T09P01

May 28, 2020

1 T09P01 - MdSM

2 CASO DE ESTUDIO 1: Tiempo crítico de despeje de una falta trifásica al comienzo de la línea y que se despeja por apertura de la misma.

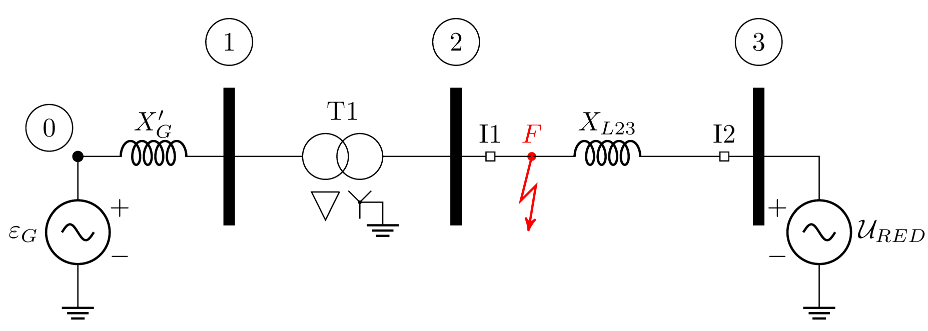
2.1 Enunciado

Determine el tiempo crítico de despeje de una falta trifásica al comienzo de una línea y que se despeja por apertura de la misma.

Tome como datos:

- Potencia nominal del generador (S_g): 100 MVA.
- Tensión nominal en bornes del generador (U_g): 15 kV.
- Constante de inercia del generador (H_g): 3 s (Referida a la potencia del generador).
- Carga del generador previa a la falta: 100% potencia nominal.
- Factor de potencia del generador previo a la falta: 0.8 inductivo.
- Reactancia transitoria del generador (X_g'): 0.3 pu.
- Potencia del transformador (S_t): 100 MVA.
- Reactancia de cc del transformador (X_t): 0.15 pu.
- Reactancia de la línea (X_l): 0.10 pu.
- Tensión del nudo de conexión (U_{red}): 220 kV.
- Potencia del nudo de conexión (S_{red}): infinita.

Sistema eléctrico:



2.2 Resolución

[2]:
```
# Importar librerías genéricas:
import numpy as np
import cmath as cm
import matplotlib.pyplot as plt
import scipy.integrate as integrate
import scipy.optimize as optim

# Formato general de salida de resultados numéricos:
np.set_printoptions(precision=3, suppress=True)
```

2.2.1 Datos del problema

[3]:
```
# Datos:
Sgen = 100 # MVA.
Ugen = 15 # kV (tensión en bornes del generador).
H = 3 # s.
Xgen = 0.3 # pu (transitoria).
Ured = 220 # kV.
St = 100 # MVA.
Xt = 0.15 # pu.
Xl = 0.10 # pu.
FPgen = 0.8 # factor de potencia del generador.
Gen = 1 # Régimen de carga del generador (tanto por uno).
f = 50 # Hz.
omega_0 = 2*np.pi*f # Velocidad angular eléctrica de sincronismo (rad/s).
```

2.2.2 Transformación a valores por unidad

[4]:
```
# Magnitudes base:
Sbase = 100 # Potencia base (MVA).
Ub1 = Ugen # Tensión base zona 1 (generador) (kV).
Ub2 = Ured # Tensión base zona 2 (red) (kV).

# Magnitudes transformadas:
ugen = Ugen/Ub1 # Tensión del generador.
ured = Ured/Ub2 # Tensión de red.
sgen = Sgen/Sbase # Potencia entregada por el generador pre-falta.
H = H*Sgen/Sbase # Constante de inercia referida a la potencia base del sistema.
```

2.2.3 Condiciones pre-falta

Antes de concurrir la situación de falta debe determinarse el punto de operación del sistema, que vendrá determinado por la capacidad de transferencia de potencia:

$$P_{elec} = \frac{E_G \cdot U_{RED}}{X_{03,pref}} \sin(\delta_0),$$

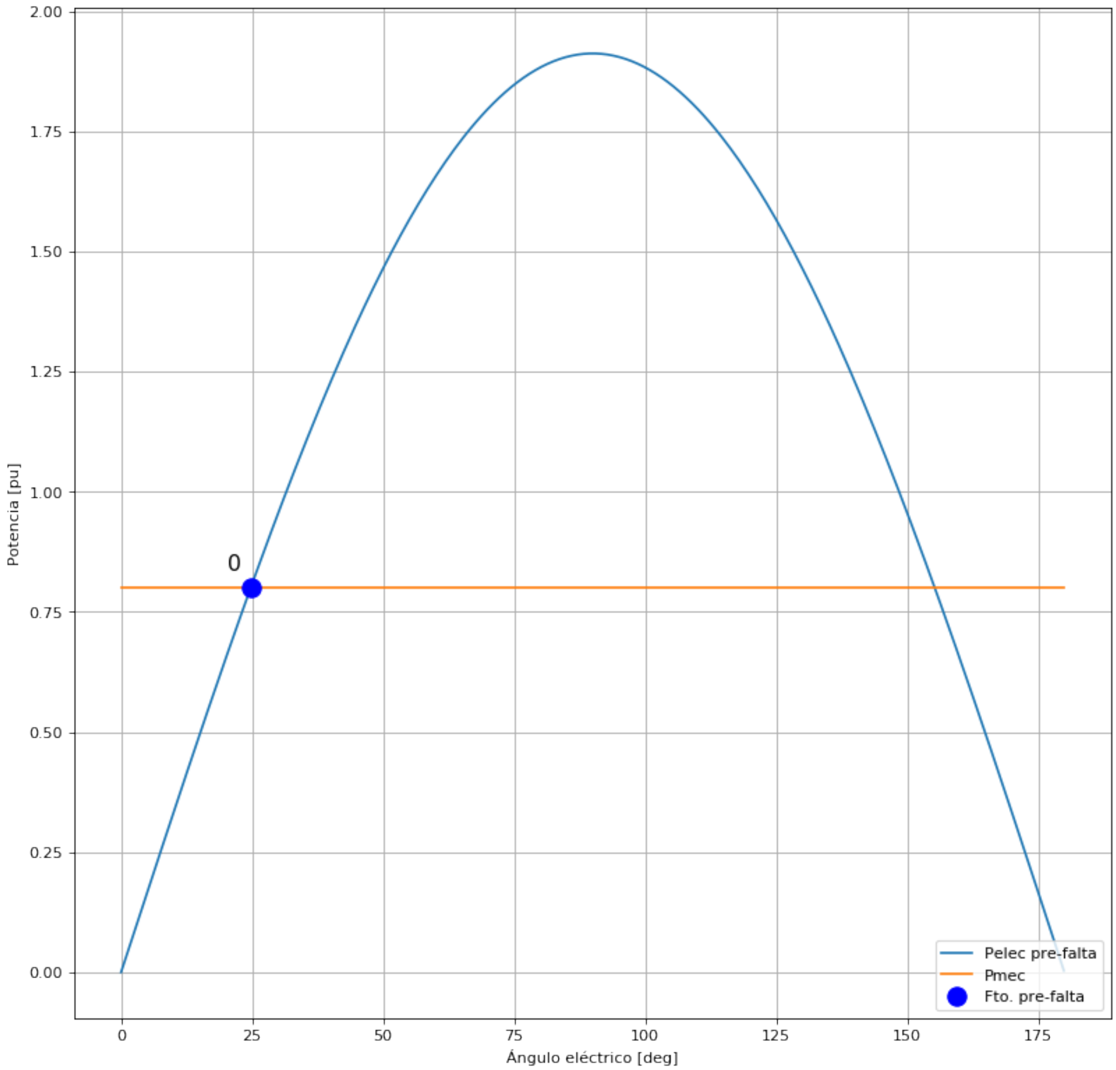
siendo E_G (pu) la fuerza electromotriz entregada por el generador (antes de su impedancia interna), U_{RED} (pu) la tensión del punto de conexión a red (que al considerarse de potencia infinita, se mantiene durante toda la condición de estudio), $X_{03,pref}$ (pu) la reactancia de transferencia entre los nodos **0** (antes de la impedancia interna del generador) y **3** (punto de conexión a red) previo a la falta (se tomará la reactancia transitoria del generador) y δ_0 (rad) que es el ángulo eléctrico de desfase entre la fuerza electromotriz del generador y la tensión del punto de conexión a red.

Obsérvese que, en condiciones pre-falta:

1. $X_{01} = X'_G + X_{T1} + X_{L23}$.
2. $\mathcal{I}_{03} = \left(\frac{\mathcal{S}_G}{\mathcal{U}_G}\right)^*$.
3. $\mathcal{E}_G - \mathcal{U}_G = jX'_G\mathcal{I}_{03}$.
4. $\mathcal{U}_G - \mathcal{U}_{RED} = (jX_{T1} + jX_{L23})\,\mathcal{I}_{03}$.
5. $P_{mec} = P_{elec} = \frac{E_G \cdot U_{RED}}{X_{03}} \sin(\delta_0)$.

