ntic master

School

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

Tema 1 Series Temporales

1. Introducción.

2. Representación gráfica.

3. Descomposición Estacional.

4. Métodos de suavizado.

    4.1 El modelo de alisado simple.

    4.2 Método de alisado doble de Holt.

    4.3 Método de suavizado para series con estacionalidad: Holt-Winters.

1.1 INTRODUCCIÓN

El estudio de **series temporales** tiene por objeto **analizar la evolución** de una variable **a través del tiempo**. La diferencia esencial entre las series temporales y los análisis no temporales (Estadística descriptiva, Diseño de experimentos o Regresión) es que en estos últimos, no importa el orden en que están tomadas las observaciones y éste se podía variar sin problemas. En series temporales el orden es muy importante y variarlo supone cambiar la información contenida en la serie.

Es muy importante conocer la **periodicidad de los datos** de las series que se están analizando. La periodicidad puede ser: **Anual:** Se toma un dato cada año. **Mensual:** Se toma un dato cada mes. **Semanal:** Se toma un dato cada semana. **Diaria:** Se toma un dato cada día. Etc.

Ejemplos de series temporales

1. Serie del **IPC en España**. Esta serie puede ser anual o mensual. Por ejemplo la serie de IPC anual desde 1975-1997 tiene 22 datos. La serie mensual desde Enero de 1975 hasta Diciembre de 1997 tiene 22x12 datos.

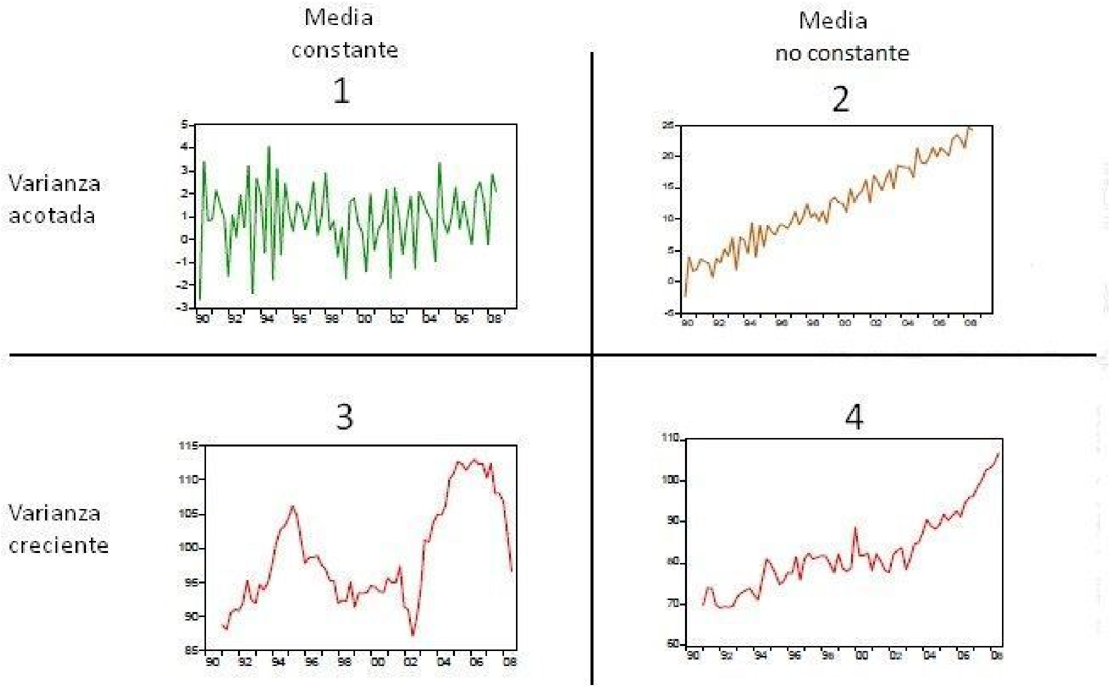
2. Serie de **Temperaturas** en Madrid. Esta serie suele ser mensual. Si fuera anual perderíamos mucha información, pues un invierno extremadamente frío puede compensarse con un verano muy cálido, de modo que la temperatura media del año sea templada.

