



Taller de preparación

Ejercicio 1 Utilizar el criterio de la integral para determinar si la siguiente serie es convergente o divergente

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^3 + n}.$$

Ejercicio 2 Determinar los valores de x para los cuales la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{(3n-1)2^{2n-1}}$$

es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente.

Ejercicio 3 a) Encontrar una representación en serie de potencias para la función

$$f(x) = \sqrt[3]{1 - 6x^2}.$$

b) Encontrar el valor exacto del límite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x^4}{1 - 2x^2 - \sqrt[3]{1 - 6x^2}} \right).$$

Ejercicio 4 Utilizar el criterio de la integral para determinar si la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 1}$$

converge o diverge.

Ejercicio 5 Encontrar los valores de x para los cuales la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(2-x)^n n}{\sqrt[n]{4}}$$

es absolutamente convergente, condicionalmente convergente o divergente.

Ejercicio 6 a) Encontrar una representación en series de potencias de la función

$$\frac{x\sqrt{4+x^2}}{2}.$$

b) Encontrar el valor exacto del límite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{16 - 8\sqrt{4+x^2}}.$$

Ejercicio 7 Consideremos la función $f(x) = x^{-1}$.

a) Encontrar la serie de Taylor concentrada en $c = -3$.

b) Encontrar la suma exacta de

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^n}{3^{n+1}}$$



Ejercicio 8 Determinar los valores de x para los cuales la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)(2x+1)^n}{n^2 \ln(n)}$$

es absolutamente convergente, condicionalmente convergente y divergente.

Ejercicio 9 consideremos la función

$$f(x) = \sqrt{1+4x}$$

- Encontrar la serie de Maclaurin de $f(x)$.
- Encontrar el valor exacto del límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{f(x) - 1 - 2x}.$$

Ejercicio 10 Encontrar los valores de x para los cuales la función

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-2)^n}{\sqrt{n^2 + 1}}$$

es absolutamente convergente, condidionalmente convergente y divergente.

Ejercicio 11 Consideremos la función

$$f(x) = \frac{2x^2}{\sqrt[3]{8-x^3}}.$$

- Encontrar la serie de Maclaurin de f .
- Encontrar el radio de convergencia de la serie calculada en el literal (a).
- Calcular el valor exacto de la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n-2)}{(24)^n n!}$$

Ejercicio 12 a) Calcular la serie de Maclaurin para las siguientes funciones

$$f(x) = \ln(1+x) \quad \text{y} \quad g(x) = \sqrt{e^x}.$$

- b) Calcular el valor exacto de los siguientes límites

(i)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - f(x)}{x^2 g(x)}.$$

(ii)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - f(x)}{2x^2 g(x)}$$



Ejercicio 13 a) Calcular la serie de Maclaurin de las siguientes funciones

$$f(x) = \cos(2x) \quad \text{y} \quad g(x) = e^{4x}.$$

b) Encontrar el valor exacto de los siguientes límites

(i)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - 1 - 4x}{1 - f(x)}$$

(ii)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x) - 1 - 4x}{5 - 5f(x)}$$

Ejercicio 14 Determinar la convergencia o divergencia de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tan^{-1}(n)}{3n^3 - 2}$$

Ejercicio 15 Consideremos la función

$$f(x) = e^{x/3}.$$

- Hallar la serie de Taylor para f centrada en $x = 3$.
- Determinar intervalo y radio de convergencia
- Determinar si la siguiente serie converge o diverge. En caso de converger, hallar su valor exacto.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n e}{n! 3^n}$$

- Expresar la integral como una serie

$$\int_3^{3,5} (x - 3) e^{x/3} dx$$

Ejercicio 16 Calcular el valor exacto del límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt{1+x} - 1 - x/2} \right)$$

Ejercicio 17 Determinar si la siguiente sucesión converge o diverge

$$\left\{ \frac{n^2}{2n+1} - \frac{n^2}{2n-1} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

Ejercicio 18 Encontrar el valor exacto de la suma

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left[3 \left(\frac{-\pi}{3} \right)^n \right]$$



Ejercicio 19 a) Calcular el valor exacto de la integral

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{x^2 - x + 1}.$$

b) Utilizar la relación

$$\frac{1}{x^2 - x + 1} = \frac{1+x}{1+x^3}$$

para encontrar el valor exacto de la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{2^{3n}} \left(\frac{2}{3n+1} + \frac{1}{3n+1} \right)$$

Ejercicio 20 Consideremos la función

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x-5)^n}{n5^n}.$$

Encontrar el dominio de f , f' e $\int f(x)dx$.

Ejercicio 21 Evaluar el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(x+1) - x}{x^2} \cdot \frac{x^3 - 3x + 3\tan^{-1}(x)}{x^5} \right)$$

Ejercicio 22 Investigar la convergencia de la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2[(2n)!](25n-3)}{2^{n-1}[(3n)!]n^n}$$

Ejercicio 23 Investigar la convergencia o divergencia de la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} [(6k)!]k! \frac{132 + 12k}{[(3k)!](k!)^3(-640320)^{3k}} \cdot \frac{1}{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2k-1)}.$$

Ejercicio 24 Hallar radio e intervalo de convergencia para la serie de potencias

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x-2)^n}{n\sqrt{n}}.$$

Ejercicio 25 Aproximar la integral

$$\int_0^{0.4} \ln(1+x^4) dx$$

con tres cifras decimales

Ejercicio 26 Encontrar los valores exactos de

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan^{-1}(x)}{x^3} \quad \text{y} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}.$$



Taller de preparación

Ejercicio 27 Encontrar los valores de x para los cuales la serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n 4^n (x+1)^{2n}}{\ln(n)}$$

converge absolutamente, converge condicionalmente y diverge.

Ejercicio 28 Encontrar el valor exacto de la serie

$$\sum_{n=2023}^{\infty} \left(\frac{-e}{2}\right)^n$$