

# Universidad Externado de Colombia

## Ciencia de Datos

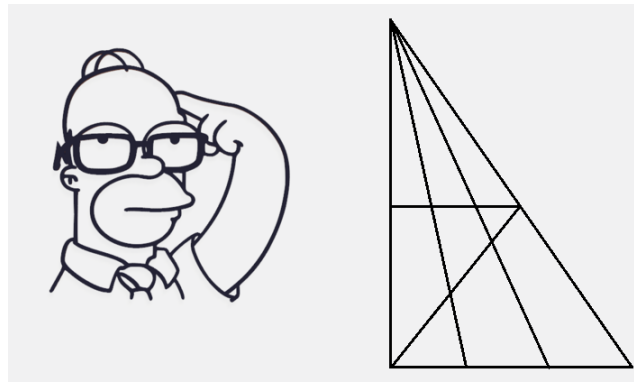
### Métodos numéricos

#### Actividad 1

202410

### Calentamiento

¿Cuántos triángulos hay en la imagen de la derecha?



1. Utilizando el método de *eigenvalores* diga si las siguientes matrices son definidas positivas o no lo son.

(a)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

(b)  $A = \begin{bmatrix} -10 & 2 \\ 2 & -10 \end{bmatrix}$

(c)  $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

(d)  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

(e)  $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -2 & -2 & -2 \\ 4 & -4 & -2 & -3 & 2 \\ -2 & -2 & -4 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & 0 & -4 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & 2 & -4 \end{bmatrix}$

(f)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

2. Diga si los siguientes conjuntos son convexos.

(a)  $\{x \in \mathbb{R} : |x + 1| \geq 3\}$

(b)  $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 4x + 4 \geq 0\}$

(c)  $\{x \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 4x + 4 \leq y\}$

(d)  $\{x \in \mathbb{R}^2 : (x_1 + 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 4\}$

(e)  $\{x \in \mathbb{R}^2 : |x_1 + 1| + |x_2 + 3| \leq 1\}$

(f)  $\{x \in \mathbb{R}^2 : x_1 \cdot x_2 \geq 10\}$

(g)  $\{x : \|x + 1\|_1 \geq 3\}$

(h)  $\{x : \|x - 2\|_\infty \leq 2\}$

3. Si  $f(x) = x^3$

(a) Determine el segundo polinomio de Taylor  $P_2(x)$  alrededor de  $x_0 = 0$

(b) Determine el error real al utilizar  $P_2(0.5)$  para aproximar  $f(0.5)$

(c) Vuelva a repetir el numeral a usando  $x_0 = 1$

(d) Encuentre el error.

4. Encuentre el segundo polinomio de Taylor  $P_2(x)$  para la función  $f(x) = e^x \cos x$  alrededor de  $x_0 = 0$
- (a) Utilice  $P_2(0.5)$  para aproximar  $f(0.5)$ . Encuentre un límite superior para el error  $|f(0.5) - P_2(0.5)|$  por medio de la fórmula de error y compárela con el error real.
  - (b) Aproxime  $\int_0^1 f(x)dx$  por medio de  $\int_0^1 P_2(x)dx$
5. Encuentre el tercer polinomio de Taylor  $P_3(x)$  para la función  $f(x) = (x - 1) \ln x$  alrededor de  $x_0 = 1$
- (a) Utilice  $P_3(0.5)$  para aproximar  $f(0.5)$ . Encuentre un límite superior para el error  $|f(0.5) - P_3(0.5)|$  por medio de la fórmula de error y compárela con el error real.
  - (b) Aproxime  $\int_{0.5}^{1.5} f(x)dx$  por medio de  $\int_{0.5}^{1.5} P_3(x)dx$