3. Serie de **ventas de una empresa**. Este tipo de series puede ser anual, mensual o semanal.

4. **Demanda de Energía eléctrica**. Esta serie suele obtenerse con periodicidad horaria.

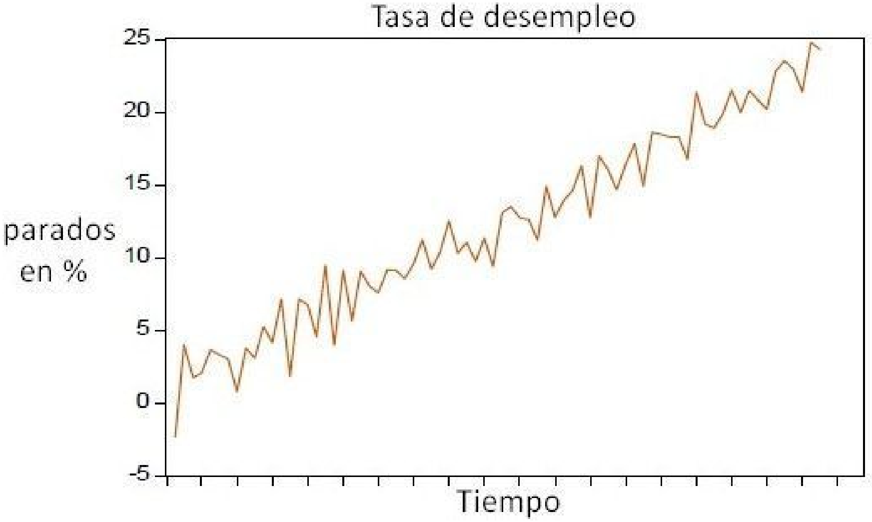
5. Series de **cotizaciones de bolsa**. Este tipo de series se obtienen con la periodicidad que se quiera.

Las series suelen representarse mediante un **gráfico que muestra su evolución con el tiempo**. Cuando se representa una serie se suele prestar atención a una serie de características (Media y Varianza)



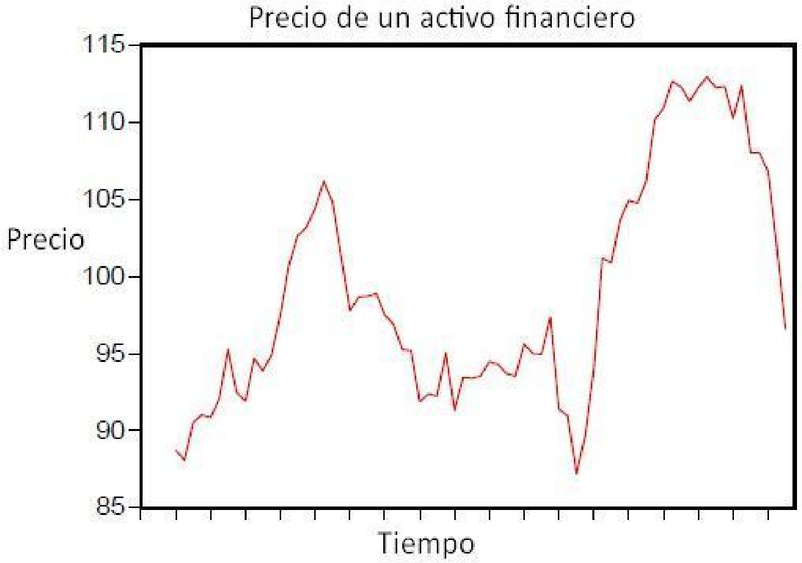
Estas características suelen ser denominadas en Series Temporales **Tendencia** y **Variabilidad.** Una serie con **TENDENCIA** implica que la serie tiende a crecer o a decrecer a largo plazo. Cuando una serie permanece más o menos constante, oscilando en torno a un valor, decimos que la serie no tiene tendencia.

