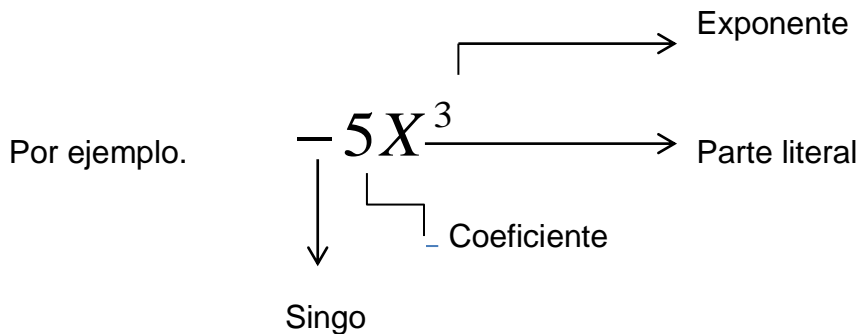


CAPITULO 3

ALGEBRA

Definición. Es una parte de las matemáticas que trata de la cantidad en forma más general, usando letras y números

Termino. Es una expresión algebraica, donde sus elementos no están separados entre sí por el signo más o menos.



Expresión Algebraica: Es toda combinación de números y letras ligados entre sí por los signos de operación suma, resta, multiplicación, división, potencia y radicación.

Grado de un Término:

- a) Grado absoluto (G.A.).- es la suma de los exponentes de sus partes literales
- b) Grado relativo (G.R.).- Con respecto a una letra es el exponente de dicha letra

Por ejemplo. $-4X^2y^3z$

$$\begin{aligned} G.A &= 6 \\ G R_x &= 2 \\ G R_y &= 3 \\ G R_z &= 1 \end{aligned}$$

Polinomio: Un polinomio en "X". P(x) es una expresión algebraica de la forma

$$P(X) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 x^0$$

Por ejemplo: $P(X) = 4x^3 - 7x^2 + 6x - 2$

$$Q(X) = -5x + 3$$

$$R(X) = 3x^2 + 8x - 6$$

Hay polinomios en 2 o más variables.

Por ejemplo $P(x,y) = 5x^2 - 4xy - 3y^2$

$$P(x,y,z) = x^2 + 5y^2 - 3z^2 + 4x - z + 1$$

Grado de Polinomio: Con respecto a una letra es el mayor exponente de la dicha letra.

Por ejemplo. $P(x) = 5x^2 - 3x + 4$ su grado es 2

$$P(x) = 4x^3 + 8x - 1$$
 su grado es 3

Clasificación de Polinomios:

- a) Monomio.- tiene un término
- b) Binomio.- tiene dos términos
- c) Trinomio.- tiene tres términos
- d) Polinomio.- tiene varios términos

Valor Numérico de un Polinomio: Es el valor que se obtiene al sustituir las letras por valores numéricos dados

Dado el polinomio.- $P(x) = 3x^2 + 5x - 6$

a) Hallar $P(4) = 3.4^2 + 5.4 - 6$
 $= 4.16 + 20 - 6$
 $= 48 + 20 - 6$
 $= 62$

b) Hallar $P(-2) = 3.(-2)^2 + 5.(-2) - 6$
 $= 12 - 10 - 6$
 $= -4$

c) Hallar $P\left(\frac{5}{2}\right) = 3\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 5.\frac{5}{2} - 6$
 $= 3.\frac{25}{4} + \frac{25}{2} - 6$
 $= \frac{75}{4} + \frac{25}{2} - 6$
 $= \frac{75 + 50 - 24}{4}$
 $= \frac{101}{4}$

Términos Semejantes: Son aquellos términos que tienen las mismas letras con iguales exponentes.

Por ejemplo. $3x$ y $-9x$ o $-6x^2y^3 + \frac{1}{3}x^2y^3$

Reducción de Términos Semejantes: para reducir dos o más términos semejantes, se trabaja con el coeficiente y la parte literal se copia.

- 1) $5x - 3x = 2x$
- 2) $3x - 5x = -2x$
- 3) $2x^2y - 6x^2y + 10x^2y = 6x^2y$
- 4) $\frac{1}{3}ab + 2ab = \frac{7}{3}ab$

Suma y Resta de Polinomios.- Para sumar o restar polinomios, se realizan las operaciones con los coeficientes, y la parte literal se copia la misma.

