



ISEL
INSTITUTO SUPERIOR DE
ENGENHARIA DE LISBOA

Licenciatura Engenharia Informática e Multimédia

Processamento Digital de Sinais – 1718SI

Ano letivo 2017/2018

Geração e Visualização de Sinais Reais e Complexos



Docente:

André Lourenço

Trabalho realizado por:

Miguel Távora N°45102

Sérgio Lopes N°43740

Turma: 21D

Índice

Índice	2
Resolução de exercícios e gráficos	3

Resolução de exercícios e gráficos

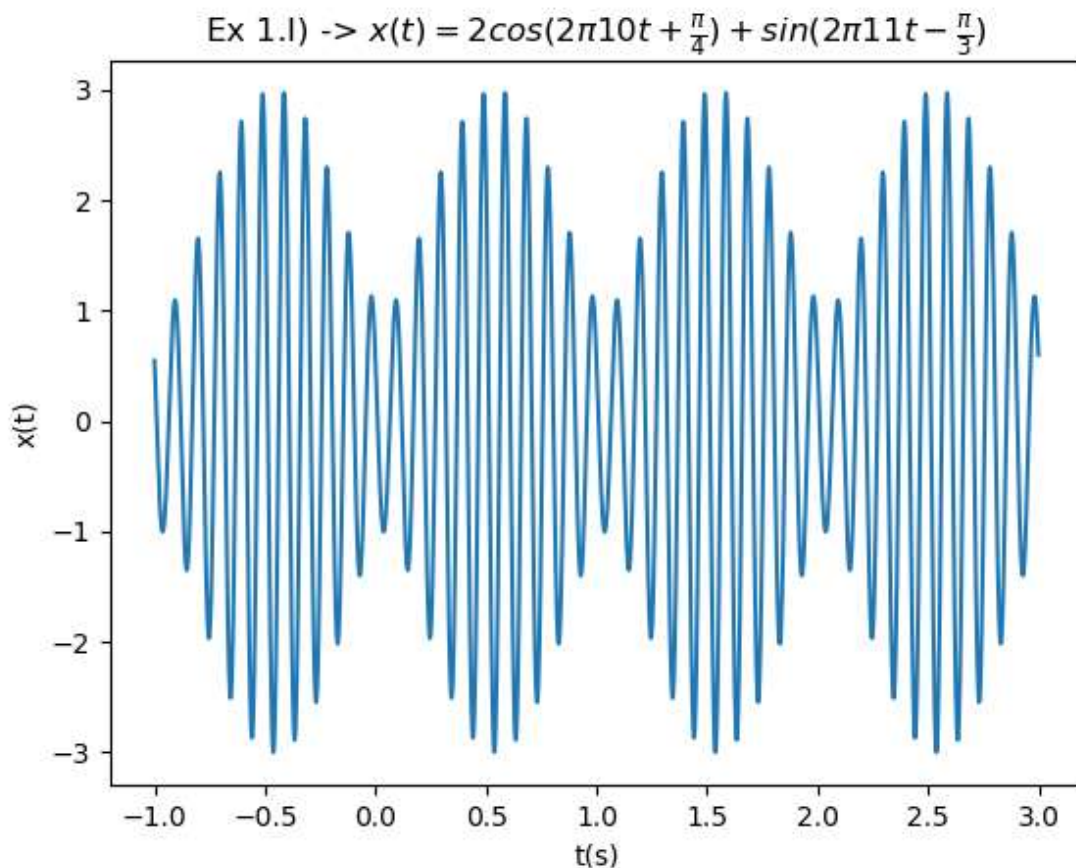
- Exercício 1.I)

$$\text{I) } x(t) = 2 \cos\left(2\pi 10t + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2\pi 11t - \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{para } t \in [-1,3]$$

```
t=np.arange(-1,3,0.001)
x=2*np.cos(2*np.pi*10*t+(np.pi/4))+np.sin(2*np.pi*11*t-(np.pi/3))

plt.xlabel("t(s)")
plt.ylabel("x(t)")
plt.title("Ex 1.I) -> "+x"$x(t)=2cos(2\pi 10t+\frac{\pi}{4})+\sin(2\pi 11t-\frac{\pi}{3})$")
plt.plot(t,x)
plt.show()
```

A expressão do sinal foi descrita no eixo x e o seu intervalo de tempo entre t=-1 e t=3 foi descrito com uma frequência de 1000Hz (intervalo de 0.001s)