[5]:
```
# Corriente inyectada por el generador antes de la falta:
sgen_comp = sgen*Gen*(FPgen+cm.sin(np.arccos(FPgen))*1j) # Potencia compleja␣
↪entregada por el generador.
igen = sgen_comp.conjugate()/ugen.conjugate() # Corriente inyectada pre-falta.

# Tensión detrás de la reactancia transitoria del generador respecto de los␣
↪bornes del mismo:
egen = ugen+Xgen*1j*igen

# Tensión del nodo de conexión a red respecto de los bornes del generador␣
↪(caída de tensión 1>3):
ured = ugen-(Xt+Xl)*1j*igen

# Ángulo relativo de la tensión detrás de la reactancia transitoria del␣
↪generador con relación a la tensión del nudo de potencia infinita ANTES DE␣
↪LA FALTA:
delta_0 = cm.phase(egen)-cm.phase(ured) # Ángulo de fase en sincronismo [rad].
delta_0_deg = delta_0*180/np.pi # [deg].

# Potencia eléctrica:
delta = np.arange(0,np.pi,0.01)
delta_deg = delta*180/np.pi
pelec = abs(egen)*abs(ured)*np.sin(delta)/(Xgen+Xt+Xl)

# Representación gráfica
anotaciones = True
fig = plt.figure(figsize=(12,12),dpi= 80)
plt.grid() # Malla.
```

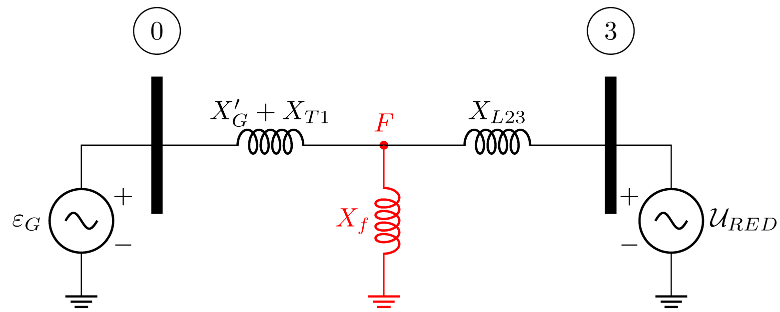
```python
plt.ylabel('Potencia [pu]')
plt.xlabel('Ángulo eléctrico [deg]')

# Curva de potencia eléctrica pre-falta:
fpelec = plt.plot(delta_deg, pelec, label = 'Pelec pre-falta')

# Curva de potencia mecánica:
pmec = sgen_comp.real*np.ones(np.size(delta))
fpmec = plt.plot(delta_deg, pmec, label = 'Pmec')

# Punto de operación antes de la falta:
p1x = delta_0*180/np.pi
p1y = sgen_comp.real
p1 = plt.plot([p1x], [p1y], 'bo', markersize=12, label = 'Fto. pre-falta')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p1x-3, p1y+0.05, '0', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
 ↪verticalalignment='center')

# Leyenda del gráfico:
plt.legend(loc = 'lower right')
plt.show()
```

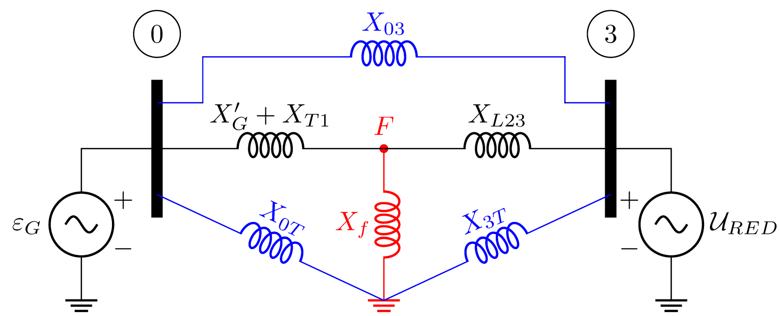


2.2.4 Sistema en falta (y apertura de la línea)

Cuando el sistema sufre una falta trifásica, la impedancia de transferencia se ve afectada. Si el cortocircuito es franco/rígido/sólido ($X_f = 0$), la impedancia de transferencia es ∞ dado que toda la corriente fugará a tierra a través del propio cortocircuito, tal y como se demuestra al calcular la impedancia de transferencia equivalente:

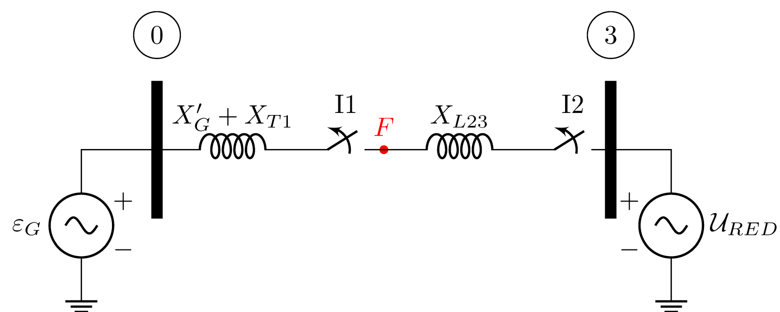
$$X_{03,fcc} = X'_G + X_{T1} + X_{L23} + \frac{(X'_G + X_{T1})\, X_{L23}}{X_f} = X'_G + X_{T1} + X_{L23} + \infty = \infty.$$





Para despejar la falta, se produce la apertura de la línea mediante la apertura de los interruptores I1 e I2, con efectos análogos sobre la impedancia de transferencia, esta vez porque al abrir de forma omnipolar la línea, se introduce en serie una impedancia de valor infinito, quedando:

$$X_{03,fapertura} = X_G' + X_{T1} + X_{I1} + X_{L23} + X_{I2} = X_G' + X_{T1} + \infty + X_{L23} + \infty = \infty.$$

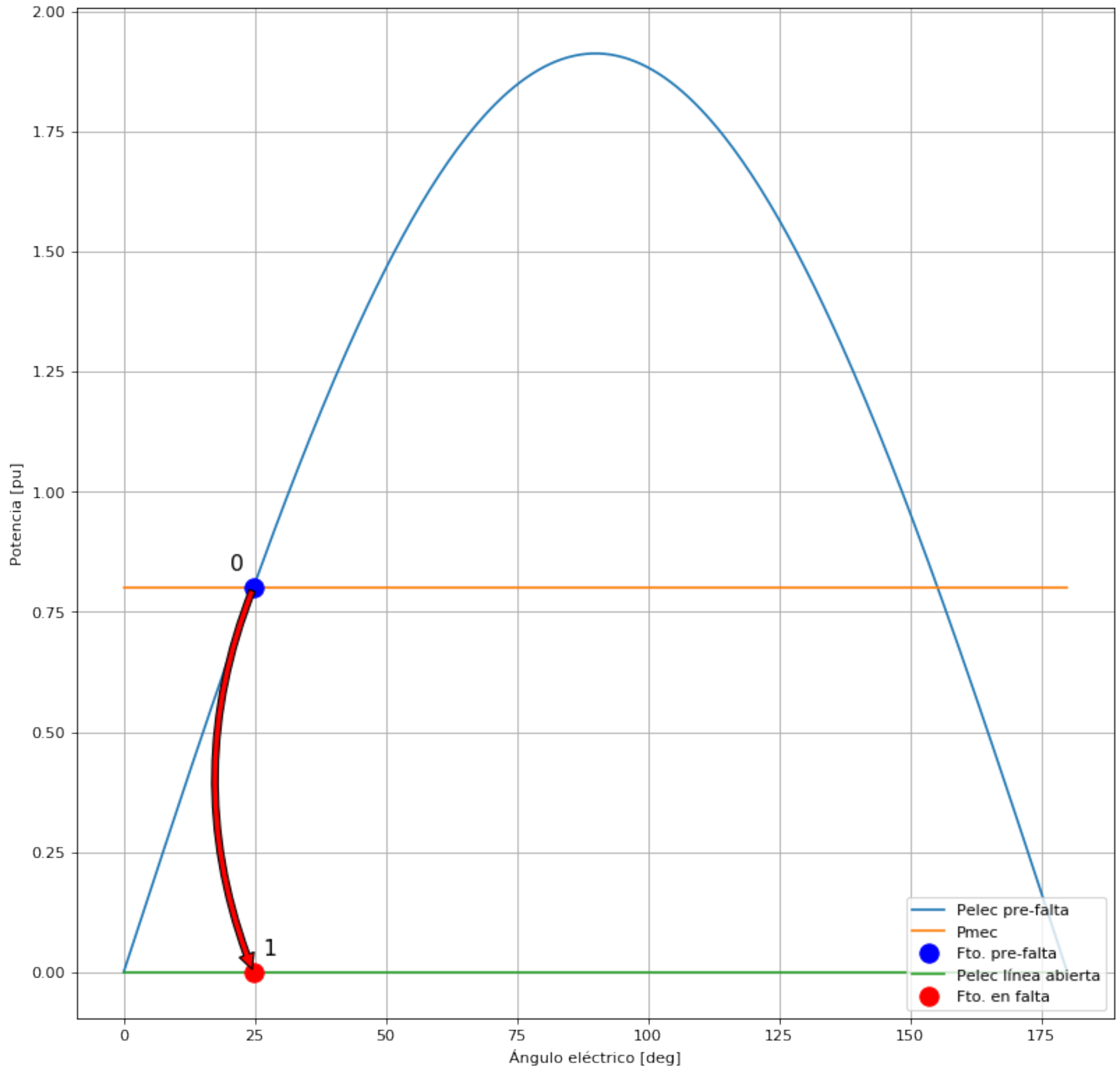


Por este motivo, durante la falta y apertura de la línea, la potencia eléctrica transmisible es:

$$P_{elec} = \frac{E_G \cdot U_{RED}}{\infty} \sin(\delta) = 0,$$

independientemente del ángulo eléctrico.

```
[6]: # Representación gráfica:
anotaciones = True
fig2 = plt.figure(figsize=(12,12),dpi= 80)
plt.grid()
plt.ylabel('Potencia [pu]')
plt.xlabel('Ángulo eléctrico [deg]')

# Curva de potencia eléctrica pre-falta:
fpelec = plt.plot(delta_deg, pelec, label = 'Pelec pre-falta')

# Curva de potencia mecánica:
fpmec = plt.plot(delta_deg, pmec, label = 'Pmec')

# Punto de operación antes de la falta:
p1 = plt.plot([p1x], [p1y], 'bo', markersize=12, label = 'Fto. pre-falta')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p1x-3, p1y+0.05, '0', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
 ↪verticalalignment='center')

# Curva de potencia eléctrica durante el tiempo de despeje de la falta:
pelec2 = np.zeros(np.size(delta))
fpelec2 = plt.plot(delta_deg, pelec2, label = 'Pelec línea abierta')

# Operación en falta:
p2x = p1x
p2y = 0
p2 = plt.plot([p2x], [p2y], 'ro', markersize=12, label = 'Fto. en falta')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p2x+3, p2y+0.05, '1', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
 ↪verticalalignment='center')
    plt.annotate("", xy=(p1x, 0), xytext=(p1x, p1y), size=20, va="center",␣
 ↪ha="center",␣
 ↪arrowprops=dict(facecolor='red',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=0.
 ↪2"))

# Leyenda del gráfico:
plt.legend(loc = 'lower right')
plt.show()
```