Se representa la evolución de la tasa de desempleo en una época de fuerte recesión económica que dura varios años. La varianza es constante o acotada, es decir, se mantiene en niveles muy parecidos en todo el periodo pero la media se mantiene creciente. Si en lugar de la tasa de desempleo, hubiésemos escogido la tasa de empleo tendríamos la misma serie pero decreciente.

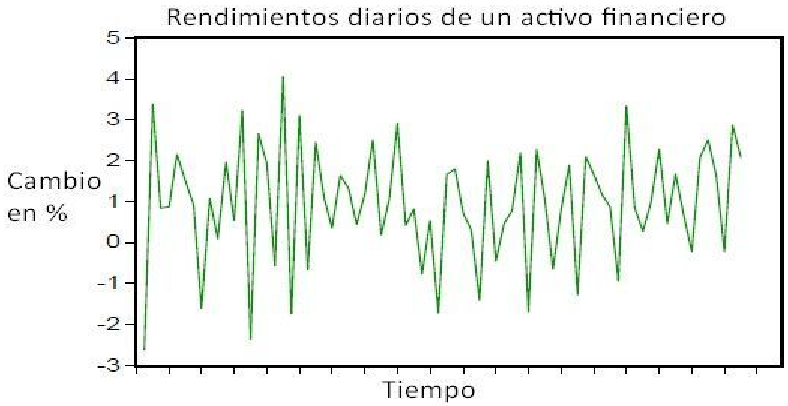


Otra característica de las series es su **variabilidad**. Decimos que una serie es **HOMOCEDÁSTICA**, si su variabilidad se mantiene constante a lo largo de la serie. Cuando la variabilidad de la serie aumenta o disminuye a lo largo del tiempo, decimos que la serie es **HETEROCEDÁSTICA**.

Los mercados de divisas, las acciones de algunas empresas presentan este tipo de comportamiento. La media es más o menos constante a lo largo del periodo pero se caracterizan por cambios grandes en una u otra dirección.