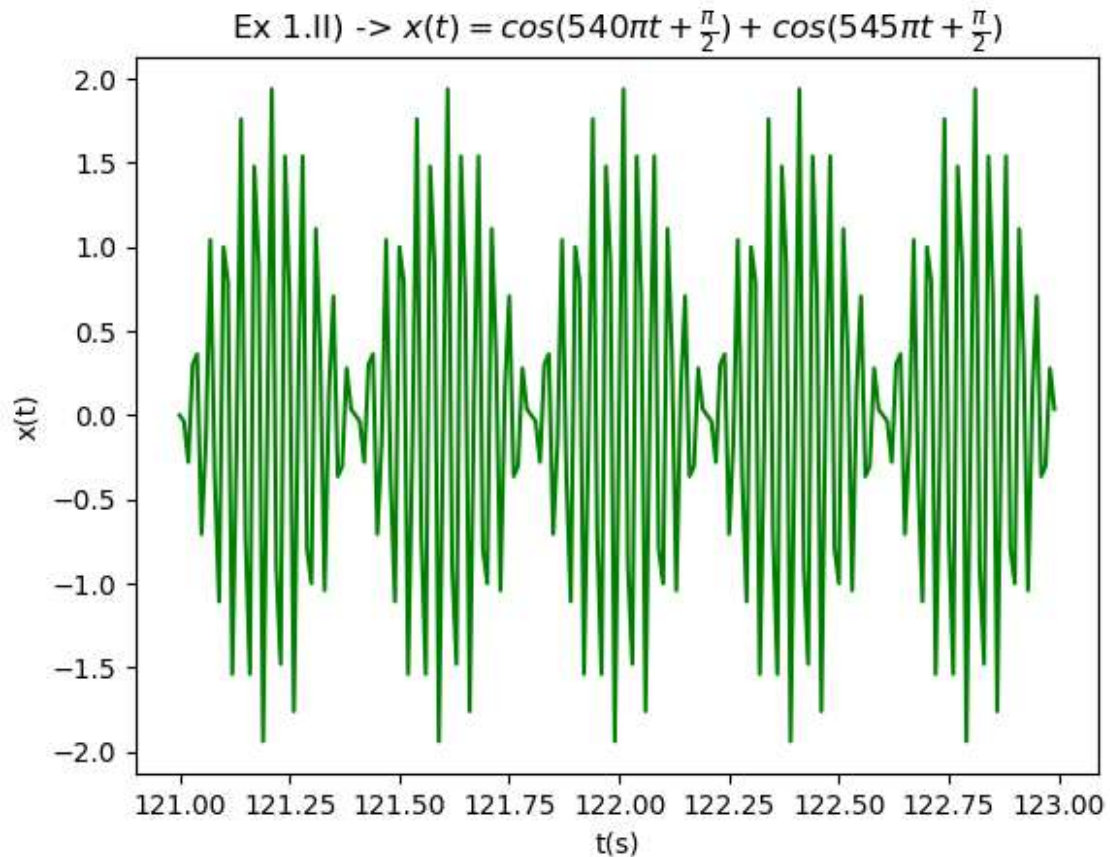
- Exercício 1.II)

$$\text{II) } x(t) = \cos\left(540\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(545\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{para } t \in [121,123]$$

```
t=np.arange(121,123,0.01)
x= np.cos(540*np.pi*t+(np.pi/2))+np.cos(545*np.pi*t+(np.pi/2))

plt.plot(t,x, "g") # "g" Altera a cor para verde
plt.xlabel("t(s)")
plt.ylabel("x(t)")
plt.title("Ex 1.II) -> " + r'$x(t)=\cos(540\pi t+\frac{\pi}{2})+\cos(545\pi t+\frac{\pi}{2})$')
plt.show()
```

A expressão do sinal foi descrita no eixo x e o seu intervalo de tempo entre $t=121$ e $t=123$ foi descrito com uma frequência de 100Hz (intervalo de 0.01s)



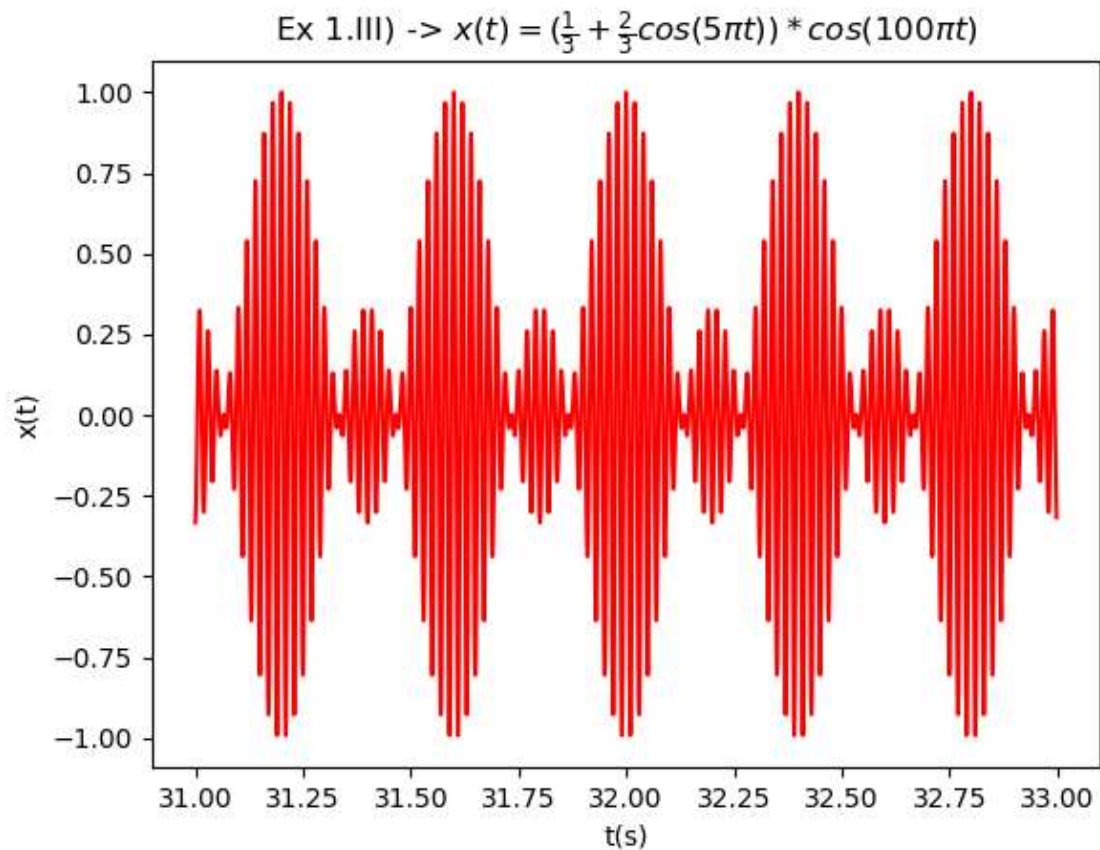
- Exercício 1.III)