- 1) Sumar $3x^2 - 7x + 6$: $x^2 + 10x + 8$

$$\begin{array}{r}
 3x^2 - 7x + 6 \\
 x^2 + 10x + 8 \\
 \hline
 4x^2 + 3x + 14
 \end{array}$$
- 2) Sumar $4x^3 - 7x^2 + 12x - 13$: $2x^3 + 6x + 11$

$$\begin{array}{r}
 4x^3 - 7x^2 + 12x - 13 \\
 2x^3 \quad \quad + 6x + 11 \\
 \hline
 6x^3 - 7x^2 + 18x - 2
 \end{array}$$

3) De $5x^2 + 8x - 14$ restar $2x^2 + 5x - 20$

$$\begin{array}{r} 5x^2 + 8x - 14 \\ -2x^2 - 5x + 20 \\ \hline 3x^2 + 3x + 6 \end{array}$$

Se cambia los signos después de la
Palabra restar

4) De $\frac{1}{3}a + \frac{2}{5}b - \frac{1}{4}c$ restar $2a - \frac{1}{3}b - \frac{1}{2}c$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{3}a + \frac{2}{5}b - \frac{1}{4}c \\ -2a + \frac{1}{3}b + \frac{1}{2}c \\ \hline -\frac{5}{3}a + \frac{11}{15}b + \frac{1}{4}c \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{1}{3} - 2 = -\frac{5}{3} \\ \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15} \\ -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{-1+2}{4} = \frac{1}{4} \end{array}$$

Multiplicación de Polinomios.- Para multiplicar polinomios se lo realiza aplicando la propiedad distributiva empezaremos haciendo multiplicación de monomios.

1) $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$ se copia la base y se suman los exponentes

2) $x \cdot x = x^{1+1} = x^2$

3) $x + x = 2x$

4) $x^3 x^3 = x^6$

5) $x^3 + x^3 = 2x^3$


6) $+5x^3 \cdot +4x^3 = 20x^6$

7) $+5x^3 + 4x^3 = 9x^3$


8) $x^n + x^n = 2x^n$

9) $x^n \cdot x^n = x^{2n}$

$$10) x^{n+3} \cdot x^{n+4} = x^{2n+7}$$

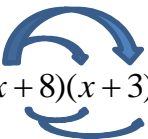


$$11) x \cdot (x + 2) = x^2 + 2x$$

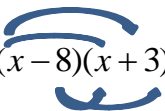


$$12) x^2 (x^3 + 3x) = x^5 + 3x^3$$

$$13) -7x^2(2x^3 - 4x^2 - 5x + 2) = -14x^5 + 28x^4 + 35x^3 - 14x^2$$



$$14) (x + 8)(x + 3) = x^2 + 3x + 8x + 24 = x^2 + 11x + 24$$



$$15) (x - 8)(x + 3) = x^2 + 3x - 8x - 24 = x^2 - 5x - 24$$

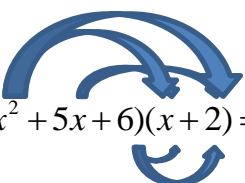
$$16) (x + 8)(x - 3) = x^2 - 3x + 8x - 24 = x^2 + 5x - 24$$

$$17) (x - 8)(x - 3) = x^2 - 3x - 8x + 24 = x^2 - 11x + 24$$

$$18) \frac{3}{4}a \cdot \frac{5}{2}a = \frac{15}{8}a^2$$

$$19) \frac{7}{3}a - \frac{6}{5}y = -\frac{42}{15}xy = \frac{14}{5}xy$$

$$20) -\frac{2}{5}a^2b - \frac{10}{3}ab^3 = +\frac{20}{15}a^3b^4 = +\frac{4}{3}a^3b^4$$



$$21) (x^2 + 5x + 6)(x + 2) = x^3 + 2x^2 + 5x^2 + 10x + 6x + 12 = x^3 + 7x^2 + 16x + 12$$

$$22) (x^2 + 7x - 4)(x + 3) = x^3 + 3x^2 + 7x^2 + 21x - 4x - 12 = x^3 + 10x^2 + 17x - 12$$

