estructura de plazos de tasas de interés. Este trabajo presentó un modelo utilizando árboles binomiales de precios de bonos con dos parámetros: la desviación estándar de la tasa de corto plazo y el precio al riesgo de mercado de dicha tasa. Este modelo muestra que los cambios en la tasa de corto plazo están dados por la ecuación:

$$dr = \theta(t)dt + \sigma dz \quad (4.31)$$

Donde, σ la desviación instantánea de la tasa de corto plazo es constante y $\theta(t)$ es una función del tiempo escogida de manera tal que se ajuste a la estructura inicial de plazos de tasas de interés. Además, $\theta(t)$ define la dirección promedio en la que se mueve la tasa de interés de corto plazo al tiempo t , la cual es independiente del nivel de la tasa r . Los parámetros de Ho-Lee relacionados con el precio al riesgo de mercado no son relevantes cuando el modelo se utiliza para valuar los derivados de tasas de interés.

La variable $\theta(t)$ puede ser calculada de manera analítica

$$\theta(t) = F_r(0,t) + \sigma^2 t \quad (4.32)$$

Donde $F_r(0,t)$ es la tasa instantánea adelantada (forward) con plazo de vencimiento t . Cuando $\theta(t)$ iguala $F_r(0,t)$ significa que la dirección en promedio de la tasa instantánea de corto plazo se moverá en el futuro y será la pendiente de la tasa adelantada (forward) instantánea.

En el modelo Ho-Lee la pendiente de la curva adelantada (forward) define la dirección promedio que tomará la tasa de corto plazo a través del tiempo.

En el modelo Ho-Lee el precio de un bono cupón cero al tiempo t está dado por:

$$P(t,T) = A(t,T)e^{-r(t)(T-t)} \quad (4.33)$$

Donde:

$$\ln A(t,T) = \ln \frac{P(0,T)}{P(0,t)} - (T-t) \frac{\partial \ln P(0,T)}{\partial t} - \frac{1}{2} \sigma^2 t(T-t)^2 \quad (4.34)$$

En estas ecuaciones el tiempo cero es el presente. La ecuación anterior define el precio de un bono cupón cero en una fecha futura t en términos de la tasa de corto plazo al tiempo t y precios de los bonos en el presente.

Aplicaciones del modelo Ho-Lee a la curva de rendimiento de los Estados Unidos sugiere que la curva puede ser horizontal por ciertos periodos lo que significa que las variaciones en los rendimientos pueden ser muy pequeños a través de los distintos plazos de vencimiento y en otros periodos pueden mostrar sustanciales diferencias a través de los distintos plazos de vencimiento mostrando claramente que no existe una correlación perfecta entre la tasa de contado con la tasas forwards. Como la relación entre las tasas de contado y las tasas adelantadas no es perfecta dos bonos con iguales tasas de cupón pero diferentes plazos de vencimiento deberían tener un precio positivo. Las condiciones impuestas a las perturbaciones de la curva no son suficientes ya que se pueden obtener tasas adelantadas negativas. Otra limitante del modelo es que los cambios en las tasas adelantadas se incrementan con el plazo de vencimiento de los instrumentos generándose drásticas variaciones en las tasas adelantadas. Avellaneda (2000).

Modelo Hull-White

El modelo Hull-White (1990) puede verse como una extensión del modelo Vasicek.

$$dr = a\left(\frac{\theta(t)}{a} - r\right)dt + \sigma dz \quad (4.35)$$

Donde a y σ son constantes, este modelo puede ser caracterizado como el modelo Ho-Lee con reversión a la media a la tasa a . También puede ser caracterizado como el modelo Vasicek con reversión del nivel dependiente del tiempo. En un periodo corto de tiempo la tasa de corto plazo se revierte a $\frac{\theta(t)}{a}$ con una tasa a . El modelo Ho-Lee es un caso particular del modelo Hull-White $a = 0$. La función $\theta(t)$ puede ser calculada con la estructura de tasas inicial.

$$\theta(t) = F_t(0, t) + aF(0, t) + \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at}) \quad (4.36)$$

El último término es sumamente pequeño de manera que si se ignora el proceso de la tendencia para la tasa r al tiempo t es: $F_t(0, t) + a[F(0, t) - r]$ Esto demuestra que en promedio la tasa r sigue a la pendiente de la curva instantánea de la

estructura de las tasas adelantadas (forwards). Cuando se desvía de la curva se revierte a la tasa a .

El precio de los bonos en el modelo Hull-White es:

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)r(t)} \quad (4.37)$$

$$\text{Donde: } B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a} \quad (4.38) \quad \text{y}$$

$$\ln A(t, T) = \ln \frac{P(0, T)}{P(0, t)} - B(t, T) \frac{\partial \ln P(0, T)}{\partial t} - \frac{1}{2} \sigma^2 (e^{-aT} - e^{-at})^2 (e^{-2at} - 1) \quad (4.39)$$

La principal desventaja de los modelos de Ho-Lee y Hull-White es que la tasa de corto plazo puede ser negativa, por lo que los siguientes modelos permiten obtener únicamente tasas positivas.

Modelos de no arbitraje de varios Factores

Modelo de dos factores Hull-White

El modelo de dos factores Hull_White (1994) sugiere que los cambios en la tasa siguen los procesos dados por las siguientes ecuaciones:

$$d f(r) = [\theta(t) + u - af(r)]dt + \sigma_1 dz_1 \quad (4.40)$$

Donde u tiene un valor inicial y sigue el proceso

$$du = -bu dt + \sigma_2 dz_2 \quad (4.41)$$

El parámetro $\theta(t)$ se escoge de tal manera que sea consistente con la estructura de tasas inicial. La variable estocástica u es un componente de la reversión del nivel de r y la revierte al nivel a cero a la tasa b . Los parámetros a , b , σ_1 y σ_2 son constantes y dz_1, dz_2 son procesos brownianos con correlación instantánea ρ .

Modelo de Heath -Jarrow –Morton

HJM (1992), es un modelo de no arbitraje donde el proceso que sigue la estructura de tasas es no-Markoviano lo cuál genera dificultades para su implementación.

Se define:

$P(t,T)$: precio de un bono cupón cero con valor nominal de \$1 y con vencimiento a la fecha T.

Ω_t : Vector de precios de los bonos y de tasas de interés al tiempo t, que son relevantes para determinar las volatilidades de los precios en ese tiempo.

$v(t,t,\Omega_t)$: volatilidad de $P(t,T)$

$f(t,T_1,T_2)$: tasa adelantada que se observa en t, y corresponde al periodo entre T_1 y T_2 .

$F(t,T)$: Tasa adelantada instantánea que se observa en t, para un contrato que tiene vencimiento T.

$r(t)$:tasa libre de riesgo de corto plazo al tiempo t.

$dz(t)$: proceso browniano que determina los movimientos de la estructura de tasas de interés.

Supóngase que el modelo es de un solo factor en un mundo neutral al riesgo y que se opera un bono cupón cero, el rendimiento de dicho instrumento debe ser r , lo que significa que el proceso estocástico para los precios de los bonos cupón cero y las tasas adelantadas (tasas forward) tiene la siguiente forma:

$$dP(t,T) = r(t)P(t,T)dt + v(t,T,\Omega_t)P(t,T)dz(t) \quad (4.42)$$

Ω_t , como ya se mencionó, indica el vector histórico pasado y presente de las tasas de interés y precios de los bonos que son relevantes para determinar las volatilidades de los precios a una fecha determinada, v indica la volatilidad de dichos precios.

Debido a que la volatilidad de los precios de los bonos decae a cero a la fecha de vencimiento entonces se tiene que:

$$v(t,t,\Omega_t) = 0 \quad (4.43)$$

Por otro lado, se sabe que las tasas adelantadas

$$f(t, T_1, T_2) = \frac{\ln[P(t, T_1)] - \ln[P(t, T_2)]}{T_2 - T_1} \quad (4.44)$$

De la ecuación $dP(t, T)$ y utilizando el lema de Ito se tiene que:

$$d \ln [P(t, T_1)] = \left[r(t) - \frac{v(t, T_1, \Omega_t)^2}{2} \right] dt + v(t, T_1, \Omega_t) dz(t) \quad (4.45)$$

$$d \ln [P(t, T_2)] = \left[r(t) - \frac{v(t, T_2, \Omega_t)^2}{2} \right] dt + v(t, T_2, \Omega_t) dz(t) \quad (4.46)$$

De manera que:

$$df(t, T_1, T_2) = \frac{v(t, T_2, \Omega_t)^2 - v(t, T_1, \Omega_t)^2}{2(T_2 - T_1)} dt + \frac{v(t, T_2, \Omega_t) - v(t, T_1, \Omega_t)}{(T_2 - T_1)} dz(t) \quad (4.46)$$

La ecuación 4.46 muestra que el proceso de no arbitraje de f depende solamente de v 's este proceso depende de las tasas de interés y de los precios en la medida que las v 's dependen de esas variables.

Cuando se pone $T_1 = T$ y $T_2 = T + \Delta T$ y tomando límites a medida que ΔT tiende a cero, $f(t, T_1, T_2)$ se convierte $F(t, T)$ y el coeficiente $dz(t)$ se convierte en $v_T(t, T, \Omega_t)$ y el coeficiente de dt se convierte en:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial [v(t, T, \Omega_t)^2]}{\partial T} = v(t, T, \Omega_t) v_T(t, T, \Omega_t) \quad (4.47)$$

Donde v denota la derivada parcial. De ahí se sigue que:

$$dF(t, T) = v(t, T, \Omega_t) v_T(t, T, \Omega_t) dt - v_T(t, T, \Omega_t) dz(t) \quad (4.48)$$

Una vez especificada la función $v(t, T, \Omega_t)$, el proceso neutral al riesgo para $F(t, T)$ es conocido. La ecuación de $dF(t, T)$ muestra que hay clara relación entre el desplazamiento y la tasa instantánea adelantada, lo que resulta ser la clave del modelo Heat-Jarrow-Morton. Integrando $v_\tau(t, \tau, \Omega_\tau)$ donde $\tau = t$ y $\tau = T$ se obtiene:

$$v(t, T, \Omega_t) - v(t, t, \Omega_t) = \int_t^T v_\tau(t, \tau, \Omega_\tau) d\tau$$

dado que $v(t, t, \Omega_t) = 0$ (4.49)

$$\text{Lo anterior se convierte en: } v(t, T, \Omega_t) = \int_t^T v_\tau(t, \tau, \Omega_\tau) d\tau \quad (4.50)$$

Si $m(t, T, \Omega_t)$ y $s(t, T, \Omega_t)$ son el desplazamiento instantáneo y la desviación estándar instantánea de $F(t, T)$ entonces se tiene que:

$$dF(t, T) = m(t, T, \Omega_t) dt + s(t, T, \Omega_t) dz \quad (4.51)$$

utilizando la ecuación de $dF(t, T) = v(t, T, \Omega_t)v_T(t, T, \Omega_t)dt - v_T(t, T, \Omega_t)dz(t)$ se tiene que:

$$m(t, T, \Omega_t) = s(t, T, \Omega_t) \int_t^T v_\tau(t, \tau, \Omega_\tau) d\tau. \quad (4.52)$$

Este modelo se puede extender a varios factores independientes por lo que se tiene:

$$dF(t, T) = m(t, T, \Omega_t) dt + \sum_k s_k(t, T, \Omega_t) dz_k \quad (4.53)$$

Y también:

$$m(t, T, \Omega_t) = \sum_k s_k(t, T, \Omega_t) \int_t^T v_\tau(t, \tau, \Omega_\tau) d\tau \quad (4.54)$$

Las dificultades de implementación de este modelo como resultado de que las tasas adelantadas instantáneas no son directamente observables en el mercado y esto ocasionaba dificultades para calibrar el modelo con los instrumentos que se estaban operando en el mismo, llevó a varios autores a proponer los modelos de Mercado Libor que a continuación se mencionan.

Modelos de Mercado Libor.

Se define $t_0 = 0$ y se deja t_1, t_2, t_3, \dots sean los tiempos donde se fijan las tasas para los CAPs²³, en particular en los Estados Unidos las fechas se fijan de manera trimestral por lo que las tasas son trimestrales.

Defínase $\Delta_k = t_{k+1} - t_k$ (4.55) y,

$F_k(t)$: Tasa adelantada entre dos fechas t_k y t_{k+1}

$m(t)$: Índice para la próxima fecha de fijar tasa al tiempo t .

$\zeta_k(t)$: Volatilidad de $F_k(t)$ al tiempo t .

$v_k(t)$: Volatilidad del precio de un bono cupón cero $P(t, t_k)$ al tiempo t .

²³ Los CAPs son opciones que proporcionan un pago cuando se alcanza una tasa de interés por arriba de la especificada. La tasa de interés es una tasa flotante que cambia periódicamente.

Inicialmente se asume que hay un solo factor. En un mundo donde la tasa adelantada es neutral al riesgo con respecto a $P(t, t_{k+1})$, $F_k(t)$ es una martingala que sigue el proceso:

$$dF_k(t) = \zeta_k(t)F_k(t)dz \quad (4.56)$$

Donde dz es un proceso browniano.

En la practica es más conveniente valuar los derivados de tasas trabajando en un mundo donde la tasa forward o adelantada es neutral al riesgo con respecto al bono con vencimiento a la siguiente fecha de fijación de tasas. Esto es el riesgo neutral con forwards engrapados, de esta manera el proceso que sigue $dF_k(t)$ los forwards engrapados es:

$$dF_k(t) = \zeta_k(t)[v_{m(t)}(t) - v_{k+1}(t)]F_k(t)dt + \zeta_k(t)F_k(t)dz \quad (4.57)$$

La relación entre las tasas adelantadas y los precios de los bonos es:

$$\frac{P(t, t_i)}{P(t, t_{i+1})} = 1 + \delta_i F_i(t) \quad \text{o también} \quad \ln P(t, t_i) - \ln P(t, t_{i+1}) = \ln[1 + \delta_i F_i(t)] \quad (4.58)$$

Usando el lema de Ito e igualando los coeficientes de dz se obtiene:

$$v_i(t) - v_{i+1}(t) = \frac{\delta_i F_i(t) \zeta_i(t)}{1 + \delta_i F_i(t)} \quad (4.59)$$

De esta manera el proceso de $F_k(t)$ es:

$$\frac{dF_k(t)}{F_k(t)} = \sum_{i=m(t)}^k \frac{\delta_i F_i(t) \zeta_i(t) \zeta_k(t)}{1 + \delta_i F_i(t)} dt + \zeta_k(t) dz \quad (4.60)$$

El modelo de Heat-Jarrow-Morton es un caso particular de los modelos de mercado libor cuando δ_i tiende a cero.

La metodología del modelo HJM es similar a la de los modelos Ho-Lee H-L (1986) y Hull-White H-W (1990), en varios sentidos: En primer lugar se requiere una curva de rendimiento inicial, la cual es proporcionada por el mercado. Adicionalmente, la tendencia de la tasa forward instantánea se calibra de tal forma que el premio al riesgo estandarizado por volatilidad sea cero. Las diferencias entre el Modelo HJM y H-L, H-W a) el proceso de valuación en el primero se inicia con una especificación exógena de la dinámica estocástica de la tasa forward. b) La hipótesis de expectativas en el modelo HJM para valuar un bono es

que el nominal se descuenta con el promedio de la tasa forward durante la vigencia del instrumento, razón por lo que el precio del bono es una variable aleatoria c) la calibración en HJM es un procedimiento implícito en la metodología y no requiere argumentos de ajuste como en el caso H-L y H-W. En virtud de que, bajo la metodología HJM, el precio de un bono es una variable aleatoria, el método Monte Carlo es una herramienta muy útil en la práctica. Una desventaja del modelo HJM es que se pueden producir tasas forwards negativas con probabilidad positiva. Venegas 2006.

Modelos estadísticos de estimación de la curva de rendimiento.

Los modelos estadísticos que estiman el comportamiento de la curva de rendimiento tienen el mismo objetivo de valuar instrumentos de deuda y derivados, administrar el riesgo de la tasa de interés y también pronosticar el comportamiento de la estructura de plazos se pueden clasificar en:

1. Modelos de componentes principales,
2. Modelos de tasa de contado (spot rate models)
3. Modelos funcionales.

Estudios empíricos, Litterman-Scheinkman (1991), que utilizan la técnica estadística de componentes principales han encontrado que existen tres factores importantes que explican el riesgo asociado a los rendimientos de los instrumentos de deuda. Cambios en el nivel de las tasas de interés (desplazamiento paralelo de la curva de rendimiento), cambios en la forma de la curva de rendimiento y cambios en la curvatura de la curva de rendimiento.

En el caso de los modelos de tasas de contado, los factores de estos modelos tienen como base las duraciones de los bonos cupón cero en puntos específicos a lo largo de la estructura de tasas de interés, es decir los cambios en cada una de las tasas de interés claves de la curva de rendimiento determinan los cambios asociados a los rendimientos del portafolio de deuda.

Los modelos funcionales Jabbour-Mansi (2002) estiman el comportamiento de la curva de rendimiento a través de la interpolación de la función para suavizar la curva.

Dos métodos destacan: El discreto que utiliza funciones de interpolación de funciones lineales (linear spline) o funciones cúbicas (cubic or smooth spline).

Método discreto

Debido a que la industria utiliza el método bootstrapping y funciones smooth splines a continuación se presenta en este trabajo estos dos métodos.

Método Bootstrapping

Este método consiste en extraer las tasas de interés de los bonos con pago de cupones frecuentes, conocidos los precios de estos bonos se van descontando los flujos de los cupones con las tasas de contado de los bonos cupón cero y de esta manera se van obteniendo las tasas de contado. Se realiza el proceso de manera iterativa hasta obtener la estructura de plazos de tasas de interés.

A manera de ejemplo, se toman en consideración los datos de los instrumentos gubernamentales de los bonos cupón cero de la emisión actual y se calcula la tasa interna de rendimiento²⁴ de los bonos gubernamentales con cupones periódicos y se supone un precio a la par. Suponga que se tienen los siguientes bonos cupón cero y bonos con cupones periódicos a diferentes plazos y lo que se quiere hacer es calcular la curva de contado.

Ejemplo de Calculo de la curva de Contado usando el método bootstraping.

Periodos semestrales	años	TIR anualizada	Precio a la Par	Tasa de Contado anualizada
1	0.5	3.0%	98.52	3.0%
2	1	3.3%	96.81	3.3%
3	1.5	3.5%	100	3.5%
4	2	3.9%	100	3.9%
5	1.5	4.4%	100	4.4%
6	3	4.7%	100	4.8%
7	3.5	4.9%	100	5.0%
8	4	5.0%	100	5.1%
9	4.5	5.1%	100	5.2%
10	5	5.2%	100	5.3%
11	5.5	5.3%	100	5.4%
12	6	5.4%	100	5.5%

²⁴ El cálculo de la TIR se presentó en la valuación de bonos cupón cero y bonos con pago de cupones periódicos.

En el caso de las tasas a medio año y a un año se tiene que el rendimiento a vencimiento o TIR de los bonos cupón cero es igual a su tasa de contado.

Para calcular la tasa de contado del bono que vence en un año y medio se lleva a cabo el siguiente procedimiento:

$$\frac{1.75}{1.015} + \frac{1.75}{(1.0165)^2} + \frac{101.75}{(1+r)^3} = 100$$

$$r_c = .0175$$

$$\text{Monto Cupón} = .0175 * 100 = 1.75$$

$$\frac{1.75}{1.015} = 1.7241$$

$$\frac{1.75}{(1.0165)^2} = 1.6936$$

$$1.7241 + 1.6936 + \frac{101.75}{(1+r)^3} = 100$$

$$\frac{101.75}{(1+r)^3} = 100 - 1.7241 - 1.6936$$

$$(1+r)^3 = \frac{101.75}{96.5822}$$

$$(1+r) = \left(\frac{101.75}{96.5822}\right)^{(1/3)}$$

$$r = \left(\frac{101.75}{96.5822}\right)^{(1/3)} - 1$$

$$r = .017552$$

.015 es la tasa del bono cupón cero que vence en un semestre

.0165 al cuadrado es la tasa efectiva anual del bono cupón cero que vence en un año.

r es la tasa que se quiere encontrar y despejando la ecuación se obtiene que es igual a .01752.

La tasa anterior de manera anualizada es $.01752 * 2 = .035053$.

$$r_c = .0195$$

$$\text{Monto Cupón} = .0195 * 100 = 1.95$$

Se lleva a cabo el mismo procedimiento para calcular el bono que vence en 2 años.

$$\frac{1.95}{1.015} + \frac{1.95}{(1.0165)^2} + \frac{1.95}{(1.01752)^3} + \frac{101.95}{(1+r)^4} = 100$$

$$\frac{1.95}{1.015} = 1.9211$$

$$\frac{1.95}{(1.0165)^2} = 1.8872$$

$$\frac{1.95}{(1.01752)^3} = 1.85096$$

$$\frac{101.95}{(1+r)^4} = 100 - 1.9211 - 1.8872 - 1.85096$$

Despejando r se obtiene:

$$(1+r) = \left(\frac{101.95}{94.3406}\right)^{(1/4)}$$

$$r = \left(\frac{101.95}{94.3406}\right)^{(1/4)} - 1$$

$$r = .01958$$

.015 es la tasa del bono cupón cero que vence en un semestre

.0165 al cuadrado es la tasa efectiva anual del bono cupón cero que vence en un año.

.01752 es la tasa del tercer semestre elevada al cubo.

La tasa del cuarto semestre es la que se quiere obtener y despejando la ecuación es $r = .01958$

La tasa anterior de manera anualizada es $.01958 * 2 = .039164$

Siguiendo con el mismo procedimiento se obtienen el resto de las tasas.

Un punto importante a destacar, es que una vez que se conoce la estructura de plazos de tasas de interés, se calculan los precios de los bonos, de ahí la gran importancia que tiene la estimación adecuada de la curva de rendimiento.

Método Smooth Splines.

Cuando los nodos de las principales tasas son obtenidos por el método bootstrapping, se procede a obtener el modelo de la curva de rendimiento suavizada.

El spline suavizado, f , surge de resolver el siguiente problema²⁵:

$$\min_f p \sum_{i=1}^n w_i (r_i - f(t_i))^2 + (1-p) \int \lambda(s) [f''(s)]^2 ds \quad (4.61)$$

Esta expresión consta de dos elementos. El primero, representa la sumatoria que mide la diferencia que existe entre los rendimientos iniciales y los rendimientos del modelo. El segundo, la integral tomada del nodo inicial al nodo final, mide la suavidad de la función resultante. Se puede pensar que una recta, que tiene segunda derivada 0, es considerada bajo este criterio la función más suave. Tanto la sumatoria como la integral están ponderadas por el parámetro p , que está acotado entre 0 y 1. A mayor p mayor peso se le da a la suma de los errores, y a menor p mayor peso se le asigna a la suavidad de la función. Cuando $p=1$ el problema es idéntico al de spline cúbico. $\lambda(t)$ es el parámetro de suavizamiento. Tiene como valor de default 1. Las diferencias de los rendimientos y el modelo están ponderadas por las w 's. Estas w 's le dan diferente peso a las diferencias de los nodos. Se asume que la varianza de los rendimientos observados es mayor conforme crece el plazo, es decir, $\text{var}(\epsilon_t) = f(t)$ donde $f'(t) > 0$.

La propuesta es determinar las w 's como:

$$w_i = \frac{1/D_i}{\sum_{j=1}^n 1/D_j} \quad (4.62)$$

Donde D_i es la duración de un bono sin cupón con un plazo de t_i . Con lo que se establece que a menor plazo mayor peso se le otorga al nodo en cuestión. En la práctica este procedimiento arroja resultados satisfactorios.

La solución f , al problema resulta ser un polinomio. Este hecho tiene importantes implicaciones para la curva de tasas forwards implícitas obtenidas de la solución misma.

²⁵ Metodología proporcionada por el proveedor de precios VALMER. Sin embargo existe una vasta literatura al respecto que destaca las ventajas y desventajas de este método. Por ejemplo ver Vasicek-Fong (1987).

Una crítica importante a este modelo es que la estimación en la parte corta de la curva no es adecuada. Ver gráfica 5 Anexo 3.

Método Continuo.

El Método continuo donde destacan funciones de interpolación cuadráticas, de poder bilineal y exponenciales. En el caso de la estimación de funciones exponenciales el documento más citado es el de Nelson-Siegel.

El principal objetivo del tercer capítulo de esta investigación es mostrar un modelo estadístico de componentes principales y un modelo funcional exponencial, el cual es una modificación al trabajo de Nelson-Siegel, que explica el comportamiento de la curva de rendimiento de los instrumentos gubernamentales mexicanos. Ambos modelos destacan la importancia de tres factores en la determinación de la curva de rendimiento.

El modelo funcional que se utilizó en este trabajo es el Modelo Diebold-Li, (2003) el cual es una modificación del famoso Modelo Nelson-Siegel, (1987) el cual modela las curvas de rendimiento de manera parsimoniosa. Diebold-Li muestra que los tres componentes exponenciales del modelo de Nelson-Siegel se pueden modificar de manera que tengan una mejor interpretación económica y los denomina factores de nivel, pendiente y curvatura que explican y pronostican el comportamiento de la curva de rendimiento.

En este apartado se demuestra la alta correlación que existe entre estos dos modelos, aún cuando las metodologías son diferentes.

V. Modelos Litterman – Scheikman y Diebold-Li y su aplicación al caso de México.

La curva de rendimiento muestra la relación entre las tasas de contado de los instrumentos de deuda y sus correspondientes plazos de vencimientos. Esta relación es de gran importancia en la valuación de los instrumentos de deuda, en el manejo de portafolios con estos instrumentos y en el desarrollo de modelos estocásticos de no arbitraje para la valuación de derivados de instrumentos de deuda.