$$\text{III) } x(t) = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cos(5\pi t) \right) \times \cos(100\pi t) \quad \text{para } t \in [31, 33]$$

```
t = np.arange(31, 33, 0.001)
x = (1/3 + ((2/3) * np.cos(5 * np.pi * t))) * (np.cos(100 * np.pi * t))

plt.plot(t, x, "r") # "r" Altera a cor para vermelha
plt.xlabel("t (s)")
plt.ylabel("x(t)")
plt.title("Ex 1.III)  $\rightarrow x(t) = (\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cos(5\pi t)) * \cos(100\pi t)$ ")
plt.show()
```

A expressão do sinal foi descrita no eixo x e o seu intervalo de tempo entre $t=31$ e $t=33$ foi descrito com uma frequência de 1000Hz (intervalo de 0.001s)



- Exercício 2.I)

I) $x(t) = u(-2t-4) - u(-t-4)$

```
t=np.arange(-5,-1,0.01)
```

```
u1 = np.zeros(len(t))
```

```
u1 [-2*t-4 >= 0] = 1
```

```
u2 = np.zeros(len(t))
```

```
u2 [-t-4 >= 0] = 1
```

```
x = u1-u2
```

```
plt.xlabel("t(s)")
```

```
plt.ylabel("x(t)")
```

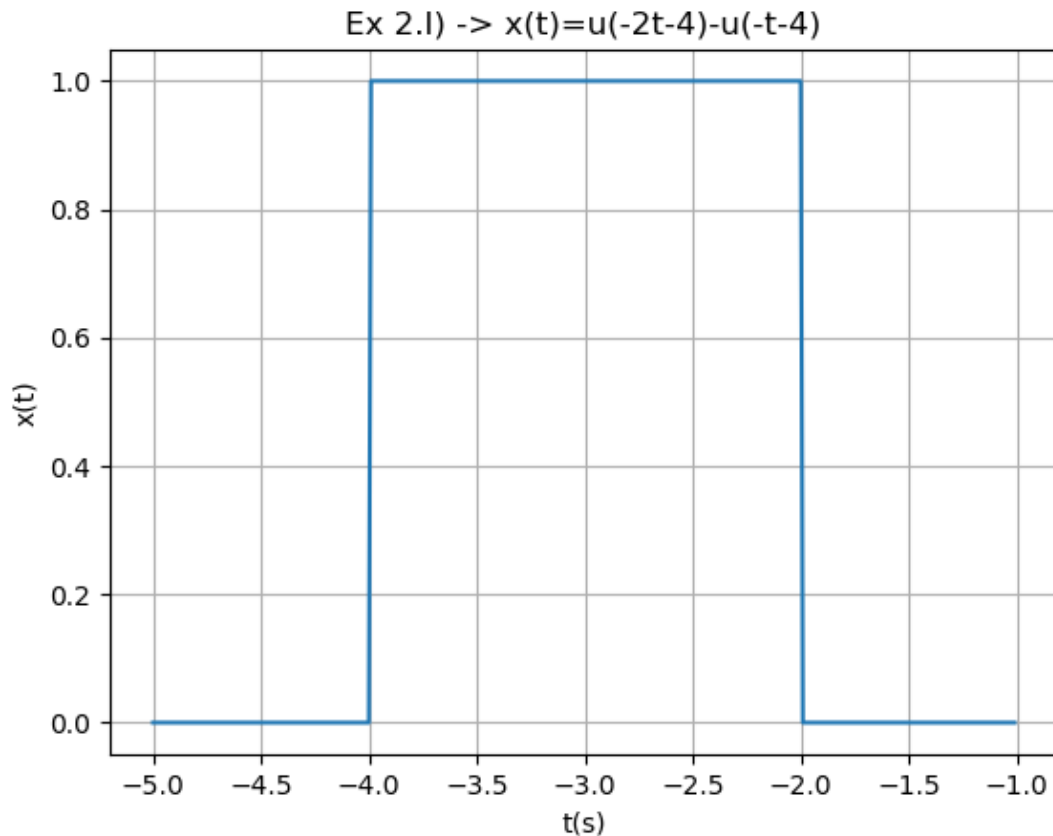
```
plt.title("Ex 2.I)  $\rightarrow$  " + "x(t)=u(-2t-4)-u(-t-4)")
```

```
plt.grid()
```

```
plt.plot(t,x)
```

```
plt.show()
```

A expressão do sinal foi descrita no eixo x subtraindo duas funções descritas num intervalo de tempo t maioritariamente maior que zero, sendo o intervalo de tempo do sinal entre $t=-5$ e $t=1$ descrito com uma frequência de 100Hz (intervalo de 0.01s)



- Exercício 2.II)

