UNIVASF

# 1 Diferenças Finitas: Teoria e Aplicações

A técnica de **diferenças finitas** é um método numérico utilizado para aproximar derivadas de funções quando não se pode (ou não se deseja) calcular a derivada analiticamente. Essa abordagem é especialmente útil em problemas computacionais que envolvem modelagens físicas, engenharia e análise de dados experimentais.

## Definições

Seja f(x) uma função suave e diferenciável em um intervalo I⊂RI \subset \mathbb{R}I⊂R. As principais fórmulas de diferenças finitas para a aproximação da derivada de F em um ponto x são:

- **Diferença Progressiva (Forward Difference):**

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- **Diferença Regressiva (Backward Difference):**

$$f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

- **Diferença Central (Central Difference):**

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

# Soma de Riemann: Teoria e Aplicações

A **soma de Riemann** é uma técnica de aproximação do valor da integral definida de uma função. Ela representa a área sob a curva de uma função f(x)f(x) em um intervalo fechado [a,b][a,b] por meio de somas finitas de áreas de retângulos.

## Definições

Dividimos o intervalo [a,b][a,b] em nn subintervalos de mesma largura Δx=b−anΔx=nb−a. A soma de Riemann pode ser definida de várias formas, dependendo do ponto de avaliação da função dentro de cada subintervalo:

- **Soma à Esquerda:**

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)\Delta x$$

- **Soma à Direita:**

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$$

- **Soma no Ponto Médio:**

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} f\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}\right)\Delta x$$