La forma de la curva de rendimiento es un indicador de las expectativas de las tasas futuras de interés y de la inflación, por ello es importante estimar de manera realista la distribución futura de las tasas de la curva de rendimiento.

Destacan dos enfoques básicos, propuestos, para la estimación de la curva de rendimiento: Uno es los modelos estocásticos de no arbitraje y el otro es el de los modelos estadísticos.

Dentro del primer enfoque sobresalen los siguientes modelos: Duffie and Kan (1996), Heath, Jarrow and Morton (1992), Cox, Ingersoll and Ross (1985), Vasicek (1977). Este enfoque se basa en la dinámica de las variables de estado en el tiempo, utilizando argumentos de equilibrio o de no arbitraje.

El segundo enfoque utiliza técnicas estadísticas para estimar la dinámica de la curva de rendimiento. Una de esas técnicas es la de componentes principales Litterman - Scheinkman (1991).

Otra técnica estadística para la estimación de la curva de rendimiento es utilizar componentes exponenciales, la cual se le conoce como modelo funcional. Tal es el caso del modelo Nelson-Siegel (1987) y el modelo de Diebold –Li (2003), éste último utiliza componentes exponenciales que cambian a través del tiempo. Esta técnica modela la curva de rendimiento periodo por periodo de manera que los tres parámetros que propone evolucionan dinámicamente. Estos tres parámetros son interpretados como factores que corresponden al nivel, la pendiente y la curvatura de la curva de rendimiento.

Este capítulo se refiere al enfoque estadístico de estimación de la curva de rendimiento de Litterman-Scheinkman (1991) y al de Diebold – Li (2003) ambos modelos son aplicados al caso de los instrumentos de deuda del gobierno mexicano.

Muestra de datos 1990-2005 y Metodología.

Los datos usados para la aplicación del modelo corresponden a la muestra del 15 de Noviembre de 1990 al 9 de Junio 2005. La muestra esta compuesta únicamente de los bonos cupón cero del gobierno federal, mejor conocidos como CETES a plazos de 28, 91, 182 y 364 días. Se decidió tomar exclusivamente estos instrumentos debido a la confiabilidad de los datos.

Se utilizan las subastas primarias de estos instrumentos. La periodicidad de dichas subastas en el caso de los CETES a 28 y 91 días son semanales, las de los CETES a 182 días son cada quince días y los de 364 son cada mes.

Con la finalidad de homogeneizar la muestra, en los casos de los CETES 182 y 364 días se utilizó interpolación lineal para tener datos cada semana.

Las tasas se presentan anuales y la composición es continua lo que facilitará los cálculos de derivadas cuando se utilicen otras medidas de duración.

Se desistió incorporar los instrumentos Bonos a tasa de cupón fija -conocidos como M's- del gobierno federal debido por un lado, a que se reducía el tamaño de la muestra, y por otro a la poca liquidez que prevalece en el mercado secundario de estos instrumentos, por lo que la obtención de los precios se vuelve una tarea muy complicada si no se tienen los datos adecuados.

Es importante, destacar algunos puntos de la muestra de datos de los M's, por lo que para este trabajo resultó difícil su incorporación.

La primera emisión de estos instrumentos se realizó el 27 de Enero del 2000, a plazo de 1092 días, a este instrumento se le conoció como M3. Sin embargo, las siguientes emisiones se realizaron a diferentes plazos. Las emisiones, en el período de análisis (1990-2005) van desde un plazo de emisión mínimo de 756 días hasta un plazo máximo de 1225 días. La subasta de estos instrumentos se

realiza cada 28 días, aunque en algunas ocasiones se ha realizado cada 35 días o cada 56 días. Otro inconveniente de la información de M's, es que para obtener los precios de dichos instrumentos en el mercado secundario es necesario contratar los servicios de un proveedor de precios ya que estos instrumentos operan en un mercado de mostrador (del inglés Over the Counter) por lo que no se tiene fácil acceso a la información.

El M5 se emitió el 17 de Agosto del 2000 a plazo de vencimiento de 1729 días, con plazo máximo de 1820 días y mínimo de 1470 días. La subasta primaria de este instrumento se realiza cada 28 días, aunque la segunda subasta de este instrumento se realizó a los 42 días.

El M10 se emitió el 26 de Julio del 2001 el plazo máximo de emisión ha sido de 3640 y el mínimo de 3137. Las subastas de este instrumento se realizan en general cada 28 días, aunque la segunda y tercer subasta se realizó a los 84 días y a los 56 días respectivamente.

El M7 se emitió por primera vez el 18 de julio del 2002. La subasta en general se realiza cada 28 días.

El M20, su primera emisión se realizó el 22 de Enero del 2004, con un plazo de vencimiento de 7259 días, aunque la siguiente subasta se realizó a los 56 días las siguientes se han realizado cada 28 días.

El M30 su primera emisión se realizó el 30 de Octubre de 2006.

Estas son algunas de las justificaciones para no incorporar los bonos M a tasa de cupón fija. Sin embargo, los futuros investigadores del tema, que cuenten con el acceso a esta base de datos, por ejemplo aquellos investigadores que trabajen en PIP o VALMER, podrían ampliar el tema de esta investigación incorporando los datos de los Bonos M y no sólo eso sino además podrían tener una muestra de datos diarios.

Los proveedores de precios tienen acceso a un muestra de precios diarios proporcionados por varias instituciones que compran-venden dichos instrumentos. Ellos realizan un contrato de compra-venta de esta información, lo cual le resulta benéfico a los proveedores de precios ya que su negocio es proveer de los

vectores de precios del día siguiente. Para un investigador que no tenga acceso a este tipo de información le sería muy difícil y caro obtenerla.

Para el modelo de **Litterman – Scheinkman** (1991) se utilizó tanto variaciones de las tasas de interés como niveles de tasas y en ambos casos se obtuvo el mismo resultado. Es decir que existen tres factores que determinan el comportamiento de la curva de rendimiento de los bonos cupón cero. Para la extracción de los factores se utilizó el paquete SPSS y utilizando los componentes principales como variables latentes se corrieron regresiones la estimación de la curva de rendimiento en el período de análisis (1990-2005) y las gráficas muestran que particularmente en los años 1994, 1995, 1998, 2000, 2001, 2002 y 2004 la estimación mediante componentes principales es muy cercana, mientras que el resto del periodo el ajuste es adecuado.

Para el Modelo **Diebold- Li** (2003) se estimó la curva de rendimiento mexicana mediante la estimación de los factores utilizando análisis de datos en corte transversal.

Con la muestra de 760 semanas se llevó a cabo la estimación de las betas vía mínimos cuadrados ordinarios.

Para estimar los parámetros del modelo Diebold-Li (2003) dados por $\theta_t = \{\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t}, \lambda_t\}$ se requiere utilizar mínimos cuadrados no lineales para cada periodo. Sin embargo siguiendo la práctica estándar trazada por Nelson-Siegel (1987) se decidió fijar el parámetro lambda lo que permite utilizar mínimos cuadrados ordinarios para estimar los parámetros betas para cada periodo. Esto permite mayor simplicidad. Para obtener el valor apropiado de lambda se realizan optimizaciones dado que lambda determina el plazo al cual el parámetro de mediano plazo o curvatura alcanza su valor máximo.

En el caso del modelo Nelson-Siegel es importante hacer notar que en su artículo la notación que utiliza es m para el plazo de vencimiento que en caso del modelo Diebold –Li es el parámetro τ . Además Nelson – Siegel utiliza $\frac{1}{\tau}$ el cual en el caso de Diebold –Li es λ . Nelson- Siegel encontró que el

parámetro $\frac{1}{\tau}$ que optimizaba la curvatura fue de .025. Mientras que para Diebold –Li el parámetro lambda óptimo es de .0609.

En el caso del simulador FTS Treasury Calculator: Cubic Spline and Nelson-Siegel approaches el parámetro $\frac{1}{\tau}$ es igual a .333

En el caso Mexicano, Marquez, Noguez, Velez (2003) encontraron que el parámetro de tao refleja la siguiente situación: el parámetro tao determina la rapidez con la que los términos que lo incluyen en la ecuación tienden a su límite. Entonces con un valor pequeño de tao las aproximaciones de la curva son mejores en los plazos cortos que en los largos. Análogamente, con valores de tao grandes, el ajuste es mejor en el largo plazo que en el corto. Para el ejemplo tratado, se observa que la curva ajustada con tao= 90 representa mejor la curvatura de los datos originales a corto plazo, a diferencia de la curva ajustada con tao=150 que difiere más de la curva real en el corto plazo, pero se ajusta mejor a los datos de largo plazo. Nótese que de no ser por tao el modelo es lineal en los demás parámetros. Para el caso particular del 28 de Enero de 2002 el tao que maximiza la curvatura de la función fue 75 lo que en términos del modelo Diebold-Li representó lambda óptimo .0133.

En el caso de esta investigación dado que la muestra abarca la estimación de curvas de rendimiento para varios periodos se realizaron un sin fin de iteraciones sobre el parámetro lambda resolviendo sucesivamente regresiones lineales sobre los parámetros restantes hasta obtener convergencia bajo el criterio de maximizar la R^2 para el trabajo que aquí se desarollo el lambda que maximiza la curvatura fue de 1.8 generándose todo tipo de curvas normales, jorobadas e invertidas correspondientes a las curvas observadas en los periodos.

Fijado el Lambda se procedió a la estimación de los parámetros $\theta_t = \{\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t}\}$ y con ello se obtuvieron las distintas curvas de rendimiento para los distintos periodos.

Para el cálculo de las duraciones de acuerdo al modelo Diebol- Li-Ji (2004) se utilizó los datos de Junio de 2005 y se llevó a cabo el cálculo de las tres duraciones, con esos mismos datos se llevó a cabo la aplicación para el modelo Ho de tal manera que fueran comparables los resultados arrojados por ambos modelos.

Modelo de Litterman - Scheinkman

El análisis de componentes principales se enfoca en encontrar los factores ortogonales en el espacio de los cambios de las tasas de interés que explican, en un sentido estadístico, la proporción de la varianza en dicho espacio que se explica por un determinado número de factores que en general son menos que el número de variables originales .

Litterman - Scheinkman (1991) en su ampliamente citado documento encontraron que la curva de rendimiento de las tasas de interés está determinada por tres factores comunes. Usando la técnica de componentes principales estos autores encontraron que cerca del 96% de la variación de los rendimientos en el espectro de todos los plazos de vencimiento, de los bonos del tesoro de Estados Unidos, es afectada por estos tres factores o atributos de la curva de rendimiento que se interpretan como nivel, pendiente y curvatura.

El primer factor es un desplazamiento paralelo en la curva de rendimiento. El segundo representa un cambio es decir el caso donde las tasas de largo plazo y las de corto plazo se mueven en direcciones opuestas. El tercero es llamado cambio mariposa y se refiere a que las tasas intermedias se mueven en dirección opuesta a las tasas de corto y de largo plazo.

Como consecuencia de que el primer factor explica la mayor parte de los movimientos de la curva es tentador reducir el problema a un modelo de un solo factor. Esto lo que implica no es que la curva de rendimiento se deba mover de manera paralela sino que existe una sola fuente de incertidumbre que puede explicar bastante los movimientos de la curva de rendimiento.

Estimación de la curva de rendimiento mexicana utilizando la técnica de componentes principales también usada por el modelo de Litterman-Scheinkman.

Método de análisis de Factores

El análisis de factores permite simplificar el estudio del riesgo de un portafolio de activos, ya que observa las relaciones de las variables a factores comunes evitando de esta manera analizar toda la matriz de covarianza. La sensibilidad de los rendimientos de un activo a una fuente común de riesgo es más estable que la sensibilidad al conjunto de rendimientos que componen el portafolio, lo que permite un mejor manejo en la administración de riesgo de los portafolios de activos.

Además el uso de factores permite entender las fuentes de riesgo, lo que es mejor para controlar el riesgo ya que enfrenta menos parámetros que estimar.

En el análisis de factores el foco de interés es la explicación de la estructura de la covarianza o correlación entre las variables. Por ello, los modelos de factores buscan analizar los principales riesgos que determinan el comportamiento de los rendimientos de los instrumentos de deuda a partir de la información histórica.

Un factor es el elemento común sobre el cual muchas variables están correlacionadas. No todos los factores son útiles para explicar los rendimientos de los instrumentos de deuda, sólo se buscan los factores sistemáticos, los cuales afectan el rendimiento promedio de los diferentes activos. Estos factores representan el premio al riesgo que requieren los inversionistas.

Particularmente en el mercado de deuda diferentes estudios han demostrado que las principales fuentes de riesgo son los cambios en el nivel de las tasas de interés y los cambios en dichos niveles de tasas. De manera, que los modelos de factores para los instrumentos de deuda son conocidos como modelos de factores de la estructura de plazos de tasas de interés.

Modelo de componentes principales

El método de componentes principales, Johnson & Wichern (1992) Koutsoyannis (1979), es un caso especial del método más general que es el método análisis de factores. A diferencia de éste último método, el análisis de componentes principales se centra en la explicación de la variabilidad de las variables.

El uso de la técnica de componentes principales se refiere a la extracción de factores sobre las variables principales, básicamente, se refiere a extraer los factores que explican la mayor variabilidad de las variables originales.

La técnica de componentes principales consiste en extraer el primer factor que explica la máxima varianza de la variable original, una vez extraído el primer factor se requiere encontrar el siguiente factor que explica la máxima varianza del resto y así sucesivamente. Cada siguiente factor que se obtiene explica la máxima variabilidad que no fue capturada por el factor anterior. Los factores son independientes entre ellos, es decir, no están correlacionados o son ortogonales.

El número de factores que es necesario extraer depende de la mínima variabilidad aleatoria que ya no pueda ser explicado por ningún factor. Un reducido conjunto de factores es mucho más fácil de analizar e interpretar. Esta análisis explica la estructura de la varianza-covarianza de las variables originales a través de una rotación ortogonal, de tal manera que el primer componente da la dirección de la máxima variación, el segundo componente da la siguiente máxima variabilidad ortogonal al primer componente principal y así sucesivamente. Como resultado de este procedimiento pocos componentes principales pueden explicar una proporción bastante razonable del total de la variabilidad con sólo un pequeña parte de pérdida de información. Las varianzas extraídas por los factores se les conocen como valores propios. Los cuales se obtuvieron de la matriz de varianzas-covarianzas de las variables originales.

Algebraicamente, los componentes principales son combinaciones lineales de n variables aleatorias denominadas $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$. Estas combinaciones lineales representan la selección de un nuevo sistema de coordenadas obtenidas de la rotación del sistema de variables originales. Los nuevos ejes representan la dirección máxima de variabilidad y proporcionan una descripción simple y parsimoniosa de la estructura de las covarianzas.

La técnica de componentes principales depende únicamente de la matriz de covarianza Σ de las variables originales $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$.

Sea el vector aleatorio de $\mathbf{X} = [X_1, X_2, X_3, \dots, X_n]$ cuya matriz de covarianza es Σ con los valores propios $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$. Consideré las siguientes combinaciones lineales

(5.1)

$$Y_1 = \ell_1' \mathbf{X} = \ell_{11} X_1 + \ell_{21} X_2 + \ell_{31} X_3 + \dots + \ell_{n1} X_n$$

$$Y_2 = \ell_2' \mathbf{X} = \ell_{12} X_1 + \ell_{22} X_2 + \ell_{32} X_3 + \dots + \ell_{n2} X_n$$

$$\vdots$$

$$Y_n = \ell_n' \mathbf{X} = \ell_{1n} X_1 + \ell_{2n} X_2 + \ell_{3n} X_3 + \dots + \ell_{nn} X_n$$

Definiéndose:

$$Var(Y_i) = \ell_i' \Sigma \ell_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.2)$$

$$Cov(Y_i, Y_k) = \ell_i' \Sigma \ell_k \quad i, k = 1, 2, \dots, n \quad (5.3)$$

Los componentes principales son aquellas combinaciones lineales $[Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n]$ no correlacionadas cuyas varianzas son las más grandes.

Sea la matriz Σ asociada al vector de variables originales $\mathbf{X} = [X_1, X_2, X_3, \dots, X_n]$ definamos Σ como la matriz con los pares de valores propios y vectores propios $((\lambda_1, e_1), (\lambda_2, e_2), (\lambda_3, e_3), \dots, (\lambda_n, e_n))$ donde

$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$. El componente principal i está dado por

$$Y_i = e_i' \mathbf{X} = e_{1i} X_1 + e_{2i} X_2 + \dots + e_{ni} X_n \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$Cov(Y_i, Y_k) = e_i' \Sigma e_k \quad i \neq k.$$

De esta manera los valores propios son el resultado de:

$$\frac{\ell_i' \Sigma \ell_i}{\ell_i' \ell_i} = \lambda_i \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.4)$$

Y los vectores propios son normalizados lo que significa que:

$$\frac{e_i' \Sigma e_i}{e_i' e_i} = e_i' \Sigma e_i = Var(Y_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.5)$$

La covarianza

$$\text{Cov}(Y_i, Y_k) = e_i' \Sigma e_k = e_i' \lambda_k e_k = \lambda_k e_i' e_k = 0 \quad (5.6)$$

Aplicando la metodología anteriormente explicada, se requiere encontrar los valores propios para que se puedan construir los componentes principales, los cuales deben cumplir con dos condiciones fundamentales a) que los componentes principales no estén correlacionados y b) Que el primer componente absorba la mayor parte de la varianza de las variables originales, que el segundo componente absorba la máxima varianza del resto de la varianza que no fue explicada por el primer factor y así sucesivamente.

El principal problema para encontrar los coeficientes que transformarán las variables originales en componentes principales es estimar los coeficientes y después realizar una prueba que refleje la significancia estadística de los valores propios, finalmente es necesario establecer un criterio para saber cuantos factores se requiere extraer para el análisis. El número máximo de componentes principales es igual al número de variables originales. Sin embargo, un número más pequeño es el que se retiene, ya que este número explicara en gran proporción la variabilidad de las variables originales.

Criterios para toma de decisiones del número de componentes principales

Los criterios más frecuentemente citados para tomar la decisión del uso de la técnica de componentes principales y de cuantos componentes se deben retener para el análisis se presentan a continuación:

Criterio Kaiser's-Meyer-Olkin.

Este criterio es un estadístico que indica la proporción de la variancia de las variables originales que se explica por los factores extraídos. Valores cercanos a 1 indican que el análisis de componentes principales es adecuado para los datos de la muestra.

Criterio de Gráfico de Cattell

Este criterio consiste en graficar los autovalores λ_s y el número de componentes principales. La selección de los componentes principales que se retienen son aquellos donde la gráfica tiene cierta curvatura y se rechazan los componentes principales donde la curva se vuelve una línea recta.

Criterio Bartlett

Este criterio es una prueba de hipótesis sobre la correlación que tienen las variables originales, la hipótesis nula es que las variables originales no están correlacionadas si se rechaza esta hipótesis el análisis de componentes principales es adecuado, si no se rechaza se requiere otro tipo de análisis.

Aplicación del Modelo Litterman–Scheinkman al caso de la curva de rendimiento Mexicana.

A continuación se procede a aplicar el análisis de componentes principales a la muestra de datos mexicana para determinar el número de factores que se requieren para modelar la estructura de plazos de las tasas de los bonos cupón cero de México.

Las variables originales utilizadas para la aplicación del método de componentes principales son los niveles de las tasas de interés anuales compuestas de manera continua de los instrumentos del gobierno.

Expuesto de forma matricial tenemos:

Sea el vector aleatorio de las tasas de Cetes

$$\begin{aligned} \mathbf{X} = [& X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14} \\ & X_{21}, X_{22}, X_{23}, X_{24} \\ & X_{31}, X_{32}, X_{33}, X_{34} \\ & \dots \\ & X_{760,1}, X_{760,2}, X_{760,3}, X_{760,4}] \end{aligned} \quad (5.7)$$

El criterio Kaiser- Meyer-Olkin es del 75% lo que muestra la conveniencia de reducir la dimensión de la información, por lo que el análisis de componentes principales es útil para esta muestra de datos.

El criterio Bartlett demuestra que se rechaza la hipótesis nula indicando que existe una fuerte correlación entre los niveles de tasas de interés.

Ambos criterios justifican el uso de la técnica de componentes principales.

Cuadro 1

KMO and Bartlett's Test 1990-2005

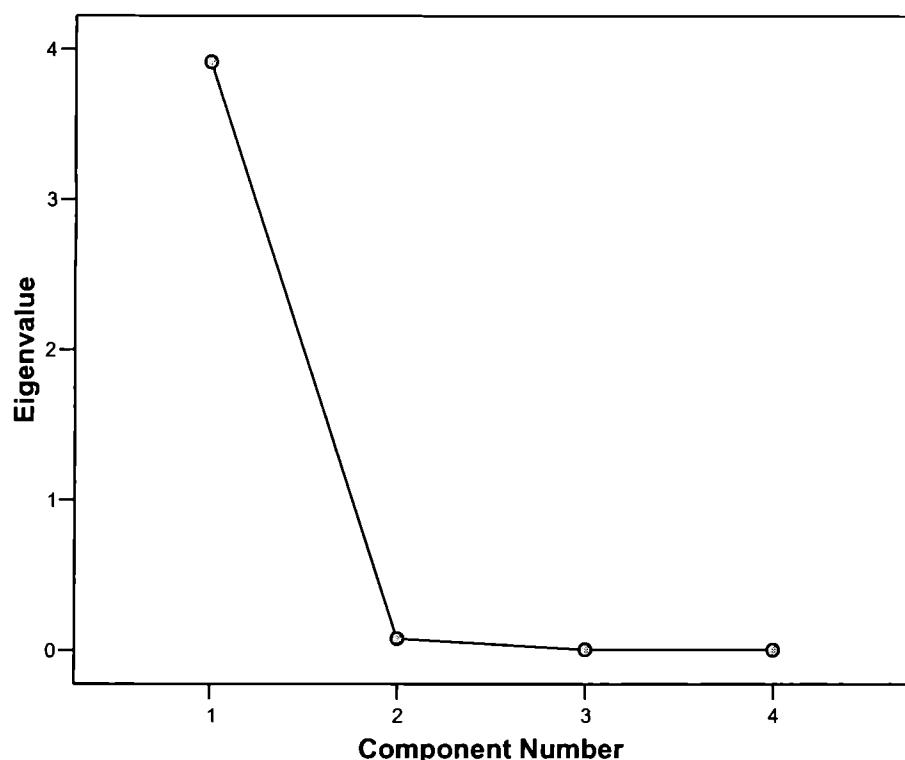
Kaiser-Meyer-Olkin Measure of Sampling Adequacy.		75%
Bartlett's Test of Sphericity	Approx. Chi-Square	9420
	df	6
	Sig.	0

Por lo que ahora es importante saber cuantos componentes principales se deben seleccionar.

De acuerdo al criterio de Cattell, la información gráfica muestra que se pueden escoger tres componentes principales.

Gráfica 1

Scree Plot



Como se muestra en el cuadro 2, el primer componente explica el 97.87% de la varianza de las variables originales y el segundo componente casi el 1.94%. El tercer componente explicar el .118% lo que significa que estos tres componentes en conjunto explican el 99.93% de la variabilidad de la muestra, lo que indica que con el uso de estos tres componentes la pérdida de información es mínima. Únicamente se pierde el .07% de la información.

Cuadro 2
Varianza Total Explicada

Component	Initial Eigenvalues			Rotation Sums of Squared Loadings		
	Total	% of Variance	Cumulative %	Total	% of Variance	Cumulative %
1	3.9	97.9	97.9	2.04	51.0	51.0
2	0.1	1.9	99.8	1.95	48.8	99.8
3	0.0	0.1	99.9	0.01	0.2	99.9
4	0.0	0.1	100.0			

Extraction Method: Principal Component Analysis.

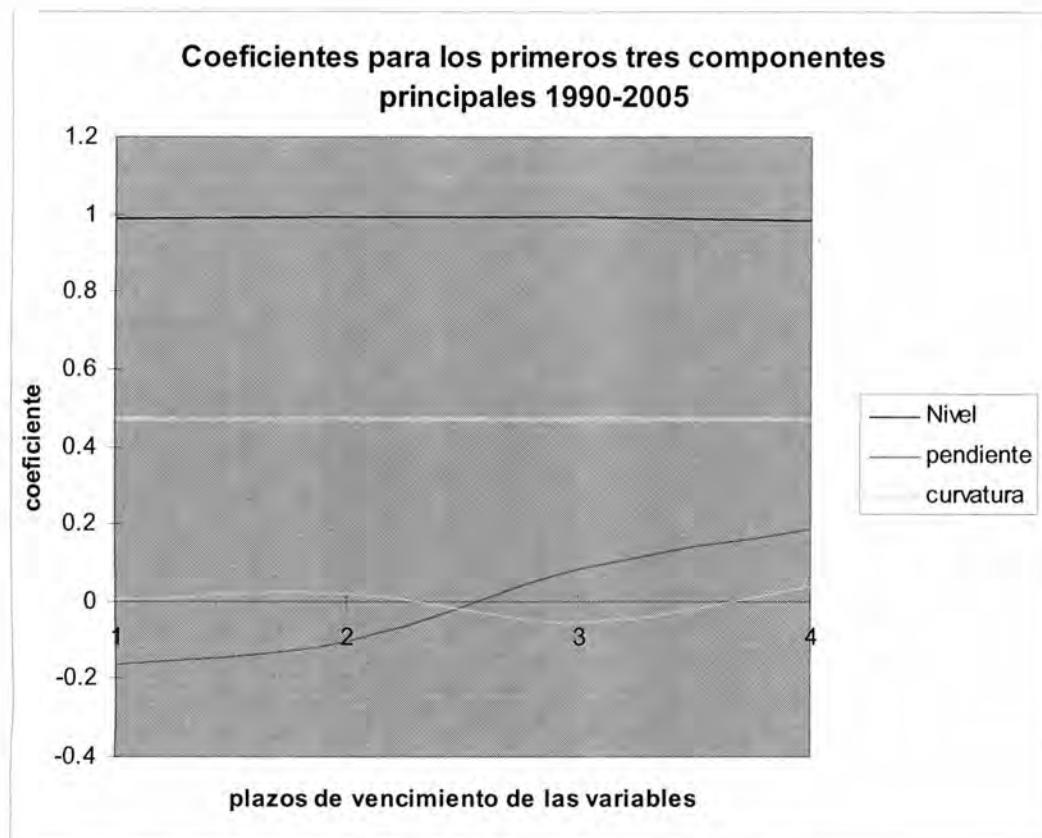
Si se calcula la proporción de variabilidad explicada por cada componente seleccionado se obtiene el coeficiente de determinación. En el caso de la primera variable se tiene el 99.89% de la varianza de la tasa de interés a plazo de 28 días es explicada por los tres componentes principales. El 99.8% de la varianza de la tasa a 91 días es explicada por los 3 componentes principales y el 100% de las tasas de 182 y 364 días es explicada por los 3 componentes.