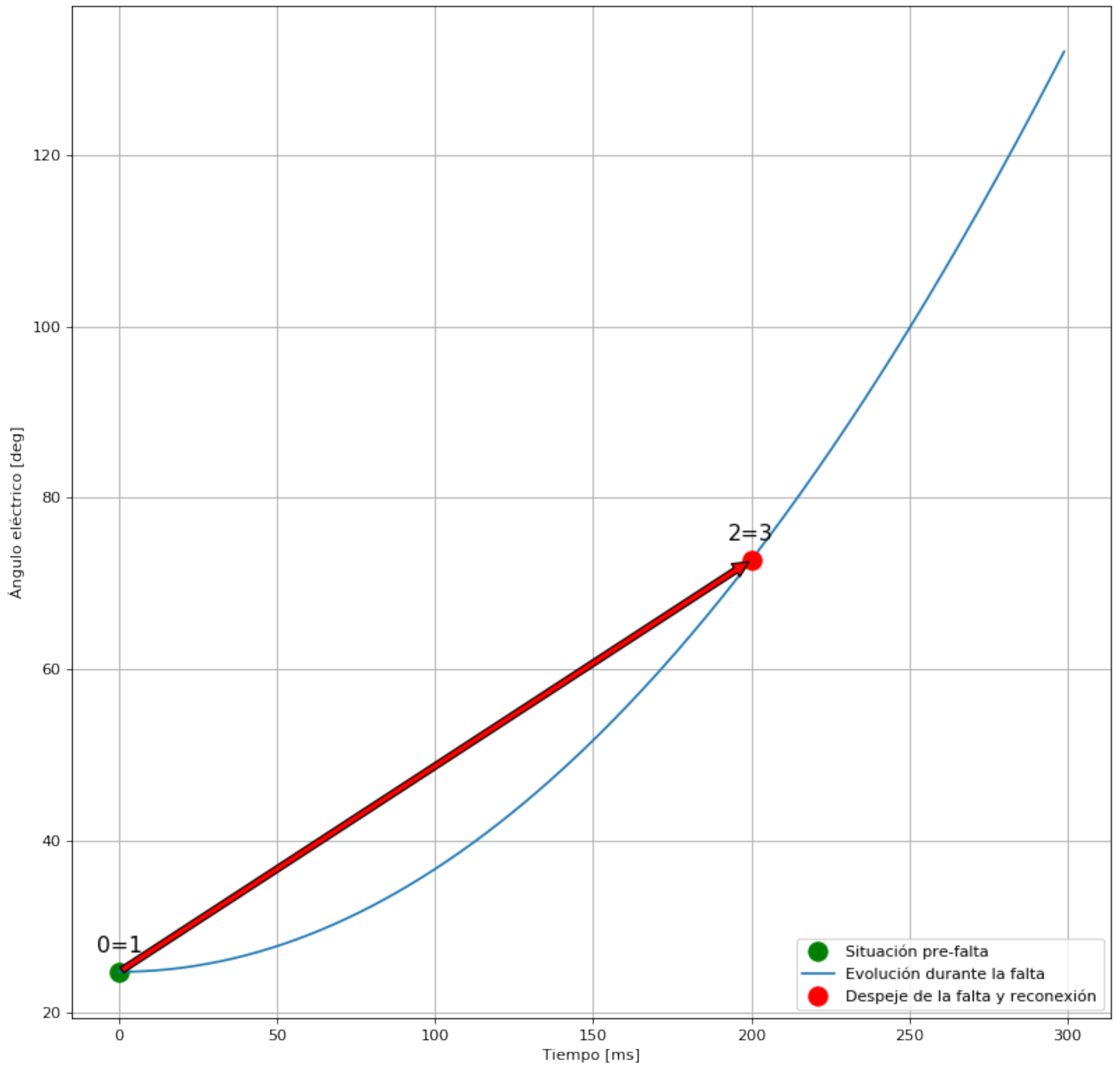


2.2.5 Evolución del ángulo eléctrico con el tiempo

[7]:
```
t = np.arange(0,0.3,0.001) # Tiempo [s].
delta_t = (omega_0*sgen_comp.real*t**2/(4*H)+delta_0)*180/np.pi # Ángulo␣
↪eléctrico para cada instante t [deg].

# Tiempo de despeje de la falta = cierre/reconexión del interruptor:
t_desp = 200 # [ms].

# Ángulo de despeje de la falta = cierre/reconexión del interruptor:
delta_desp = (omega_0*sgen_comp.real*(t_desp/1000)**2/(4*H)+delta_0) # [rad].
delta_desp_deg = delta_desp*180/np.pi # [deg].
print('Ángulo de despeje y reconexión: {:.4} deg.'.format(delta_desp_deg))
```

```
# Representación gráfica:
anotaciones = True
fig3 = plt.figure(figsize=(12,12),dpi= 80)
plt.grid()
plt.ylabel('Ángulo eléctrico [deg]')
plt.xlabel('Tiempo [ms]')

p1 = plt.plot(0,delta_0_deg, 'go', markersize=12, label = 'Situación pre-falta')
p2 = plt.plot(1000*t, delta_t, label = 'Evolución durante la falta')
p3 = plt.plot(t_desp,delta_desp_deg, 'ro', markersize=12, label = 'Despeje de␣
↪la falta y reconexión')
if anotaciones:
    plt.text (0, delta_0_deg+3, '0=1', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='center', verticalalignment='center')
    plt.text (t_desp, delta_desp_deg+3, '2=3', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='center', verticalalignment='center')
    plt.annotate("", xy=(t_desp, delta_desp_deg), xytext=(0, delta_0_deg),␣
↪size=20, va="center", ha="center",␣
↪arrowprops=dict(facecolor='red',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=0"))

plt.legend(loc = 'lower right')
plt.show()
```

```
Ángulo de despeje y reconexión: 72.74 deg.
```



2.2.6 Condiciones post-falta

Una vez se han eliminado las condiciones de cortocircuito, pueden volverse a reconectar los interruptores I1 e I2, con lo que la impedancia de transferencia tomaría de nuevo el valor previo a la falta. El punto de reconexión será aquel en el que:

$$P_{elec} = \frac{E_G \cdot U_{RED}}{X_{03,pref}} \sin\left(\delta_{desp}\right),$$

siendo δ_{desp} (rad) el ángulo eléctrico de despeje efectivo de la falta, cuyo valor dependerá del tiempo transcurrido entre el inicio de la falta y la reconexión.