II) $x(t) = \cos(2\pi(15)t)(u(t+2) - u(t+1.53))$

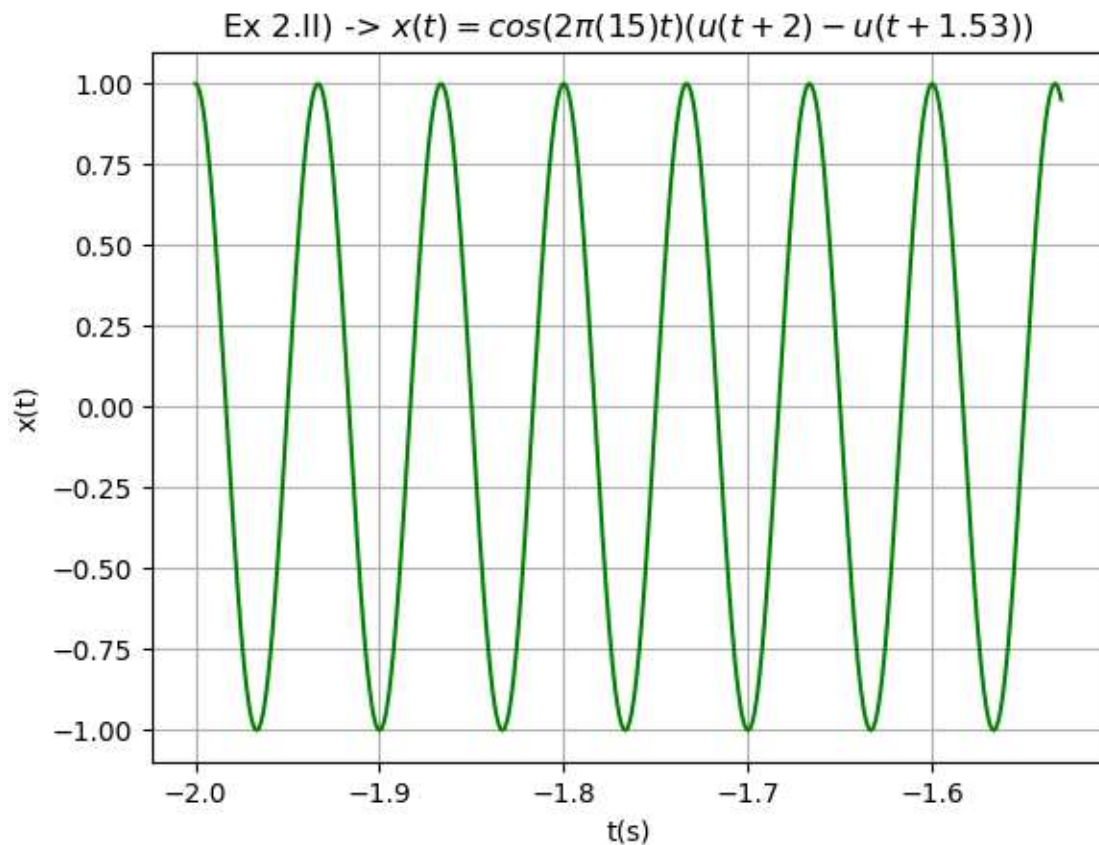
```
t=np.arange(-2,-1.53,0.00001)
u1 = np.zeros(len(t))
u1 [t+2 >= 0] = 1

u2= np.zeros(len(t))
u2 [t+1.53 >=0] = 1

x = (np.cos(2*np.pi*(15)*t))*(u1-u2)

plt.xlabel("t(s)")
plt.ylabel("x(t)")
plt.title("Ex 2.II)  $\rightarrow x(t)=\cos(2\pi(15)t)(u(t+2)-u(t+1.53))$ ")
plt.grid()
plt.plot(t,x,"g") # "g" Altera a cor para verde
plt.show()
```

A expressão do sinal foi descrita no eixo x incluindo a subtração de duas funções descritas num intervalo de tempo t maior que zero, sendo o intervalo de tempo do sinal entre $t=-2$ e $t=-1.53$ descrito com uma frequência de 100000Hz (intervalo de 0.0001s)



- Exercício 2.III)

