Propiedades # máquina:

Modulativa de la suma: No existe un único # e tal que
$x+e = e+x = x$

Clausurativa de la multiplicación: Dados números x y y, no siempre $x * y$ es un número.

Asociativa de la multiplicación:

- **Modulativa de la suma**: No existe un único número e tal que $x + e = e + x = x$.
- **Clausurativa de la multiplicación**: Dados números x y y, no siempre $x * y$ es un número.
- **Asociativa de la multiplicación**: Dados números x, y, z, no siempre se garantiza que $x * (y * z) = (x * y) * z$
- **Perdida de correción**: Existen valores x para los que $x + 1 = x$.
- **Conmutatividad de la suma**: La suma puede no ser conmutativa.

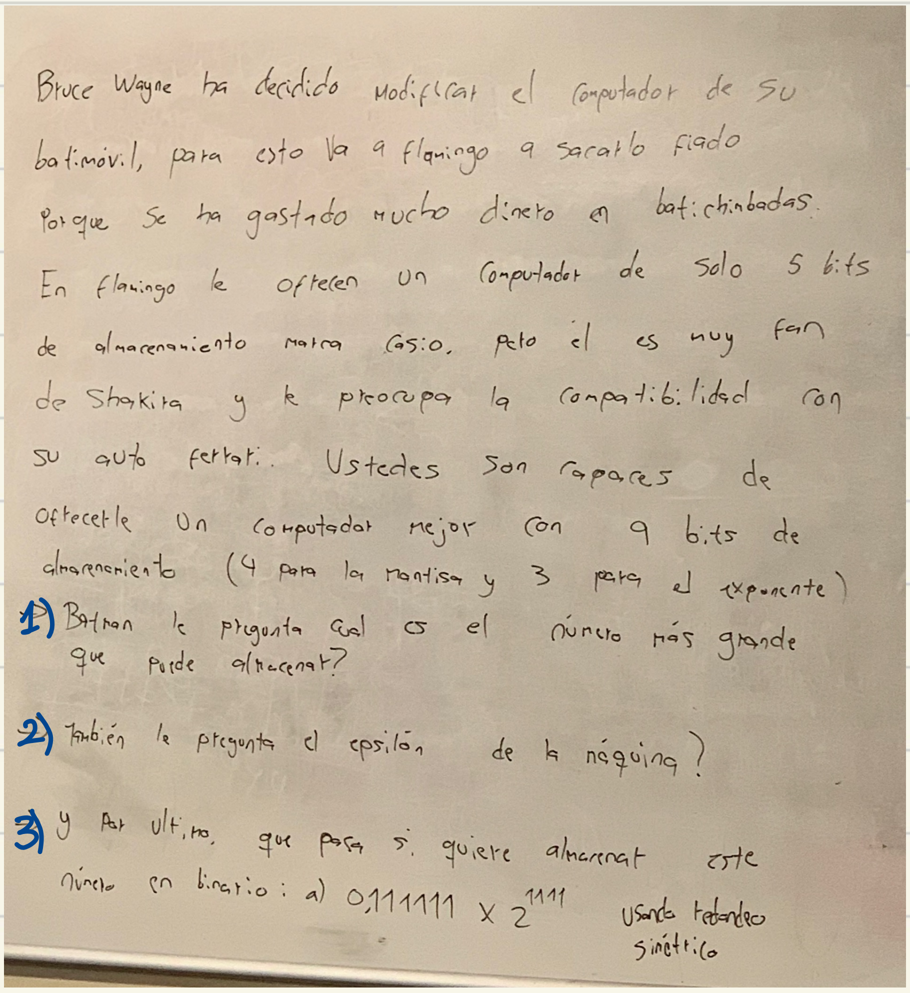
Epsilon de la máquina

Es la cifra más pequeña que se puede sumar al 1 sin perder info.

$Eps = 2^{-n}$

→ # de bits de la mantisa

Ejercicio:



Bruce Wayne ha decidido modificar el computador de su batimóvil, para esto va a flamingo a sacarlo fiado porque se ha gastado mucho dinero en batichinbadas. En flamingo le ofrecen un computador de solo 5 bits de almacenamiento marca Casio, pero él es muy fan de Shakira y le preocupa la compatibilidad con su auto ferrari. Ustedes son capaces de ofrecerle un computador mejor con 9 bits de almacenamiento (4 para la mantisa y 3 para el exponente)

1) Batman le pregunta cuál es el número más grande que puede almacenar?

2) También le pregunta el epsilón de la máquina?

3) y por último, que pasa si quiere almacenar este número en binario: a) $0{,}111111 \times 2^{1111}$ usando redondeo simétrico

2) $eps = 2^{-4} = 1/16$

1) $\underbrace{\underline{1}}_{S.M}\ \underbrace{\underline{1}}_{S.E}\ \underbrace{\underline{1}\,\underline{1}\,\underline{1}\,\underline{1}}_{\text{mantisa}}\ \underbrace{\underline{1}\,\underline{1}\,\underline{1}}_{\text{Exponente}}$

Hacemos el proceso inverso:

ghost!