$$23) (x^{n+2} - 3x^{n+1})(x^2 + 4x) = x^{n+4} 4x^{n+3} - 3x^{n+3} - 12x^{n+2} = x^{n+4} - 1x^{n+3} - 12x^{n+2}$$

$$24) \left(\frac{2}{3}a + \frac{1}{2}b\right)\left(\frac{3}{5}a - 4b\right) = \frac{6}{15}a^2 - \frac{8}{3}ab + \frac{3}{10}ab - \frac{4}{2}b^2 \left(-\frac{8}{3} + \frac{3}{10} = \frac{-80+9}{30} = -\frac{71}{10} \right)$$

$$= \frac{2}{5}a^2 - \frac{71}{10}ab - 2b^2$$

División de Polinomios.- La división de polinomios tiene por objetivo hallar el cociente C(x) de la división del P(x) (dividendo) con el Q(x) (divisor).

$$\text{Es decir: } \begin{array}{r} P(x) \quad | \quad Q(x) \\ \hline C(x) \end{array}$$

División Entre Monomios:

$$1) \quad \frac{-8x^2y^3z^5 \div +2x^3y^1z^2}{+2x^3y^1z^2} = -\frac{4y^2z^3}{x}$$

$$2) \quad \frac{-6x^{3n+5} \div +9x^{n+2}}{+9x^{n+2}} = -\frac{2}{3}x^{3n+5-n-2} = -\frac{2}{3}x^{2n+3}$$

División Entre Polinomios y Monomios:

$$1) \quad \frac{8X^3 - 10X^2 + 6X \div -2X}{-2X} = \frac{8X^3}{-2X} - \frac{10X^2}{-2X} + \frac{6X}{-2X} = -4X^2 + 5X - 3$$

$$2) \quad 12x^3 + 9x^2 - 24x \div +6x$$

$$\frac{12x^3 + 9x^2 - 24x}{+6x} = \frac{12x^3}{+6x} + \frac{9x^2}{+6x} - \frac{24x}{+6x} = 2x^2 + \frac{3}{2}x - 4$$

División Entre Polinomios:

Para hallar el primer término del coeficiente dividimos el primero del dividendo con

el primero del divisor. $\frac{x^2}{x} = x$

$$\begin{array}{r} 1) \quad x^2 - 7x + 14 \quad \left| \begin{array}{l} x - 4 \\ x - 3 \end{array} \right. \\ \underline{-x^2 + 4x} \\ -3x + 14 \\ \underline{+3x - 12} \\ +2 \end{array}$$

Para hallar el primer término del cociente dividimos el primero del dividendo

con el primer divisor $\frac{x^2}{x} = x$

$$\begin{array}{r} 25) \quad x^2 + 3x - 10 \quad \left| \begin{array}{l} x + 5 \\ x - 2 \end{array} \right. \\ \underline{-x^2 - 5x} \\ -2x - 10 \\ \underline{+2x + 10} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26) \quad x^3 + 10x^2 + 22x - 12 \quad \left| \begin{array}{l} x + 4 \\ x^2 + 6x - 2 \end{array} \right. \quad \frac{x^3}{x} = x^2 \\ \underline{-x^3 - 4x^2} \\ +6x^2 + 22x \\ \underline{-6x^2 - 24x} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x-12 \\ +2x+8 \\ \hline -4 \end{array}$$

Multiplicamos $x^2 \cdot x = x^3$ pase debajo del dividendo con el signo cambiado luego y $x^2 \cdot 4 = 4x^2$ lo colocamos debajo de $10x^2$ con el signo cambiado y así sucesivamente

Productos Notables.- Son aquellos productos que se los realiza directamente mediante fórmulas o porque siguen reglas fijas

