A expressão algébrica inteira e fracionária

Observe as expressões algébricas abaixo.
Identifique com a letra I as que não apresentam variáveis no denominador, e com a letra F as que apresentam variáveis no denominador:

a) $3x - 2y$

b) $\frac{x}{2} + y$

c) $\frac{x - y}{x}$

d) $\frac{1}{a + b}$.

e) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

f) $\frac{a + 1}{2x}$

g) $\frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}$.

h) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3}$

i) $\frac{x^2 y}{10}$

você assinalou com a letra I as expressões algébricas:

$3x – 2y$, $\frac{x}{2} + y$, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$, $\frac{x}{2} + \frac{y}{3}$, $\frac{x^2 y}{10}$

você assinalou algébricas que não contêm varáveis no denominador são denominadas **expressões algébrica inteiras**.

Você assinalou com a letra F as expressões algébrica :

$\frac{x - y}{x}$, $\frac{1}{a + b}$, $\frac{a + 1}{2x}$, $\frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}$.

Expressões algébricas que apresentam variáveis no denominador são denominadas **expressões algébricas fracionárias**

Produtos Notáveis

Existem certas igualdades matemáticas, de uso freqüente no cálculo algébrico, que são denominadas produtos notáveis.

Os principais produtos notáveis são :

- Quadrado da soma de dois termos $\longrightarrow$ $\boxed{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b2}$

De fato , pois:

$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$

quadrado do 2º termo

2º termo

duas vezes o produto dos termos

1º termo

quadrado do 1º termo

Daí , a seguinte

Regra

O quadrado da soma de sois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo termos.

Exemplos

1) $(2x + 5)^2 = (2x)^2 + 2 . (2x) . (5) + (5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$

- Quadrado da diferença de dois termos ⟶ $\boxed{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

De fato, pois:

$$(a - b)^2 = (a - b) (a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

2º termo

1º termo

quadrado do 2º termo

duas vezes o produto dos termos

quadrado do 1º termo

Daí, a seguinte

Regra

O quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

Exemplos: 1) $(3x - 1)^2 = (3x)^2 - 2. (3x) (1) + (1)^2 = 9x^2 - 6x +1$

- cubo da soma de dois termos ⟶ $\boxed{(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$

de fato, pois :

$(a + b)^3 = (a + b)^2 . (a + b) = (a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Exemplos

1) $(a + x)^3 = (a)^3 + 3(a)^2(x) + 3(a)(x)^2 + (x)^3 = a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3$

2) $(y + 2)^3 = (y)^3 + 3(y)^2(2) + 3 (y)(2)^2 = y^3 + 6y^2 + 12y + 8$

- cubo da diferença de dois termos ⟶ $\boxed{(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$

De fato . pois:

$(a - b)^3 = (a - b)^2 . (a - b) = (a^2 - 2ab + b^2) (a - b) = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Exemplo : $(x - 3)^3 = (x)^3 - 3(x)^2(3) + 3(x) (3)^2 + x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

- Produto da soma de sois termos
  Pela sua diferença ⟶ $\boxed{(a + b) (a - b) = a^2 - b^2}$

De fato , pois 1º termo

$$(a + b) (a - b) = a (a – b) + b (a – b) = a^2 – b^2$$

quadrado do 2º termo
quadrado do 1º termo

Daí, a seguinte

Regra

O produto da soma de dois termos pela sua diferença é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo.

Exemplos:
1) $(x + 3) (x - 3) = (x)^2 - (3)^2 = x^2 - 9$

Exercício de fixação

a) $(x + 8)2$ b) $(2 – 3a)^2$ c) $(3x + y^2)^2$
d) $(1 + 5m) – (1 – 5m)$ e) $(ab – c)^2$ f) $(m – 1)^3$

Fatoração

Introdução
Consideremos os seguintes problemas:
1º) Escrever o número 90 na forma de um produto indicado.
Para isso, decompomos 90 em fatores primos:

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$90 = 2 . 3^2 . 5$

2º) Escrever a expressão 3 + 12 na forma de um produto indicado.
Para isso, usamos a propriedade distributiva da multiplicação:

$$3 + 12 = \underbrace{3 . (1 + 4)} \longrightarrow 3 . (1 + 4) = 3 . 1 + 3 . 4 = 3 + 12$$

forma fatorada da expressão

Assim, que escrevemos um número ou uma expressão na forma de um produto indicado, dizemos que estamos escrevendo o número ou a expressão na **forma fatorada**
Daí:

Fatorar um número u uma expressão significa decompor o número ou a expressão num produto indicado.