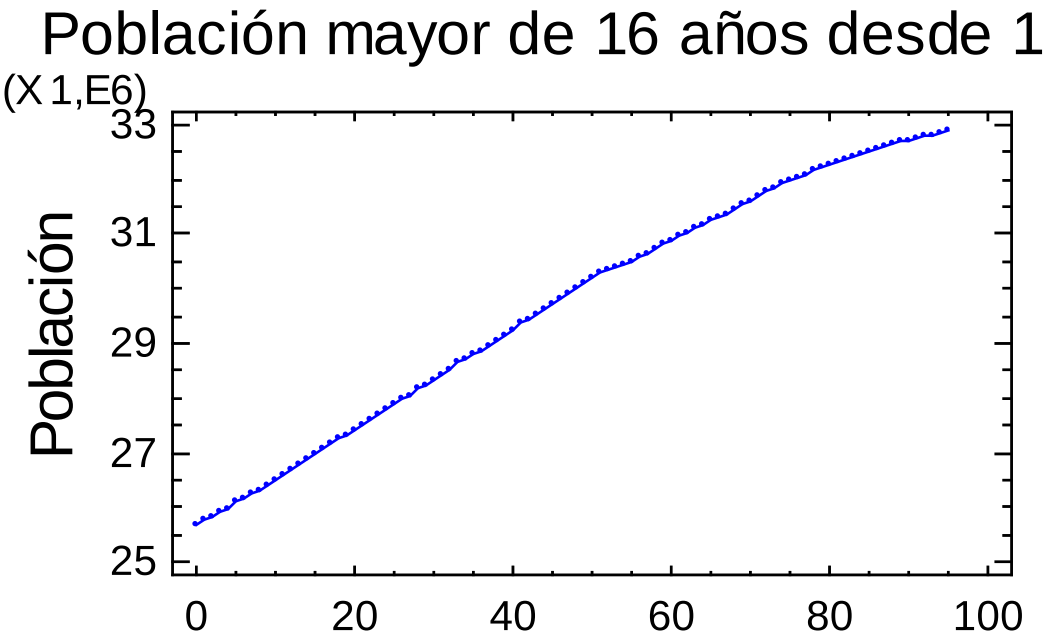


Una serie es **estacionaria** cuando es estable, es decir, cuando la media y la variabilidad son constantes a lo largo del tiempo. Esto se refleja gráficamente en que los valores de la serie tienden a oscilar alrededor de una media constante y la variabilidad con respecto a esa media también permanece constante en el tiempo. Es una serie básicamente estable a lo largo del tiempo. Si la media y/o la variabilidad no son constantes la **serie** es **no estacionaria.**

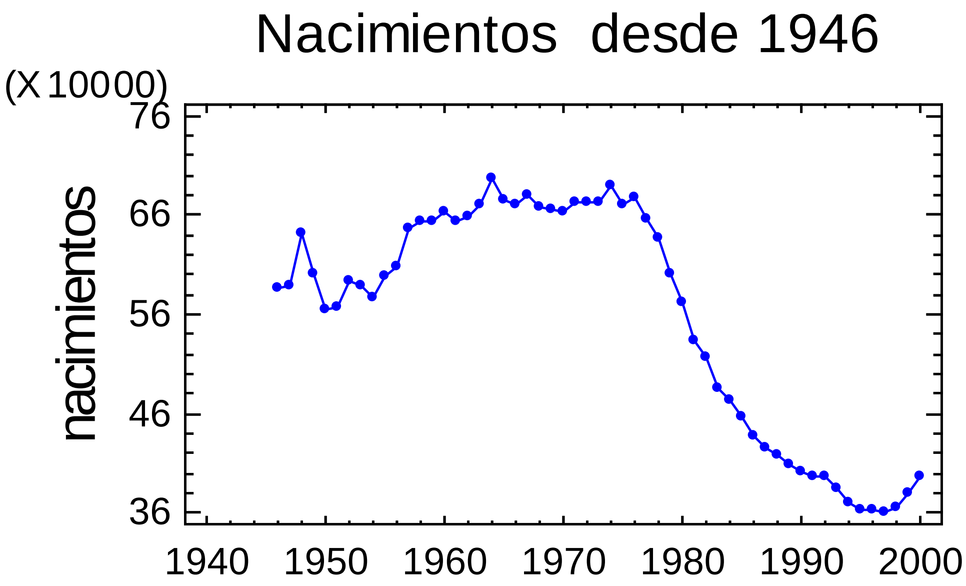


Los rendimientos de los activos financieros en general, suelen ser series estacionarios. El gráfico representa el cambio porcentual diario de un activo financiero sin mucha variabilidad.

Algunas series no son estacionarias y presentan una **tendencia** clara que **podemos modelizar con alguna función matemática (lineal, cuadrática, exp,..),** como la población mayor de 16 años en España desde el primer cuatrimestre de 1977 al cuarto trimestre del 2000.



Sin embargo, la serie siguiente que representa el número de nacimientos en España entre los años 1946 al 2000 **no es estacionaria y además no presenta una tendencia clara** en todo el periodo de estudio.