2.2.7 Áreas aceleradoras y deceleradora máxima

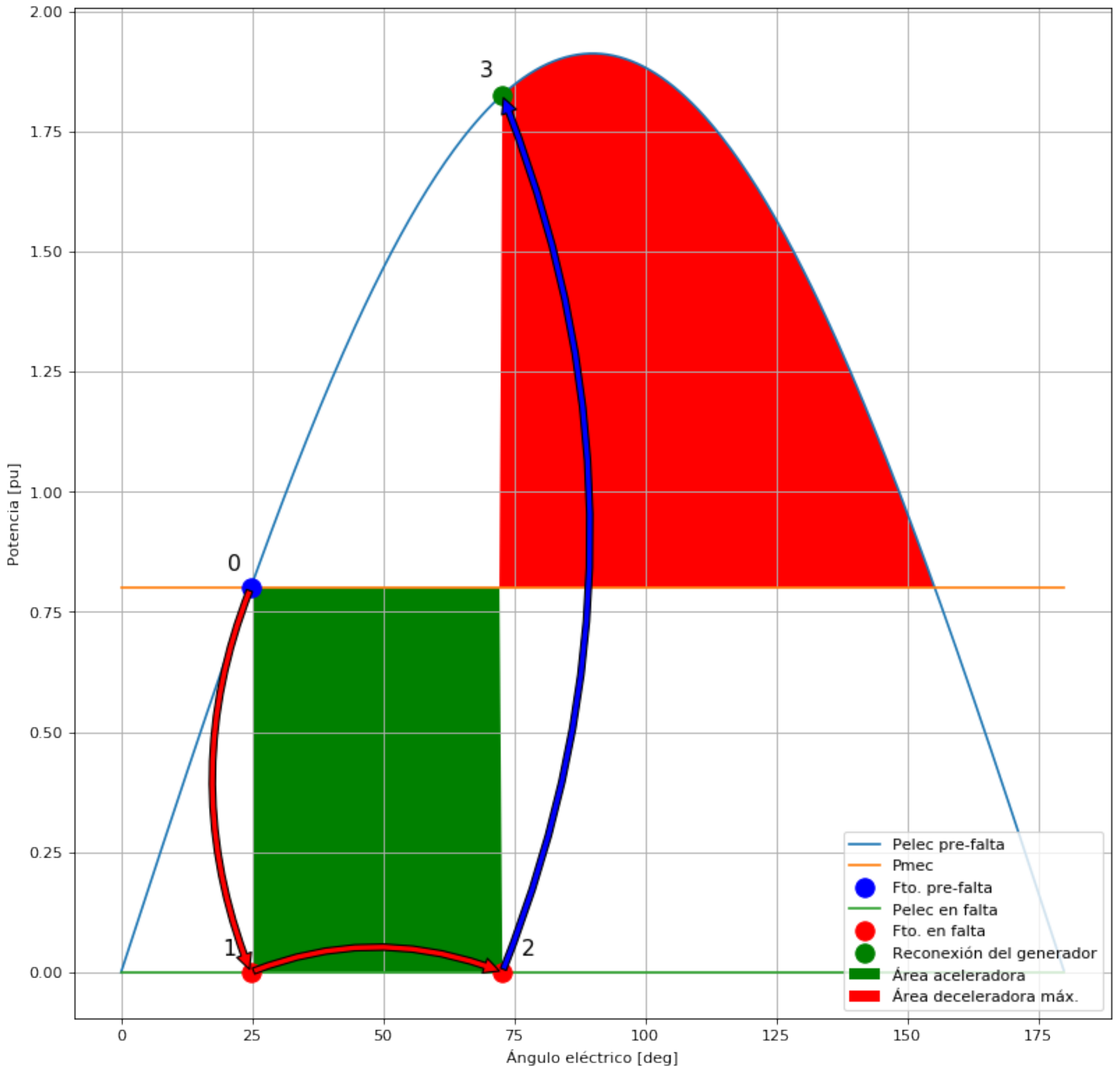
[8]:
```
# Ángulo máximo para el área decelerdora:
delta_max = np.pi-delta_0 # [rad].
delta_max_deg = delta_max*180/np.pi # [deg].

# Cálculo del área aceleradora:
## Potencia aceleradora en función del ángulo eléctrico:
def Pacel(delta,sgen_comp):
    pacel = sgen_comp.real
    return pacel

## Área aceleradora:
def Aacel(delta_1,delta_2):
    aacel = integrate.quad(Pacel, delta_1, delta_2, args=(sgen_comp))
    return aacel[0]

Area_acel = Aacel(delta_0, delta_desp)
print('Área aceleradora: {:.4} pu.'.format(Area_acel))

# Cálculo del área deceleradora máxima:
## Potencia deceleradora en función del ángulo eléctrico:
def Pdecel(delta,egen,ured,Xgen,Xt,Xl,sgen_comp):
    pdecel = abs(egen)*abs(ured)*np.sin(delta)/(Xgen+Xt+Xl)-sgen_comp.real
    return pdecel

## Área deceleradora máxima:
def Adecel(delta_1,delta_2):
    adecel = integrate.quad(Pdecel, delta_1, delta_2,␣
 ↪args=(egen,ured,Xgen,Xt,Xl,sgen_comp))
    return adecel[0]

Area_decel_max = Adecel(delta_desp, delta_max)
print('Área deceleradora máxima: {:.4} pu.'.format(Area_decel_max))
```

```
Área aceleradora: 0.6702 pu.
Área deceleradora máxima: 1.151 pu.
```

[9]:
```
# Representación gráfica
anotaciones = True
fig4 = plt.figure(figsize=(12,12),dpi= 80)
plt.grid()
plt.ylabel('Potencia [pu]')
plt.xlabel('Ángulo eléctrico [deg]')

# Curva de potencia eléctrica pre-falta:
fpelec = plt.plot(delta_deg, pelec, label = 'Pelec pre-falta')
```

```python
# Curva de potencia mecánica:
fpmec = plt.plot(delta_deg, pmec, label = 'Pmec')

# Punto de operación antes de la falta:
p1 = plt.plot([p1x], [p1y], 'bo', markersize=12, label = 'Fto. pre-falta')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p1x-3, p1y+0.05, '0', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
↪verticalalignment='center')


# Curva de potencia eléctrica durante el tiempo de despeje de la falta:
fpelec2 = plt.plot(delta_deg, pelec2, label = 'Pelec en falta')

# Operación en falta:
p2x = np.array([delta_0_deg,delta_desp_deg])
p2y = np.array([0,0])
p2 = plt.plot(p2x, p2y, 'ro', markersize=12, label = 'Fto. en falta')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p2x[0]-4, p2y[0]+0.05, '1', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='center', verticalalignment='center')
    plt.annotate("", xy=(p2x[0], 0), xytext=(p1x, p1y), size=20, va="center",␣
↪ha="center",␣
↪arrowprops=dict(facecolor='red',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=0.
↪2"))
    plt.annotate("", xy=(p2x[1], p2y[1]), xytext=(p2x[0], p2y[0]), size=20,␣
↪va="center", ha="center",␣
↪arrowprops=dict(facecolor='red',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=-0.
↪2"))

# Reconexión:
p3x = delta_desp_deg
p3y = abs(egen)*abs(ured)*np.sin(delta_desp)/(Xgen+Xt+Xl)
p3 = plt.plot([p3x], [p3y], 'go', markersize=12, label = 'Reconexión del␣
↪generador')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p3x+5, 0+0.05, '2', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
↪verticalalignment='center')
    plt.text (p3x-3, p3y+0.05, '3', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
↪verticalalignment='center')
```

```
    plt.annotate("", xy=(p3x, p3y), xytext=(p2x[1], p2y[1]), size=20,␣
↪va="center", ha="center",␣
↪arrowprops=dict(facecolor='blue',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=0.
↪2"))

# Área aceleradora:
delta_deg2 = np.ma.masked_greater(delta_deg,p2x[1])
plt.fill_between(delta_deg2, 0, pmec, where = pelec >= pmec, facecolor='green',␣
↪interpolate=True, label='Área aceleradora')

# Área deceleradora máxima:
delta_deg3 = np.ma.masked_greater(delta_deg, delta_max*180/np.pi)
plt.fill_between(delta_deg3, pmec, pelec, where = delta_deg3 >= p2x[1],␣
↪facecolor='red', interpolate=True, label='Área deceleradora máx.')

plt.legend(loc = 'lower right')
plt.show()
```



Al ser el área aceleradora menor que el área deceleradora, el sistema podrá alcanzar la estabilidad y el desplazamiento máximo del ángulo será menor que el ángulo máximo:

$$\delta_{max} \leq \pi - \delta_0.$$

2.2.8 Ángulo de oscilación máximo

[10]:
```
# Función del residuo de la diferencia de áreas aceleradora y deceleradora en␣
 ↪función del ángulo de reconexión delta:
def IgualdadAreas(delta):
    return (Aacel(delta_0,delta_desp)-Adecel(delta_desp,delta))**2

# Comenzamos la optimización: función residuo de la diferencia de áreas mínima:
delta_start = (delta_0+delta_max)/2 # Valor semilla.
```

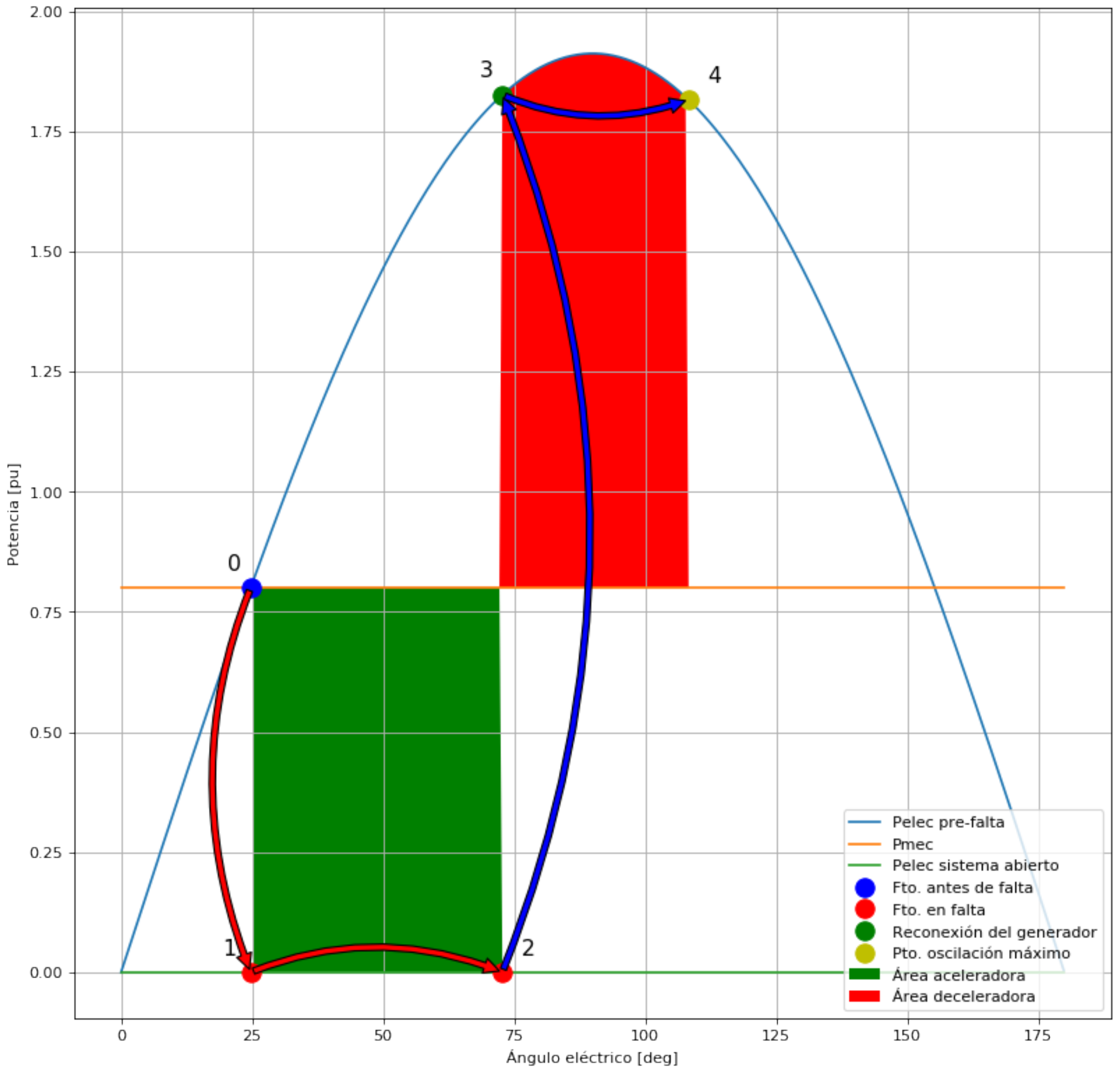
```
bnd_x1 = 1.001*delta_0 # Límite inferior (restricción).
bnd_x2 = delta_max # Límite superior (restricción).
limites = optim.Bounds(bnd_x1,bnd_x2)
delta_opt = optim.minimize(IgualdadAreas,np.
 ↪array([delta_start]),method='L-BFGS-B',bounds=limites).x
delta_1 = delta_opt[0] # [rad].
delta_1_deg = delta_1*180/np.pi # [deg].
print('El ángulo de oscilación máximo es: {:.4f} deg'.format(delta_1_deg))
```

```
El ángulo de oscilación máximo es: 108.2507 deg
```