Considerando la importancia de cada factor, se observa que el primer factor es el más importante para la estructura de plazos de los bonos cupón cero en promedio explica el 97.87% del total de la varianza. El factor 2 es responsable en promedio del 1.95% de lo que queda de la variabilidad de los rendimientos. El Factor 3 en promedio explica el .12% de la varianza restante.

Cuadro 3

Importancia relativa de los factores				
plazo	Total de varianza Explicada	Proporción de la varianza total explicada por cada factor		
		Factor 1	Factor 2	Factor 3
		97.3%	2.6%	0.00%
28 días	99.9%	97.3%	2.6%	0.00%
91 días	99.9%	98.7%	1.1%	0.03%
182 días	100.0%	99.0%	0.7%	0.31%
364 días	100.0%	96.4%	3.4%	0.13%
Promedio	99.9%	97.9%	2.0%	0.12%

Gráfica 2



La gráfica de componentes principales del caso mexicano coincide con el análisis de Litterman-Scheinkman (1991) de la existencia de tres componentes principales:

Los coeficientes del primer componente son todos positivos por lo que un incremento en el primer componente resulta en un incremento en todos los rendimientos, por ello el primer componente principal se le puede llamar nivel. En este caso de análisis, dado que los coeficientes son muy similares. Esto es, básicamente constante a través del espectro de plazos, un cambio en el primer componente principal representa esencialmente cambios paralelos en los rendimientos, aunque se observa una ligera disminución en la tasa de más largo plazo. Por lo tanto, si se requiere cubrir el riesgo sobre el factor uno se utilizaría la cobertura de duración.

El segundo factor conocido como pendiente muestra que los cambios en la pendiente están dados por bajos rendimientos en los instrumentos de menores plazos y altos a plazos mayores. Es decir que la pendiente se define como movimientos de las tasas de corto plazo y largo plazo en sentido opuesto. Por lo que un cambio en el segundo componente tiene efectos opuestos en la estructura de plazos por lo que este componente puede ser visto como el causante de un cambio en la pendiente de la estructura de tasas.

El tercer factor que los autores Litterman-Scheinkman nombran como curvatura. En el caso mexicano la gráfica muestra que el tercer componente puede denominarse curvatura. La curvatura se define como los cambios en las tasas de corto plazo y largo plazo que se mueven en la misma dirección pero las tasas de mediano plazo se mueven en dirección opuesta. El tercer componente, muestra que la curvatura de la estructura de plazos mexicana alcanza su mínimo en el plazo de 182 días. Cambios en la curvatura se asocian a cambios en la volatilidad.

Utilizando los componentes principales como variables latentes se corre una regresión para poder estimar la curva de rendimiento en el período de análisis (1990-2005) y las gráficas muestran que particularmente en los años 1994, 1995, 1998, 2000, 2001, 2002 y 2004 la estimación mediante componentes principales es muy cercana, mientras que el resto del periodo el ajuste es adecuado.

En el Anexo 4 se presentan las curvas estimadas, para el caso de México, por el modelo de componentes principales y las observadas en distintos períodos seleccionados para finales de cada año. El resultado empírico es que el modelo de componentes principales ajusta bastante bien las distintas curvas para la muestra expuesta.

Las medidas de desempeño utilizadas para ver que tan cierto es el ajuste que muestran las gráficas son: el error cuadrático medio ajustado por heterocedasticidad (HRMSE) y el error absoluto medio HMAE calculados de la siguiente forma:

$$HRMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(1 - \frac{realizado_t}{pronosticado_t} \right)^2} \quad (5.8)$$

$$HMAE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| 1 - \frac{\text{realizado}_t}{\text{pronosticado}_t} \right| \quad (5.9)$$

Cuadro 4

Medidas de desempeño de la Estimación de la Curva de Rendimiento utilizando la técnica de CP.

AÑO	HRMSE	HMAE
1990	1.6%	1.2%
1991	0.5%	0.4%
1992	0.9%	0.6%
1993	0.3%	0.2%
1994	1.4%	1.0%
1995	0.5%	0.4%
1996	1.2%	0.9%
1997	0.3%	0.2%
1998	0.4%	0.3%
1999	0.3%	0.2%
2000	0.0%	0.0%
2001	0.0%	0.0%
2002	0.3%	0.2%
2003	0.4%	0.3%
2004	0.1%	0.1%
2005	0.3%	0.2%

El error HRMSE y el HMAE mínimo se presento en el año de 2001 y el error HRMSE máximo en 1990.

En el año de 1990 se observa un error grande, esto se explica por que los cambios de las tasas de 91 y 182 días son más acentuados que los de 364 días, lo cual hace que el ajuste en la parte media de la curva no sea tan exacto. Ver gráfica 3 Anexo 4.

En el año de 1994 se observa también un error grande y en este caso se tiene que el cambio entre la tasa de 91 días y la de 28 es sólo de 13 puntos base. En tanto la tasa de 182 decrece en relación a la de 91 en casi 9 puntos porcentuales en tanto la tasa de 364 en relación a la de 182 cae sólo 2.3 puntos porcentuales. Ver gráfica 4, Anexo 4

En el año de 1996 se observa un error arriba de 1% en este caso las variaciones de las tasa de 182 en relación a la de 91 días cae más que el resto de las tasas. Ver gráfica 5, Anexo 4.

Modelo Diebold-Li (2003) una modificación del modelo Nelson- Siegel (1987).

Antecedentes: Modelo Nelson-Siegel (1987)

El modelo de estimación de la curva de rendimiento Nelson-Siegel (1987), es ampliamente utilizado por distintos bancos centrales en el mundo. En el caso de México, algunos funcionarios del banco central (Marquez, Bogues, Vélez 2003) publicaron su aplicación para el mercado de deuda utilizando instrumentos gubernamentales CETES, Udobonos.

Este modelo Nelson-Siegel (1987) aproxima la estructura de tasas de interés con una secuencia de términos exponenciales cuyo objetivo es suavizar la estructura de tasas. Este modelo parsimonioso puede generar todo tipo de curvas, verticales, jorobadas, invertidas, etc. y corresponde a la solución de una ecuación diferencial de segundo orden con raíces iguales.

El modelo propuesto por Nelson-Siegel (1987) es:

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 * \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right) + \beta_2 * \left[\left(\frac{m}{\tau}\right) * \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)\right] \quad (5.10)$$

$r(m)$ es la tasa de interés adelantada (forward) con plazo de vencimiento m .

Este modelo puede ser visto como una constante más una función Laguerre, la cual consiste de un polinomio multiplicado por un término exponencial que decae y pertenece a la clase de las funciones de aproximación.

Integrando la ecuación anterior obtenemos la estructura de tasas de interés como función del plazo de vencimiento.

Se integra desde 0 a m y se divide entre m obteniéndose la función:

$$R(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) * \frac{\left[1 - \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)\right]}{m} - \beta_2 * \exp\left(-\frac{m}{\tau}\right)$$

Dado tao la función es lineal en los coeficientes.

El valor límite de $R(m)$ cuando m tiende a infinito es β_0 y a medida que m tiende a cero el valor límite de la función es $(\beta_0 + \beta_1)$. Una manera de ver la flexibilidad en la generación de diferentes formas de la curva de rendimiento que proporciona el modelo Nelson-Siegel (N-S) es mediante la interpretación de los coeficientes como medidas de corto, mediano y largo plazo de los componentes que generan la curva de rendimiento. De acuerdo a este modelo, la contribución al largo plazo es β_0 la contribución al componente de corto plazo es β_1 mientras que la contribución al componente de mediano plazo es β_2

El componente de largo plazo no decae a cero en el límite sino que es una constante. En tanto el componente de mediano plazo empieza con un número diferente de cero y decae a cero. El componente de corto plazo tiene la caída más rápida de todas las funciones del modelo ya que decae monótonicamente a cero.

Modelo Diebol-Li (2003).

El modelo **Diebold- Li** (2003) es una variación al modelo N-S ya que utiliza sus componentes exponenciales para modelar la curva de rendimiento, periodo por periodo estimando tres parámetros que evolucionan dinámicamente. Estos tres parámetros variables a través del tiempo pueden ser interpretados como tres factores que se denominan: nivel, pendiente y curvatura.

A diferencia del análisis de factores donde se estiman factores no observables y sus coeficientes, Diebold-Li imponen una forma funcional en los coeficientes, lo cual proporciona una mayor precisión en la estimación del nivel, pendiente y curvatura.

Ajustando la curva de rendimiento los autores proponen lo siguiente:

Sea $P_t(\tau)$ el precio de un bono descontado a un periodo τ y sea $y_t(\tau)$ la curva de rendimiento compuesta de los bonos cupón cero compuesta de manera continua. De la curva de rendimiento se obtiene la curva de descuento:

$$P_t(\tau) = e^{-\tau y_t(\tau)} \quad (5.12)$$

y de la curva de descuento se obtiene la curva instantánea de las tasas adelantadas: $f_t(\tau) = \frac{-P_t'(\tau)}{P_t(\tau)}$ (5.13)

La relación entre la curva de rendimiento y las tasas adelantadas es el promedio con igual ponderación de las tasas adelantadas, dada la curva de rendimiento o la curva de tasas adelantadas se puede calcular el precio de cualquier bono con pago de cupones periódicos.

$$y_t(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau f_t(u) du \quad o \quad f_t(\tau) = y_t(\tau) + \tau y'_t(\tau) \quad (5.14)$$

En la práctica las curvas de rendimiento, de descuento o de tasas adelantadas no son observables por lo que son estimadas mediante los precios que se observan en el mercado. Diebold-Li (2003) utilizan para la estimación de la curvas el modelo de Nelson-Siegel (1987), el cual les permitió la mejor estimación y ajuste de la curva de rendimiento.

El modelo Diebold-Li (D-L) consiste en que los componentes exponenciales del modelo Nelson-Siegel (N-S) son utilizados para imponer una estructura en los coeficientes de los factores estimados. Para estimar los parámetros del modelo Diebold-Li dados por $\theta_t = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \lambda_t\}$ se requiere utilizar mínimos cuadrados no lineales para cada periodo. Sin embargo siguiendo la práctica estándar trazada por Nelson- Siegel (1987) se decidió fijar el parámetro lambda lo que permite utilizar mínimos cuadrados ordinarios para estimar los parámetros betas para cada periodo. Esto permite mayor simplicidad. Para obtener el valor apropiado de lambda se realizan optimizaciones dado que lambda determina el plazo al cual el parámetro de mediano plazo o curvatura alcanza su valor máximo.

Además, tiene una función que empieza en uno en el tiempo cero y se aproxima a cero en un horizonte de tiempo infinito.

La reinterpretación que se hace en relación al modelo N-S es que los coeficientes utilizados en N-S pueden ser interpretados como factores en el modelo D-L. En el caso del modelo N-S es importante hacer notar que en su artículo la notación que

utiliza m para el plazo de vencimiento que en caso del modelo D-L es el parámetro τ . Además N-S utiliza $\frac{1}{\tau}$ el cual en el caso de D-L es λ .

Fijado el parámetro λ se procede a aplicar la técnica de mínimos cuadrados ordinarios por lo que la curva de rendimiento esta dada por la siguiente estructura de tres factores latentes los cuales son $\beta_1, \beta_2, \beta_3$:

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \frac{[1 - e(-\lambda_t \tau)]}{\lambda_t \tau} + \beta_{3t} \left\{ \frac{[1 - e(-\lambda_t \tau)]}{\lambda_t \tau} - e(-\lambda_t \tau) \right\} \quad (5.15)$$

El parámetro λ determina la tasa de decaimiento exponencial. Es decir, pequeños valores de λ producen caídas lentas y ajustan mejor la curva para plazos de vencimiento largos. Valores grandes de λ producen caídas rápidas y pueden ajustar mejor la curva para plazos de vencimiento cortos. Dicho de otra manera, el parámetro λ muestra el punto máximo de la curvatura del factor β_{3t} .

El coeficiente del factor dinámico β_{1t} es uno y no decae a cero en el límite por lo que puede ser visto como el factor de largo plazo. El coeficiente de β_{2t} es $\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau}$

el cual es una función que empieza en 1 pero decae monótonicamente y rápidamente a cero. Por lo que este coeficiente es visto como el factor de corto plazo. El coeficiente de β_{3t} es $\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau}$ el cual empieza en cero aumenta para después decaer a cero, por lo que puede ser visto como el factor de mediano plazo.

Los tres factores anteriormente mencionados Diebold-Li los interpretan como **nivel** en el caso de β_{1t} . Se puede verificar que cuando la curva de rendimiento tiende a infinito es igual a β_{1t} . Además un incremento en β_{1t} incrementa los rendimientos en la misma proporción para todos los plazos, cambiando el nivel de la curva de rendimiento.

El factor de corto plazo esta ligado con la **pendiente** de la curva de rendimiento la cual es $y_t(\infty) - y_t(0) = -\beta_{2t}$. Un incremento en β_{2t} , incrementa los rendimientos de corto plazo más que los de largo plazo, resultando un cambio en la pendiente de la curva de rendimiento.

Finalmente, el término de mediano plazo esta fuertemente relacionado con la **curvatura** de la curva de rendimiento. Un incremento en β_{3t} , tendrá poco efecto en el muy corto plazo o en el muy largo plazo, pero incrementará sustancialmente los rendimientos de mediano plazo, incrementando de esta manera la curvatura de la curva de rendimiento.

D –L contribuyen a mejorar la curva de N-S realizando una factorización, ya que considerando el modelo de N-S como se muestra a continuación se encontraban distintos problemas que se explicaran más adelante:

$$y_t(\tau) = b_{1t} + b_{2t} \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - b_{3t} e^{-\lambda_t \tau} \quad (5.16)$$

Dado que se trata de una factorización el modelo de Diebold-Li coincide con el de N-S en que $b_{1t} = \beta_{1t}$, b_{2t} es igual a $\beta_{2t} + \beta_{3t}$ y $b_{3t} = \beta_{3t}$

Los autores D-L sostienen que su modelo es mejor por lo siguiente, porque $\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau}$ y $e^{-\lambda_t \tau}$ tienen la misma forma de decrecimiento monotónico, de manera que si se interpretaran b_{1t} y b_{2t} como factores sus coeficientes son forzados a ser similares lo cual crea dos problemas. El primero es que no proporcionan una interpretación intuitiva de los factores y segundo es difícil su estimación dado que dichos factores producen multicolinealidad.

Para catalogar la validez de un modelo es necesario que se cumplan con determinadas situaciones: a) una de ellas es que el modelo reproduzca las diferentes curvas de rendimiento históricas, b) la curva de rendimiento promedio es creciente y cóncava, es decir de acuerdo al modelo D-L, el promedio de la curva de rendimiento es la curva de rendimiento correspondiente al promedio de los valores de β_{1t} , β_{2t} , β_{3t} ; c) la dinámica de la curva se mantiene fuertemente relacionada con β_{1t} , en cambio los márgenes son menos estables lo que

corresponde a una menor persistencia de β_{2t} ; d) Las tasas de corto plazo de la curva de rendimiento son más volátiles que las de largo plazo, esto se debe a que las tasas de corto plazo están relacionadas positivamente con los coeficientes β_{1t} y β_{2t} , mientras que las de largo plazo dependen exclusivamente de β_{1t} ; e) las tasas de largo plazo son más estables que las de corto plazo ya que como se menciona dependen de β_{1t} y este es el factor más estable.

Para ajustar la curva de rendimiento el modelo fija el parámetro λ lo cual permite obtener los coeficientes de los factores mediante mínimos cuadrados ordinarios y de esta manera estimar los factores. Esto reduce la complejidad del modelo.

Es importante señalar que el parámetro lambda determina la tasa de decaimiento exponencial. Es decir, pequeños valores de Lambda producen caídas lentas y ajustan mejor la curva para plazos de vencimiento largos. Valores grandes de lambda producen caídas rápidas y pueden ajustar mejor la curva para plazos de vencimiento cortos.

La lambda también determina cuando el coeficiente β_{3t} alcanza su máximo. Por tanto se resuelve el problema de optimización encontrando el valor lambda que mejor ajuste la curva.

Modelo Diebold-Li para estimación de la curva de rendimiento mexicana.

Al igual que el modelo Diebold-Li, se estimó la curva de rendimiento mexicana mediante la estimación de los factores utilizando análisis de datos en corte transversal. Estimados los factores se llevó a cabo el ajuste con la curva de rendimiento observada para las distintas fechas y el modelo ajustó muy bien la curva de rendimiento mexicana.

Como ya se mencionó anteriormente, que aunque existe una variación a través del tiempo de λ_t , la variación es pequeña y al igual que Nelson-Siegel se encontró que la función de la suma de los cuadrados no es muy sensible a los valores de λ_t , por lo que se puede mantener fijo sin pérdida de generalidad.

Nelson- Siegel encontró que el parámetro que optimizaba la curvatura fue de .025. Mientras que para Diebold –Li el parámetro lambda óptimo es de .0609.

En el caso del simulador FTS Treasury Calculator: Cubic Spline and Nelson-Siegel approaches también aplicado al caso estadounidense el parámetro τ es igual a .333

En el caso Mexicano, Marquez, Noguez, Velez (2003) encontraron que el parámetro de τ refleja la siguiente situación el parámetro τ determina la rapidez con la que los términos que lo incluyen en la ecuación tienden a su límite. Entonces con un valor pequeño de τ las aproximaciones de la curva son mejores en los plazos cortos que en los largos. Análogamente, con valores de τ grandes, el ajuste es mejor en el largo plazo que en el corto. Para el ejemplo tratado, se observa que la curva ajustada con $\tau = 90$ representa mejor la curvatura de los datos originales a corto plazo, a diferencia de la curva ajustada con $\tau = 150$ que difiere más de la curva real en el corto plazo, pero se ajusta mejor a los datos de largo plazo. Nótese que de no ser por τ el modelo es lineal en los demás parámetros. Para el caso particular del 28 de Enero de 2002 el τ que maximiza la curvatura de la función fue 75 lo que en términos del modelo Diebold-Li representó lambda óptimo .0133.

Con la muestra de 760 semanas se llevó a cabo la estimación de las betas vía mínimos cuadrados ordinarios, siguiendo la práctica de los autores D-L y NS también en el caso de esta investigación se fijo lambda.

En el caso de esta investigación aplicada a la muestra de datos mexicana también se requería fijar lambda por lo que para encontrar el lambda optimo se realizaron varias simulaciones buscando el lambda que diera el mayor R cuadrado y se observó que en la mayoría de los casos alcanzaba su máximo en 1.8 por lo que para el caso de México se fijo el Lambda en 1.8, generándose todo tipo de curvas normales, jorobadas e invertidas correspondientes a las curvas observadas en los periodos.

Sin embargo, en 19 semanas del total de 760 semanas de la muestra, se observó que el lambda fijo proporcionaba que el factor de largo plazo resultaría negativo. No obstante, esto se puede explicar particularmente por los cambios tan fuertes en los niveles de las tasas de interés en cada uno de los 19 casos mencionados lo coincide cuando los cambios en los niveles de tasas son muy altos.

Otro punto importante a destacar, es que la estimación de la curva de rendimiento en ciertos periodos de la muestra se observó que el ajuste en la curva

de rendimiento presentaba fuertes desviaciones sobre todo en los plazos intermedios de los nodos de 182 y 364, esto es producto de que las emisiones de los instrumentos de Cetes a 182 se realizan de manera quincenal y las emisiones de los Cetes a 364 se hacen de manera mensual por lo que para tener muestras semanales se utilizó el método de interpolación lineal. Sin embargo, existen varias metodologías de estimación que podrían ser probadas para investigaciones futuras sobre el tema de interpolaciones tales como: el enfoque de McCulloch (1975) y Maculloch and Kwon (1993) quienes utilizan aproximaciones a los nodos a través de cubic spline. Otro enfoque es el de Vasicek and Fong (1982) el cual utiliza exponential splines. Sin embargo, debido a que esta estimación requiere de procedimientos iterativos no lineales de optimización se podría utilizar el filtro de Kalman para llevar a cabo el procedimiento iterativo.

El filtro de Kalman es un conjunto de ecuaciones matemáticas que proveen eficiencia computacional recursiva, es decir estiman los procesos en los cuales se minimiza el error cuadrado, este filtro es una herramienta muy poderosa ya que permite realizar estimaciones pasadas, presentes y futuras con gran precisión.

Fijado el Lambda se procedió a la estimación de los parámetros $\theta_t = \{\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t}\}$ utilizando mínimos cuadrados ordinarios para cada una de las semanas, esto es:

$$\hat{\theta}_t = \arg \min_{\hat{\theta}_t} \sum_{i=1}^{N_t} \varepsilon_{it}^2 \quad (5.17)$$

Donde los ε_{it} son la diferencia entre los rendimientos observados y los ajustados al vencimiento τ_i .

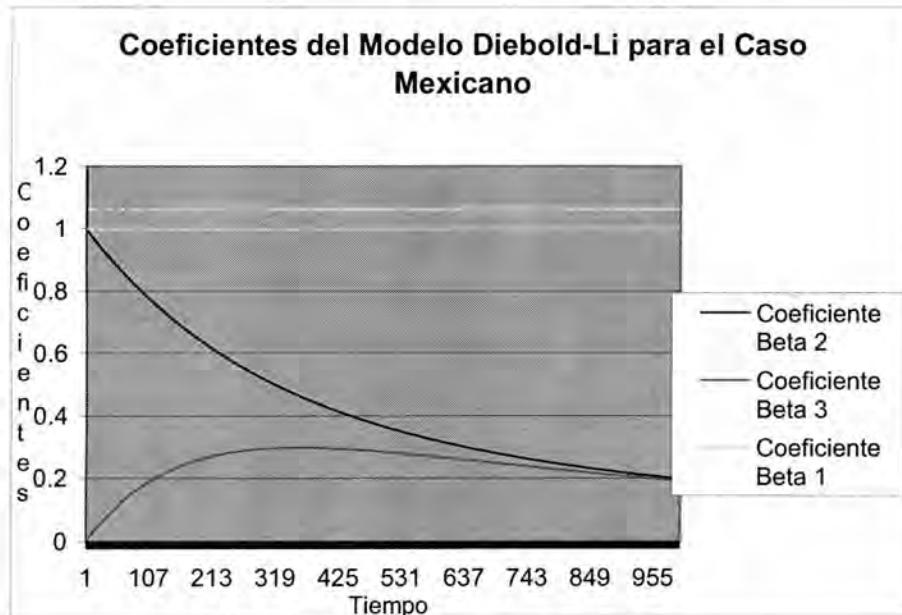
Obtenidos Betas, se estimo la curva de rendimiento mexicana utilizando el modelo de tres factores:

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \frac{[1 - e(-\lambda_t \tau)]}{\lambda_t \tau} + \beta_{3t} \left\{ \frac{[1 - e(-\lambda_t \tau)]}{\lambda_t \tau} - e(-\lambda_t \tau) \right\} \quad (5.15)$$

Aplicando el modelo Diebol-Li al caso mexicano se puede observar que la gráfica1 de los coeficientes de los factores coincide precisamente con el reportado por Diebold-Li para el caso estadounidense. En el caso mexicano se probó que

lambda igual a 1.8 fue un buen indicador para ajustar la curva de rendimiento mexicana, sin tener ninguna pérdida significativa por dejar a lambda fijo. Si se compara el lambda obtenido para México con el de Estados Unidos se observa que en el caso de éste último es muy pequeño, lo cual sugiere que se debe a que el nivel de tasas en ese país es por mucho más pequeño que el nivel de las tasas en México.

Gráfica 1



En la siguiente gráfica 2 se presenta la curva de rendimiento para cada una de las fechas analizadas y en ella se aprecian las diferentes formas de la curva de rendimiento de 1990 a 2005. Ver Gráfica 2 Anexo 5.

Como se muestra en la gráfica 2 del Anexo 5, existe una fuerte variación en el nivel de tasas sobre todo se puede observar la gran disparidad de estas tasas ocasionada por la crisis de 1994, cuyos niveles alcanzan diferencias sustanciales por ejemplo la tasa de 28 días tiene un máximo de 80% y un mínimo de 4%.

El cuadro 1 presenta los principales indicadores estadísticos de los datos semanales de la muestra considerada.

