Projecto 1 - Criação de Equipas
CAL 2013/2014

Turma 06

João Maia	201206047	ei12089@fe.up.pt
João Neto	201203873	ei12013@fe.up.pt
Miguel Mendes	201105535	ei11058@fe.up.pt

Criação de Equipas

Descriçaõ Informal

Tendo um grupo de especialistas G, cada um com um conjunto de competências S, e uma rede de especialistas R(E,C) que representa o custo de comunicação entre cada um deles, pretende-se construir uma equipa E, pertencente a G, para executar um projecto P.

P tem um conjunto de competências necessárias, que devem ser reunidas pelos elementos de E.

O objectivo do problema é encontrar a equipa E que simultaneamente reúna estas competências e minimize o custo de comunicação entre os seus elementos.

Este custo é calculado somando os custos de comunicação da minimum spanning tree resultante do algoritmo a desenvolver.

Descrição Formal

Dados de Entrada:
G -> Grupo de Especialistas;
S -> Conjunto de Competências (Skills) de um determinado Especialista;
R(E,C) -> Rede de ligação dos Especialistas, com o custo de comunicação entre si;
P -> Projecto e respectivo conjunto de Competências necessárias;

Dados de Trabalho:
C -> Conjunto de competências necessárias ao projecto que serão eliminadas à medida que forem encontrados especialistas que as reunam;

Dados de Saída:
E -> Equipa que reúne as Capacidades necessárias e tem o custo de comunicação mínimo;

Restrições:
Competências de **P** contido em Competências de **E;**

Objectivo:
Minimizar Somatório dos custos de Comunicação entre os elementos da equipa;

Algoritmos Estudados

Os algoritmos estudados no decorrer da Unidade Curricular para resolver o problema da àrvore de expansão mínima, Prim e Kruskal, serão descritos em seguida.

Algoritmo de Prim:

Este algoritmo expande a árvore por adição sucessiva de arestas e vértices, escolhendo a aresta com menor custo que liga a um vértice que ainda não pertence à árvore. Assim, podemos classificá-lo como algoritmo ganancioso.

A informação que é necessário manter em cada vértice é a seguinte:

- **Dist** - Peso da aresta que liga o vértice à árvore;
- **Path** - Vértice que está na outra extremidade da aresta que o liga à árvore;
- **Visited** - Um valor booleano que indica se o vértice já pertence à árvore.

Para manter as arestas que ainda falta processar, podemos usar uma estrutura linear não ordenada, ficando o algoritmo com complexidade temporal é de $O(|V^2|)$, mas se usarmos uma fila de prioridade melhoramos a complexidade para $O(|E| \log |V|)$.

Pseudo-Código

```
Inicializar a fila de prioridade de vértices
Inicializar todos os vértices com a seguinte informação:
    Path - Apontador nulo
    Dist - Infinito
    Visited - Falso
Inicializar o vértice inicial com a seguinte informação:
    Dist - 0
Colocar na fila de prioridade o vértice inicial
Enquanto a fila de prioridade não estiver vazia
    Retirar da fila o vértice com o menor custo de ligaçao à árvore, vértice u
    Marcar o valor Visited de u como Verdadeiro
    Percorrer todas as arestas de u
          O vértice destino da aresta atual, vértice v
          Se v ainda não foi visitado
                Se Dist em v é infinito
                      Adicionar v à fila de prioridade
                Se Dist em v é superior ao peso da aresta que liga u a v
                      Atualizar v para que:
                            Path - Apontador para u
                            Dist - Peso da aresta que liga u a v
```

Algoritmo de Kruskal:

Este algoritmo expande a árvore por adição sucessiva das arestas de menor peso que não criem ciclos, sendo por isso um algoritmo ganancioso.

O algoritmo mantém uma floresta de árvores, inicialmente cada vértice é uma árvore, e ao adicionar uma aresta estamos a juntar duas árvores diferentes. O algoritmo termina quando só houver uma árvore, que será a árvore de expansão mínima.

Para aceitar uma aresta precisamos de verificar se os extremos não pertencem à mesma árvore, para evitar ciclos.

A complexidade temporal deste algoritmo é equivalente à do Algoritmo de Prim com a fila de prioridade implementada, $O(|E| \log |V|)$.

Pseudo-Código

```
Inicializar o contador Arestas Aceites a 0, que vai manter o nº de arestas adicionadas
Adicionar as arestas a uma fila de prioridade de mínimos, ordenadas pelos seus pesos
Enquanto Arestas Aceites for menor que o nº total de arestas menos 1
    Seleccionar a aresta com o menor peso da fila de prioridades, aresta e
    Se as extremidades da aresta não pertencerem à mesma árvore
          Incrementar o contador Arestas Aceites
          Juntar as duas árvores pela aresta e
```

Possíveis Resoluções

Os algoritmos estudados no decorrer da Unidade Curricular, Prim e Kruskal, resolvem o problema da àrvore de expansão mínima (*minimum spanning tree*), com todos os nós da árvore inicial. Para a resolução do nosso problema precisamos de os adaptar para que eles respeitem a restrição das competências.

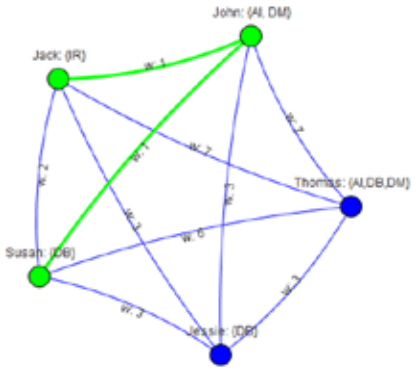
Adaptação do Algoritmo de Prim:

Para que este algoritmo respeite a restrição, podemos implementar uma lista de competências, que vai sendo alterada à medida que adicionamos especialistas à equipa, retirando as competências que esse especialista tem. Assim, a lista seria inicializada com as competências necessárias ao projeto, e a condição de paragem seria a lista estar vazia.

O algoritmo arranca a partir de um nó fornecido, o que levanta o problema da seleção desse nó. As primeiras ideias que surgiram foram as alternativas gananciosas abaixo apresentadas:

- Seleccionar nó com o maior número de competências -> Tendo inicialmente reunido o maior número de competências possíveis, o número de ligações necessárias para completar a equipa vai ser menor, potencialmente reduzindo o custo de comunicação total;
- Seleccionar nó com menor custo de comunicação total -> Tendo seleccionado o elemento que comunica melhor, aumentamos a probabilidade de escolher ligações de baixo custo, reduzindo o custo de comunicação total;

No entanto, nenhuma destas escolhas garante a resolução do problema, como podemos ver no exemplo que se segue, em que as competências necessárias ao projecto são {AI, DB, DM, IR} :



A equipa ideal é constituída pelos elementos Jack, John e Susan, com um custo de comunicação igual a 2.

O especialista com o maior número de competências necessárias ao projeto é o Thomas, e a especialista com um menor custo de comunicação total é a Jessie, mas como podemos ver, nenhum deles faz parte da equipa ideal.

Assim, concluímos que não há um método para escolher um elemento que garantidamente faça parte da equipa ideal, para a partir dele podermos correr o Algoritmo de Prim.

A solução encontrada é correr o algoritmo a partir de todos os especialistas e manter uma variável que regista o custo de comunicação da melhor equipa encontrada até agora, que é inicializada a infinito, e alterada ao fim de cada iteração do algoritmo, sendo atualizada se o custo de comunicação da equipa atual for menor do que o melhor valor encontrado nas anteriores execuções.

Adaptação do Algoritmo de Kruskal:

O funcionamento do algoritmo