

Facilmente , observamos que :

$$\text{Área do retângulo AMND} + \text{Área do retângulo MBCN} = \text{Área do retângulo ABCD}$$
$$a \cdot c + b \cdot c = (a + b) \cdot c$$

ou seja:

$$ac + bc = (a + b) c$$

nesta igualdade , destacamos:

$(a + b) c$  é a forma fatorada da expressão  $ac + bc$ .

C é chamado fator comum aos termos da expressão  $ac + bc$  e que foi colocado em evidência

Consideremos, agora, o polinômio  $ax + bx$

$$ax + bx = x (a + b) \quad \text{pela propriedade distributiva da multiplicação}$$

## O conceito intuitivo de função

O conceito de função é um dos mais importantes da matemática, tendo destaque não apenas na maioria das teorias nela desenvolvida, mas também no nosso cotidiano. Por isso, vamos apresentar esse conceito primeiro informalmente, para depois formalizá-lo.

Suponha que a tabela de preços a seguir corresponda às passagens do Metrô de São Paulo:

Passagens	Preço a Pagar
1	50,00
2	100,00
3	150,00
4	200,00
5	250,00
6	300,00
7	350,00
8	400,00

Observe que essa tabela fixa uma dependência entre o número de passagens e o preço a pagar.

Se chamarmos de  $x$  o número de passagens e de  $y$  o preço a pagar, essas duas **grandezas** estarão relacionadas de tal forma que **para cada valor de  $x$**  existe, uma correspondência , **um único valor de  $y$** , dado pela expressão  $y = 50x$ . Dizemos, então, que  **$y$  é função de  $x$** .

## Definição

Dados dois conjuntos **A** e **B**, chama-se **função de A em B** qualquer relação entre tais conjuntos que faça corresponder , a cada elemento de **A**, **um e um só** elemento de **B**.

Indica-se a função de **A** em **B** com a notação.

$$f: A \rightarrow B \text{ ou } A \xrightarrow{f} B$$

Isto que dizer que existe uma lei **f** que leva os elementos de **A** aos elementos de **B**, de tal modo que :

- Todo elemento de **A** **tem corresponde** em **B**;
- Todo elemento de **A** **tem um único correspondente** em **B**.

A chama-se domínio da função e se indica  $D(f) = A$ .

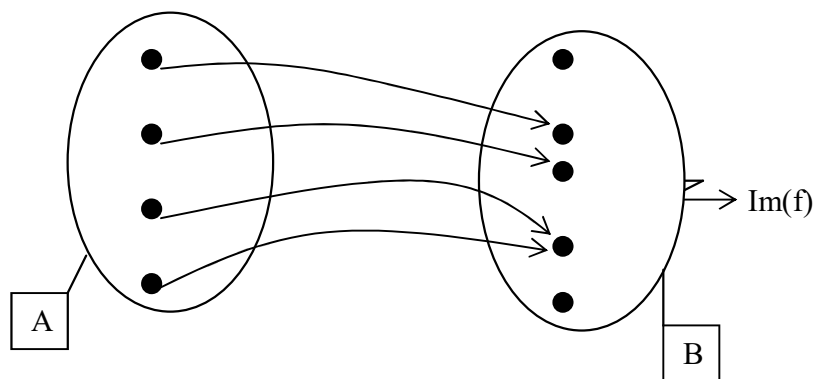
B chama-se contradomínio da função e se indica  $CD(f) = B$

Se **x** é um elemento de **A** e **y** é o seu correspondente em **B**, dizemos que **y** é a **imagem de x** obtida pela função **f**, indica-se  $y = f(x)$ .

$y = f(x)$  lê-se “ y é igual a f de x”

O conjunto de todos os valores **y** assim obtidos chama-se **conjunto imagem da função** e se representa por  $Im(f)$ .

Veja o esquema.



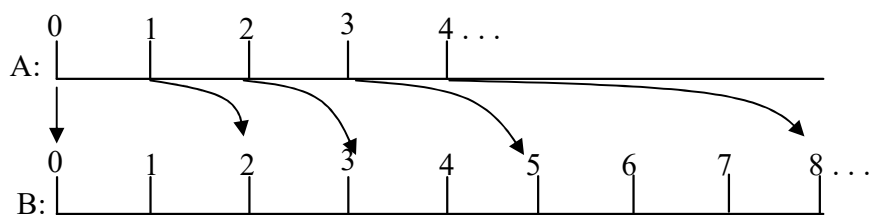
A é o domínio da função :  $D(f) = A$

B é o contradomínio da função :  $CD(f) = B$

$Im(f)$  é o conjunto imagem da função.

Exemplo:

Seja **A** o conjunto dos naturais, **B** o conjunto dos naturais e **f** a lei que a cada natural de **A** **faz corresponder o seu dobro em B**.