Cuadro 1

Datos Estadísticos de la Muestra				
	CETES 28	CETES 91	CETES 182	CETES 364
Media	17.9%	18.2%	17.7%	16.8%
Mediana	16.4%	16.7%	16.4%	15.7%
Máximo	80.1%	77.0%	52.4%	40.5%
Mínimo	4.1%	4.9%	5.3%	5.6%

Graficando el promedio de la curva de rendimiento tanto la observada como la estimada por el modelo se observa que se tiene una curva jorobada mostrando que el rendimiento de los CETES a 91 días ha sido en promedio el más alto de la muestra considerada. Gráfica 3 Anexo 5.

Para comparar la curva de rendimiento observada con la estimada por el modelo, se obtuvieron las tasas adelantadas utilizando el método bootstrapping de los datos observados para suavizar la curva y graficar la curva observada contra la curva estimada por el modelo, a continuación se presentan algunos ejemplos que permiten observar que el modelo ajusta muy bien la curva de rendimiento observada. Gráficas 4-19 Anexo 5.

Las medidas de desempeño utilizadas para ver que tan cierto es el ajuste que muestran las gráficas son: el error cuadrático medio ajustado por heterocedasticidad (HRMSE) y el error absoluto medio HMAE calculados de la siguiente forma:

$$HRMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(1 - \frac{\text{realizado}_t}{\text{pronosticado}_t} \right)^2}$$

$$HMAE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| 1 - \frac{\text{realizado}_t}{\text{pronosticado}_t} \right|$$

Cuadro 2
Errores Estadísticos de Estimación de la Curva de Rendimiento utilizando el modelo Diebold-Li.

AÑOS	HRMSE	HMAE
1990	0.0%	0.0%
1991	0.8%	0.7%
1992	1.4%	1.2%
1993	0.3%	0.2%
1994	7.1%	6.3%
1995	0.1%	0.1%
1996	0.4%	0.3%
1997	0.7%	0.6%
1998	0.1%	0.1%
1999	0.6%	0.5%
2000	1.2%	1.0%
2001	2.6%	2.3%
2002	0.1%	0.1%
2003	0.2%	0.2%
2004	0.7%	0.6%
2005	0.2%	0.2%

De acuerdo con el modelo Diebold-Li el error HRMSE y HMAE máximo de estimación ocurre para 1994 mostrando una medida de desempeño de 7.1% y 6.3% respectivamente y el mínimo de .01% en ambas medidas de desempeño para 1990.

En el caso de 1994, el modelo reflejó claramente las distorsiones tan fuertes que ocurrieron en ese año.

Para el año 2000, las variaciones en la curva de rendimiento observada reflejan que la tasa de 182 disminuyó más que las otras tasas 91 y 364.

Para el año 2001 las variaciones en la curva de rendimiento observada reflejan que la tasa de 182 aumentó más que las otras tasas 91 y 364.

En general se puede decir, que el modelo estima muy bien el comportamiento de la curva de rendimiento.

Es importante señalar que el modelo sugiere que cuando las tasas de interés de la economía mexicana aumentan (disminuyen) para el caso de alguna de las tasas de plazos intermedios y disminuyen (aumentan) para las tasas de corto plazo de 28 días o de 364 días el modelo no presenta el mejor ajuste.

Esto explica porque los ajustes en los plazos intermedios no presentan un excelente ajuste.

Los resultados que se obtuvieron de la aplicación del modelo Diebold-Li al caso mexicano que demuestran su validez ya que: a) el modelo reproduce las diferentes curvas de rendimiento históricas de México para el periodo considerado, b) En el caso de México la curva de rendimiento promedio es jorobada y su estimación con el modelo es el promedio de los valores de β_{1t} , β_{2t} , β_{3t} ; c) efectivamente para el caso de México la dinámica de la curva se mantiene fuertemente relacionada con β_{1t} ; d) las tasas de corto plazo de la curva de rendimiento son más volátiles que las de largo plazo, esto se debe a que las tasas de corto plazo están relacionadas positivamente con los coeficientes β_{1t} y β_{2t} , mientras que las de largo plazo dependen exclusivamente de β_{1t} . e) las tasas de largo plazo son más estables que las de corto plazo ya que como se menciona dependen de β_{1t} y este es el factor más estable.

Cuadro 3
Relación Tasas con Betas

	Cetes 28	Cetes 91	Cetes 182	Cetes 364
Beta1	1.00	0.99	1.01	1.00
Beta2	0.92	0.85	0.62	0.47
Beta3	0.07	0.14	0.28	0.29

Una de las principales metas de la aplicación del modelo es usar la estimación para pronosticar la curva de rendimiento con los factores estimados. Sin embargo, el objetivo de esta investigación es estimar únicamente las curvas de rendimiento

por lo que se sugiere el pronóstico de la curva de rendimiento como un tema relevante a desarrollar en las futuras investigaciones.

Otro punto importante a desarrollar en investigaciones futuras es segmentar la muestra en diferentes periodos para que se obtengan estimaciones mucho más precisas. Este trabajo también sería importante que se desarrollara en futuras investigaciones.

En términos de comparación entre el modelo de Litterman-Scheinkman y el de Diebold-Li, se concluye que ambos modelos muestran en el caso de México la existencia de tres factores al igual que en otros países y la principal diferencia entre estos modelos es el enfoque intuitivo y analítico del Modelo Diebold-Li.

Por otro lado, como consecuencia inmediata de la aplicación del modelo Diebold-Li donde la curva de rendimiento depende del comportamiento de los factores de nivel, pendiente y curvatura, se obtienen nuevas medidas para el manejo del riesgo de tasas de interés. Es decir, se presentan nuevas medidas de duración que representan los cambios en el nivel, la pendiente y la curvatura. En la siguiente sección, se hace otra comparación entre las duraciones que se desprenden del modelo de Diebold-Li, y el modelo de tasas de contado donde los factores tienen como base las duraciones de los bonos cupón cero en puntos específicos a lo largo de la estructura de tasas de interés.

VI. Derivación de nuevas medidas de Duración.

Más allá del enfoque Clásico

El enfoque clásico visto en el capítulo 1 de este trabajo de investigación, utiliza la medida de duración como la mejor medida de cobertura de riesgo de tasas de interés. Sin embargo, este enfoque asume un desplazamiento paralelo de la curva de rendimiento lo cual no sucede en ninguno de los mercados a nivel mundial. Típicamente los instrumentos de deuda están expuestos no sólo a un punto de la curva rendimiento sino a varios puntos de la misma.

Por tanto, cambios en un solo punto de la curva de rendimiento no es un indicador adecuado del cambio en el precio de los bonos.

En el caso de portafolios con instrumentos de deuda sus flujos de efectivo se encuentran en todos los puntos de la curva por lo que requieren que su cobertura de riesgo de tasas se realice no sólo en todos los puntos de la curva. Sino también, en los cambios de los puntos de la curva. Aunque la medida de convexidad ayuda de manera indirecta a la exposición de riesgo de tasas, carece de intuición analítica para la mayoría de los administradores de riesgo.

Además, en el caso de portafolios de bonos, la duración es útil como medida de sensibilidad de un portafolio ante cambios paralelos de la curva de rendimiento. Sin embargo, cuando la duración no se desplaza de manera paralela dos portafolios de bonos con la misma duración pueden proporcionar muy diferentes rendimientos. Para evaluar las diferencias de los desempeños de esos portafolios es necesario cuantificar el impacto en el precio debido no solo a los desplazamientos de la curva sino también a los cambios de la misma. Adicionalmente, el indicador de duración Macaulay falla cuando la curva de

rendimiento muestra diferentes movimientos tanto en su pendiente como en su curvatura.

Sobre este tema en particular, se han realizado una serie de documentos de investigación destacan los trabajos de Cooper (1977), Bierwag (1977), Bierwag and Kaufman (1978), and Khang (1979) extienden las medidas de duración a través de diferentes características de los movimientos de la curva. Sin embargo, en el estudio que realiza Gultekin and Rogalski (1984) muestra que dichas medidas mantienen la naturaleza de un solo factor. En otra dirección Cox, Ingersoll, and Ross (1985) desarrollaron un modelo de equilibrio general conocido como el modelo CIR donde proponen una medida estocástica de duración la cual aseguran es una mejor medida de duración y es superior a la duración Macaulay ya que ésta sobreestima el riesgo base de los bonos. Otros autores tales como Ho (1996) no están de acuerdo con ninguno de estos dos enfoques ya que argumentan que es necesario incorporar otros movimientos de la curva, por ello necesitan utilizar un vector de duraciones cuyos componentes serán las tasa claves de la curva de rendimiento.

Como se mostró en el capítulo de componentes principales y en el capítulo de Diebold-Li el nivel, la pendiente y la curvatura explican la curva de rendimiento mexicana por lo que resulta un paso obligado utilizar dichos factores para calcular nuevas medidas de exposición al riesgo de tasas de interés.

Por tal motivo, este capítulo presenta una extensión a la herramienta convencional de la duración de manera que se logre obtener una medida de mayor precisión de la sensibilidad de los precios de los instrumentos de deuda ante cambios en la estructura de tasas de interés. En este capítulo se utilizará el enfoque de nuevas medidas de duración desprendidas de los factores estimados

por el Modelo Diebold-Li-Ji. Adicionalmente, se hará una comparación de estas medidas con las medidas del modelo de Ho (1996).

Derivación de nuevas medidas de duración de acuerdo al modelo Diebold –Li-Ji.

Es bien sabido que la duración considera únicamente el cambio paralelo en el nivel de la curva de rendimiento, sin embargo se requiere incorporar el cambio en la pendiente y en la curvatura ya que como se vio en el capítulo anterior se encontraron estos factores como fuentes principales que determinan la curva de rendimiento. Por ello, con el modelo Diebold-Li-Ji (2004) se obtiene un marco de duraciones de tres factores y en concordancia con el modelo de estimación de estos autores presenta el modelo generalizado de duración y se le denominará vector de duraciones exponenciales.

En general se define la medida de duraciones sobre los flujos de efectivo C_1, C_2, \dots, C_t de un bono y se le asocian los plazos de vencimiento $1, 2, \dots, n$, se asume que la curva de rendimiento de los bonos cupón cero es lineal a algunos factores arbitrarios f_1, f_2 , y f_3 .

$$y_t(\tau) = B_1(\tau)f_{1t} + B_2(\tau)f_{2t} + B_3(\tau)f_{3t} \quad (6.1)$$

$$dy_t(\tau) = B_1(\tau)df_{1t} + B_2(\tau)df_{2t} + B_3(\tau)df_{3t}. \quad (6.2)$$

Asumiendo composición continua el precio del bono puede expresarse de la siguiente manera.

$$P = \sum_{i=1}^I C_i e^{-\tau_i y_t(\tau_i)}. \quad (6.3)$$

Es importante hacer notar que el Y_t utilizado corresponde a la curva de rendimiento de los bonos cupón cero para descontar los flujos C_i . De manera que para un cambio arbitrario de la curva de rendimiento el precio del bono cambiará de acuerdo a la siguiente ecuación.

$$dP = \sum_{i=1}^I [\partial P / \partial y_t(\tau_i)] dy_t(\tau_i) = \sum_{i=1}^I [C_i e^{-\tau_i y_t(\tau_i)} (-\tau_i)] dy_t(\tau_i), \quad (6.4)$$

Como se trata a la curva de rendimiento como variables independientes Y_t , y recordando que la Y_t es la que se obtuvo de la estructura de factores exponenciales entonces se obtiene:

$$\begin{aligned} -\frac{dP}{P} &= \sum_{i=1}^I \left[\frac{1}{P} C_i e^{-\tau_i y_t(\tau_i)} \tau_i \right] dy_t(\tau_i) \\ &= \sum_{i=1}^I \left[\frac{1}{P} C_i e^{-\tau_i y_t(\tau_i)} \tau_i \right] \sum_{j=1}^3 B_j(\tau_i) df_{jt}, \end{aligned} \quad (6.5)$$

Reordenando los términos se puede expresar la ecuación 6.5 como el cambio porcentual del bono como una función de los cambios entre los factores.

$$\begin{aligned} -\frac{dP}{P} &= \sum_{j=1}^3 \left\{ \sum_{i=1}^I \left[\frac{1}{P} C_i e^{-\tau_i y(\tau_i)} \tau_i \right] B_j(\tau_i) \right\} df_{jt} \\ &= \sum_{j=1}^3 \left\{ \sum_{i=1}^I w_i \tau_i B_j(\tau_i) \right\} df_{jt}, \end{aligned} \quad (6.6)$$

Donde la w_i representa el peso que tiene el flujo de efectivo relativo a su precio. En la ecuación 6.6. se puede descomponer el cambio en el precio del bono como

el cambio de los factores de riesgo. Por tanto se puede desagregar la medida de duración D_j como cada componente de duración asociado a cada factor de riesgo.

$$D_j = \sum_{i=1}^I w_i \tau_i B_j(\tau_i); \quad j = 1, 2, 3. \quad (6.7)$$

En particular cada Duración corresponde al factor de riesgo del modelo Diebold-Li (2003) de los tres factores exponenciales que determinaron la curva de rendimiento de manera que las duraciones para cualquier bono son:

$$(D_1, D_2, D_3) = \left(\sum_{i=1}^I w_i \tau_i, \sum_{i=1}^I w_i \frac{1 - e^{-\lambda \tau_i}}{\lambda}, \sum_{i=1}^I w_i \left(\frac{1 - e^{-\lambda \tau_i}}{\lambda} - \tau_i e^{-\lambda \tau_i} \right) \right) \quad (6.8)$$

Es importante hacer notar, que el primer elemento del vector es exactamente la duración tradicional Macaulay el segundo elemento corresponde al cambio en la pendiente y el tercer elemento el cambio en la curvatura.

Algunas propiedades que se desprenden del vector de duraciones exponenciales es que D_1, D_2, D_3 se mueven en la misma dirección en la medida que se incrementa el plazo de vencimiento.

D_1, D_2, D_3 Disminuyen en la medida que la tasa de cupón sea alta y aumentan en la medida que la tasa de cupón sea baja.

D_1, D_2, D_3 Disminuyen en la medida que rendimiento al vencimiento (yield to maturity del bono) sea alto y aumentan en la medida que el rendimiento al vencimiento sea bajo.

Otra propiedad importante es que las duraciones D_1, D_2, D_3 de un portafolio son iguales a las duraciones individuales de los activos ponderadas por el porcentaje invertido en cada uno de los activos que constituyen el portafolio.

Para la aplicación del modelo al caso de un portafolio de bonos de Mexico, se va a mostrar que el cambio porcentual en el precio de un Bono esta dado por su sensibilidad ante cambios en los tres factores.

$$-\frac{dP_t(\tau)}{P_t(\tau)} = \tau dy_t(\tau) = \tau d\beta_{1t} + \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda} \right) d\beta_{2t} + \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda} - \tau e^{-\lambda\tau} \right) d\beta_{3t} \quad (6.9)$$

En la ecuación anterior se observa que existen tres componentes de exposición al riesgo que tienen que ver con los cambios $d\beta_{1t}$, $d\beta_{2t}$ y $d\beta_{3t}$. La medida tradicional de duración corresponde al plazo de vencimiento τ es el coeficiente del cambio en el nivel $d\beta_{1t}$, la cual es una medida de exposición al riesgo exclusivamente para desplazamientos paralelos de la curva de rendimiento. No obstante, existen otras dos exposiciones al riesgo que son los cambios en la pendiente de la curva de rendimiento y los cambios en la curvatura, cuyos coeficientes son $\left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda} \right)$ para el cambio en la pendiente y $d\beta_{2t}$, siendo $\left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda} - \tau e^{-\lambda\tau} \right)$ el coeficiente para el cambio en la curvatura $d\beta_{3t}$.

En consecuencia se obtiene un vector de tres duraciones, las cuales son aditivas y en conjunto representan el cambio del precio de un instrumento de deuda ante desplazamientos no paralelos de la curva de rendimiento.

Modelo de Tasas Clave y Duraciones clave de Tasas Ho (1996).

Una nueva medida de la exposición al riesgo de tasa de interés es la duración individual de las tasas (Key rate duration). Algunos investigadores sostienen que la exposición al riesgo de un bono no debe medirse por un solo número sino por un vector de números. Por lo que las key rate durations son un vector que representa la sensibilidad del precio de un bono a cada cambio en las tasas de interés clave. Es decir, son los componentes de la duración modificada. Por lo que dos portafolios pueden tener la misma duración modificada pero muy diferentes key rate durations. Esto significa que un administrador de portafolios debe considerar muy bien su exposición al riesgo de tasa de interés utilizando las KRD.

Las Key rate durations definen la sensibilidad del precio de un activo sobre cada punto de la curva de rendimiento. Es decir, ante cualquier movimiento de la Curva de Rendimiento.

The key rates son los puntos de cada una de las tasas de interés que forman la curva de rendimiento. Mientras la duración modificada refleja la primera derivada de la función del precio, las KRD reflejan las derivadas parciales de esa función.

Por ejemplo si se tiene un portafolio formado por bonos cupón cero con diferente plazo de vencimiento, se pueden obtener fácilmente sus derivadas parciales.

Suponga que el valor del portafolio formado por los bonos cupón cero esta dado por la siguiente ecuación:

$$P_p = \frac{CF_1}{(1+y)^1} + \frac{CF_2}{(1+y)^2} + \frac{CF_3}{(1+y)^3} + \dots + \frac{CF_n}{(1+y)^n}$$

(6.10)

Las key rate durations son las derivadas parciales del valor del portafolio.

La primera derivada parcial de la función con respecto a la tasa de interés del primer periodo es:

$$\frac{dp}{dy_1} = \frac{-1C}{(1+y_1)^2} \quad (6.11)$$

Haciendo algunos arreglos obtenemos la sensibilidad del valor del portafolio ante un cambio en la primera tasa de interés. KRD.

$$\frac{dp}{P} = \frac{-1C}{P} \frac{(1+y_1)^2}{(1+y_1)^3} dy_1 \quad (6.12)$$

Seguimos el mismo procedimiento para cada una de las tasas.

$$\frac{dp}{dy_2} = \frac{-2C}{(1+y_2)^3} \quad (6.13)$$

$$\frac{dp}{P} = \frac{-2C}{P} \frac{(1+y_2)^3}{(1+y_2)^4} dy_2 \quad (6.14)$$

$$\frac{dp}{dy_3} = \frac{-3C}{(1+y_3)^4} \quad (6.15)$$

$$\frac{dp}{P} = \frac{-3C}{P} \frac{(1+y_3)^4}{(1+y_3)^5} dy_3 \quad (6.16)$$

$$\frac{dp}{dy_n} = \frac{-nC}{(1+y_n)^{n+1}} \quad (6.17)$$

$$\frac{dp}{P} = \frac{-nC}{P} \frac{(1+y_n)^{n+1}}{(1+y_n)^{n+2}} dy_n \quad (6.18)$$

Vector de key rate durations

$$\begin{aligned} & \frac{-1C}{(1+y)^2} dy \\ & \frac{-2C}{(1+y)^3} dy \\ & \frac{-3C}{(1+y)^4} dy \\ & \vdots \\ & \frac{-nC}{(1+y)^{n+1}} dy \end{aligned}$$

Las KRD son las derivadas parciales de la función precio y representan los componentes de la derivada total, esto es de la duración modificada. La suma de los efectos de cada tasa de interés nos da el cambio total en el precio del portafolio.

La sensibilidad del precio del portafolio a los cambios en cada tasa de interés esta dada por las KRD.

Medidas de duración y el desempeño de un portafolio de bonos aplicando las medidas de duración de Diebold-Li-Ji (2004) y Ho (1996).

A continuación se presenta un ejercicio donde se compara la duración tradicional, las duraciones arrojadas por el modelo Diebold-Li-Ji y las duraciones clave del modelo de Ho.

La aplicación de estos modelos se va a llevar a cabo para la penúltima semana de la muestra utilizando la curva observada de los bonos cupón cero de 2 de Junio de 2005.

Los instrumentos de los bonos cupón cero para los plazos de 28, 91, 182 y 364 presentaron las siguientes tasas de interés: 9.60%, 9.66%, 9.57% y 9.3% respectivamente para cada uno de los plazos.

Supóngase que se va invertir en partes iguales en cada uno de los portafolios. Es decir 25% en cada uno de ellos.

En el caso del modelo de duraciones exponenciales se tiene que el desplazamiento no paralelo de la curva de rendimiento de la semana del 2 de Junio al 9 de Junio considerando los cambios en las tasas de los instrumentos a 28 días a 91 días a 182 días y 364 días. Ver gráfica 1 Anexo 6.

Dichos cambios presentan un desplazamiento a la baja en la curva de rendimiento.

Cuadro 1

Instrumento	Cambio de la tasa
Bono 28 días	0.0000
Bono 91 días	-0.0004
Bono 182 días	-0.0011
Bono 364 días	-0.0012

Considerando un desplazamiento paralelo de la curva de rendimiento se tendría que todas las tasas cambian en la misma proporción y lo hacen en .067%.

Aplicando la duración tradicional a un portafolio de bonos compuesto en partes iguales por los cuatro bonos cupón cero, se tendría que un cambio en el precio del bono ante un cambio paralelo sería igual a un aumento del precio de 0.0311%. Aplicando el Modelo de duraciones exponenciales se observa que ante un cambio no paralelo en la curva de rendimiento el cambio en el precio es de .08%.

Cuadro 2

Duración con factores exponenciales Modelo Diebold-Li-Ji

Instrumento	D1*Cambio	D2*Cambio	D3*Cambio	Cambio en Precio
	Beta 1	Beta 2	Beta 3	
Bono 28 días	0.01%	-0.06%	-0.04%	-0.09%
Bono 91 días	0.03%	-0.05%	-0.11%	-0.14%
Bono 182 días	0.06%	-0.04%	-0.17%	-0.16%
Bono 364 días	0.11%	-0.03%	-0.02%	0.06%
Duracion Portafolio	0.05%	-0.05%	-0.09%	0.08%

Aplicando el Modelo de duraciones clave se tiene que un cambio en el precio debido a los diferentes cambios en las tasas claves a la baja de las distintas tasas clase aumentan el precio .05%.

Cuadro 3

Duración clave de acuerdo al Modelo Ho

Instrumento	KRD	Cambio en tasa	Wi	Duración KRD
Bono 28 días	0.08	0.00%	25.00%	0.00%
Bono 91 días	0.25	0.01%	25.00%	0.00%
Bono 182 días	0.51	0.06%	25.00%	0.01%
Bono 364 días	1.01	0.12%	25.00%	0.03%
Duracion Portafolio				0.05%

Como se observa en los tres modelos las duraciones del portafolio son diferentes en cada uno de los modelos, el modelo tradicional dice que el precio del portafolio cambia en .03%, el cambio del precio del portafolio utilizando el

modelo Diebold-Li-Ji fue de .08%, el cambio del precio del portafolio utilizando el modelo Ho fue de .05%.

Para conocer cual de los tres modelos muestra de una manera más precisa el cambio en el precio de los instrumentos se mostrará el cambio de precios suponiendo que el cambio de las tasas ocurrió de manera instantánea.

Calculando los precios con las tasas utilizadas en el ejemplo se obtuvo que el cambio observado en el precio del portafolio fue de 0.062%, por lo que la aproximación más cercana fue la del modelo Ho.

No obstante el resultado anterior, se deja para una futura investigación la aplicación del modelo incorporando los bonos a plazos más largos y aplicar la metodología de los modelos anteriores para llevar a cabo la comparación de la aproximación en el precio de bonos con pago de cupones ante cambio en la curva de rendimiento de largo plazo. Adicionalmente también se deja para una posterior investigación la aplicación de las distintas estrategias para cubrir el riesgo de tasas de interés.

En este documento sólo se describen las principales estrategias como una motivación de investigaciones futuras al respecto.

Estrategias de la curva de rendimiento

Los administradores de riesgo consideran tres parámetros importantes: nivel, pendiente y curvatura así como sus correlaciones correspondientes, para aplicar las estrategias que les permitan tener una mejor cobertura ante cambios en la curva de rendimiento. De ahí la importancia de calcular las duraciones de esos tres parámetros o factores utilizando el modelo Diebold-Li-Ji.

Cambios en la curva de rendimiento (Fabozzi 2002).

Un cambio en la curva de rendimiento se refiere a los cambios en los rendimientos de cada uno de los instrumentos para cada plazo de vencimiento de los mismos. Un cambio paralelo en la curva de rendimiento sucede cuando todos los instrumentos que componen la curva en sus diferentes fechas de vencimiento cambian en la misma proporción. Un cambio no paralelo indica que los puntos en la curva cambian en diferentes proporciones.

Históricamente se han encontrado dos tipos de cambios no paralelos en la curva de rendimiento giro en la pendiente y cambios en la curvatura de la curva. Un giro en la pendiente se refiere a **aplanar la curva** cuando los márgenes entre los rendimientos de los instrumentos de largo plazo y los instrumentos de corto plazo vayan decreciendo.

Otro giro de la pendiente es cuando la curva se hace **empinada**, lo que indica es que los márgenes entre los instrumentos de largo plazo en relación a los de corto plazo se van incrementando.

El otro tipo de desplazamiento no paralelo es el cambio en la curvatura que se le conoce como **cambio mariposa**.

En el caso de estudios realizados en Estados Unidos, Frank Jones 1991, analizó los cambios en la curva de rendimiento para el periodo de 1979 a 1990 encontrando que los cambios en la curva de rendimiento no son independientes a) por lo que un cambio a la baja en el nivel de la curva va acompañado por un giro a la alza de la pendiente. Más aún estos cambios están asociados con un curvatura más grande b) un cambio a la alza en el nivel va acompañado por un giro que aplana

la curva de rendimiento. Más aún estos cambios están asociados con una curvatura más pequeña.