1ª Formula

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$1) (x+6)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 6 + 6^2 = x^2 + 12x + 36$$

$$2) (x-5)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25$$

$$3) (7x+4y)^2 = (7x)^2 + 2 \cdot 7x \cdot 4y + (4y)^2 = 49x^2 + 56xy + 16y^2$$

$$4) \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{6}\right)^2 = \left(\frac{x}{3}\right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{3} \cdot \frac{y}{6} + \left(\frac{y}{6}\right)^2 = \frac{x^2}{9} + \frac{2xy}{18} + \frac{y^2}{36} = \frac{x^2}{9} + \frac{xy}{9} + \frac{y^2}{36}$$

$$5) (7a^2b^3 + 4a^4b^5)^2 = (7a^2b^3)^2 + 2 \cdot 7a^2b^3 \cdot 4a^4b^5 + (4a^4b^5)^2 = 49a^4b^6 + 56a^6b^8 + 16a^8b^{10}$$

$$6) (x^{3n-2} - 5x^{n+7})^2 = (x^{3n-2})^2 - 2 \cdot x^{3n-2} \cdot 5x^{n+7} + (5x^{n+7})^2 = x^{6n-4} - 10x^{4n+5} + 25x^{2n+14}$$

Segunda Formula:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3 \cdot a^2b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot ab^2 - b^3$$

$$1) (x+4)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 4 + 3 \cdot x \cdot 4^2 + 4^3 = x^3 + 12x^2 + 48x + 64$$

$$2) (x-5)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 5 + 3 \cdot x \cdot 5^2 - 5^3 = x^3 - 15x^2 + 75x - 125$$

$$3) (6x+4y)^3 = (6x)^3 + 3(6x)^2 \cdot 4y + 3 \cdot 6x \cdot (4y)^2 + (4y)^3 = 216x^3 + 432x^2y + 288xy^2 + 64y^3$$

$$4) (7x-2y)^3 = (7x)^3 - 3(7x)^2 \cdot 2y + 3 \cdot 7x(2y)^2 - (2y)^3 = 343x^3 - 294x^2y + 84xy^2 - 8y^3$$

Tercera Formula

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$1) (x+5)(x-5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$$

$$2) (6x+7y)(6x-7y) = (6x)^2 - (7y)^2 = 36x^2 - 49y^2$$

$$3) \left(x^{3n} + \frac{1}{10}\right)\left(x^{3n} - \frac{1}{10}\right) = (x^{3n})^2 - \left(\frac{1}{10}\right)^2 = x^{6n} - \frac{1}{100}$$

$$4) \left(\frac{x}{12} + \frac{4}{15}\right)\left(\frac{x}{12} - \frac{4}{15}\right) = \left(\frac{x}{12}\right)^2 - \left(\frac{4}{15}\right)^2 = \frac{x^2}{144} - \frac{16}{225}$$

Cuarta Formula

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + a \cdot b$$

$$1) (x+7)(x+3) = x^2 + (7+3)x + 7 \cdot 3 = x^2 + 10x + 21$$

$$2) (x-7)(x+3) = x^2 + (-7+3)x - 21 = x^2 - 4x + 21$$

$$3) (x+7)(x-3) = x^2 + (7+3)x - 21 = x^2 + 4x - 21$$

$$4) (x-7)(x-3) = x^2 + (-7-3)x + (-7)(-3) = x^2 - 10x + 21$$

Quinta Formula:

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3 \qquad (a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$$

$$1) (x+3)(x^2-3x+9) = x^3 + 3^3 = x^3 + 27$$

$$2) (x-8)(x^2-8x+64) = x^3 - 8^3 = x^3 - 512$$

Cocientes Notables: son cocientes especiales de la forma $\frac{a^n \pm b^n}{a \pm b}$ que se realizan en forma directa.

Primera Formula:

$$\frac{a^2 - b^2}{a - b} = a + b$$

$$\frac{a^2 - b^2}{a + b} = a - b$$

$$1) \frac{x^2 - 25}{x - 5} = \frac{x^2 - 5^2}{x - 5} = x + 5$$

$$2) \frac{x^2 - 49}{x + 7} = \frac{x^2 - 7^2}{x + 7} = x - 7$$

$$3) \frac{16x^2 - 81y^2}{4x - 9y} = \frac{(4x)^2 - (9y)^2}{4x - 9y} = 4x + 9y$$

Segunda Formula:

$$\frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 + a \cdot b + b^2 \qquad \frac{a^3 + b^3}{a + b} = a^2 - a \cdot b + b^2$$

$$1) \quad \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \frac{x^3 - 2^3}{x - 2} = x^2 + x \cdot 2 + 2^2 = x^2 + 2x + 4$$

$$2) \quad \frac{x^3 + 126}{x + 6} = \frac{x^3 + 6^3}{x + 6} = x^2 - x \cdot 6 + 6^2 = x^2 - 6x + 36$$