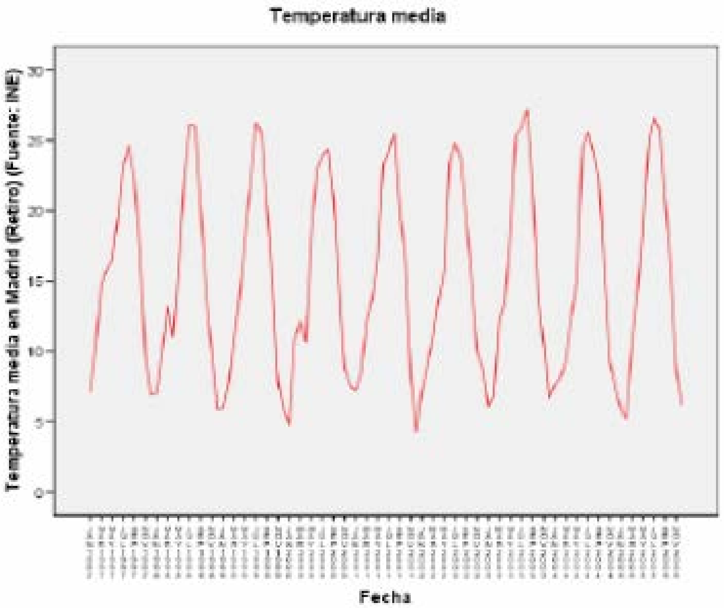


La mayoría de las series económicas y sociales son no estacionarias.

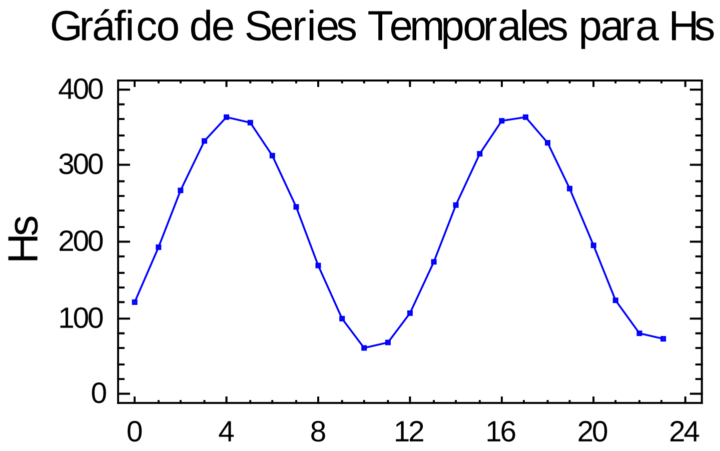
Una **serie es estacional** cuando podemos observar en ella un patrón sistemático que se repite periódicamente, con periodos inferiores al año (año, mes, etc., dependiendo de las unidades de tiempo en que vengan recogidos los datos). Diremos que la serie tiene **estacionalidad**.

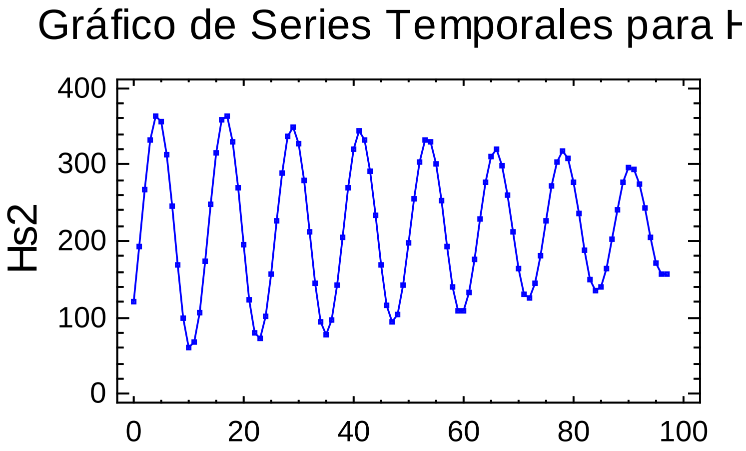
Un claro ejemplo es el de las series relacionadas con el turismo, tales como número mensual de pernoctaciones hoteleras, número de viajeros en avión registrado por meses, etc..

La estacionalidad no tiene por qué ser anual, algunas series tienen una estacionalidad cuyo periodo es de un mes, una semana, un día o incluso una hora.