[11]:

```
# Representación gráfica:
anotaciones = True
fig5 = plt.figure(figsize=(12,12),dpi= 80)
plt.grid()
plt.ylabel('Potencia [pu]')
plt.xlabel('Ángulo eléctrico [deg]')

# Curva de potencia eléctrica pre-falta:
fpelec = plt.plot(delta_deg, pelec, label = 'Pelec pre-falta')

# Curva de potencia mecánica:
fpmec = plt.plot(delta_deg, pmec, label = 'Pmec')

# Curva de potencia eléctrica durante el tiempo de despeje de la falta:
fpelec2 = plt.plot(delta_deg, pelec2, label = 'Pelec sistema abierto')

# Punto de operación pre-falta:
p1 = plt.plot([p1x], [p1y], 'bo', markersize=12, label = 'Fto. antes de falta')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p1x-3, p1y+0.05, '0', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
 ↪verticalalignment='center')

# Operación en falta hasta el punto de despeje:
p2 = plt.plot(p2x, p2y, 'ro', markersize=12, label = 'Fto. en falta')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p2x[0]-4, p2y[0]+0.05, '1', fontsize=14,␣
 ↪horizontalalignment='center', verticalalignment='center')
    plt.annotate("", xy=(p2x[0], 0), xytext=(p1x, p1y), size=20, va="center",␣
 ↪ha="center",␣
 ↪arrowprops=dict(facecolor='red',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=0.
 ↪2"))
```

```
    plt.annotate("", xy=(p2x[1], p2y[1]), xytext=(p2x[0], p2y[0]), size=20,␣
 ↪va="center", ha="center",␣
 ↪arrowprops=dict(facecolor='red',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=-0.
 ↪2"))

# Reconexión:
p3 = plt.plot([p3x], [p3y], 'go', markersize=12, label = 'Reconexión del␣
 ↪generador')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p3x+5, 0+0.05, '2', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
 ↪verticalalignment='center')
    plt.text (p3x-3, p3y+0.05, '3', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
 ↪verticalalignment='center')
    plt.annotate("", xy=(p3x, p3y), xytext=(p2x[1], p2y[1]), size=20,␣
 ↪va="center", ha="center",␣
 ↪arrowprops=dict(facecolor='blue',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=0.
 ↪2"))

# Punto de oscilación máximo:
p4x = delta_1_deg
p4y = abs(egen)*abs(ured)*np.sin(delta_1)/(Xgen+Xt+Xl)
p4 = plt.plot([p4x], [p4y], 'yo', markersize=12, label = 'Pto. oscilación␣
 ↪máximo')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p4x+5, p4y+0.05, '4', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
 ↪verticalalignment='center')
    plt.annotate("", xy=(p4x, p4y), xytext=(p3x, p3y), size=20, va="center",␣
 ↪ha="center",␣
 ↪arrowprops=dict(facecolor='blue',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=0.
 ↪2"))

# Área aceleradora:
delta_deg2 = np.ma.masked_greater(delta_deg,delta_desp_deg)
plt.fill_between(delta_deg2, 0, pmec, where = pelec >= pmec, facecolor='green',␣
 ↪interpolate=True, label='Área aceleradora')

# Área deceleradora:
delta_deg3 = np.ma.masked_greater(delta_deg, delta_1_deg)
plt.fill_between(delta_deg3, pmec, pelec, where = delta_deg3 >= delta_desp_deg,␣
 ↪facecolor='red', interpolate=True, label='Área deceleradora')

plt.legend(loc = 'lower right')
plt.show()
```



2.2.9 Cálculo del ángulo y tiempo críticos

[12]:
```
# Cálculo del ángulo crítico de despeje de la falta:
## Mediante fórmula:
delta_cri = np.arccos(np.sin(delta_0)*(np.pi-2*delta_0)-np.cos(delta_0))
delta_cri_deg = delta_cri*180/np.pi
print('Ángulo crítico de despeje de la falta (fórmula): {:.2f} deg.'.
 ↪format(delta_cri_deg))

## Mediante cálculo numérico:
# Función del residuo de la diferencia de áreas aceleradora y deceleradora␣
 ↪máxima en función del ángulo de reconexión delta:
def IgualdadAreas2(delta):
    return (Aacel(delta_0,delta)-Adecel(delta,delta_max))**2
```

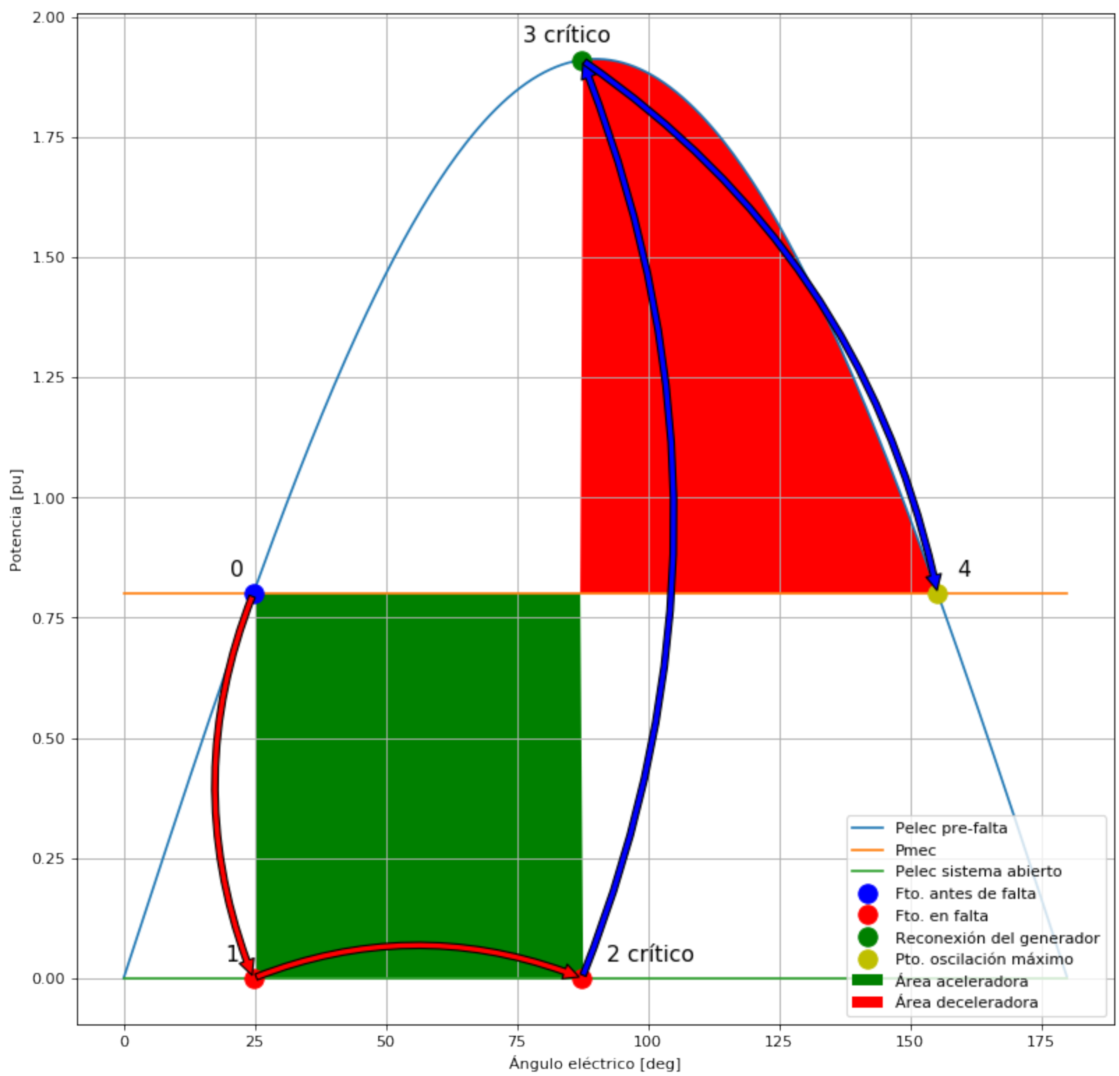
```
# Comenzamos la optimización: función residuo de la diferencia de áreas mínima:
delta_start = (delta_0+delta_max)/2 # Valor semilla.
bnd_x1 = delta_0 # Límite inferior (restricción).
bnd_x2 = delta_max # Límite superior (restricción).
limites = optim.Bounds(bnd_x1,bnd_x2)
delta_opt = optim.minimize(IgualdadAreas2,np.
 ↪array([delta_start]),method='L-BFGS-B',bounds=limites).x
delta_cri2 = delta_opt[0] # [rad].
delta_cri2_deg = delta_cri2*180/np.pi # [deg].
print('Ángulo crítico de despeje de la falta (método numérico): {:.2f} deg.'.
 ↪format(delta_cri2_deg))

# Cálculo del tiempo crítico de despeje de la falta:
Pacel = sgen_comp.real
t_cri = (4*H*(delta_cri-delta_0)/(omega_0*Pacel))**0.5
print('Tiempo crítico de despeje de la falta: {:.4} s.'.format(t_cri))
```

```
Ángulo crítico de despeje de la falta (fórmula): 87.42 deg.
Ángulo crítico de despeje de la falta (método numérico): 87.42 deg.
Tiempo crítico de despeje de la falta: 0.2285 s.
```