$+0{,}11111 \times 2^{111}$ convertimos exponente

$+0{,}11111 \times 2^{+7}$ Pasamos a binario "normal"

$+1111100$ Pasamos a # decim

$+124_{(10)}$

3) Si me lo piden almacenar puedo dar el 124 que es el mayor o Infinito.

4) El menor:

$\underbrace{\underline{1}}_{S.M}\ \underbrace{\underline{0}}_{S.E}\ \underbrace{\underline{0}\,\underline{0}\,\underline{0}\,\underline{0}}_{\text{mant.}}\ \underbrace{\underline{1}\,\underline{1}\,\underline{1}}_{\text{Exp.}} \longrightarrow +0{,}10000 \times 2^{-111}$

Actividad

- Determine el valor máximo, en valor absoluto, del error relativo entre un número y su representación binaria normalizada en punto flotante con k cifras significativas. (Ejemplo 7 del libro pero en base 2)
- Dado $x = \frac{4}{5}$, escríbalo en base binaria y determine el número máquina que lo representa. Determine el error absoluto y el error relativo en código binario. → 32 bit.
- Desarrolle un programa que permita averiguar cuál es el número más pequeño que puede ser sumado a 1 sin que se pierda información (el épsilon de la máquina).
- Diseñe y ejecute un algoritmo que permita calcular el número máximo de la máquina.

Exactitud y dispersión:

Exactitud → $E = |x - \hat{x}|$ o $\varepsilon = \left|\frac{x - \hat{x}}{x}\right|$

Dispersión → $E = |x_n - x_{n-1}|$ o $\varepsilon = \left|\frac{x_n - x_{n-1}}{x_n}\right|$
(o precisión)

¡Tarea! Estudiar series de taylor.

En el código hacer con sen(x); para cifras significativas, para exactitud.

Propagación de errores:

Suma: $z = x + y$; $\hat{z} = \hat{x} + \hat{y}$

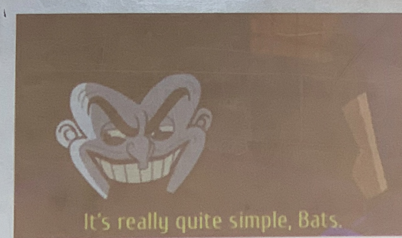
$$
\begin{aligned}
E_z &= z - \hat{z} \\
&= (x+y) - (\hat{x} + \hat{y}) \\
&= (x - \hat{x}) + (y - \hat{y})
\end{aligned}
$$

$$E_z = E_x + E_y$$

Ejercicio:

Ejemplo académico

Suponga que el Joker ataca a Bruce Wayne con un lanza misiles ubicado justo en la batiseñal, cuya altura corresponde a la función $z = x^2 + 2y^2$ donde x y y son las coordenadas en el plano horizontal. Si las coordenadas horizontales de el Joker son: $x = 23{,}45 \pm 0{,}43 \times 10^{-4}$ y $y = 31{,}1356 \pm 0{,}78 \times 10^{-5}$. Determine el máximo error absoluto que comete Batman al estimar la altura del Joker. Tenga en cuenta que Batman tiene una máquina que comete un error de $0{,}5 \times 10^{-3}$ en cada operación que realiza. Describa claramente el procedimiento realizado.



$x = 23{,}45 \pm 0{,}43 \times 10^{-4} \longrightarrow 23{,}4500 \pm 0{,}43 \times 10^{-4}$

$y = 31{,}1356 \pm 0{,}78 \times 10^{-5} \longrightarrow$ Si está bien.

$z = x^2 + 2y^2$

↳ Hay multiplicación y suma.

Primero calculamos el error de E_{x^2}

$$E_{x^2} = \underbrace{(x E_x + x E_x)}_{\to\, 2(x E_x)} + E_{op}$$

$$= 2\left[23{,}45\,(0{,}43 \times 10^{-4})\right] + (0{,}5 \times 10^{-3})$$

$$= 0.0025167$$

Ahora E_{y^2}

$$E_{y^2} = 2(y E_y) + E_{op}$$

$$= 2\left[31{,}1356\,(0{,}78 \times 10^{-5})\right] + (0{,}5 \times 10^{-3})$$

$$= 9{,}85 \times 10^{-4}$$

Ahora hacemos el error de $2y^2$

$$E_{2y^2} = y^2 \cancel{E_2}^{0} + 2E_{y^2} + E_{op}$$

$$= 2E_{y^2} + E_{op}$$

$$= 2(9{,}85 \times 10^{-4}) + (0{,}5 \times 10^{-3})$$

$$\doteq 0{,}002471$$

Finalmente el error de la suma

$$E_{\Sigma} = E_{x^2} + E_{2y^2} + E_{op}$$

$$= 0{,}0025167 + 0{,}002471 + (0{,}5 \times 10^{-3})$$

$$= 0{,}005488$$

R// Señor Batman, te estás equivocando en un error de 0,005438 para capturar al Joker.

Tarea! Calcular la propagación del error y dejar expresado en términos de X, y graficarla.

$E_x = 0{,}5 \times 10^{-3}$

$y = x^3 + 8 + 8x$