Como ya se mencionó existen tres factores que determinan el comportamiento de la curva de rendimiento, como ya se demostró son: los cambios paralelos (nivel) en la curva, la pendiente y la curvatura, Willner (1996) sostiene que estos tres tipos de cambios no son independientes por lo que las correlaciones entre ellos deben ser consideradas para estimar el desempeño esperado de un portafolio de bonos.

VII. Conclusiones

La presente tesis tuvo como objetivo presentar dos modelos estadísticos de estimación de la curva de rendimiento mexicana aportando que en el caso de México al igual que el de otros países la curva de rendimiento se explica por el comportamiento de tres factores: nivel, pendiente y curvatura.

El modelo de Litterman-Scheinkman presenta la aplicación del modelo a través del método de componentes principales y el Modelo Diebold-Li presenta un modelo de estructuras exponenciales.

Se decidió aplicar modelos estadísticos porque los modelos estocásticos presentan resultados poco realistas para el caso de la curva de rendimiento mexicana. Sin embargo, se realizaron la aplicación de dos modelos estocásticos:

Se aplicó el modelo Vasicek al caso mexicano para diferentes años de la muestra considerada y se obtuvo que en el caso de cambios bruscos en las tasas de interés los resultados que arrojaba el modelo fueron tasas de interés negativas.

Se aplicó el modelo Cox-Ingersol and Ross y los resultados fueron poco convincentes en los años 1991 y 1995 ya que aparece una curva con joroba invertida y no se relaciona en nada con las curvas observadas en esos dos años.

En el caso de los otros modelos es muy difícil su modelación debido a la insuficiencia de datos para aplicarlos tal es el caso del modelo Heath-Jarrow-Morton (HJM) y el Modelo de Mercado Libor. Adicionalmente el modelo HJM puede proporcionar tasa forwards negativas, y el modelo Libor es un caso particular del HJM.

El primer modelo que se aplicó en este trabajo de investigación fue el modelo de Litterman-Scheinkman con lo que se demostró la existencia de tres factores que se

denominan nivel, pendiente y curvatura el modelo utiliza el método de componentes principales mediante el cual demostró que en el periodo de análisis para el caso de la curva de rendimiento mexicana si existen tres factores.

El primer factor o componente explica el 97.87% de la varianza de las variables originales y el segundo factor o componente explica casi el 1.94%. El tercer factor o componente explica el .118%. Esto significa que estos tres componentes en conjunto explican el 99.93% de la variabilidad de la muestra, lo que indica que con el uso de estos tres componentes la pérdida de información es mínima. Únicamente se pierde el .07% de la información.

Esta técnica permite entender la importancia de los tres factores que explican casi el 100% de la varianza de la curva de rendimiento en la fecha establecida. Sin embargo, debido a que los factores no son observables la intuición y análisis de ellos es más complicada. De ahí la preferencia en este estudio de utilizar el modelo Diebold-Li.

El modelo Diebold-Li mejora al modelo Nelson-Siegel ya que presenta una mayor intuición de los factores a diferencia del modelo NS cuyos factores son poco intuitivos. El Modelo Diebold- Li tiene la ventaja de que presenta tres factores cuyo análisis permite observar y entender los diferentes movimientos de la curva de rendimiento mexicana.

El modelo Diebold-Li presento un ajuste estadísticamente muy bueno en la estimación de la curva de rendimiento y además derivado del modelo se pueden obtener nuevas medidas de duración que permiten a los administradores de portafolios de deuda cubrir sus riesgos de tasas de interés aplicando estrategias dinámicas que reducen sustancialmente su exposición al riesgo de tasas.

Las aportaciones que arroja esta investigación es que en México al igual que en otros países la curva de rendimiento se explica por tres factores: Nivel, pendiente y curvatura. El parámetro lambda del Modelo Diebold-Li encontrado para el caso

de México fue de 1.8 y permite estimar adecuadamente las distintas curvas de rendimiento para el periodo de análisis establecido.

Otro aporte importante de esta investigación son las nuevas medidas de duración que les permitirán a los administradores de riesgo estimar las variaciones de los precios de sus portafolios ante cambios no paralelos en la curva de rendimiento.

Por último, se deja para futuras investigaciones, incorporar a la estimación de la curva los datos de los bonos a plazos mayores, y segmentar la muestra para diferentes periodos dado que las emisiones de los plazos largos de los instrumentos son muy variables. Adicionalmente, se deja para investigaciones futuras la aplicación de las distintas estrategias de cobertura utilizando las nuevas medidas de duración.

VIII. Bibliografía

- Avellaneda, Marco, 2000, "The Heath –Jarrow–Morton Theorem and Multidimensional Term-Structure Models". Quantitative Modeling of Derivatives Securities, ed.Chapman &Hall /CRC.
- Banco de México 1990-2006, Informes Anuales.
- Boyle, Phelim P. Tan Ken Seng and Tian, Weidong, 2001, "Calibrating the Black–Derman–Toy model: some theoretical results", Applied Mathematical Finance 8, 27–48.
- Bierwag, G.O., 1977, "Immunization, Duration and the Term Structure of Interest Rates," Journal of Financial and Quantitative Analysis, 12, 725-742.
- Bierwag, G.O., and G. Kaufman, 1978, "Bond Portfolio Strategy Simulations: A Critique," Journal of Financial and Quantitative Analysis, 13, 519-526.
- Bliss, Robert R., 1997, "Testing term structure estimation methods", Advances in Futures and Options Research, 9, 191-231.
- Brennan Michael and Schwartz Eduardo, 1979, "A continuous time approach to the pricing of Bonds". Journal of Banking and Finance vol.3.
- Cooper, I., 1977, "Asset Values, Interest Rate Changes, and Duration," Journal of Financial and Quantitative Analysis, 12, 701-724.
- Cox, J., J. Ingersoll, and S. Ross, 1979, "Duration and the Measurement of Basis Risk," Journal of Business, 52, 51-61.
- Cox J., J. Ingersoll and S. Ross, 1985, "A theory of the term structure of interest rates". Econometrica 53, 385-407.
- Dai, Q. and K. Singleton, 2000. "Specification analysis of affine term structure models". Journal of Finance 55, 1943-1976.
- Diebold, F. and Li., C. 2003, "Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields," Manuscript, Department of Economics, University of Pennsylvania.
- Diebold, F., C. Li and L. Ji, 2004, "A Three-Factor Yield Curve Model: Non-Affine Structure, Systematic Risk Sources, and Generalized Duration" Manuscript, Department of Economics, University of Pennsylvania.
- Duffie, D. and R. Kan, 1996. "A yield factor model of interest rates". Mathematical Finance 6, 379- 407.
- Fabozzi, Frank, Bond markets, Analysis and Strategies, ed. 4o. 2000.
- Fama, E. and Bliss, R. 1987, "The Information in Long-Maturity Forward Rates," American Economic Review, 77, 680-692.
- Heath, D., R. Jarrow, and A. Morton, 1992. "Bond pricing and the term structure of interest rates: A new methodology for contingent claims valuation". Econometrica 60, 77-106.

Ho, T.S. and Lee, S.-B. 1986, "Term Structure Movements and the Pricing of Interest Rate Contingent Claims," *Journal of Finance*, 41, 1011-1029.

Ho, Thomas 1996 "Key rate durations" *Measures of Interest Rate Risk*, *Journal of Fixed Income*,

Hogan, M., 1993, "Problems in Certain Two-Factor Term Structure Models", *The Annals of Applied Probability*, 3, 576-581.

Hull, J., 2003 Options, Futures and Other Derivatives, Prentice Hall Publishing, ed. 5o.
pp 537-593.

Hull, J., and White, 1990, "Pricing Interest Rate Derivative Securities", *Review of Financial Studies*, 3, 4 573-92.

Hull, J. and A. White, 1994a. "Numerical procedure for implementing structural models I: Single factor models". *Journal of Derivatives* 2, 7-16.

Hull, J. and A. White, 1994b. "Numerical procedure for implementing structural models II: Two factor models". *Journal of Derivatives* 2, 37-49.

Jabbour, George and Sattar Mansi., 2002, "Yield Curve Smoothing models of the Term Structure" working paper George Washington University.

Johnson R. And Wichern D., 1992, "Principal Components" Applied Multivariate Statistical Analysis, 3o. Ed. Prentice Hall, 356-394.

Jones, Frank J. 1991, "Yield Curve Strategies", *Journal of Fixed Income*, September, pp.43-48.

Koutsoyiannis A. 1979, "Mixed Estimation Methods The Method of Principal Components" Theory of Econometrics 2o. Ed. The Macmillan Press LTD 396-424.

Litterman, R., and J. Scheinkman, 1991, "Common Factors Affecting Bond Returns," *Journal of Fixed Income*, June, 54-61.

Litzenberger, R., Squassi, G. and Weir, N. 1995, "Spline Models of the Term Structure of Interest Rates and Their Applications," Working Paper, Goldman, Sachs and Company.

Longstaff, F. and E. Schwartz model, 1992. "Interest rate volatility and the term structure: A two factor general equilibrium model". *Journal of Finance* 47, 1259-1282.

Macaulay, F.R. 1938, "Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices in the United States Since 1856", (New York: NBER).

Mansi, S., and J. Phillips, 2001. Modeling the term structure from the on-the-run Treasury yield curve. *Journal of Financial Research*.

Márquez Diez-Canedo Javier, 2003, Nogués Nipón Carlos E. y Vélez Grajales Viviana, "Un método eficiente para la simulación de curvas de tasas de interés" documentos de Investigación de Banco de México.

- Nelson, Charles., and Seigel Andrew, 1987. "Parsimonious modeling of yield curves". Journal of Business Vol. 6, 473- 489.
- Radhakrishnan, A.R. 1998, "Mispricing of discount bond options in the Black-Derman-Toy model calibrated to term structure and cap volatilities: an empirical study". Working paper, New York University, August.
- Rendelman R. and Bartter B., 1980, "The Pricing of Option Debt Securities", Journal of Financial and Quantitative Analysis March. 11-24
- RiskMetrics, J.P. Morgan/Reuters, A Technical Document, Fourth Edition, 1996.
- Gultekin, B., and R. Rogalski, 1984, "Alternative Duration Specifications and the Measurement of Basis Risk: Empirical Tests," Journal of Business, 57, 241-264.
- Steven V. Mann and Padripkumar Ramanlal, "The Relative Performance of Yield Curve Strategies" Journal of Portfolio Management; summer 1997; 23, 4; ABI/INFORM Global pg.64.
- Svensson, L., 1994, "Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994", International Monetary Fund, Working Paper No. 114.
- Turan G. Bali, 1999, "An empirical comparison of continuous time models of the short term interest rate" John Wiley & Sons, Inc. Jrl Fut Mark 19: 777-797.
- Vasicek, O., 1977, "An equilibrium characterization of the term structure". Journal of Financial Economics, 5, 177-188.
- Vasicek, O., and H. Fong, 1982. "Term structure modeling using exponential splines". Journal of Finance 37, 339-356.
- Venegas, Francisco, 2006, "Modelo de Tasa Forward de Heath-Jarrow-Morton" Riesgos Financieros y Económicos 1º. ed. Thomson 617-643.
- Wegman Edward J. and Wright Ian W. "Splines in Statistics" Journal of the American Statistical Association, Vol.78, No. 382, 351-365

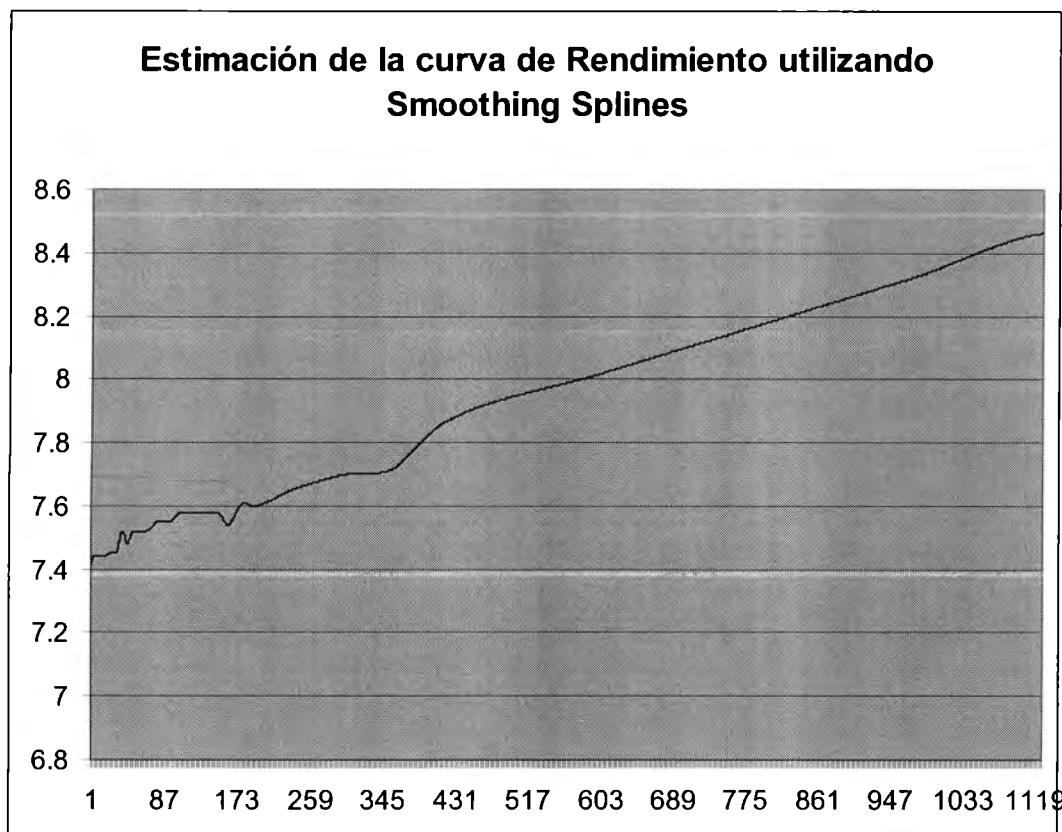
Anexo 1

Cuadro 1

UBICACIÓN	NOMBRE DE LA CURVA EN WEB	PLAZO DE CONSTRUCCIÓN	TIPO DE CURVA	MÉTODO DE INTERPOLACIÓN
Domésticas Gubernamentales	Bonos M (Yield)	3640	Yield	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Bonos M con Impuesto (Yield)	10920	Yield	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Nominal Libre de Riesgo (Cetes)	5460	Cero	Smoothing splines
Domésticas Gubernamentales	Nominal Libre de Riesgo con Impuesto (C)	10920	Cero	Smoothing splines
Domésticas Gubernamentales	Real (NODOS)	10920	Yield	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Real (Yield)	10920	Yield	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Real con Impuesto (Yield)	10920	Yield	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Real (Zero)	10920	Cero	
Domésticas Gubernamentales	Real (Zero) Simple	10920	Cero	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Real con Impuesto (Zero)	10920	Cero	
Domésticas Gubernamentales	Real con Impuesto (Zero) Simple	10920	Cero	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Sobretasa Tribondes	1820	Sobretasa	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Sobretasa Brems	1820	Sobretasa	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Sobretasa Bondes SEM	1820	Sobretasa	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Sobretasa Ipabonos	1820	Sobretasa	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Sobretasas BPIS	2548	Sobretasa	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Sobretasa BondesD (LD)	1820	Sobretasa	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Reportos Guber(G1 G2 G3)	360	Cero	Lineal
Domésticas Gubernamentales	Reportos Guber(G1i G2i G3i)	360	Cero	Lineal
Domésticas Bancarias	Nominal Bancaria (Pagarés AAA)	10920	Cero	Smoothing splines
Domésticas Bancarias	Nominal Bancaria (AAA PB P12)	10920	Cero	Smoothing splines
Domésticas Bancarias	Real Bancaria (Zero)	10920	Cero	Smoothing splines
Domésticas Bancarias	Repo Bancarias	360	Cero	Lineal
Domésticas Bancarias	Curva SWAP Interbancaria (ZERO)	10920	Cero	Lineal exponencial
Domésticas Corporativo	Papel Comercial (Nominal Corporativa)	10920	Cero	Smoothing splines
Domésticas Corporativo	Repo Corporativo	360	Cero	Lineal
Curvas Domésticas Derivados	IRMXP-TIIE28 IRS	10920	Cero	Smoothing spline
Curvas Domésticas Derivados	IRMXP-TIIE28 IRS BID-ASK	7280	Cero	Smoothing spline
Curvas Domésticas Derivados	IRMXP-TIIE (FRA-SWAP)	10920	Cero	Smoothing spline
Curvas Domésticas Derivados	Tasa Swap TIIE (OTC)	10920	Par	Smoothing spline
Curvas Domésticas Derivados	TIIE-Mexder	3700	Cero	Lineal
Curvas Domésticas Derivados	Basis Swaps	10920	Cero	Smoothing spline
Curvas Domésticas Derivados	Basis Swaps ASK	10920	Cero	Smoothing spline
Curvas Domésticas Derivados	Basis Swaps BID	10920	Cero	Smoothing spline
Curvas Domésticas Derivados	IRMXP-USD (SPOT)	10920	Cero	Smoothing spline
Curvas Domésticas Derivados	Puntos Fwd	10920	Plots fwd	Smoothing spline
Curvas Domésticas Derivados	Implícita Extranjera	3600	Cero	Smoothing spline
Curvas Domésticas Derivados	UDI Peso	10920	Cero	Smoothing spline
Curvas Domésticas Derivados	UDI TIIE		Cero	Lineal
Curvas Domésticas Derivados	UDI TIIE SWAP	7200	Par	
Domésticas Gubernamentales	IRS Cetes182	7280	Par	Lineal
Curvas Extranjeras Gubernamentales	Treasury	10800	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Gubernamentales	Fondos Federales	360	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Gubernamentales	Riesgo Soberano	10800	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Gubernamentales	Riesgo Soberano en euros	3600	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Gubernamentales	Eurobonos Cuasi Soberanos	10800	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Bancarias	Libor	10950	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Bancarias	Libor AUD	3700	Cero	Svensson
Curvas Extranjeras Bancarias	Libor CAD	10950	Cero	Svensson
Curvas Extranjeras Bancarias	Libor CHF	10950	Cero	Svensson
Curvas Extranjeras Bancarias	Libor DKK	3600	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Bancarias	Libor EURO	10950	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Bancarias	Libor GBP	10950	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Bancarias	Libor SEK	3600	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Bancarias	Libor YEN	10950	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Bancarias	Cede Libor	1900	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Bancarias	HIBOR	5400	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Corporativas	Eurobonos Corporativo	10800	Cero	Smoothing spline
Curvas Extranjeras Derivados	ARS SPOT	1800	Cero	Lineal
Curvas Extranjeras Derivados	BRL SPOT	1800	Cero	Lineal
Curvas Extranjeras Derivados	IRUSD-CAD SPOT	1800	Cero	Smoothing spline

Fuente: VALMER.

Gráfica 1



Fuente: Gráfico elaborado con datos proporcionados por VALMER.

Anexo 2

Cuadro 1

EVOLUCION DEL MERCADO DE DEUDA EN EL SEXENIO DE SALINAS DE GORTARI

	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
VALORES DE RENTA FIJA	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
CETES	42.05%	51.53%	42.95%	45.16%	56.30%	58.77%	20.62%
BONDES 364 días	17.58%	15.76%	6.03%	1.87%	8.78%	—	—
PAGAFES	2.29%	0.55%	0.91%	0.03%	—	—	—
TESOBONOS	—	0.19%	0.72%	0.58%	0.88%	2.79%	48.32%
ACEPTACIONES BANCARIAS	35.27%	27.49%	4.66%	3.94%	11.97%	15.90%	13.36%
PAGARE BANCARIO BURSATIL	0.04%	—	35.30%	44.13%	19.50%	19.44%	15.06%
PAPEL COMERCIAL	0.70%	4.47%	4.06%	2.86%	2.51%	2.58%	2.07%
PAPEL COMERCIAL EXTRABURSATIL	2.06%	0.01%	—	—	—	—	—
CERTIFICADOS DE DEPOSITO				0.02%	0.06%	0.53%	0.57%
VALORES DE LARGO PLAZO	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
BONDES 532 días Y 728 días**	50.18%	81.11%	62.61%	45.43%	23.39%	15.23%	8.00%
AJUSTABONOS	—	6.68%	19.73%	32.23%	30.75%	30.12%	27.53%
PETROBONOS	24.02%	1.79%	1.16%	—	—	—	—
BIB's	1.58%	0.09%	0.05%	—	—	—	—
BORES	0.33%	0.04%	0.03%	0.02%	0.02%	0.02%	0.01%
BONOS BANCARIOS*	1.54%	4.40%	9.57%	8.91%	13.90%	14.22%	19.79%
OBLIGACIONES	21.54%	5.52%	6.60%	8.55%	14.47%	18.35%	19.99%
CERTIFICADOS DE PARTICIPACIÓN	0.81%	0.37%	0.25%	2.97%	9.64%	8.95%	10.19%
PAGARE A MEDIANO PLAZO	—	—	—	1.86%	7.85%	13.11%	14.49%

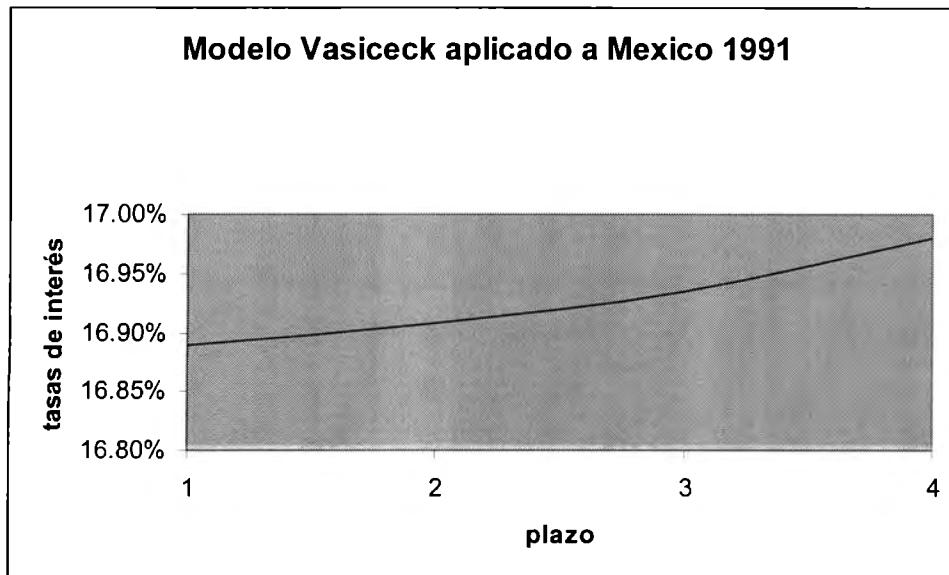
Fuente: Elaboración propia con datos de Banco de México

* incluye bonos prenda emitidos por almacenadoras de depósito.