Divisibilidad se Presenta 4 Casos:

- I. $\frac{a^n - b^n}{a - b}$ siempre es divisible
- II. $\frac{a^n + b^n}{a + b}$ es divisible si "n" es impar
- III. $\frac{a^n - b^n}{a + b}$ es divisible si "n" es par
- IV. $\frac{a^n + b^n}{a - b}$ nunca es divisible

Factorización: Es expresar un polinomio como producto de sus factores

Caso I

Factor Común: es cuando en el polinomio se repite una letra, un número o ambos, que es lo que se llama factor común

1) Factorizar $ab + ac$

$ab + ac$ Como podemos ver el factor común es la letra “a” extraemos ese factor común

$a(b + c)$ Extraemos ese factor común

$a(b + c) = a \cdot b + ac$, Multiplicando en forma distributiva, volvemos a la pregunta

2) Factorización $x^2 + 3 \cdot x$ de “x” y “x²”, el común es “x”, siempre se escoge la letra de menor exponente entre las que se repiten

$$x^2 + 3x = x(x + 3)$$

3) Factorizar $8x^2 - 12xy = 4x(2x - 3y)$

$$4) \quad 8x^2y^7 - 12x^3y^6 + 16x^4y^5 - 20x^5y^4 = 4x^2y^4(2y^3 - 3xy^2 + 4x^2y - 5x^3)$$

$$5) \quad 5x(a - 2) - 2y(a - 2) + 4z(a - 2) = (a - 2)(5x - 2y + 4z)$$

$$6) \quad (5x - 6)(x + 7) - 3(x + 7) = (x + 7)(5x - 6 - 3) = (x + 7)(5x - 9)$$

$$7) \quad (4x - 8)(x + 2) - (x - 3)(x + 2) = (x + 2)(4x - 8 - (x - 3)) = (x + 2)(4x - 8 - x + 3) = (x + 2)(3x - 5)$$

Caso II

Factor Común por Agrupación: se realiza agrupando termino donde se encuentra el factor común

$$8) \quad ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b) + (a + b)(x + y)$$

De los primeros términos se repite “x”, de los otros dos se repite “y” luego se repite “a + b”

$$9) \quad x^3 + 2x^2 + 5x + 10 = x^2(x + 2) + 5(x + 2) = (x + 2)(x^2 + 5)$$

$$10) \quad x^3 + 3x^2 - 6x - 18 = x^2(x + 3) - 6(x + 3) = (x + 3)(x^2 - 6)$$

Caso III

Trinomio Cuadrado Perfecto: es un polinomio de tres términos donde el primer término y el último son positivos y tienen raíz cuadra exacta.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$\begin{array}{rcl} 11) & x^2 + 10x + 25 & = (x + 5)^2 \\ & | \quad \quad \quad | & \\ & X \quad \quad \quad 5 & \\ & 2 \cdot x \cdot 5 & \\ & 10x & \end{array}$$

Al multiplicar las raíces para 2 obtenemos el termino central y entonces $(x + 5)^2$

$$\begin{array}{rcl} 12) & 16x^2 - 48xy + 36y^2 & = (4x - 6y)^2 \\ & | \quad \quad \quad | & \\ & 4x \quad \quad \quad 6y & \\ & 2 \cdot 4x \cdot 6y & \\ & 48xy & \end{array}$$

$$13) \frac{x^2}{9} + \frac{xy}{12} + \frac{y^2}{64} = \left(\frac{x}{3} + \frac{y}{8} \right)^2$$

$$\begin{array}{cc} | & | \\ \frac{x}{3} & \frac{y}{8} \end{array}$$

$$2 \cdot \frac{x}{3} \cdot \frac{y}{8}$$

$$\frac{2xy}{24}$$

$$\frac{xy}{12}$$

Caso IV

Diferencia de Cuadrados: siempre son dos términos que tiene raíz cuadrada exacta y están separado por el signo menos. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$$14) x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$$