$$\text{III) } x(t) = 2\cos(2\pi(50)t)e^{-20t^2}(u(t+1)-u(t-1))$$

```
t=np.arange(-0.5,0.5,0.001)

u1=np.zeros(len(t))
u1 [t+1 >= 0] = 1

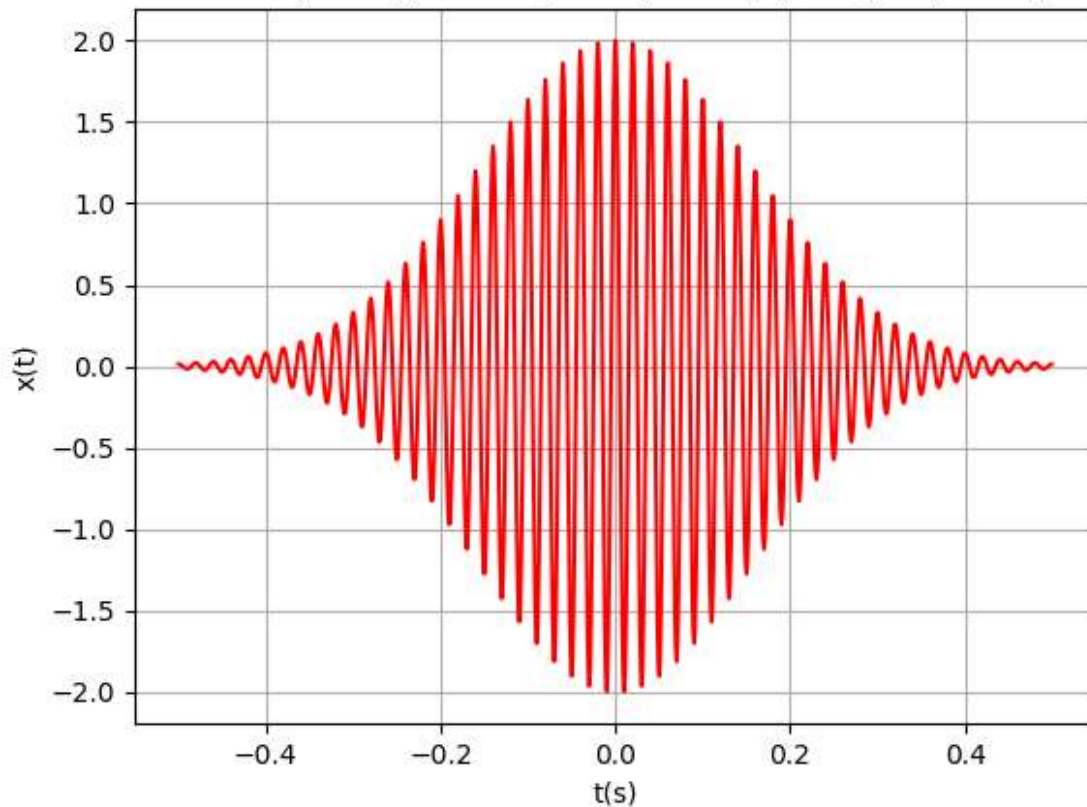
u2=np.zeros(len(t))
u2 [t-1 >=0] = 1

x= 2*np.cos(2*np.pi*(50)*t)*np.exp(-20*t**2)*(u1-u2)

plt.plot(t,x,'r')
plt.xlabel('t(s)')
plt.ylabel('x(t)')
plt.title("Ex 2.III) -> "+"$x(t)=2\cos(2\pi 50t)e ^{-20t^2} (u(t+1)-u(t-1))$")
plt.grid()
plt.show()
```

A expressão do sinal foi descrita no eixo x incluindo a subtração de duas funções, sendo o intervalo de tempo do sinal entre $t=-0.5$ e $t=0.5$ descrito com uma frequência de 1000Hz (intervalo de 0.001s)

Ex 2.III) $\rightarrow x(t) = 2\cos(2\pi 50t)e^{-20t^2}(u(t+1) - u(t-1))$



- Exercício 3.I)

$$I) x(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^N \frac{\sin(2\pi(2k-1)f_0 t)}{2k-1}, \quad \text{para } f_0 = 1$$

```
#N = 1

f0 = 1
t = np.arange(0, 6, 0.001)
N = 1
x = np.zeros(len(t))

for k in range(1, N+1):
    x = x + 4/np.pi*np.sin(2*np.pi+(2*k-1)*f0*t)/(2*k-1)

plt.plot(t, x, "k")

#N = 10

N = 10
y = np.zeros(len(t))

for k in range(1, N+1):
    y = y + 4/np.pi*np.sin(2*np.pi+(2*k-1)*f0*t)/(2*k-1)

plt.plot(t, y, "r")

#N = 10000

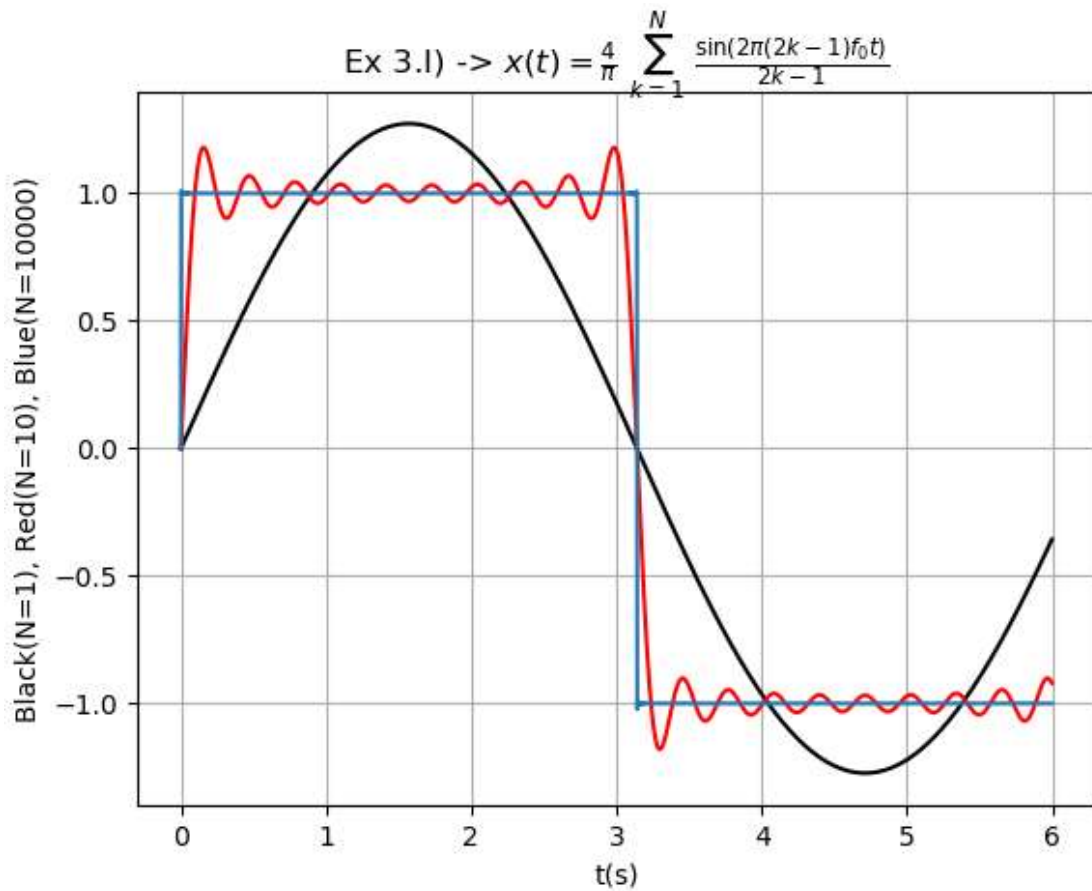
N = 10000
z = np.zeros(len(t))

for k in range(1, N+1):
    z = z + 4/np.pi*np.sin(2*np.pi+(2*k-1)*f0*t)/(2*k-1)

plt.plot(t, z)

plt.xlabel("t(s)")
plt.ylabel("Black(N=1), Red(N=10), Blue(N=10000)")
plt.title('Ex 3.I)  $\rightarrow x(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{k=1}^N \frac{\sin(2\pi(2k-1)f_0 t)}{2k-1}$ ')
plt.grid()
plt.show()
```