[13]:
```
# Representación gráfica:
anotaciones = True
fig6 = plt.figure(figsize=(12,12),dpi= 80)
plt.grid()
plt.ylabel('Potencia [pu]')
plt.xlabel('Ángulo eléctrico [deg]')

# Curva de potencia eléctrica pre-falta:
fpelec = plt.plot(delta_deg, pelec, label = 'Pelec pre-falta')

# Curva de potencia mecánica:
fpmec = plt.plot(delta_deg, pmec, label = 'Pmec')

# Curva de potencia eléctrica durante el tiempo de despeje de la falta:
fpelec2 = plt.plot(delta_deg, pelec2, label = 'Pelec sistema abierto')

# Punto de operación pre-falta:
p1 = plt.plot([p1x], [p1y], 'bo', markersize=12, label = 'Fto. antes de falta')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p1x-3, p1y+0.05, '0', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
 ↪verticalalignment='center')

# Operación en falta hasta el punto de despeje crítico:
p2x = np.array([delta_0_deg,delta_cri_deg])
```

```
p2y = np.array([0,0])
p2 = plt.plot(p2x, p2y, 'ro', markersize=12, label = 'Fto. en falta')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p2x[0]-4, p2y[0]+0.05, '1', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='center', verticalalignment='center')
    plt.annotate("", xy=(p2x[0], 0), xytext=(p1x, p1y), size=20, va="center",␣
↪ha="center",␣
↪arrowprops=dict(facecolor='red',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=0.
↪2"))
    plt.annotate("", xy=(p2x[1], p2y[1]), xytext=(p2x[0], p2y[0]), size=20,␣
↪va="center", ha="center",␣
↪arrowprops=dict(facecolor='red',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=-0.
↪2"))

# Reconexión:
p3x = delta_cri_deg
p3y = abs(egen)*abs(ured)*np.sin(delta_cri)/(Xgen+Xt+Xl)
p3 = plt.plot([p3x], [p3y], 'go', markersize=12, label = 'Reconexión del␣
↪generador')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p3x+13, 0+0.05, '2 crítico', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='center', verticalalignment='center')
    plt.text (p3x-3, p3y+0.05, '3 crítico', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='center', verticalalignment='center')
    plt.annotate("", xy=(p3x, p3y), xytext=(p2x[1], p2y[1]), size=20,␣
↪va="center", ha="center",␣
↪arrowprops=dict(facecolor='blue',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=0.
↪2"))

# Punto de oscilación máximo:
p4x = delta_max_deg
p4y = abs(egen)*abs(ured)*np.sin(delta_max)/(Xgen+Xt+Xl)
p4 = plt.plot([p4x], [p4y], 'yo', markersize=12, label = 'Pto. oscilación␣
↪máximo')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p4x+5, p4y+0.05, '4', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
↪verticalalignment='center')
    plt.annotate("", xy=(p4x, p4y), xytext=(p3x, p3y), size=20, va="center",␣
↪ha="center",␣
↪arrowprops=dict(facecolor='blue',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=-0.
↪2"))

# Área aceleradora:
```

```python
delta_deg2 = np.ma.masked_greater(delta_deg,delta_cri_deg)
plt.fill_between(delta_deg2, 0, pmec, where = pelec >= pmec, facecolor='green',␣
↪interpolate=True, label='Área aceleradora')

# Área deceleradora:
delta_deg3 = np.ma.masked_greater(delta_deg, delta_max_deg)
plt.fill_between(delta_deg3, pmec, pelec, where = delta_deg3 >= delta_cri_deg,␣
↪facecolor='red', interpolate=True, label='Área deceleradora')

plt.legend(loc = 'lower right')
plt.show()
```



2.2.10 Oscilación debida al nuevo desequilibrio Pelec > Pmec

Salvo que se despejara la falta justo en el ángulo crítico y, por lo tanto, el ángulo de oscilación máximo fuera $\delta_{max} = \pi - \delta_0$, caso en el que se encontraría un nuevo equilibrio al cumplirse en dicho punto de funcionamiento que $P_{elec} = P_{mec}$, el sistema aunque haya alcanzado la oscilación máxima (igualdad de áreas = igualdad de energía de aceleración y deceleración), estaría en desequilibrio ($P_{elec} > P_{mec}$) por lo que volvería a oscilar en sentido inverso.

[14]:
```
# Cálculo del área deceleradora:
Area_decel_2 = Adecel(delta_0, delta_1)
print('Área deceleradora 2: {:.4} pu.'.format(Area_decel_2))

# Potencia aceleradora en función del ángulo eléctrico (Pelec != 0):
def Pacel2(delta,sgen_comp,egen,ured,Xgen,Xt,Xl):
    pacel = sgen_comp.real-abs(egen)*abs(ured)*np.sin(delta)/(Xgen+Xt+Xl)
    return pacel

## Área aceleradora 2:
def Aacel2(delta_1,delta_2):
    aacel2 = integrate.quad(Pacel2, delta_1, delta_2,␣
 ↪args=(sgen_comp,egen,ured,Xgen,Xt,Xl))
    return aacel2[0]

# Función del residuo de la diferencia de áreas aceleradora y deceleradora en␣
 ↪función del ángulo delta:
def IgualdadAreas3(delta):
    return (Aacel2(delta,delta_0)-Adecel(delta_0,delta_1))**2

# Comenzamos la optimización: función residuo de la diferencia de áreas mínima:
delta_start = (delta_0-delta_max)/2 # Valor semilla.
bnd_x1 = -delta_max # Límite inferior (restricción).
bnd_x2 = 0.99*delta_0 # Límite superior (restricción).
limites = optim.Bounds(bnd_x1,bnd_x2)
delta_opt2 = optim.minimize(IgualdadAreas3,np.
 ↪array([delta_start]),method='L-BFGS-B',bounds=limites).x
delta_2 = delta_opt2[0] # [rad].
delta_2_deg = delta_2*180/np.pi # [deg].
print('El ángulo de oscilación máximo 2 es: {:.4f} deg'.format(delta_2_deg))
```

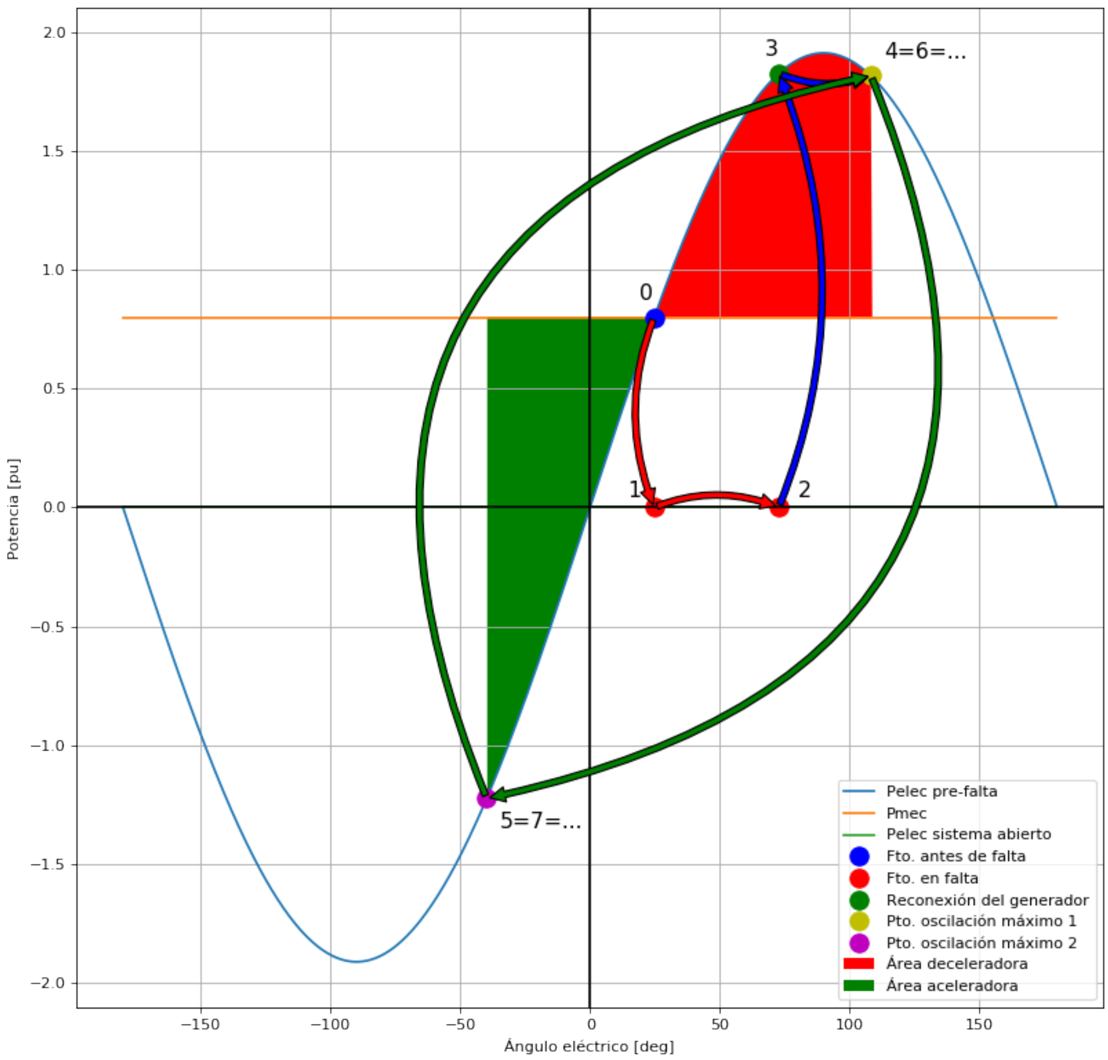
```
Área deceleradora 2: 1.169 pu.
El ángulo de oscilación máximo 2 es: -39.8099 deg
```