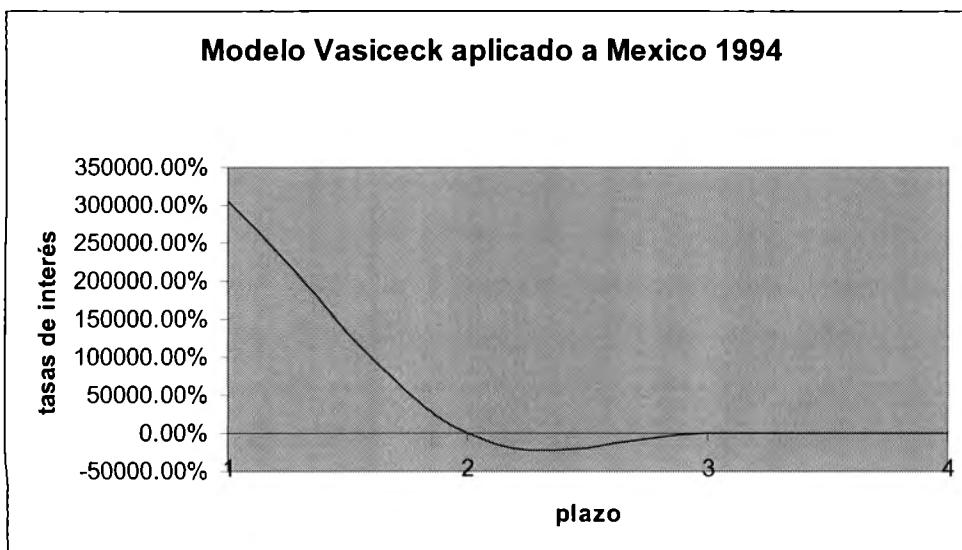
** A partir de 1992 se incluyen los Bondes a 364 días

ANEXO 3

Gráfica 1

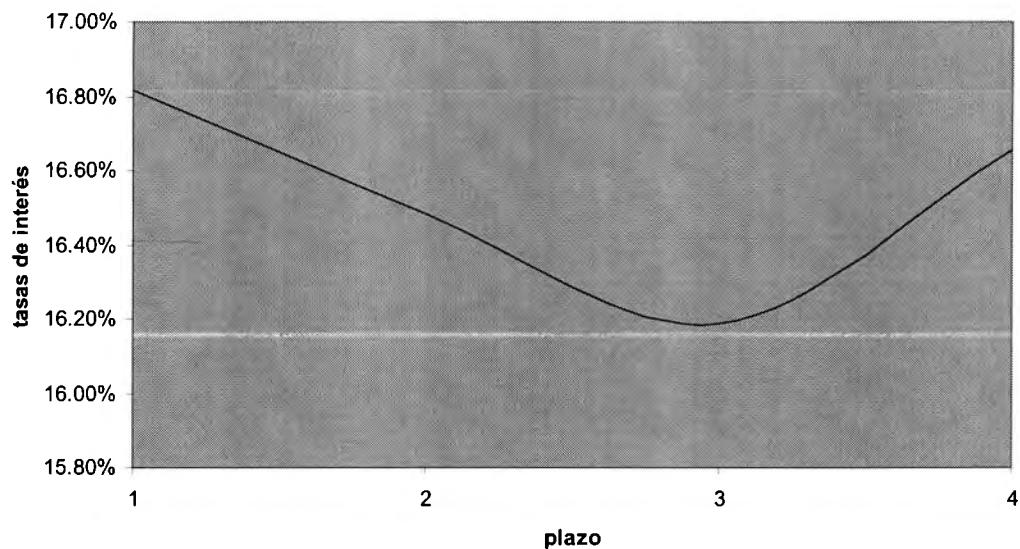


Gráfica 2



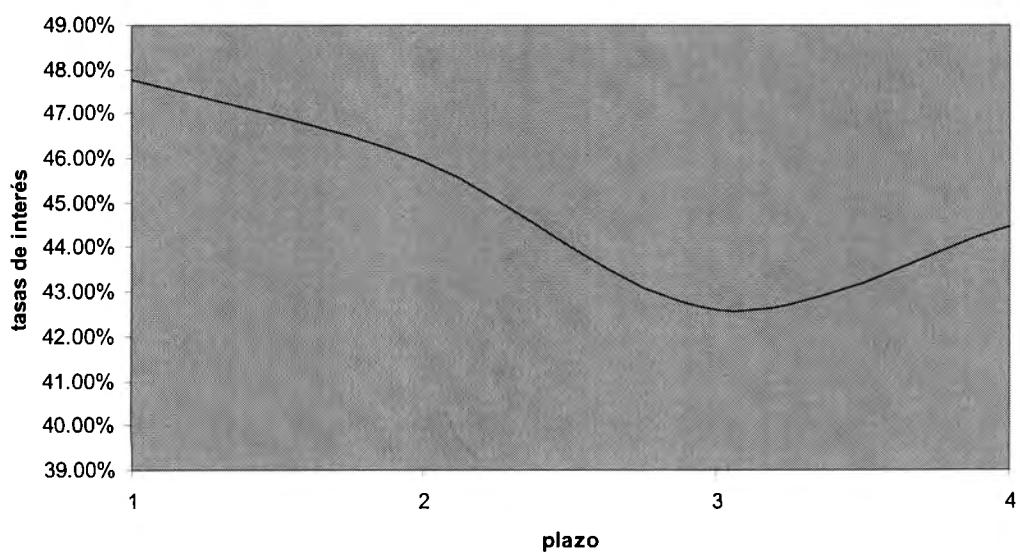
Grafica 3

Modelo CIR aplicado a Mexico 1991



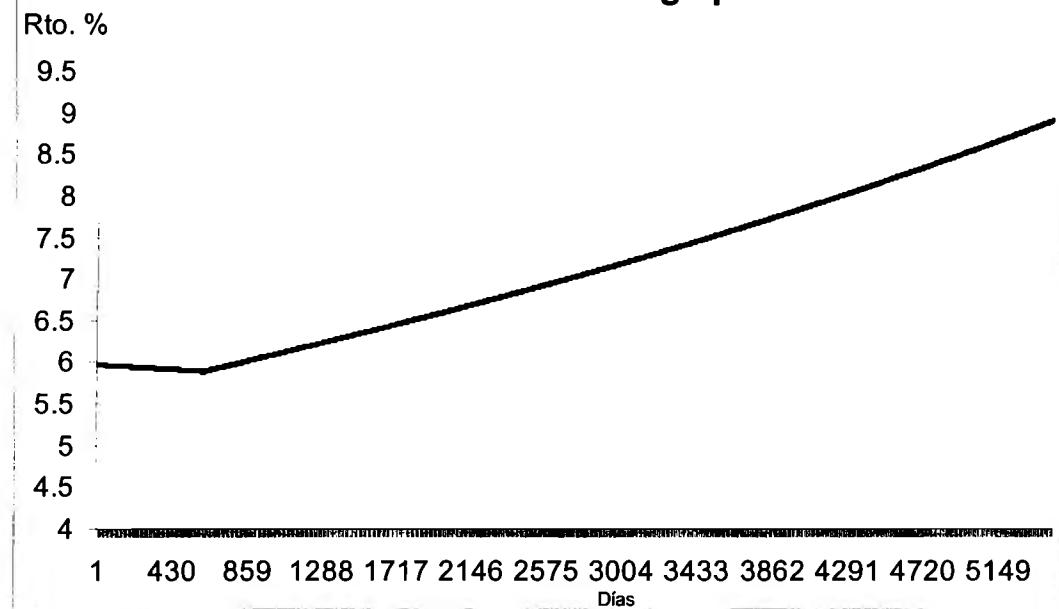
Gráfica 4

Modelo CIR aplicado a Mexico 1995



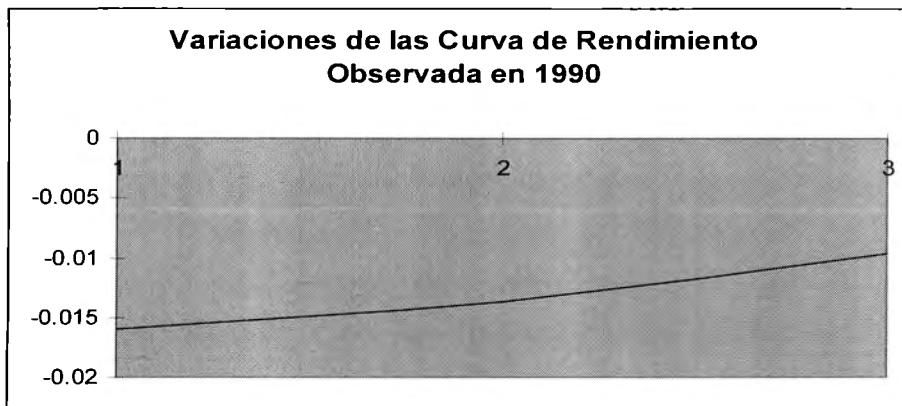
Gráfica 5

**Estimación de la Curva de Rendimiento
mediante las smoothing splines**

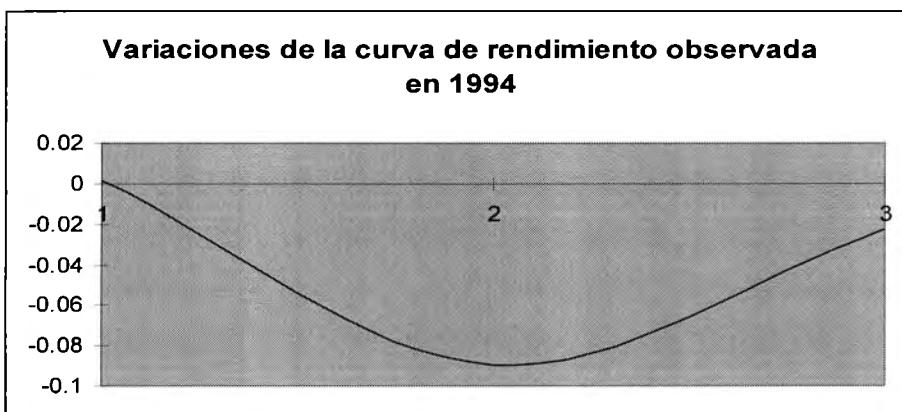


ANEXO 4

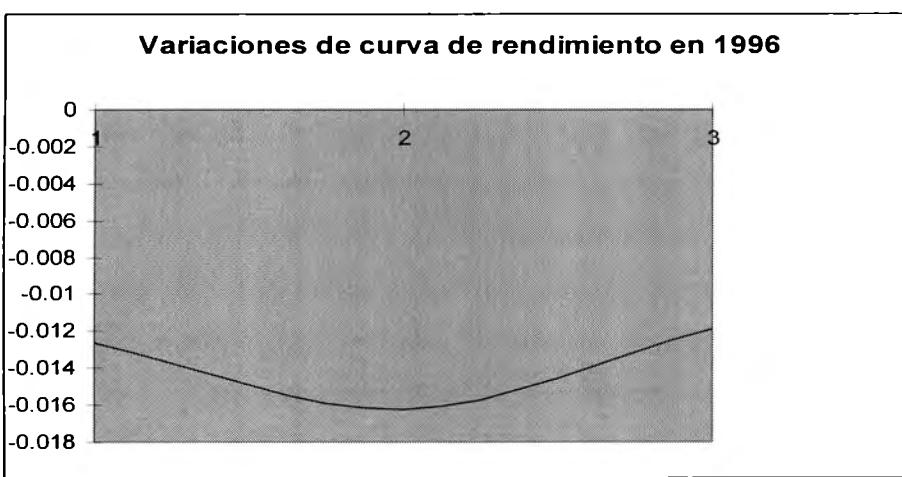
Gráfica 3



Gráfica 4

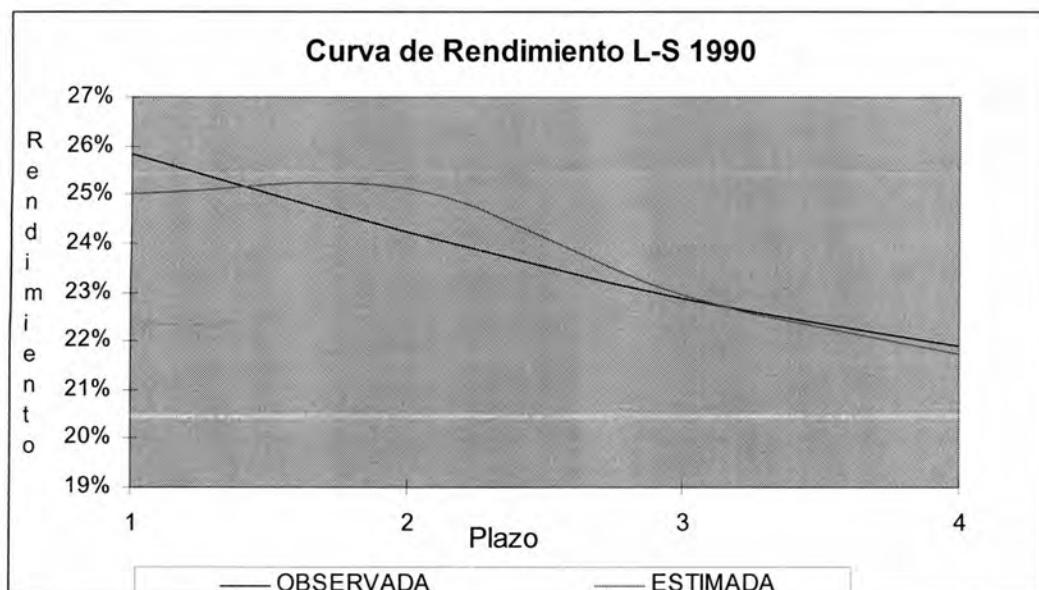


Gráfica 5

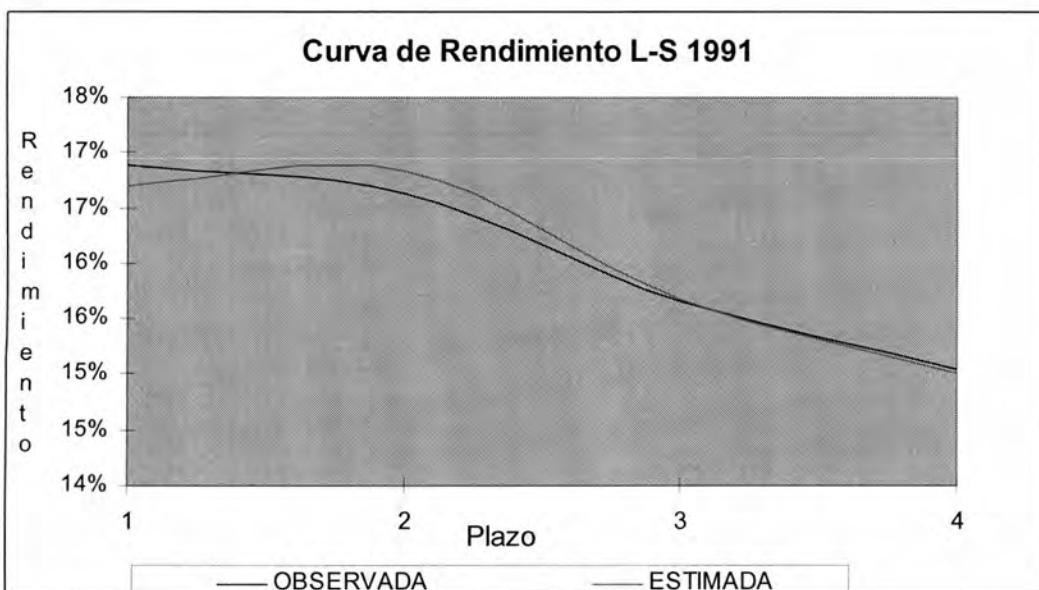


Gráficas del Modelo Litterman-Scheinkman aplicado al caso de México.