Logo :

$D(f) = \{ 0,1,2,3,4 \dots \}$

$CD(f) = \{ 0,1,2,3,4 \dots \}$

$Im(f) = \{ 0,2,4,6,8 \dots \}$

vê-se que:

$f(0) = 0$

$f(1) = 2$

$f(2) = 4$

$f(3) = 6$

$f(4) = 8$

## A função do 1º grau

Consideremos a seguinte função:

$$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$$

$$x \rightarrow y = ax + b, \text{ com } a \text{ e } b \text{ reais e } a \neq 0$$

Observa-se que a expressão que define a função é  $ax + b$ , ou seja, um polinômio do 1º grau.

A essa função demos o nome de função do 1º grau ou função afim.

Raiz ou zero da função

$$Y = ax + b$$

Dada a função  $y = ax + b$ , dizemos que  $x$  é uma raiz ou zero de  $y = ax + b$  quando e somente quando o valor corresponder de  $y$  é zero

Exemplo:

$$a) \ y = 3x - 6$$

$$\text{para } x = 2 \Rightarrow y = 0$$

$$x = 2 \text{ é raiz de } y = 3x - 6$$

$$b) \ y = -x$$

$$\text{para } x = 5 \text{ é raiz de } y = 5 - x$$

de um modo geral, para a função  $y = ax + b$ , tem-se:

$$Y = 0 \Leftrightarrow ax + b = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-b}{a}$$

$$x = \frac{-b}{a} \text{ é raiz de } y = ax + b$$

1. Primeiros exercícios de classe (faça no seu caderno ).

Determine as raízes das funções dadas pelas expressões seguintes:

$$a) \ y = 5x - 15$$

$$b) \ y = -12 - 2x$$

$$c) \ y = \frac{3x}{4} - 1$$

$$d) \ y = \frac{-2x}{3} + 6$$

## Valores e sinais da Função $y = ax + b$

A função de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  definida pela fórmula  $y = ax + b$  assume infinitos valores, quando  $x$  varia no campo real. É necessário, então, conhecer a variação desses valores.

### Sinais de $y = ax + b$

Seja, como exemplo,  $y = 3x - 6$ . Desejamos saber para quais valores de  $x$  teremos  $y$  maior que zero, ou, ainda para que valores de  $x$  teremos  $y$  menor que zero.

$$Y = 3x - 6$$

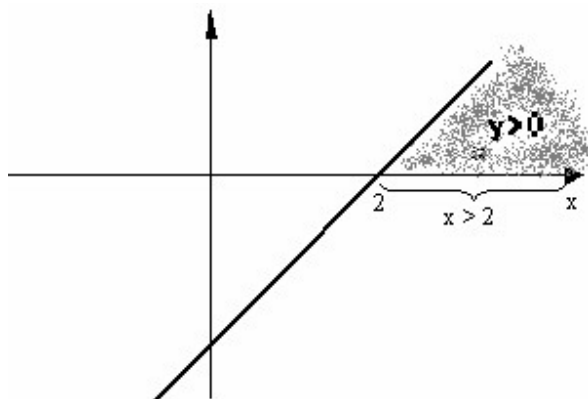
$$Y > 0 \Leftrightarrow 3x > 6$$

$$\Leftrightarrow 3x > 6$$

$$\Leftrightarrow x > 2$$

$x > 2 \Rightarrow y > 0$

graficamente



$X_0 = 2$  é raiz de  $y = 3x - 6$

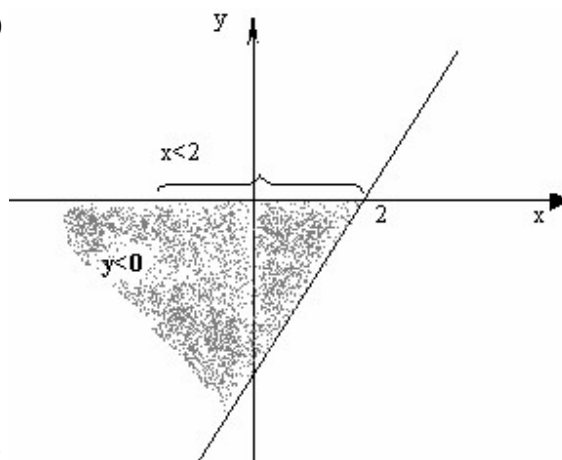
$$Y = 3x - 6$$

$$Y < 0 \Leftrightarrow 3x - 6 < 0$$

$$\Leftrightarrow 3x < 6$$

$$\Leftrightarrow x < 2$$

$x < 2 \Rightarrow y < 0$



$X_0 = 2$  é raiz de  $y = 3x - 6$

Primeiros exercícios de classe ( faça no seu caderno )

1. Dadas as funções seguintes, determine:

- I. a sua raiz;
- II. os valores de  $x$  que tornam  $y > 0$  ;
- III. os valores de  $x$  que tornam  $y > 0$ ;
- IV. o gráfico da função.

