

TRABAJO PRÁCTICO 1

Filtrado Digital y Transformada de Fourier

Ejercicio 1 Repasar los siguientes tópicos relacionados a teoría de señales:

- Señales de tiempo discreto. Sección 2.1 de [1]
- Sistemas en tiempo discreto. Sección 2.2 de [1]
- Sistemas LTI. Sección 2.3 de [1]
- Propiedades de Sistemas LTI. Sección 2.4 de [1]
- Ecuaciones en diferencias. Sección 2.5 de [1]

Ejercicio 2 Realizar los siguientes ejercicios del libro [1]: 2.2, 2.3, 2.6, 2.11, 2.12, 2.41, 2.44, 2.45, 2.55, 2.56, 2.63 2.77

Ejercicio 3 Dado el filtro de promediación móvil en la pág. 17 (ejemplo 2.3) de [1], asumir que $M1=0$ y $M2=4$. La expresión 2.21 es la ecuación en diferencias del filtro. Resolver:

- a) Obtener la respuesta al impulso a partir de la ecuación en diferencias 2.21
- b) A partir de la respuesta al impulso, obtener la respuesta en frecuencia en forma analítica
- c) En un script de MatLab, graficar el módulo y la fase de la respuesta en frecuencia obtenida anteriormente. Es un filtro pasa-_____. ¿Por qué?
- d) En el mismo script de MatLab, generar la respuesta al impulso en un vector y calcular su respuesta en frecuencia usando *fft()*. Realizar un gráfico de módulo y fase superpuesto al gráfico del punto anterior (NOTA: ajustar correctamente la posición de los datos en los vectores usando *fftshift()*)
- e) Observando la ecuación en diferencias, contestar: ¿La salida depende de las salidas anteriores? ¿Cómo se denomina a este tipo de filtros?
- f) Modificar el script de MatLab para poder "barrer" (usando un ciclo *for*) el valor de $M2$ (4, 8, 16, 32). Realizar un gráfico donde se superponga la magnitud de la respuesta en frecuencia para estos valores de $M2$. ¿Qué sucede con la respuesta del filtro a medida que $M2$ aumenta?

Ejercicio 4 Existe una clase de filtros digitales llamados *Filtros recursivos* o *Filtros IIR*, por su denominación en inglés "Infinite Impulse Response". En la siguiente ecuación en diferencias, se muestra la respuesta de un filtro recursivo pasa-bajos muy utilizado en implementaciones digitales:

$$y[n] = \alpha y[n-1] + (1 - \alpha)x[n] \quad (1)$$

donde α es un número real estrictamente menor que uno

- a) Obtener la respuesta en frecuencia del sistema a partir de la ecuación en diferencias dada en Eq. (1)
- b) A partir de la ecuación en diferencias (1) obtener la respuesta al impulso del sistema
- c) Obtener nuevamente la respuesta al impulso, pero anti-transformando la respuesta en frecuencias obtenida en el inciso a)
- d) Usando la respuesta al impulso obtenida, calcule la respuesta en frecuencia en MatLab usando `fft()`. Comparar con la respuesta en frecuencia obtenida en forma analítica
- e) A partir de la expresión de la respuesta al impulso, constestar:
 - ¿A partir de qué valor de n (positivo), la respuesta se hace 0 (desde una perspectiva matemática)? ¿La salida actual depende solo de las entradas actuales y anteriores, o de algo mas?
 - ¿Qué sucede en el caso del filtro de promedios móviles del ejercicio anterior? Si al filtro recursivo de este ejercicio se lo denomina IIR, ¿Cómo se denomina al filtro no-recursivo del punto anterior?
- f) En MatLab, graficar superpuestas las respuestas en frecuencia del filtro IIR propuesto, cuando varía el parámetro α (entre 0.5 y 0.99). ¿Qué sucede con el ancho de banda del filtro a medida que α crece?
- g) Dado $\alpha=0.95$, ¿qué valor de M sería necesario en el filtro promediador móvil para tener el mismo ancho de banda en ambos casos? ¿Cuántas multiplicaciones son necesarias en cada caso? Si tuviera que realizar un filtro pasa-bajos con este ancho de banda, ¿qué opción elegirías (FIR o IIR) y por qué?

Referencias

- [1] Oppenheim A., "Tratamiento de Señales en Tiempo Discreto", 3era Edición, Ed. Prentice Hall, 2009