Surgem , então , as perguntas:
a) será que podemos fatorar um polinômio?
b) Quando podemos fazê-lo?

As respostas serão dadas no estudo desta Unidade, importantíssima pela sua aplicação no cálculo algébrico.

- **Fatoração de Polinômios**

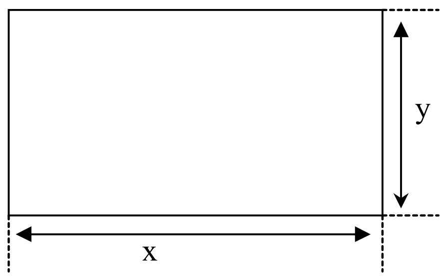
Fatorar um polinômio significa transformar esse polinômio num produto indicado de polinômios ou de monômios e polinômios.

Estudaremos os caso simples de fatoração de polinômios

1º Caso: Colocação de um fator comum em evidência

Observe as seguintes situações:

A figura abaixo nos mostra um retângulo cujas dimensões são **x** e **y**.



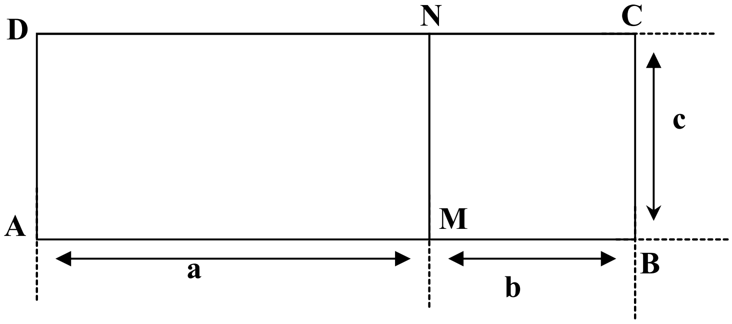
A medida do perímetro do retângulo pode ser representada pela expressão:
$2x + 2y$ ou $2 . (x + y)$ ⟶ propriedade distributiva da multiplicação
então :

$2x + 2y = 2 . (x + y)$

Nesta igualdade, destacamos:

$2(x + y)$ é a forma fatorada da expressão $2x + 2y$,.
2 é chamado fator comum aos termos da expressão $2x + 2y$ e que foi colocado em evidência.

A figura seguinte nos mostra três retângulos: o retângulo ABCD, o retângulo AMND e o retângulo MBCN.



Facilmente , observamos que :
Área do retângulo AMND + Área do retâgulo MBCN = Área do retângulo ABCD

$$a \cdot c + b \cdot c = (a + b) \cdot c$$

ou seja:
ac + ac = (a + b) c

nesta igualdade , destacamos:

(a + b) c é a forma fatorada da expressão ac + bc.
C é chamado fator comum aos termos da expressão ac + bc e que foi colocado em evidência

Consideremos, agora, o polinômio ax + bx
ax + bx = x (a + b) pela propriedade distributiva da multiplicação

O conceito intuitivo de função

O conceito de função é um dos mais importantes da matemática, tendo destaque não openas na maioria das teorias nela desenvolvida, mas também no nosso quotidiano. Por isso, vamos apresentar esse conceito primeiro informalmente, para depois formalizá-lo.

Suponha que a tabela de preços a seguir corresponda às passagens do Metrô de São Paulo:

Passagens	Preço a Pagar
1	50,00
2	100,00
3	150,00
4	200,00
5	250,00
6	300,00
7	350,00
8	400,00

Observe que essa tabela fixa uma dependência entre o número de passagens e o preço a pagar.

Se chamarmos de x o número de passagens e de y o preço a pagar, esses duas **grandezas** estarão relacionadas de tal forma que **para cada valor de x** existe, um correspondência , **um único calor de y**, dado pela expressão y = 50x. Dizemos, então, que **y é função de x.**

Definição

Dados dois conjuntos **A** e **B**, chama-se **função de A em B** qualquer relação entre tais conjuntos que faça corresponder , a cada elemento de **A, um e um só** elemento de **B**.

Indica-se a função de **A** em **B** com a notação.

$f: A \to B$ ou $A \xrightarrow{f} B$