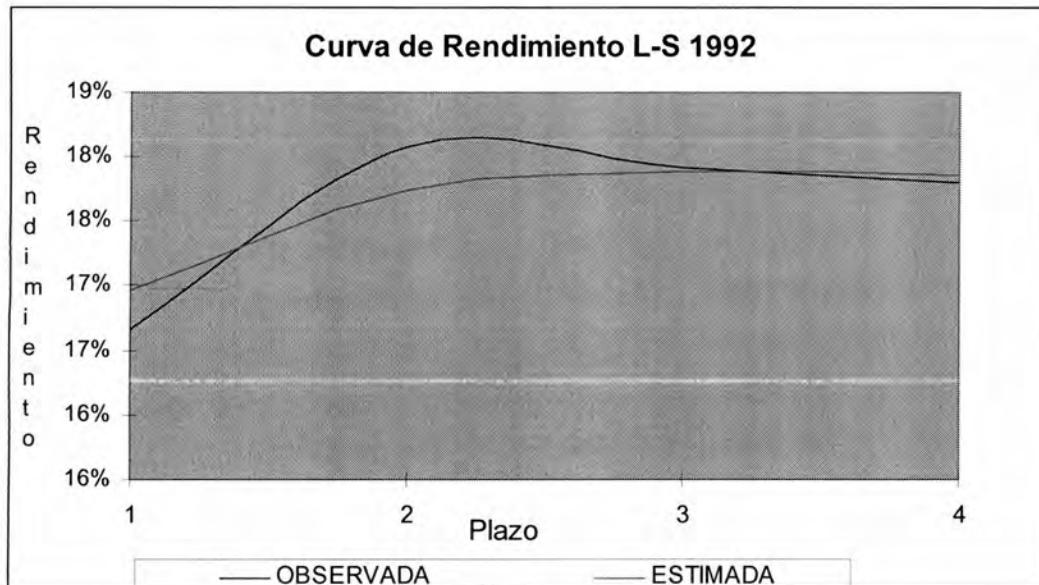
Gráfica 6



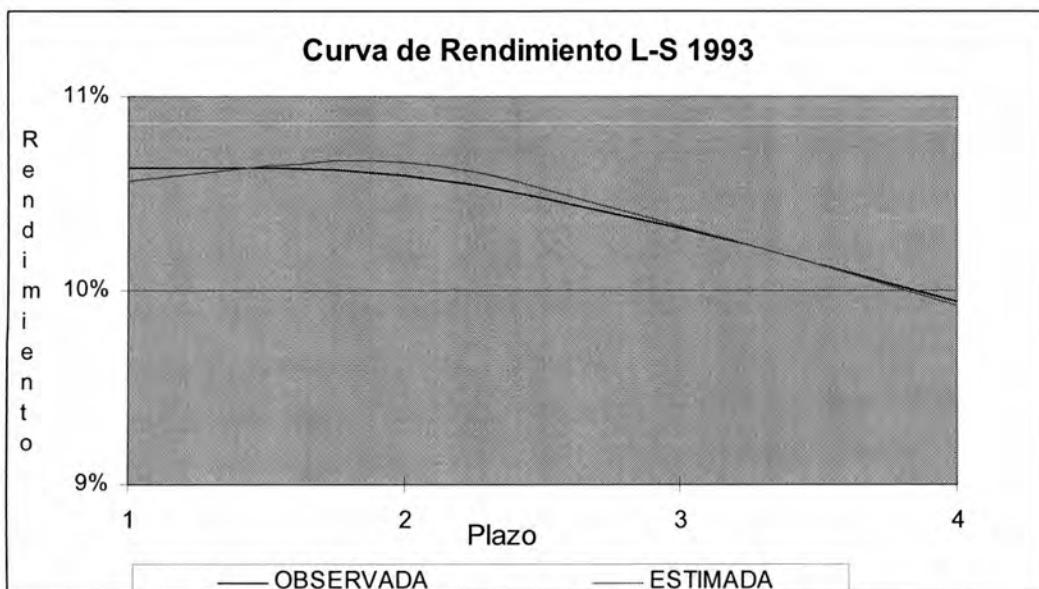
Gráfica 7



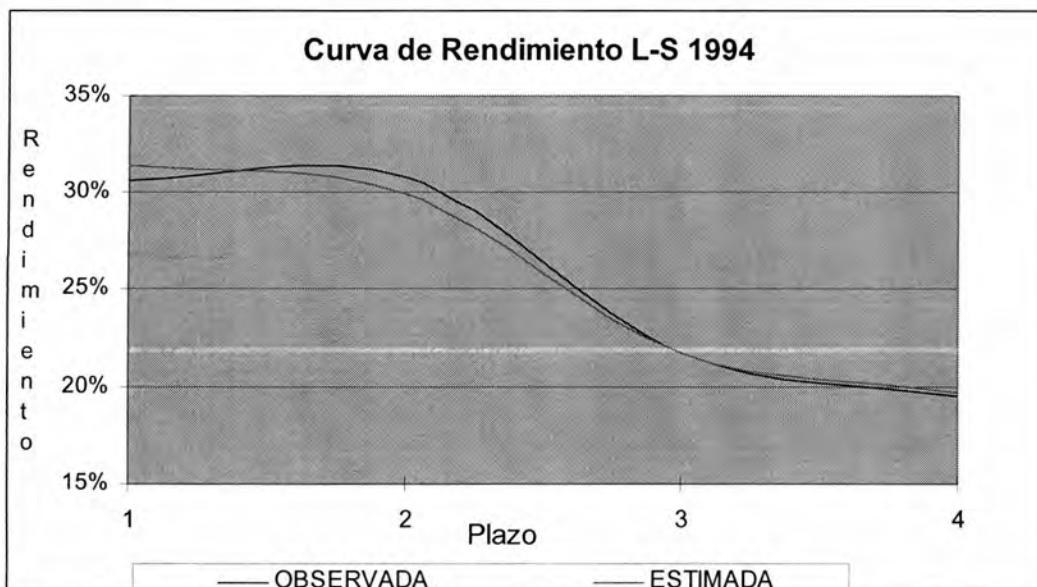
Gráfica 8



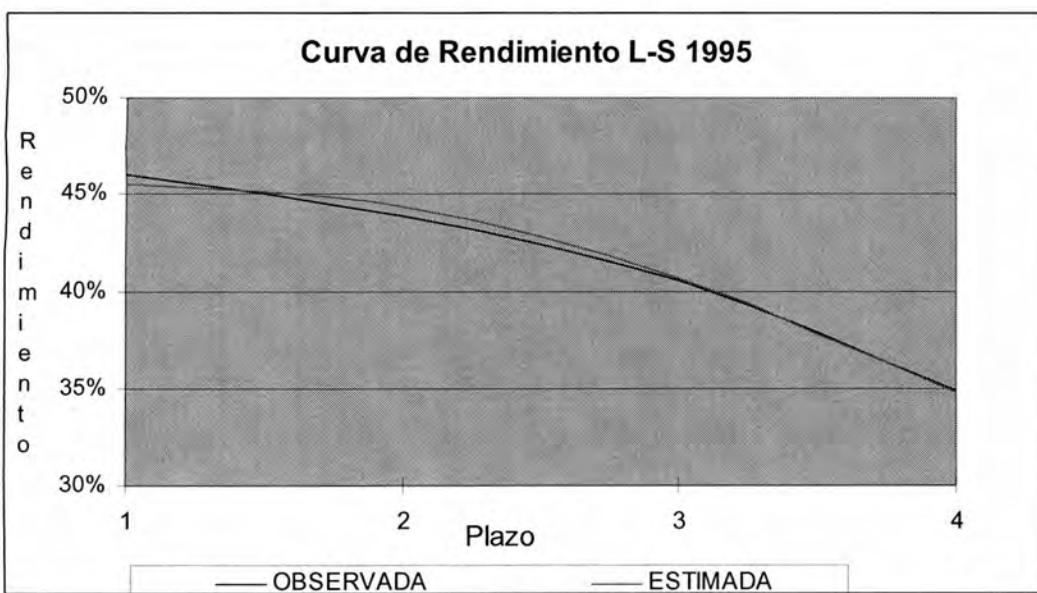
Gráfica 9



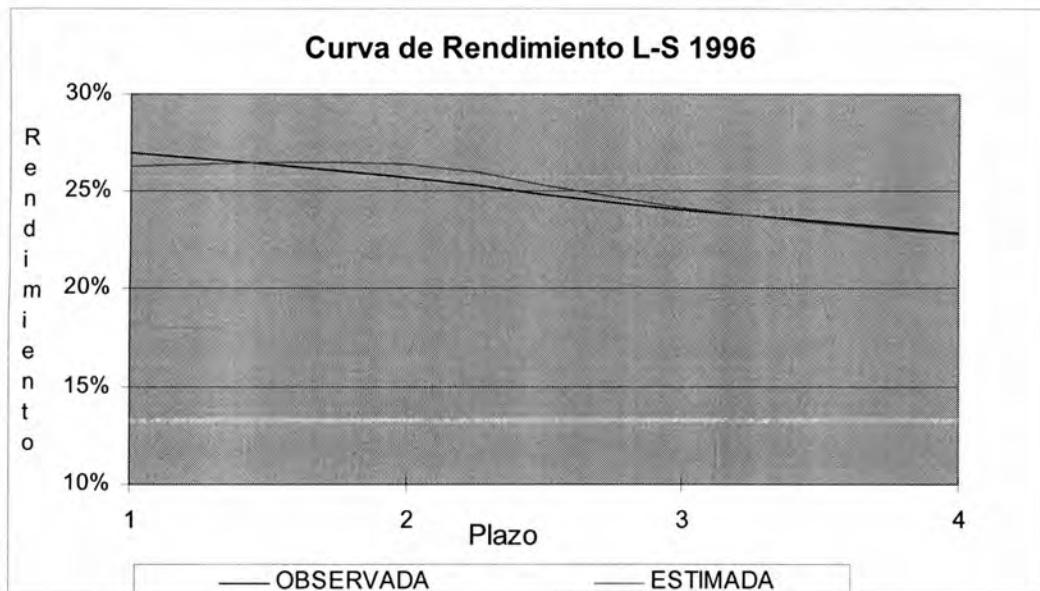
Gráfica 10



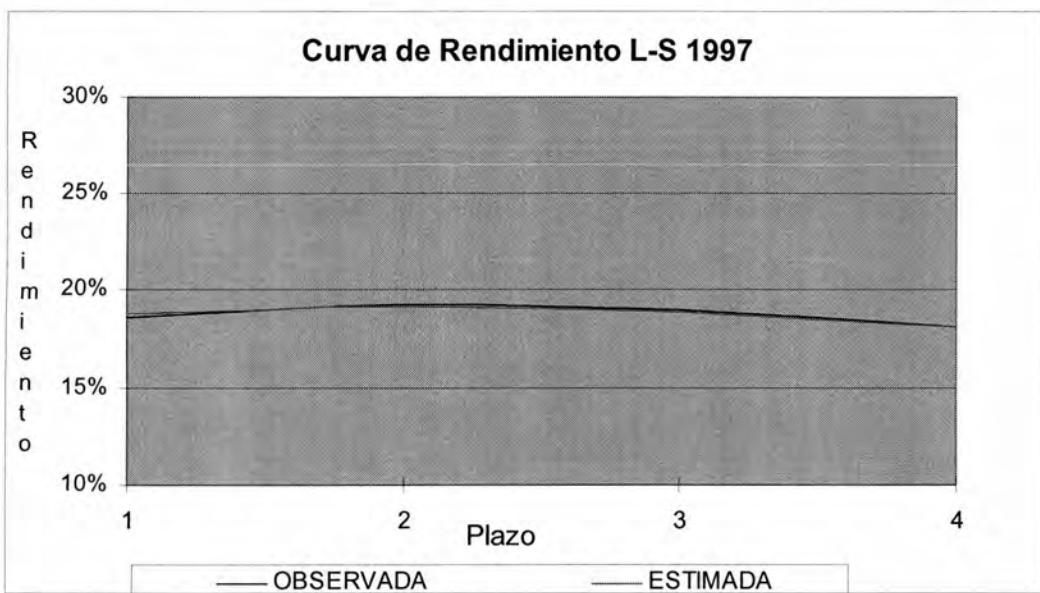
Gráfica 11



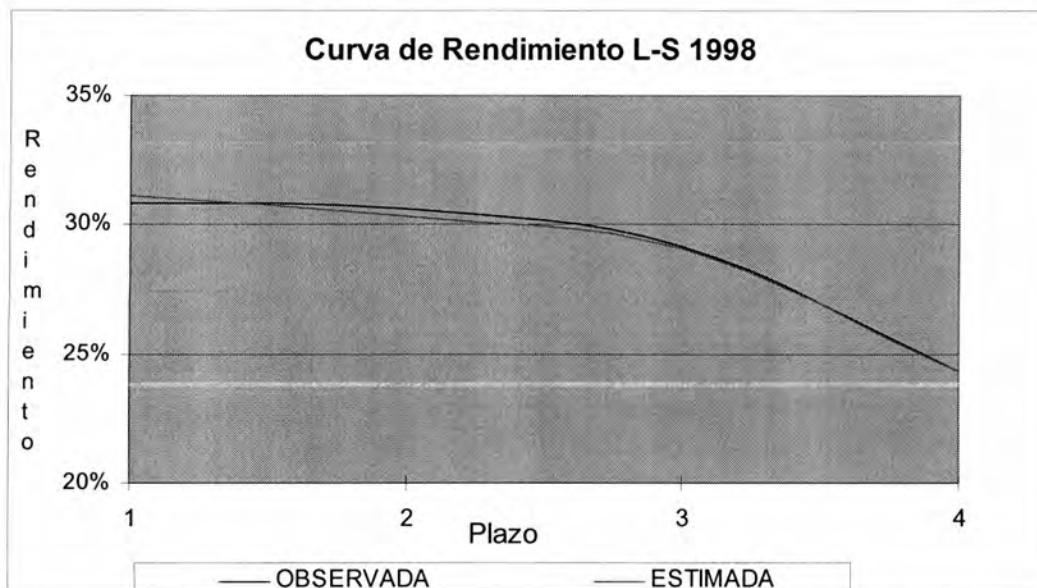
Gráfica 12



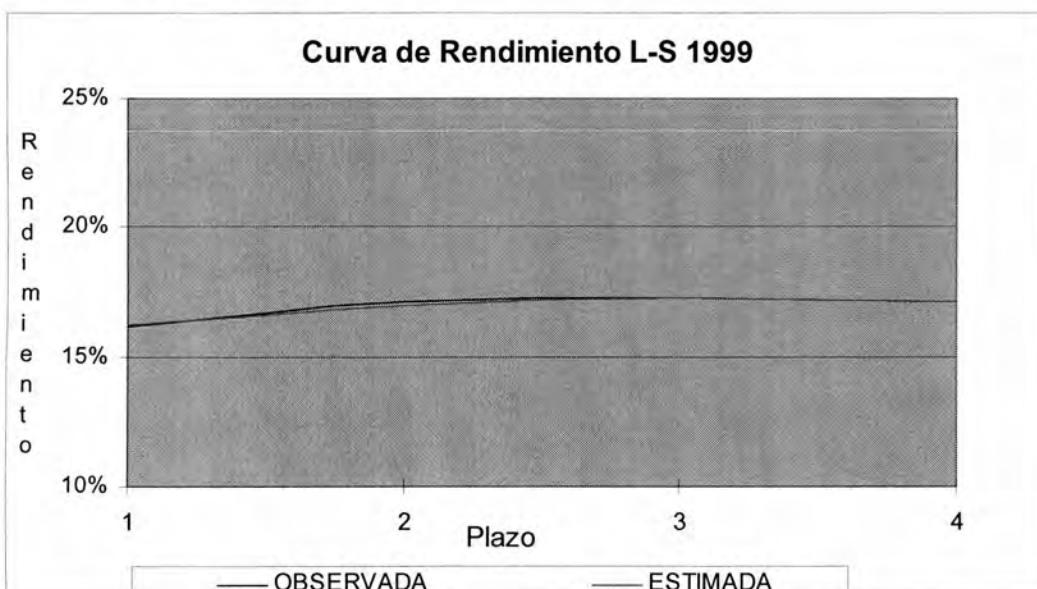
Gráfica 13



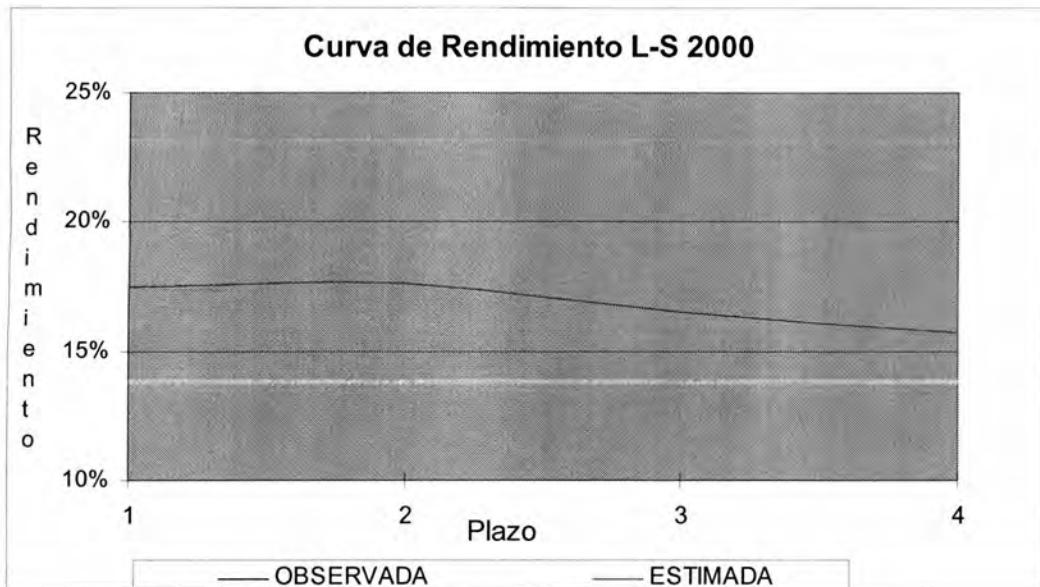
Gráfica 14



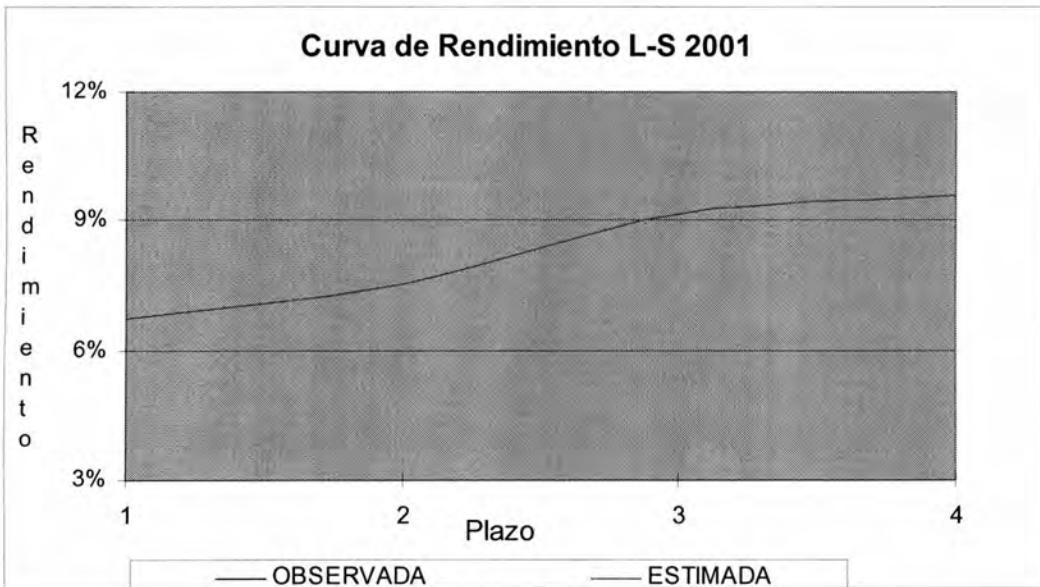
Gráfica 15



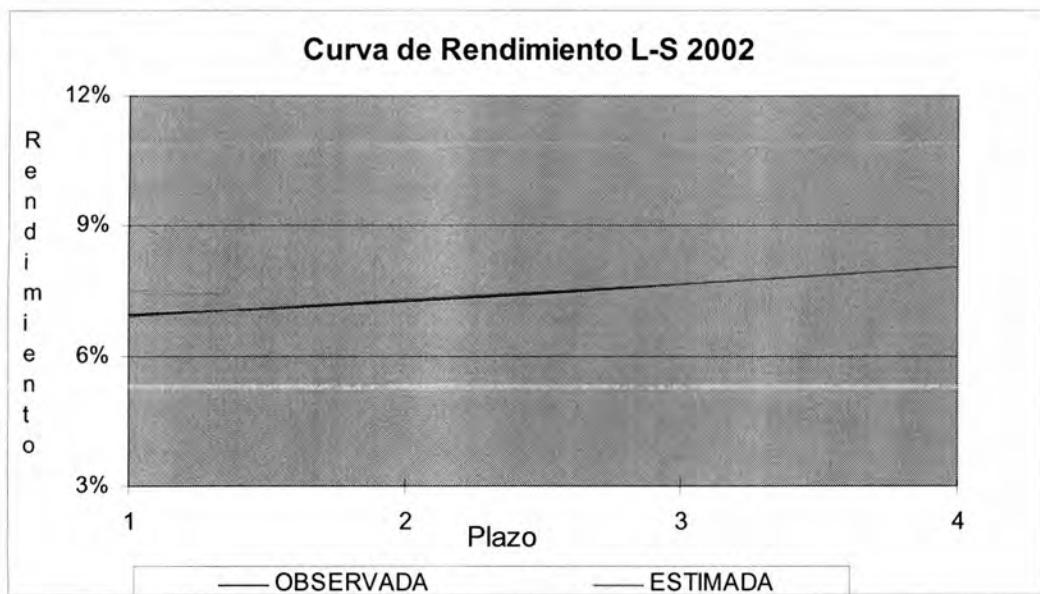
Gráfica 16



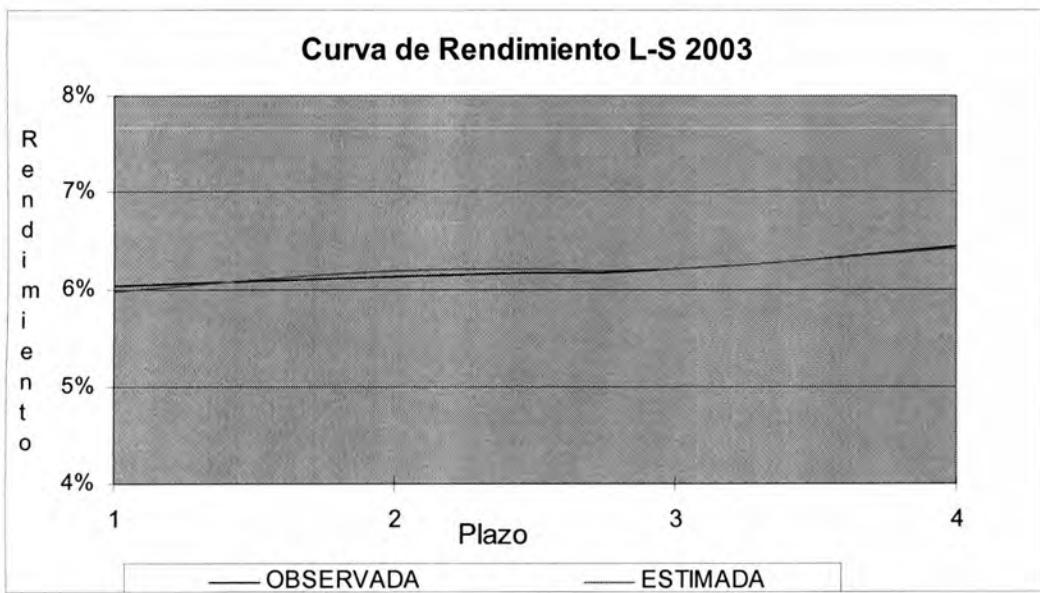
Gráfica 17



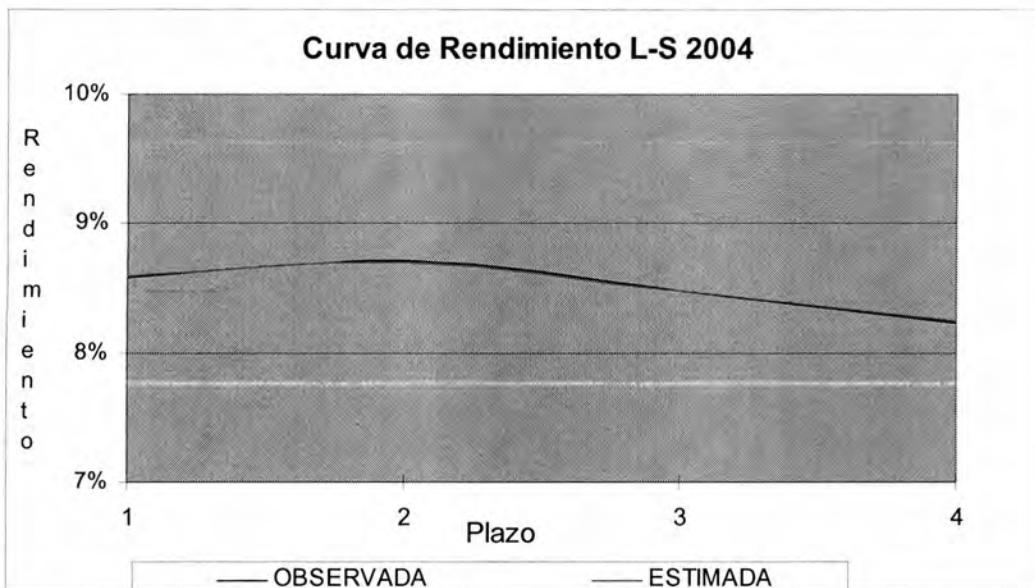
Gráfica 18



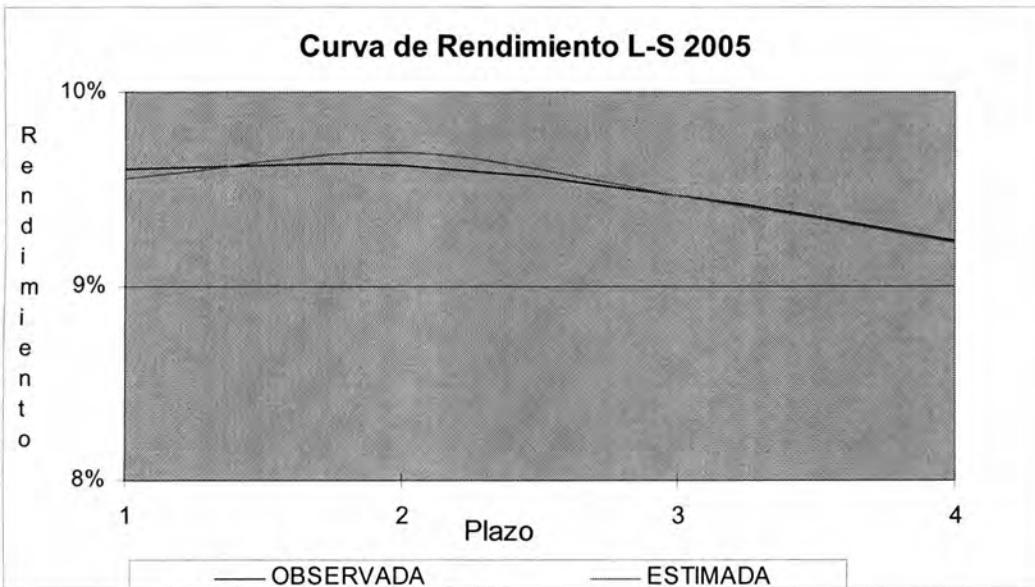
Gráfica 19



Gráfica 20



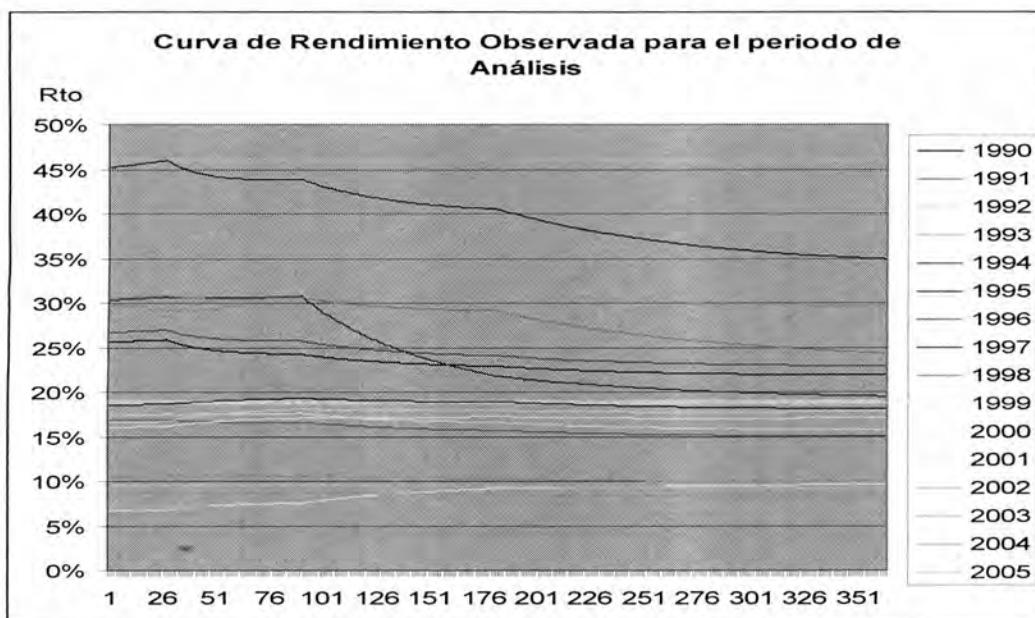
Gráfica 21



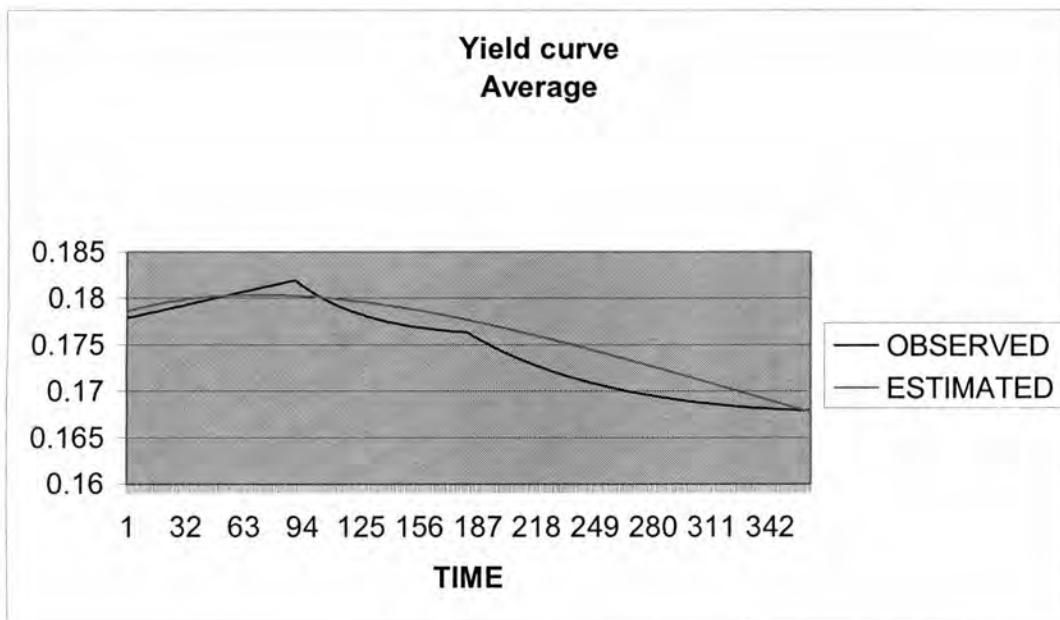
Anexo 5

Gráficas del Modelo Diebold-Li aplicado al caso de México.