$$15) 16x^2 - 49y^2 = (4x+7y)(4x-7y)$$

$$16) \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = \left(\frac{x}{3} + \frac{y}{5} \right) \left(\frac{x}{3} - \frac{y}{5} \right)$$

$$17) x^{6n} - \frac{1}{121} = \left(x^{3n} + \frac{1}{11} \right) \left(x^{3n} - \frac{1}{11} \right)$$

$$18) (5x-7)^2 - 16 = (5x-7+4)(5x-7-4) = (5x-3)(5x-11)$$

$$19) (6x+4)^2 - (x-2)^2 = (6x+4+x-2)(6x+4-(x-2)) = (7x+2)(5x+6)$$

Caso V

Trinomio Cuadrado Perfecto por Suma y Resta. Es un trinomio, se lo maneja como el caso III pero no comprueba el término central, por lo tanto se suma y se resta lo que le falta al 2.a.b para que igual al término central.

$$20) 9x^4 + 26x^2y^2 + 25y^4 \rightarrow 9x^4 + 26x^2y^2 + 25y^4$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 \qquad 5y^2 \\ 2 \cdot 3x^2 \cdot 5y^2 \\ 30x^2y^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 4x^2y^2 - 4x^2y^2 \\ \hline 9x^4 + 30x^2y^2 + 25y^4 - 4x^2y^2 \\ \hline \end{array}$$

$$(3x^2 + 5y^2)^2 - 4x^2y^2$$

$$(3x^2 + 5y^2 + 2xy)(3x^2 + 5y^2 - 2xy)$$

A 26 le falta 4 para igualar al 30 que salió

$$21) 16x^4 + 39x^2y^2 + 36y^4 \rightarrow 16x^4 + 39x^2y^2 + 36y^4$$

$$\begin{array}{r} 4x^2 \qquad 6y^2 \\ 2 \cdot 4x^2 \cdot 6y^2 \\ 48x^2y^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 9x^2y^2 - 9x^2y^2 \\ \hline 16x^4 + 48x^2y^2 + 36y^4 - 9x^2y^2 \\ \hline \end{array}$$

$$(4x^2 + 6y^2)^2 - 9x^2y^2$$

$$(4x^2 + 6y^2 + 3xy)(4x^2 + 6y^2 - 3xy)$$

Caso VI

Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

22) Se coloca 2 paréntesis con "x" el primer signo se copia el segundo sale de multiplicar los dos y se buscan dos números que multiplicado de 6 y sumado de 5 por ser signos iguales.

$$x^2 + 5x + 6$$

$$(x \quad)(x \quad)$$

$$(x + \quad)(x + \quad)$$

$$(x + 3)(x + 2)$$

$$23) \frac{x^2 - 7x + 12}{(x-4)(x-3)}$$

$$24) \frac{x^2 + 3x - 10}{(x+5)(x-2)}$$

$$25) \frac{x^2 - 5x - 14}{(x-7)(x+2)}$$

$$26) \frac{x^4 - 2x - 15}{(x^2 - 5)(x^2 + 3)}$$

$$27) \frac{(3x)^2 - 7(3x) - 18}{(3x-9)(3x+2)}$$

Caso VII

Trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

Se multiplica por el número que esta adelante todo el polinomio luego se procede como el caso anterior, finalmente dividimos por 3.

$$28) \frac{3x^2 - 8x + 4(3)}{(3x)^2 - 8(3x) + 12}$$

$$\frac{3.1}{(x-2)(3x-2)}$$

$$29) \frac{2x^2 + 7x - 9(2)}{(2x)^2 + 7(2x) - 18}$$

$$\frac{1.2}{(2x-9)(x-1)}$$

$$\begin{array}{r}
 6x^2 + 11x + 3(6) \\
 30) (6x)^2 - 11(6x) + 18 \\
 \underline{(6x-9)(6x-2)} \\
 3.2 \\
 (2x-3)(3x-1)
 \end{array}$$

Caso VIII

Cubo perfecto de binomio. Siempre es de 4 términos, el primer y el cuarto termino tienen raíz cubica exacta.