[15]:
```
# Representación gráfica:
anotaciones = True
fig7 = plt.figure(figsize=(12,12),dpi= 80)
plt.grid()
plt.ylabel('Potencia [pu]')
plt.xlabel('Ángulo eléctrico [deg]')
```

```
# Curva de potencia eléctrica pre-falta:
delta2 = np.arange(-1*np.pi,np.pi,0.01)
delta2_deg = delta2*180/np.pi
pelec = abs(egen)*abs(ured)*np.sin(delta2)/(Xgen+Xt+Xl)
fpelec = plt.plot(delta2_deg, pelec, label = 'Pelec pre-falta')

# Curva de potencia mecánica:
pmec = sgen_comp.real*np.ones(np.size(delta2))
fpmec = plt.plot(delta2_deg, pmec, label = 'Pmec')

# Curva de potencia eléctrica durante el tiempo de despeje de la falta:
pelec2 = np.zeros(np.size(delta2))
fpelec2 = plt.plot(delta2_deg, pelec2, label = 'Pelec sistema abierto')

# Punto de operación pre-falta:
p1 = plt.plot([p1x], [p1y], 'bo', markersize=12, label = 'Fto. antes de falta')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p1x-3, p1y+0.1, '0', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
 ↪verticalalignment='center')

# Operación en falta hasta el punto de despeje:
p2x = np.array([delta_0_deg,delta_desp_deg])
p2y = np.array([0,0])
p2 = plt.plot(p2x, p2y, 'ro', markersize=12, label = 'Fto. en falta')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p2x[0]-8, p2y[0]+0.07, '1', fontsize=14,␣
 ↪horizontalalignment='center', verticalalignment='center')
    plt.annotate("", xy=(p2x[0], 0), xytext=(p1x, p1y), size=20, va="center",␣
 ↪ha="center",␣
 ↪arrowprops=dict(facecolor='red',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=0.
 ↪2"))
    plt.annotate("", xy=(p2x[1], p2y[1]), xytext=(p2x[0], p2y[0]), size=20,␣
 ↪va="center", ha="center",␣
 ↪arrowprops=dict(facecolor='red',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=-0.
 ↪2"))

# Reconexión:
p3x = delta_desp_deg
p3y = abs(egen)*abs(ured)*np.sin(delta_desp)/(Xgen+Xt+Xl)
p3 = plt.plot([p3x], [p3y], 'go', markersize=12, label = 'Reconexión del␣
 ↪generador')
## Anotaciones:
if anotaciones:
```

```
    plt.text (p3x+10, 0+0.07, '2', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
↪verticalalignment='center')
    plt.text (p3x-3, p3y+0.1, '3', fontsize=14, horizontalalignment='center',␣
↪verticalalignment='center')
    plt.annotate("", xy=(p3x, p3y), xytext=(p2x[1], p2y[1]), size=20,␣
↪va="center", ha="center",␣
↪arrowprops=dict(facecolor='blue',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=0.
↪2"))

# Punto de oscilación máximo 1:
p4x = delta_1_deg
p4y = abs(egen)*abs(ured)*np.sin(delta_1)/(Xgen+Xt+Xl)
p4 = plt.plot([p4x], [p4y], 'yo', markersize=12, label = 'Pto. oscilación␣
↪máximo 1')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p4x+5, p4y+0.1, '4=6=...', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='left', verticalalignment='center')
    plt.annotate("", xy=(p4x, p4y), xytext=(p3x, p3y), size=20, va="center",␣
↪ha="center",␣
↪arrowprops=dict(facecolor='blue',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=0.
↪2"))

# Punto de oscilación máximo 2:
p5x = delta_2_deg
p5y = abs(egen)*abs(ured)*np.sin(delta_2)/(Xgen+Xt+Xl)
p5 = plt.plot([p5x], [p5y], 'mo', markersize=12, label = 'Pto. oscilación␣
↪máximo 2')
## Anotaciones:
if anotaciones:
    plt.text (p5x+5, p5y-0.1, '5=7=...', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='left', verticalalignment='center')
    plt.annotate("", xy=(p5x, p5y), xytext=(p4x, p4y), size=20, va="center",␣
↪ha="center",␣
↪arrowprops=dict(facecolor='green',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=-0.
↪6"))
    plt.annotate("", xy=(p4x, p4y), xytext=(p5x, p5y), size=20, va="center",␣
↪ha="center",␣
↪arrowprops=dict(facecolor='green',arrowstyle="simple",connectionstyle="arc3,rad=-0.
↪6"))

# Área deceleradora:
delta_deg2 = np.ma.masked_less(delta2_deg, delta_0_deg)
delta_deg2 = np.ma.masked_greater(delta_deg2, delta_1_deg)
plt.fill_between(delta_deg2, pmec, pelec, where = pelec >= pmec,␣
↪facecolor='red', interpolate=True, label='Área deceleradora')
```

```
# Área aceleradora:
delta_deg3 = np.ma.masked_less(delta2_deg,delta_2_deg)
delta_deg3 = np.ma.masked_greater(delta_deg3,delta_0_deg)
plt.fill_between(delta_deg3, pelec, pmec, where = pelec <= pmec,␣
↪facecolor='green', interpolate=True, label='Área aceleradora')

plt.legend(loc = 'lower right')

# Imprimir ejes x=0 e y =0
plt.axvline(x=0, color = 'black') # x=0.
plt.axhline(y=0, color = 'black') # y=0.

plt.show()
```



Tras alcanzar el punto de oscilación máximo 2, la energía de las áreas se habría compensado pero el sistema estaría de nuevo en desequilibrio al ser $P_{elec} < P_{mec}$, por lo que el sistema retrocedería de nuevo, hasta el punto de oscilación máximo 1.

En ausencia de **amortiguamiento** el sistema se encontrará oscilando entre los puntos de oscilación máximos 1 y 2 calculados. Si exisitiera amortiguamiento (factor de amortiguamiento D no nulo), las oscilaciones se irían reduciendo hasta converger al punto de equilibrio original (suponiendo que P_{mec} se mantuviera).

Obsérvese que valores negativos de P_{elec} implicarían que el generador estaría consumiendo potencia activa, en lugar de cederla (para conseguir frenarse, el generador estaría actuando como motor de la turbina).

2.2.11 Límites de frecuencia alcanzados y espacio de estados tras oscilación máxima

De acuerdo a los puntos máximos de oscilación el generador alcanzará una frecuencia máxima/sobrefrecuencia y una frecuencia mínima/subfrecuencia. Obsérvese que estos puntos extremos se alcanzan cuando el sistema pasa por el ángulo δ_0, mientras que la frecuencia en los puntos de oscilación 1 y 2, es la frecuencia original del sistema (50 Hz).

[16]:
```
# Frecuencia original:
frec_0 = omega_0/(2*np.pi)
print('Frecuencia origen: {:.4f} Hz.'.format(frec_0))

# Frecuencia en el punto de reconexión:
## Potencia aceleradora en función del ángulo eléctrico:
def Pacel(delta,sgen_comp):
    pacel = sgen_comp.real
    return pacel

## Área aceleradora:
def Aacel(delta_1,delta_2):
    aacel = integrate.quad(Pacel, delta_1, delta_2, args=(sgen_comp))
    return aacel[0]

omega_desp = omega_0+((omega_0/H)*Aacel(delta_0, delta_desp))**0.5
frec_desp = omega_desp/(2*np.pi)
print('Frecuencia alcanzada en el punto de reconexión del generador: {:.4f} Hz.
 ↪'.format(frec_desp))

# Frecuencia en el punto de oscilación máximo 1:
omega_1 = omega_desp-((omega_0/H)*Adecel(delta_desp, delta_1))**0.5
frec_1 = omega_1/(2*np.pi)
print('Frecuencia alcanzada en el punto de oscilación máximo 1: {:.4f} Hz.'.
 ↪format(frec_1))

# Frecuencia en el punto origen:
omega_2 = omega_1-((omega_0/H)*Adecel(delta_0, delta_1))**0.5
frec_2 = omega_2/(2*np.pi)
```