A expressão do sinal foi representada em 3 situações diferentes (N=1, N=10, N=100) utilizando um for para cada resultado, sendo estes descritos no eixo x no intervalo de tempo entre t=-0.5 e t=0.5 com uma frequência de 1000Hz (intervalo de 0.001s)



- Exercício 3.II)
- Exercício 3.III)
- Exercício 3.IV)
- Exercício 4.I)

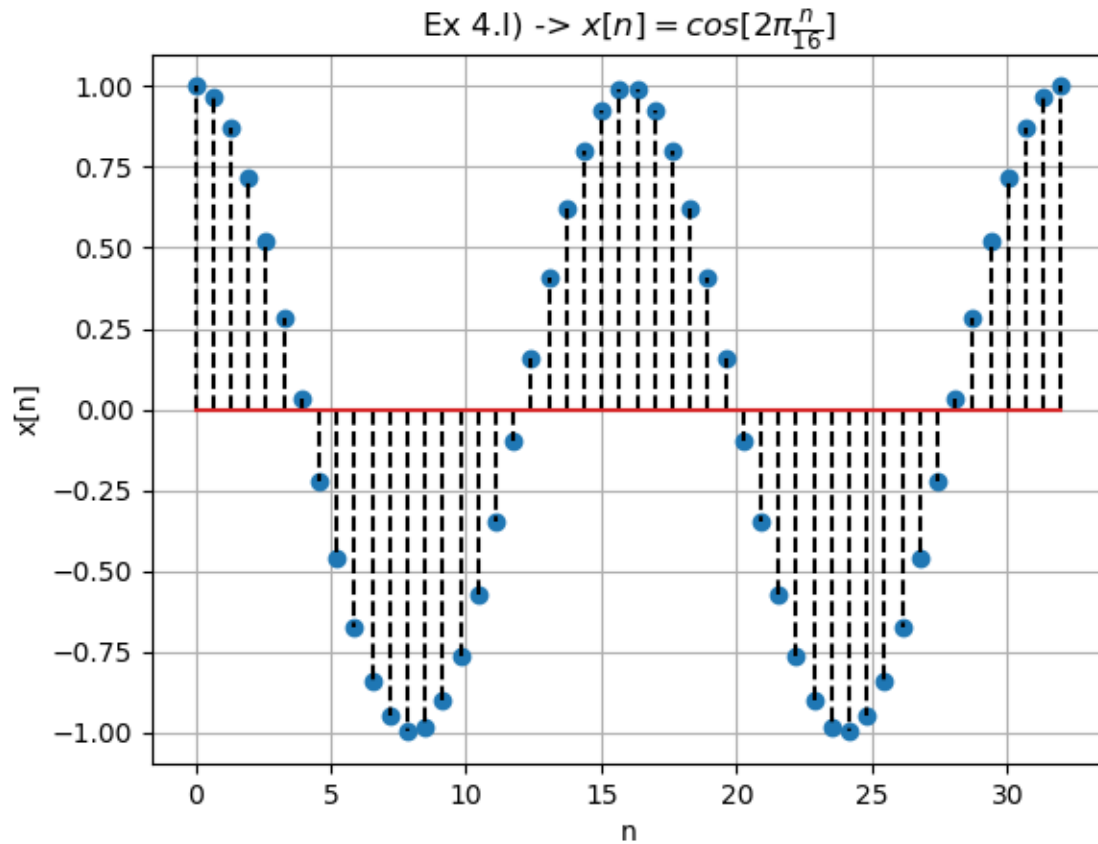
I) $x[n] = \cos\left[2\pi \frac{n}{16}\right],$ para $n \in [0,32]$

```
n=np.linspace(0,32)

x=np.cos(2*np.pi*(n/16))

plt.stem(n,x,"k--")
plt.xlabel("n")
plt.ylabel("x[n]")
plt.title("Ex 4.I)  $\rightarrow x[n]=\cos[2\pi \frac{n}{16}]$ ")
plt.grid()
plt.show()
```