$$a^3 + 3a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3 = (a + b)^3$$

$$a^3 - 3a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 - b^3 = (a - b)^3$$

$$\begin{array}{r}
 31. \quad x^3 + 15x^2 + 75x + 125 = (x + 5)^3 \\
 \begin{array}{cc}
 | & | \\
 x & 5
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 3 \cdot a^2 \cdot b & 3 \cdot a \cdot b^2 \\
 3 \cdot x^2 \cdot 5 & 3 \cdot x \cdot 5^2 \\
 15x^2 & 75x
 \end{array}$$

Realizamos la prueba con “x” y “5” $3 \cdot a^2 \cdot b$ y $3ab^2$, vemos que igualan con los términos centrales entonces podemos factorizar.

$$\begin{array}{r}
 32. \quad x^3 - 18x^2 + 108x + 216 = (x - 6)^3 \\
 \begin{array}{cc}
 | & | \\
 x & 6
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 3 \cdot a^2 \cdot b & 3 \cdot a \cdot b^2 \\
 3 \cdot x^2 \cdot 6 & 3 \cdot x \cdot 6^2 \\
 18x^2 & 108x
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 33. & 8x^3 + 36x^2 & \Big| y + 54xy^2 + 27y^3 = (2x - 3y)^3 \\
 & | & | \\
 & 2x & 3y \\
 & 3 \cdot a^2 \cdot b & 3 \cdot a \cdot b^2 \\
 & 3 \cdot (2x)^2 \cdot 3y & 3 \cdot 2x \cdot (3y)^2 \\
 & 36x^2y & 54xy^2
 \end{array}$$

Caso IX

Suma o Diferencia de Cubos. Son dos términos que tienen raíz cubica exacta y pueden estar separados por el signo de “+” y “-”.

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - a \cdot b + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + a \cdot b + b^2)$$

$$\begin{array}{rcl}
 34. & x^3 + 125 & = (x + 5)(x^2 - x \cdot 5 + 5^2) \\
 & | & | \\
 & x & 5 \\
 & x & 5 = (x + 5)(x^2 - 5x + 25)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 35. & x^3 + 216 & = (x + 6)(x^2 - x \cdot 6 + 6^2) \\
 & | & | \\
 & x & 6 \\
 & x & 6 = (x + 6)(x^2 - 6x + 36)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 36. & 8x^3 + 343y^3 & = (2x + 7y)((2x)^2 - 2x \cdot 7y + (7y)^2) \\
 & | & | \\
 & 2x & 7y \\
 & 2x & 7y = (2x + 7y)(4x^2 - 14xy + 49y^2)
 \end{array}$$

$$37. \begin{array}{cc} 64x^6 & + & 729y^6 \\ | & & | \\ 4x^2 & & 9y^2 \end{array} = (4x^2 + 9y^2)((4x^2)^2 - 4x^2 \cdot 9y^2 + (9y^2)^2)$$

$$= (4x^2 - 9y^2)(16x^4 - 36x^2y^2 + 81y^4)$$

$$38. \begin{array}{cc} (x+5)^3 & - & 27 \\ | & & | \\ x+5 & & 3 \end{array} = (x+5-3)((x+5)^2 + (x+5) \cdot 3 + 3^2)$$

$$= (x+2)(x^2 + 10x + 25 + 3x + 15 + 9)$$

$$= (x+2)(x^2 + 13x + 49)$$

Caso X

Suma o Resta de Potencias Impares Iguales. Son dos términos que se los pueden ordenar en forma de potencias impares e iguales.

$$39. x^5 - y^5 = (x - y)(x^4 + x^3 \cdot y + x^2y^2 + x^1y^3 + y^4)$$

$$40. x^5 + 32 = x^2 + 2^5 = (x+2)(x^4 - x^3 \cdot 2 + x^2 \cdot 2^2 - x \cdot 2^3 + 2^4)$$

$$= (x+2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$$

$$41. x^7 - y^7 = (x - y)(x^6 + x^5y + x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 + xy^5 + y^6)$$

$$42. x^7 - 10000000 = x^7 - 10^7 = (x-10)(x^6 + x^5 \cdot 10 + x^4 \cdot 10^2 + x^3 \cdot 10^3 + x^2 \cdot 10^4 + x \cdot 10^5 + 10^6)$$

$$= (x-10)(x^6 + 10x^5 + 100x^4 + 1000x^3 + 10000x^2 + 100000x + 1000000)$$