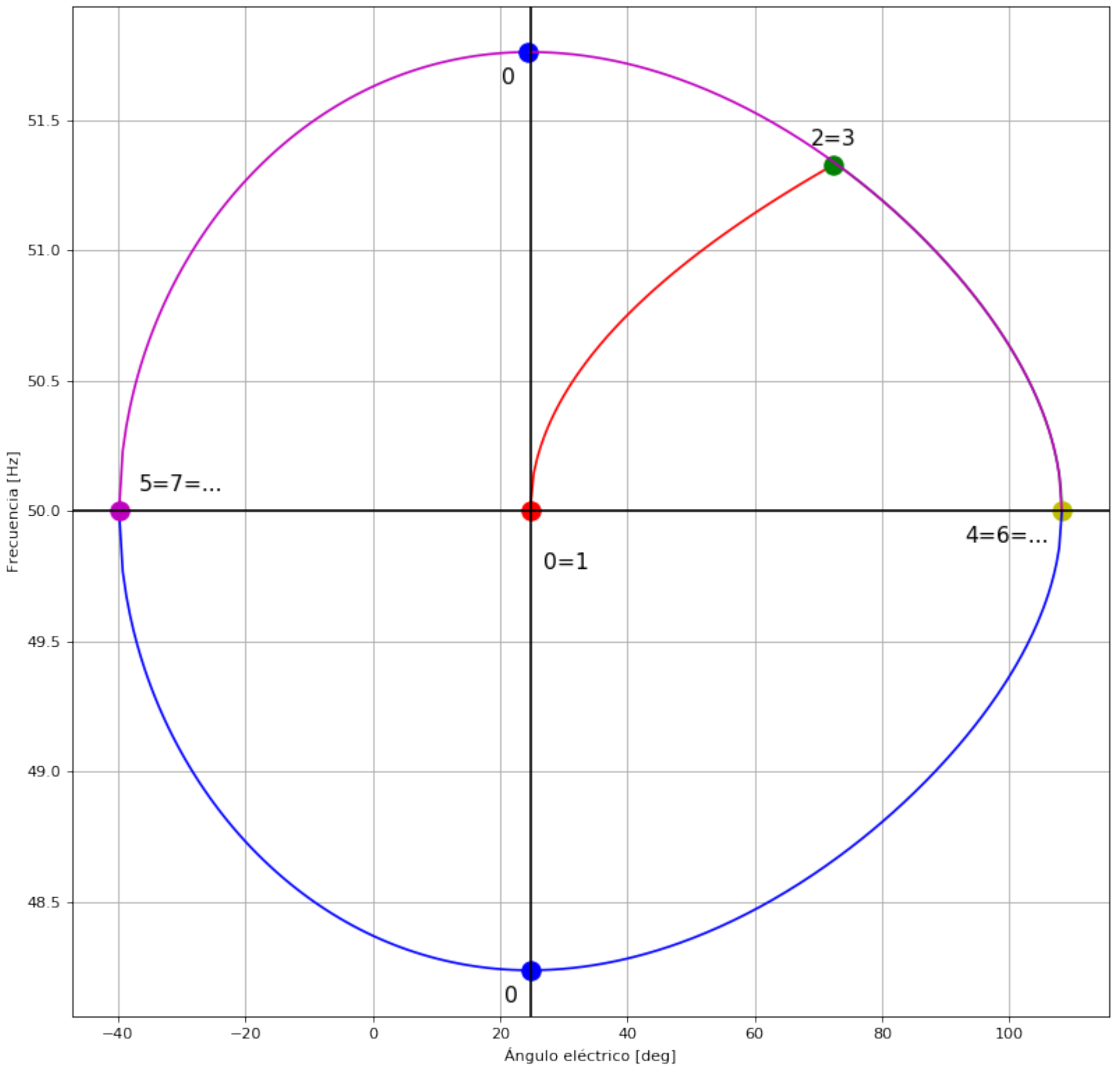
```python
print('Frecuencia alcanzada al pasar de osc. máx. 1 a osc. máx. 2 por el punto␣
 ↪origen: {:.4f} Hz.'.format(frec_2))

# Frecuencia en el punto de oscilación máximo 2:
omega_3 = omega_2+((omega_0/H)*Aacel2(delta_2, delta_0))**0.5
frec_3 = omega_3/(2*np.pi)
print('Frecuencia alcanzada en el punto de oscilación máximo 2: {:.4f} Hz.'.
 ↪format(frec_3))

# Frecuencia en el punto origen:
omega_4 = omega_3+((omega_0/H)*Aacel2(delta_2, delta_0))**0.5
frec_4 = omega_4/(2*np.pi)
print('Frecuencia alcanzada al pasar de osc. máx. 2 a osc. máx. 1 por el punto␣
 ↪origen: {:.4f} Hz.'.format(frec_4))

# Frecuencia en el punto de oscilación máximo 1:
omega_5 = omega_4-((omega_0/H)*Adecel(delta_0, delta_1))**0.5
frec_5 = omega_5/(2*np.pi)
print('Frecuencia alcanzada en el punto de oscilación máximo 1: {:.4f} Hz.'.
 ↪format(frec_5))
```

```
Frecuencia origen: 50.0000 Hz.
Frecuencia alcanzada en el punto de reconexión del generador: 51.3333 Hz.
Frecuencia alcanzada en el punto de oscilación máximo 1: 50.0000 Hz.
Frecuencia alcanzada al pasar de osc. máx. 1 a osc. máx. 2 por el punto origen:
48.2391 Hz.
Frecuencia alcanzada en el punto de oscilación máximo 2: 50.0000 Hz.
Frecuencia alcanzada al pasar de osc. máx. 2 a osc. máx. 1 por el punto origen:
51.7609 Hz.
Frecuencia alcanzada en el punto de oscilación máximo 1: 50.0000 Hz.
```

[26]:
```python
# Representación gráfica:
anotaciones = True
fig8 = plt.figure(figsize=(12,12),dpi= 80)
plt.grid()
plt.ylabel('Frecuencia [Hz]')
plt.xlabel('Ángulo eléctrico [deg]')

# Valores de frecuencia alcanzados en función del ángulo durante el período en␣
 ↪falta:
delta3 = np.arange(delta_0,delta_desp,0.01)
delta3_deg = delta3*180/np.pi
omega_0desp = np.zeros(np.size(delta3))
for i in range(np.size(delta3)):
    omega_0desp[i] = omega_0+((omega_0/H)*Aacel(delta_0, delta3[i]))**0.5

frec_0desp = omega_0desp/(2*np.pi)
```

```
p1 = plt.plot(delta3_deg, frec_0desp,'r')
if anotaciones:
    plt.plot(delta3_deg[0], frec_0desp[0],'ro', markersize=12)
    plt.text (delta3_deg[0]+2, frec_0desp[0]-0.2, '0=1', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='left', verticalalignment='center')
    plt.plot(delta3_deg[-1], frec_0desp[-1],'go', markersize=12)
    plt.text (delta3_deg[-1], frec_0desp[-1]+0.1, '2=3', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='center', verticalalignment='center')

# Valores de frecuencia alcanzados tras la reconexión hasta el punto de␣
↪oscilación máxima 1:
delta4 = np.linspace(delta_desp,delta_1,200)
delta4_deg = delta4*180/np.pi
omega_desp1 = np.zeros(np.size(delta4))
for i in range(np.size(delta4)):
    omega_desp1[i] = omega_0+((omega_0/
↪H)*(Aacel(delta_0,delta_desp)-Adecel(delta_desp, delta4[i])))**0.5

frec_desp1 = omega_desp1/(2*np.pi)
p2 = plt.plot(delta4_deg, frec_desp1,'g')
if anotaciones:
    plt.plot(delta4_deg[-1], frec_desp1[-1],'yo', markersize=12)
    plt.text (delta4_deg[-1]-2, frec_desp1[-1]-0.1, '4=6=...', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='right', verticalalignment='center')


# Valores de frecuencia alcanzados desde el punto de oscilación máxima 1 hasta␣
↪el punto origen:
delta5 = np.linspace(delta_0,delta_1,200)
delta5_deg = delta5*180/np.pi
omega_10 = np.zeros(np.size(delta5))
for i in range(np.size(delta5)):
    omega_10[i] = omega_1-((omega_0/H)*Adecel(delta5[i], delta_1))**0.5

frec_10 = omega_10/(2*np.pi)
p3 = plt.plot(delta5_deg, frec_10,'b')
if anotaciones:
    plt.plot(delta5_deg[0], frec_10[0],'bo', markersize=12)
    plt.text (delta5_deg[0]-2, frec_10[0]-0.1, '0', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='right', verticalalignment='center')


# Valores de frecuencia alcanzados desde el punto origen hasta el punto de␣
↪oscilación máxima 2:
delta6 = np.arange(delta_2,delta_0,0.01)
delta6_deg = delta6*180/np.pi
```

```
omega_02 = np.zeros(np.size(delta6))
for i in range(np.size(delta6)):
    omega_02[i] = omega_0-((omega_0/H)*np.abs(Adecel(delta_0,␣
↪delta_1)-Aacel2(delta6[i], delta_0)))**0.5

frec_02 = omega_02/(2*np.pi)
p4 = plt.plot(delta6_deg, frec_02,'b')
if anotaciones:
    plt.plot(delta6_deg[0], frec_02[0],'mo', markersize=12)
    plt.text (delta6_deg[0]+3, frec_02[0]+0.1, '5=7=...', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='left', verticalalignment='center')

# Valores de frecuencia alcanzados desde el punto de oscilación máxima 2 hasta␣
↪el punto origen:
omega_20 = np.zeros(np.size(delta6))
for i in range(np.size(delta6)):
    omega_20[i] = omega_3+((omega_0/H)*Aacel2(delta_2, delta6[i]))**0.5

frec_20 = omega_20/(2*np.pi)
p5 = plt.plot(delta6_deg, frec_20,'m')
if anotaciones:
    plt.plot(delta6_deg[-1], frec_20[-1],'bo', markersize=12)
    plt.text (delta6_deg[-1]-2, frec_20[-1]-0.1, '0', fontsize=14,␣
↪horizontalalignment='right', verticalalignment='center')

# Valores de frecuencia alcanzados desde el punto origen hasta el punto de␣
↪oscilación máxima 1:
omega_01 = np.zeros(np.size(delta5))
for i in range(np.size(delta5)):
    omega_01[i] =  omega_0+((omega_0/H)*np.abs(Adecel(delta_0,␣
↪delta5[i])-Aacel2(delta_2, delta_0)))**0.5

frec_01 = omega_01/(2*np.pi)
p6 = plt.plot(delta5_deg, frec_01,'m')

# Eje x=delta_0:
plt.axvline(x=delta_0_deg, color = 'black')

# Eje y=frec_0:
plt.axhline(y=frec_0, color = 'black')

plt.show()
```


0
2=3
5=7=...
0=1
4=6=...
0
51.5
51.0
50.5
50.0
49.5
49.0
48.5
Frecuencia [Hz]
−40
−20
0
20
40
60
80
100
Ángulo eléctrico [deg]