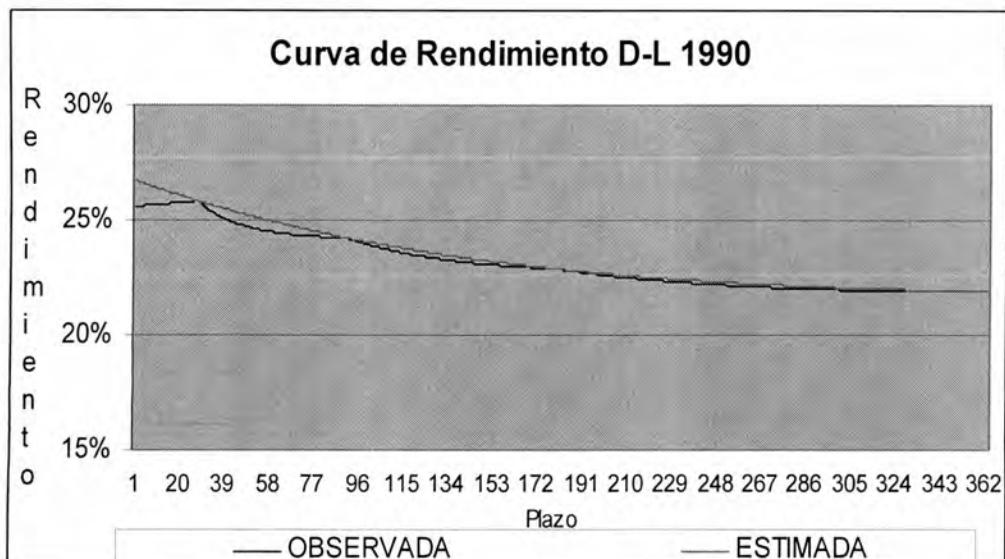
Gráfica 2



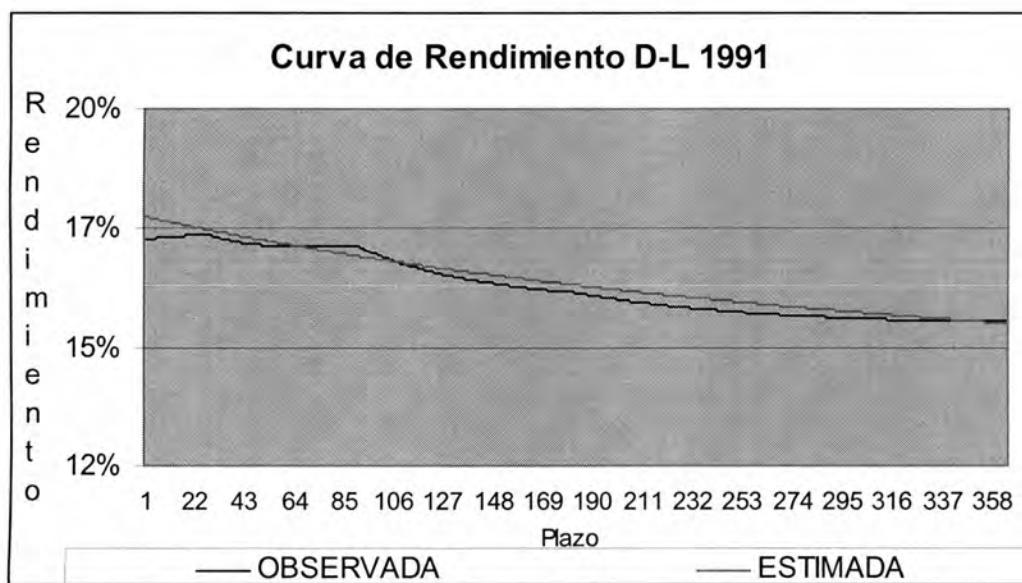
Gráfica 3



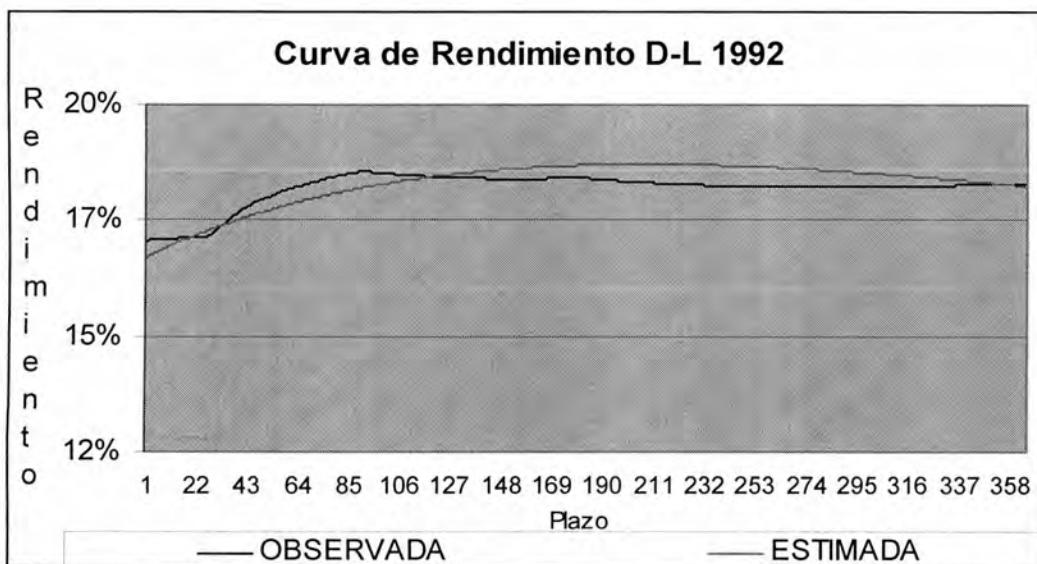
Gráfica 4



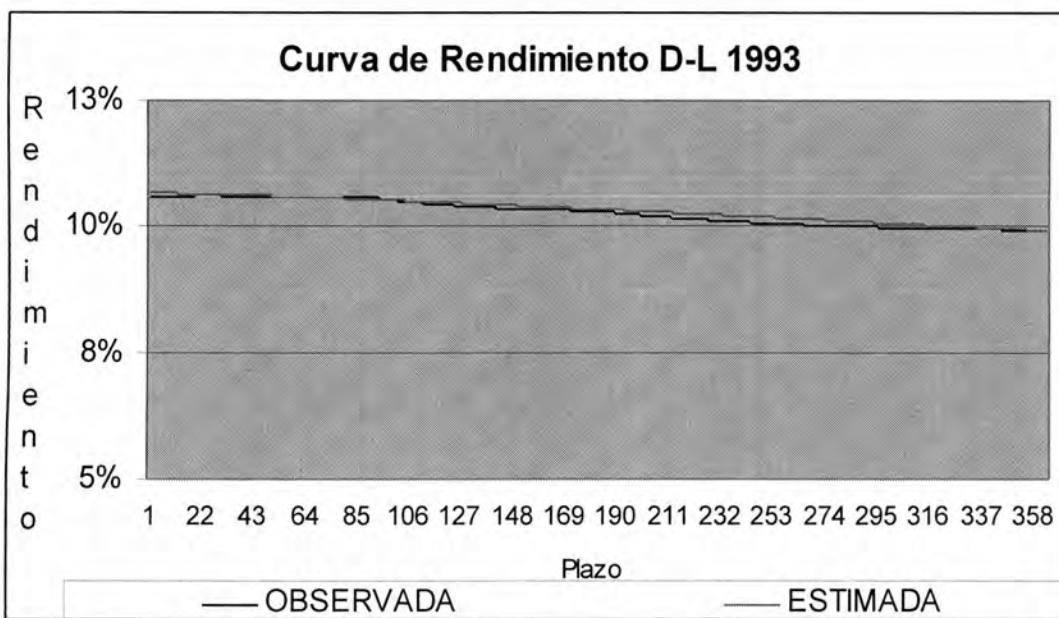
Gráfica 5



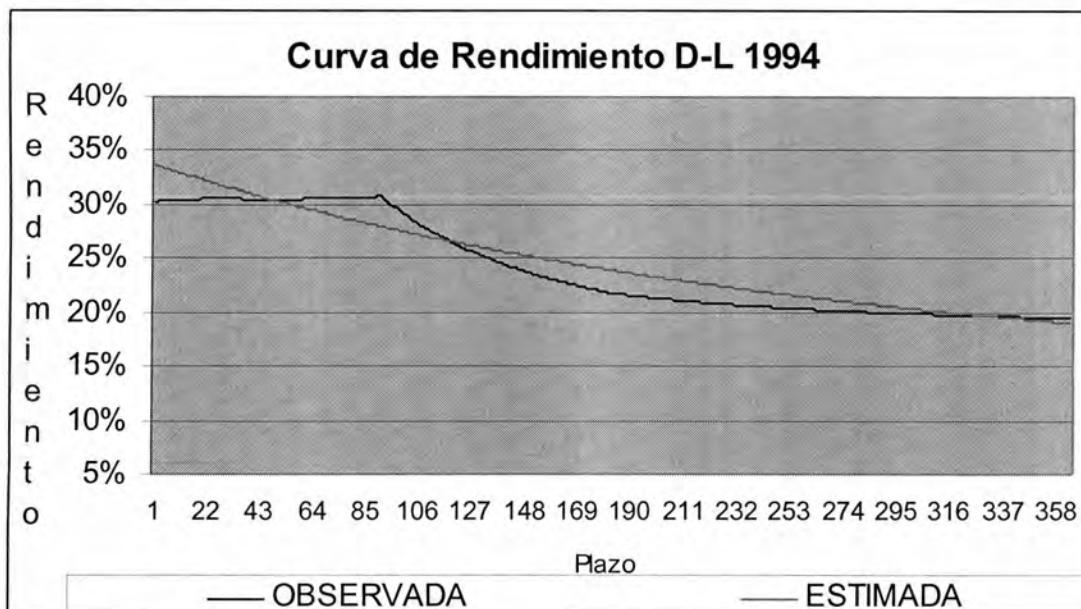
Gráfica 6



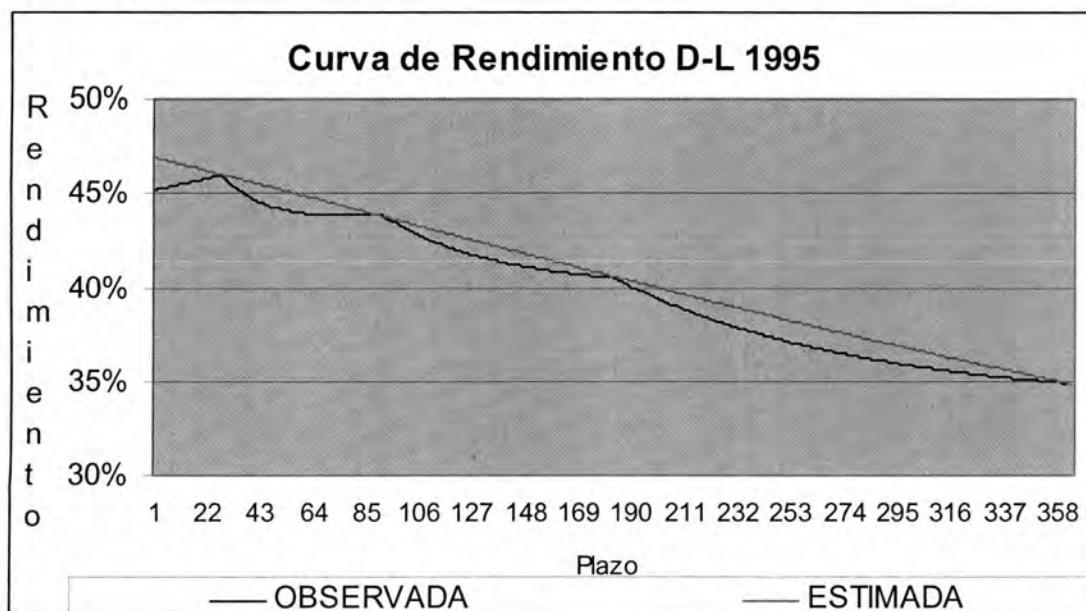
Gráfica 7



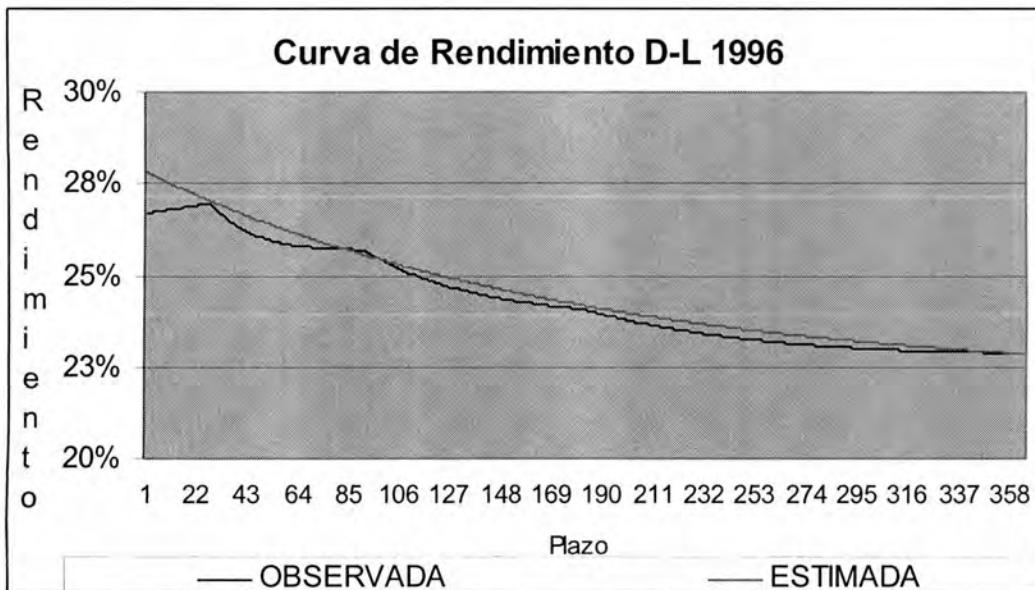
Gráfica 8



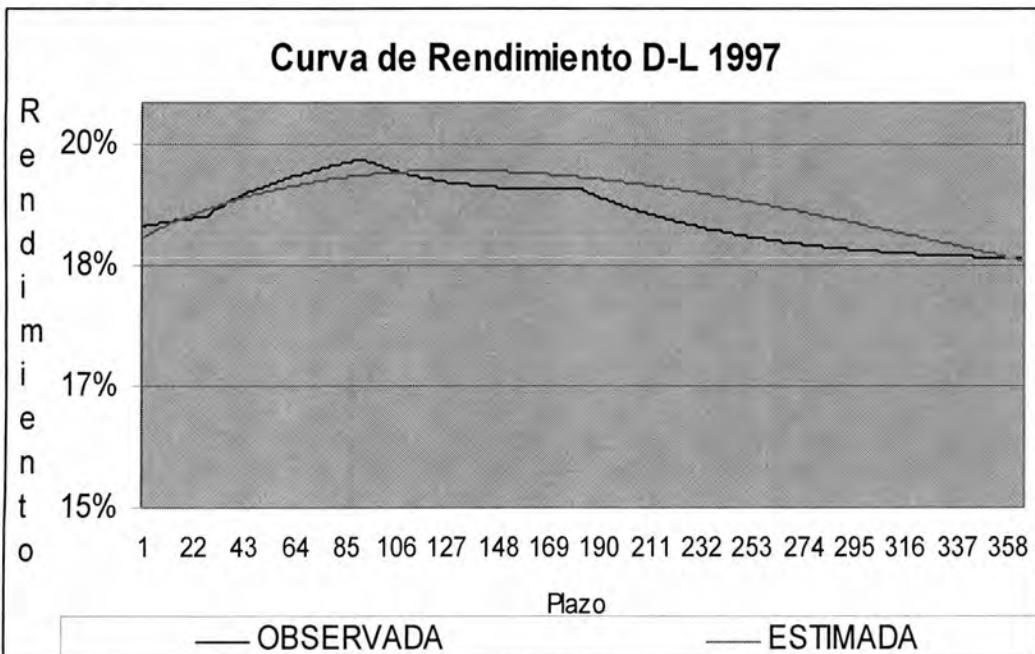
Gráfica 9



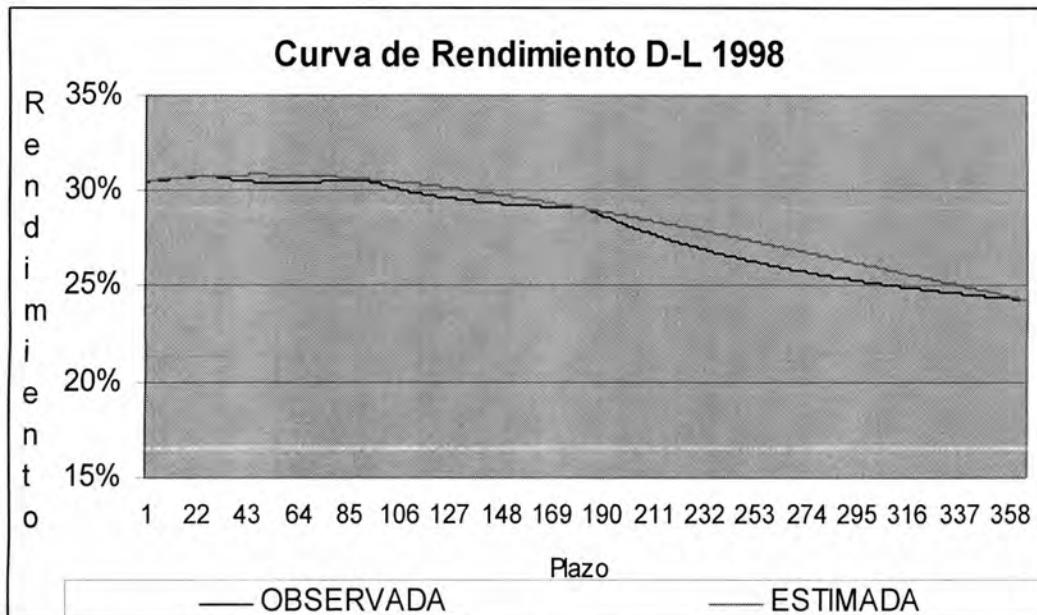
Gráfica 10



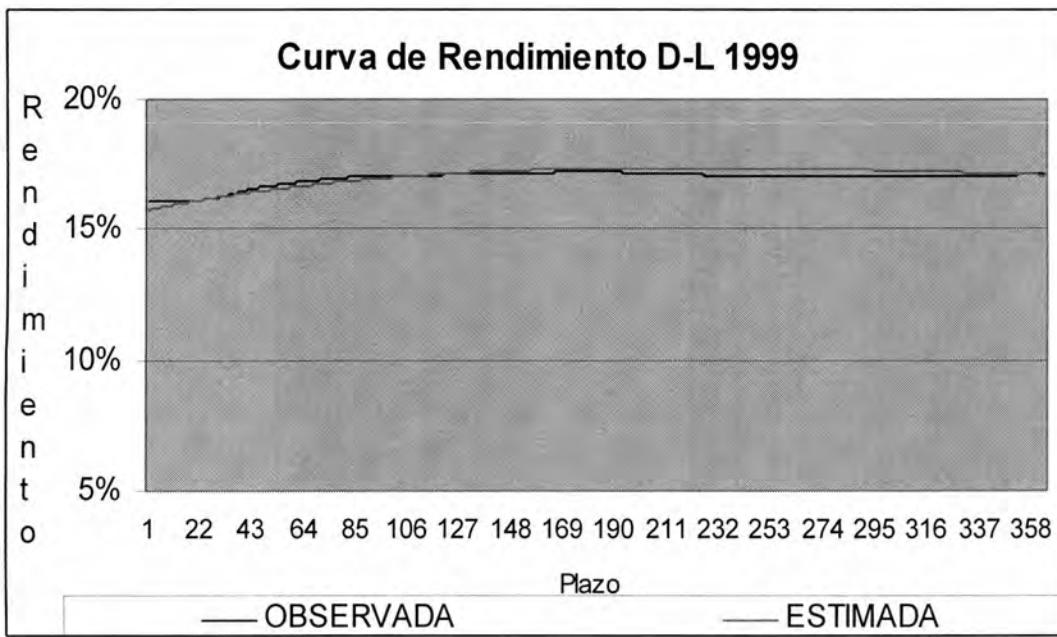
Gráfica 11



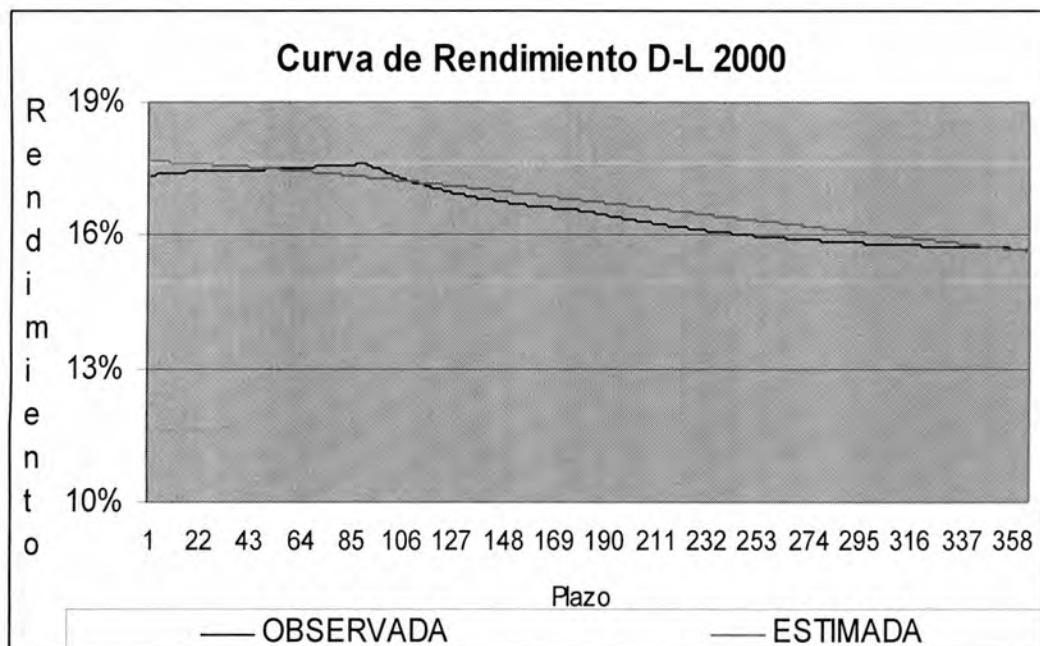
Gráfica 12



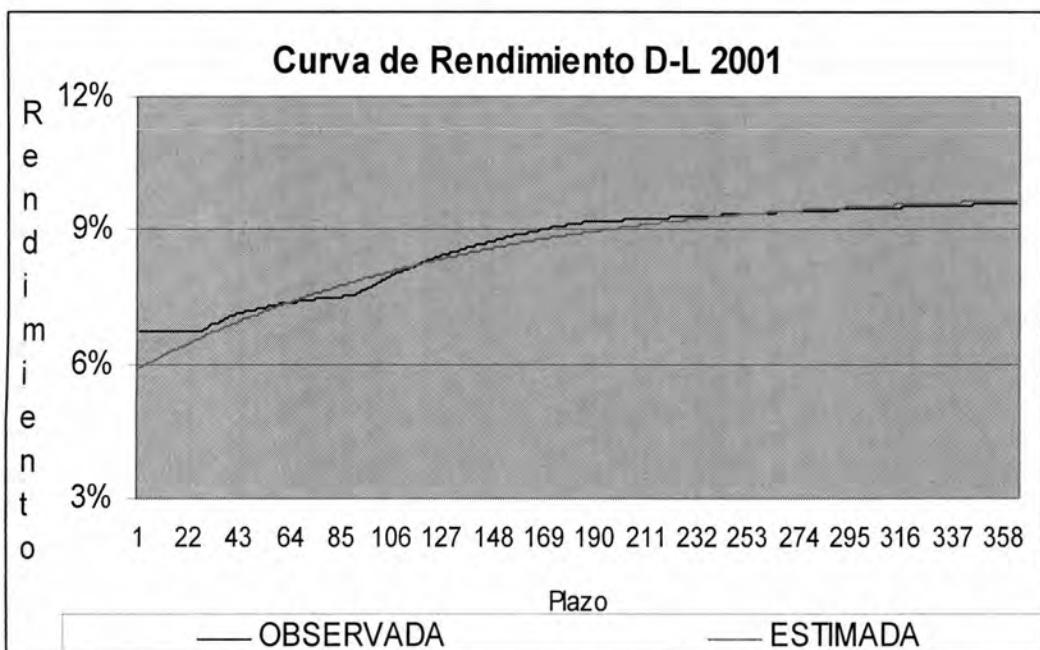
Gráfica 13



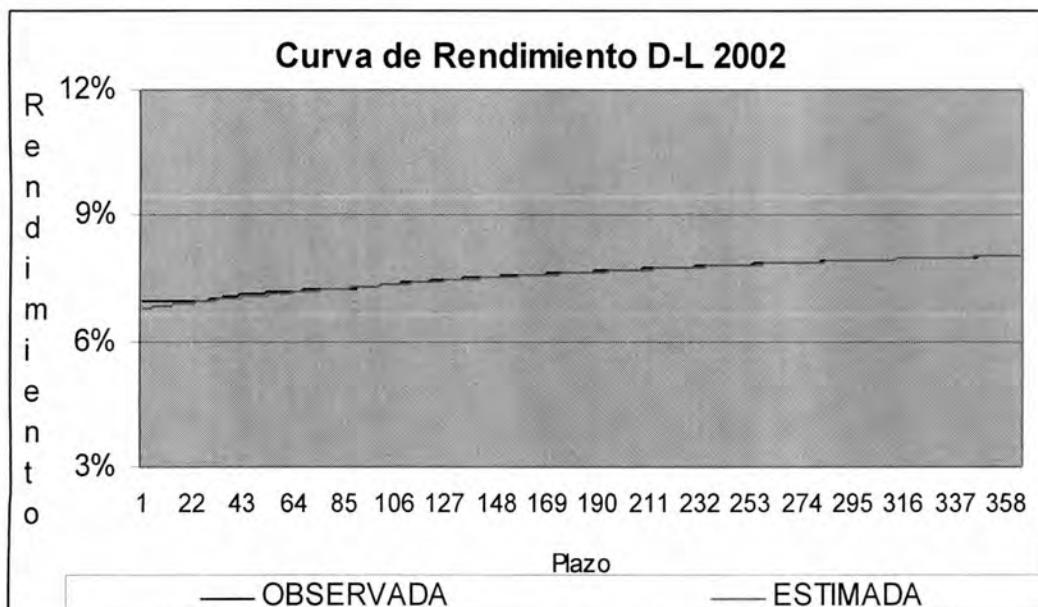
Gráfica 14



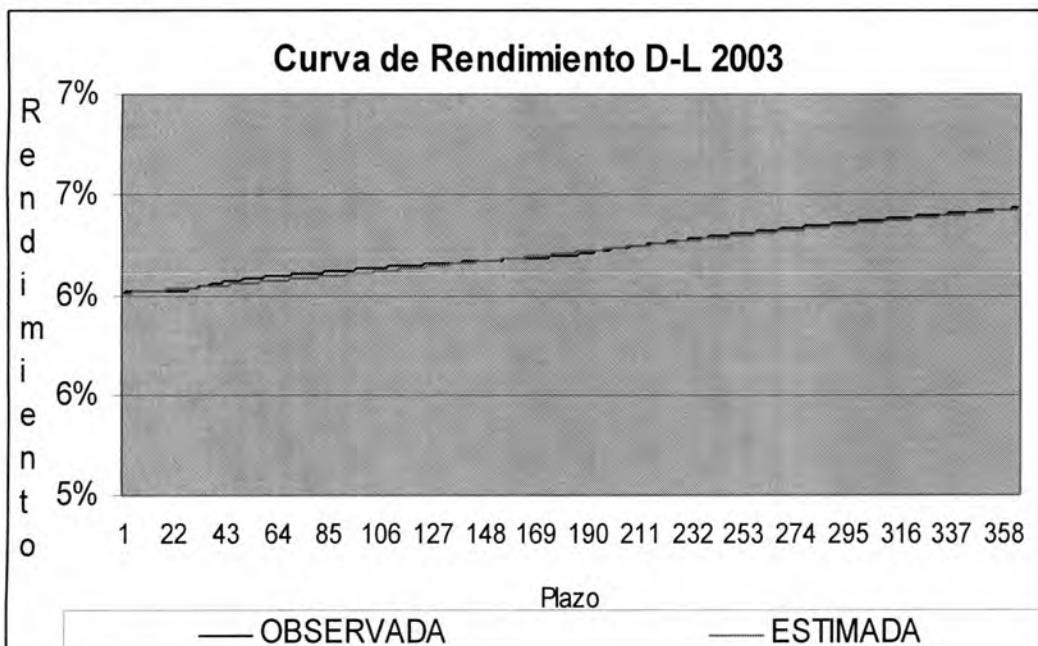
Gráfica 15



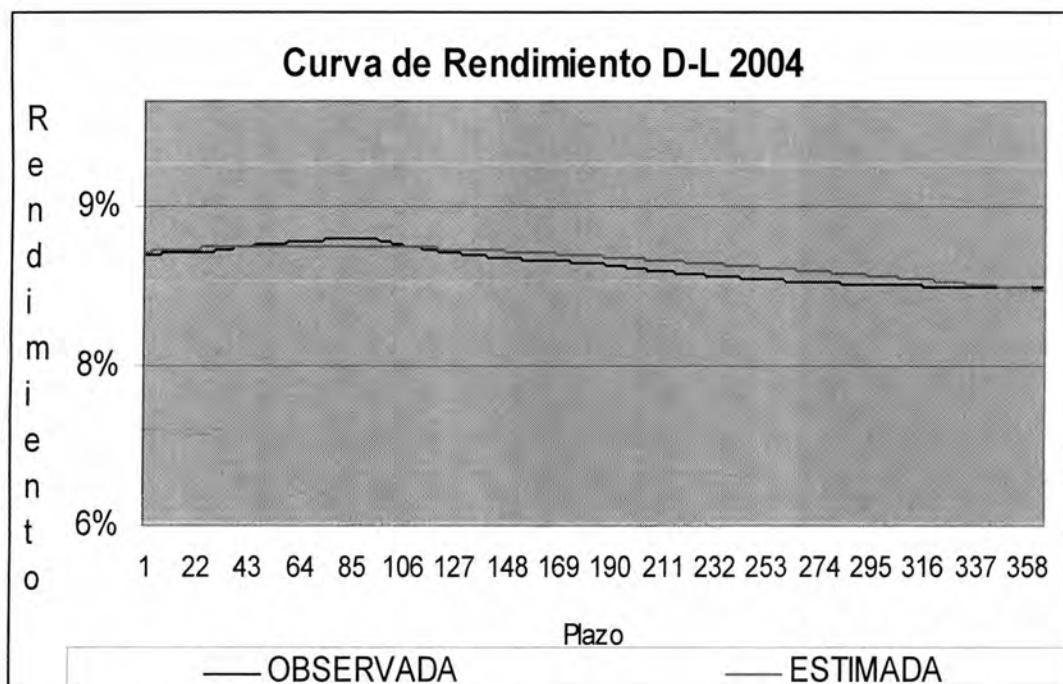
Gráfica 16



Gráfica 17



Gráfica 18



Gráfica 19