A expressão do sinal discreto foi representada no eixo x e o seu intervalo de tempo foi estabelecido entre $n=0$ e $n=32$



- Exercício 4.II)

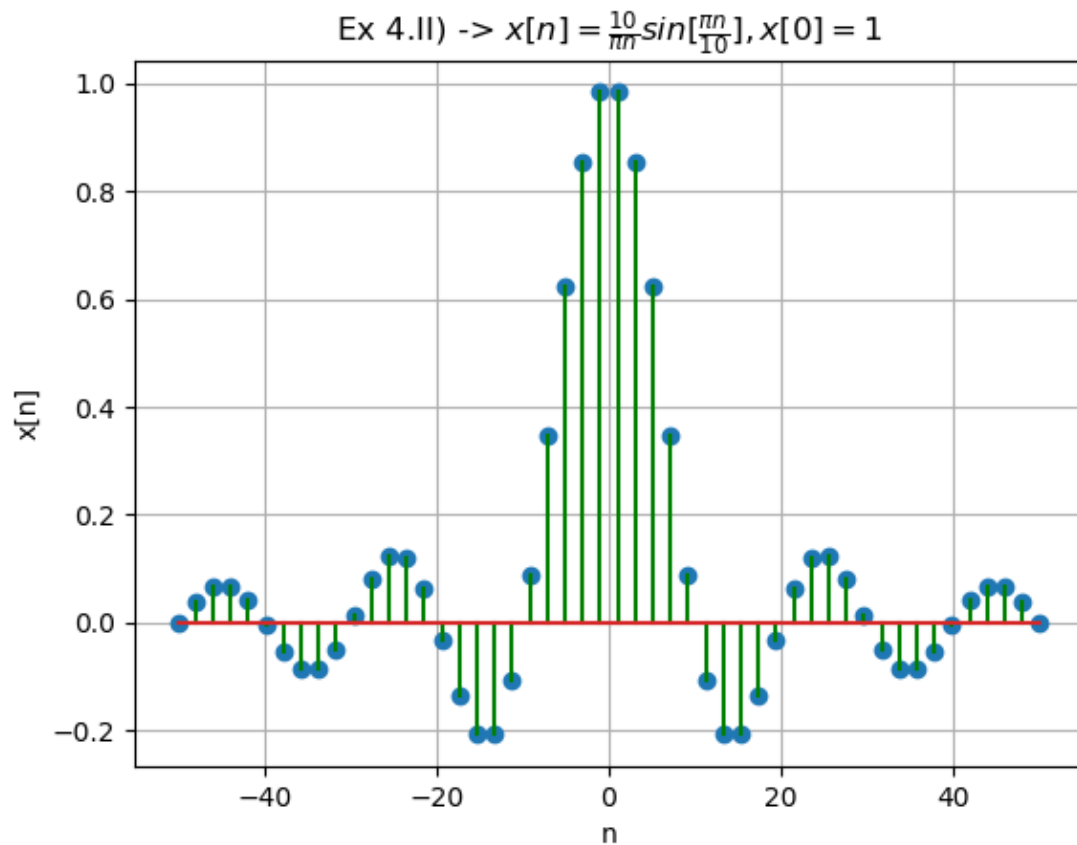
$$\text{II) } x[n] = \frac{10}{\pi n} \sin\left[\frac{\pi n}{10}\right], \quad x[0] = 1, \quad \text{para } n \in [-50, 50]$$

```
n=np.linspace(-50,50)

x=(10/(np.pi*n))*np.sin((np.pi*n)/10)

plt.stem(n,x,"g")
plt.xlabel("n")
plt.ylabel("x[n]")
plt.title("Ex 4.II)  $\rightarrow r'x[n]=\frac{10}{\pi n}\sin[\frac{\pi n}{10}]$  ,  $x[0] = 1$ ")
plt.grid()
plt.show()
```

A expressão do sinal discreto foi representada no eixo x e o seu intervalo de tempo foi estabelecido entre $n=-50$ e $n=50$



- Exercício 4.III)