- a)  $y = x - 3$
- b)  $y = -2x - 8$
- c)  $y = 2x$
- d)  $y = 1 - \frac{x}{4}$ .

Sistemas de inequações do 1º grau com variáveis reais

Sovemos que resolver um sistema de equações é determinar as soluções comuns às equações que compõem o sistema .

Da mesma maneira, resolver um sistema de inequações é determinar as soluções comuns às inequações do sistema . Mais explicitamente, podemos dizer que o **conjunto - verdade de um sistema de inequações é o conjunto intersecção dos conjuntos soluções de cada uma das inequações .**

### Sistemas de inequações com uma variável real

Para resolver os sistemas de inequações com uma variável **R**, procedemos da seguinte maneira:

- Resolvermos cada uma das inequações;
- Determinamos a solução comum às inequações.

Exemplos:

Resolvamos , em **R** os seguintes sistemas:

$$1. \begin{cases} x + 3 \geq 0 \\ x - 5 < 0 \end{cases}$$

resolvendo as duas inequações, temos:

a)  $x + 3 \geq 0$

$x \geq -3$

portanto:  $V_1 = \{ x \in \mathbb{R} / x \geq -3 \}$

b)  $x - 5 < 0$

$x < 5$

O conjunto – verdade do sistema,  $V = V_1 \cap V_2$ , pode ser determinado de maneira prática através da representação gráfica de  $V_1$  e de  $V_2$ , sendo verificada , a seguir , a sua intersecção .

Assim:



Logo, a solução do sistema é dada por:

$$- 3 \leq x < 5$$

$$\text{ou } V = \{ x \in \mathbb{R} / -3 \leq x < 5 \}$$

observação :

Como estamos trabalhando com uma única variável em  $\mathbb{R}$ , a solução do sistema é um **subconjunto da reta**.

$$2. \begin{cases} 3x + 4 < 1 \\ 1 - 2x < 2 \end{cases}$$

resolvendo as inequações, temos:

$$a) 3x + 4 < 1$$

$$3x < 1 - 4$$

$$3x < -3$$

$$\boxed{x < -1}$$

$$V = \{ x \in \mathbb{R} / x < -1 \}$$

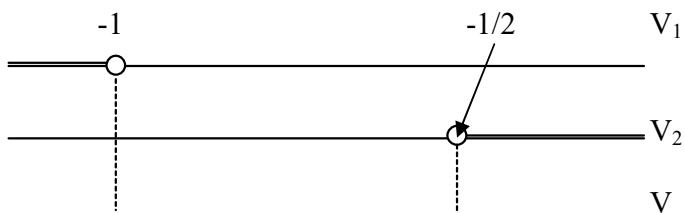
$$b) 1 - 2x < 2$$

$$-2x < 2 - 1$$

$$-2x < 1$$

$$\boxed{x > -\frac{1}{2}}$$

$$V2 = \{ x \in \mathbb{R} / x > -\frac{1}{2} \}$$



Logo não existe  $x$  que satisfaça às duas inequações.

Ou  $V = \emptyset$

$$3. \begin{cases} 3x - 4 > 8 \\ 2x - 1 > 3 \end{cases}$$

Resolvendo as inequações, temos:

$$\begin{aligned} \text{a) } 3x - 4 &> 8 \\ 3x &> 8 + 4 \\ 3x &> 12 \end{aligned}$$

$$x > 4$$

$$V_1 = \{ x \in \mathbb{R} / x > 4 \}$$

A razão de duas grandezas é o quociente dos números que medem essas grandezas numa mesma unidade.

Os termos de uma razão são denominados antecedente e conseqüente. Assim, em  $3:4$  ou  $\frac{3}{4}$  temos:

antecedente : 3

conseqüente : 4

### Razões equivalentes

Vimos que  $1,35$  e  $\frac{15}{20}$  são razões que valem  $\frac{3}{4}$  ou  $0,75$ . Dizemos que são razões equivalentes a  $\frac{3}{4}$  ou “3 para 4”.

Podem-se sempre obter razões equivalente a uma razão dada, por exemplo. A  $\frac{3}{4}$ . Basta multiplicar o antecedente e o conseqüente por um mesmo número não – nulo e indicar:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \frac{18}{24} \dots$$

### 4. Proporções

As razões  $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}, \frac{6}{12}$  formam igualdades, ou:

cada, uma dessa igualdades chama-se **proporção**.

Denomina-se proporção a uma igualdade entre duas razões.

A proporção  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$  também é escrita sob a forma  $1 : 2 :: 2 : 4$  ou “um está para dois, assim como