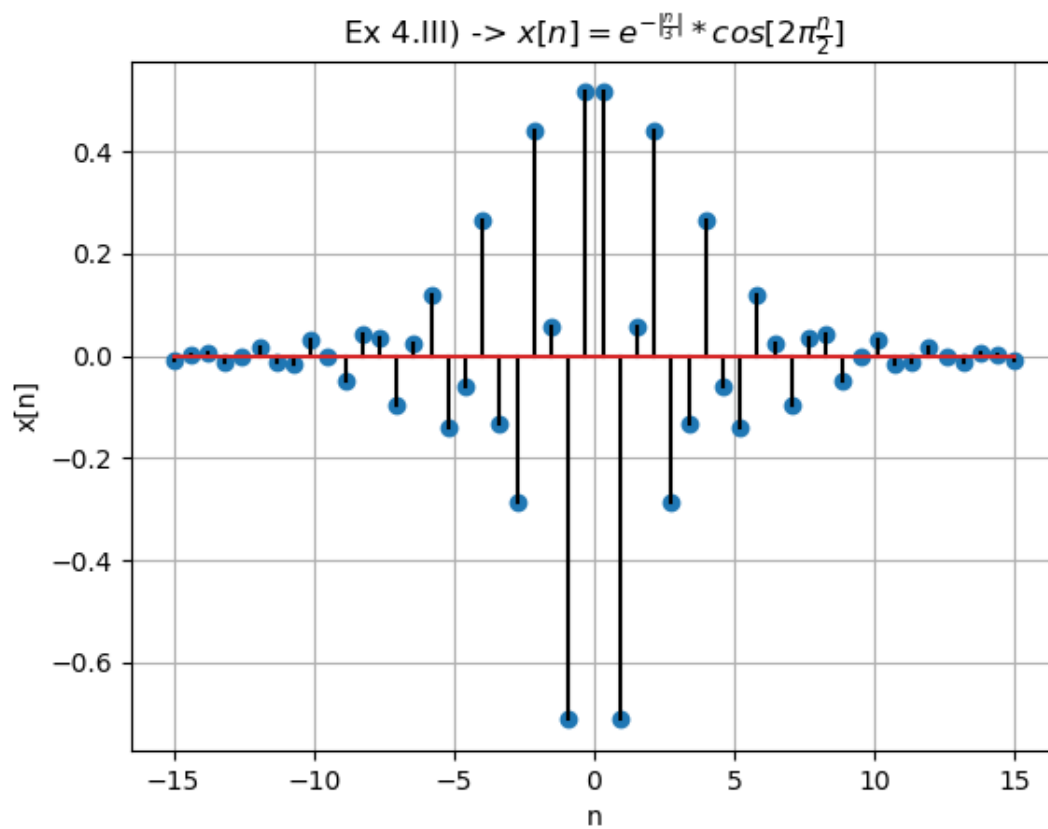
$$\text{III) } x[n] = e^{-\left|\frac{n}{3}\right|} \cos\left[2\pi \frac{n}{2}\right], \quad \text{para } n \in [-15, 15]$$

```
n= np.linspace(-15,15)

x=np.exp(-(np.abs(n)/3))*np.cos(2*np.pi*(n/2))

plt.stem(n,x,"k")
plt.xlabel("n")
plt.ylabel("x[n]")
plt.title('Ex 4.III) -> ' + r'$x[n]=e^{-|\frac{n}{3}|}*\cos[2\pi\frac{n}{2}]$')
plt.grid()
plt.show()
```

A expressão do sinal discreto foi representada no eixo x e o seu intervalo de tempo foi estabelecido entre $n=-15$ e $n=15$



- Exercício 5.a) e 5.b):
 - D):

I) $A = (\cos(\theta))^2 - \frac{e^{j2\theta} + e^{-j2\theta} - 2}{4}$, para $\theta = \frac{\pi}{3}$, $\theta = \frac{\pi}{4}$ e $\theta = \frac{\pi}{6}$

Handwritten calculations for the exercise:

Para $\theta = \frac{\pi}{6}$:

$$A = (\cos(\frac{\pi}{6}))^2 - \left[-\frac{1}{2} + \frac{\cos(2 \times \frac{\pi}{6})}{2} \right]$$

$$A = 0,75 - \left[-\frac{1}{2} + 0,5 \right]$$

$$A = 0,75 + 0,25$$

$$A = 1$$

Para $\theta = \frac{\pi}{4}$:

$$A = (\cos(\frac{\pi}{4}))^2 - \left[-\frac{1}{2} + \frac{\cos(2 \times \frac{\pi}{4})}{2} \right]$$

$$A = 0,5 - \left[-\frac{1}{2} + 0 \right]$$

$$A = 0,5 + 0,5$$

$$A = 1$$

Para $\theta = \frac{\pi}{3}$:

$$A = (\cos(\frac{\pi}{3}))^2 - \left[-\frac{1}{2} + \frac{\cos(2 \times \frac{\pi}{3})}{2} \right]$$

$$A = 0,25 - \left[-\frac{1}{2} + (-0,5) \right]$$

$$A = 0,25 - [-0,75]$$

$$A = 1$$

o II):

$$\text{II) } C = -\frac{-e^{j2\theta} - e^{-j2\theta} + 2}{4},$$

$$\text{para } \theta = \frac{\pi}{3}, \theta = \frac{\pi}{4} \text{ e } \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$C = -\frac{-e^{j2\theta} - e^{-j2\theta} + 2}{4} \quad (a)$$

$$(b) \quad C = \frac{e^{j2\theta} + e^{-j2\theta} - 2}{4} \quad (b)$$

$$(c) \quad C = \frac{e^{j4\theta} + e^{-j4\theta} - \frac{1}{2}}{4} \quad (c)$$

$$(d) \quad C = \frac{\cos(4\theta) - \frac{1}{2}}{2}$$

$$\text{Para } \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$C = \frac{\cos(2 \times \frac{\pi}{3}) - \frac{1}{2}}{2}$$

$$C = -0,25 - 0,5$$

$$C = -0,75$$

$$\text{Para } \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$C = \frac{\cos(2 \times \frac{\pi}{4}) - \frac{1}{2}}{2}$$

$$C = 0 - 0,5$$

$$C = -0,5$$

$$\text{Para } \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$C = \frac{\cos(2 \times \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{2}}{2}$$

$$C = 0,25 - 0,5$$

$$C = -0,25$$