Aún así existen otras series con periodos de repetición aún más claros, como el nivel del mar, con **fluctuaciones periódicas debidas a las mareas**. Si representamos 24 horas de la variable nivel del mar en un puerto del Atlántico, como por ejemplo en el Ferrol, observamos claramente que presenta un comportamiento estacional cuyo periodo es de 12 horas.





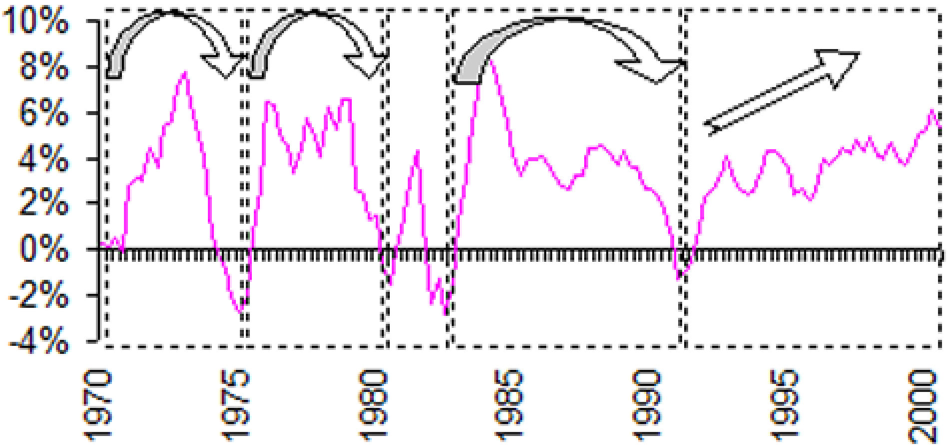
En ocasiones además de la estacionalidad, se presenta un patrón de oscilación que revela cierta propensión de la serie a repetir a largo plazo (periodo superior a un año) una misma secuencia de comportamientos, que se deben principalmente a la alternancia de etapas largas, **que se denominan ciclos.**

Los **ciclos** en una serie temporal es la más **difícil de detectar**, pues a diferencia de la tendencia, que es un movimiento a largo plazo muy general, y de la estacionalidad, que tienen un período fijo, las variaciones cíclicas tienen un período no fácilmente identificable y en muchos casos incluso variable, siendo **frecuente la existencia de ciclos que se superponen**, lo que hace todavía más **difícil su identificación.**

En la práctica, para identificar el ciclo, suele eliminarse de la serie la tendencia y la estacionalidad.

Se observan los ciclos de crecimiento de la economía americana, en el año 83 se observa un acortamiento en el ciclo, que pasa de 5 a 3 años, para luego ampliarse a los 10 años. Por tanto, a principios de 2000, el ciclo económico de crecimiento no habría terminado, y duraría aproximadamente hasta el año 2003.

Se asume que un ciclo tiene una fase de crecimiento, otra estable y luego decrece, aunque no tiene que ser de forma estacional, es decir, no tiene porque decrecer siempre en un momento del año. No se conocen cuanto duran estas fases. Es decir, las series cíclicas no tienen por qué ser estacionales.



1.2. REPRESENTACIÓN DE SERIES TEMPORALES.

Para cualquier análisis de series lo primero es crear un objeto timeseries, esto lo haremos con la **función ts** a partir de una tabla de datos.

La tabla de datos Bitcoin_A es importada desde Excel y a partir de ella creamos tres objetos time series, uno bidimensional y dos unidimensionales.

```
#Convert the data to time series

Bitcoin <- ts(bitcoin_A[,-1], start=c(2018,258), frequency=365)

precio <- ts(bitcoin_A[,2], start=c(2018,258), frequency=365)

ntrans <- ts(bitcoin_A[,3], start=c(2018,258), frequency=365)
```

En nuestro ejemplo **los datos están tomados por días, con la opción, *frequency=365***, y la fecha de inicio es 18/09/2018 (día 258 del año).

La opción start creará la variable fecha comenzando en la fecha indicada. El problema es que esta función está pensada con base un año y solo tiene dos argumentos: c(año, inicio).

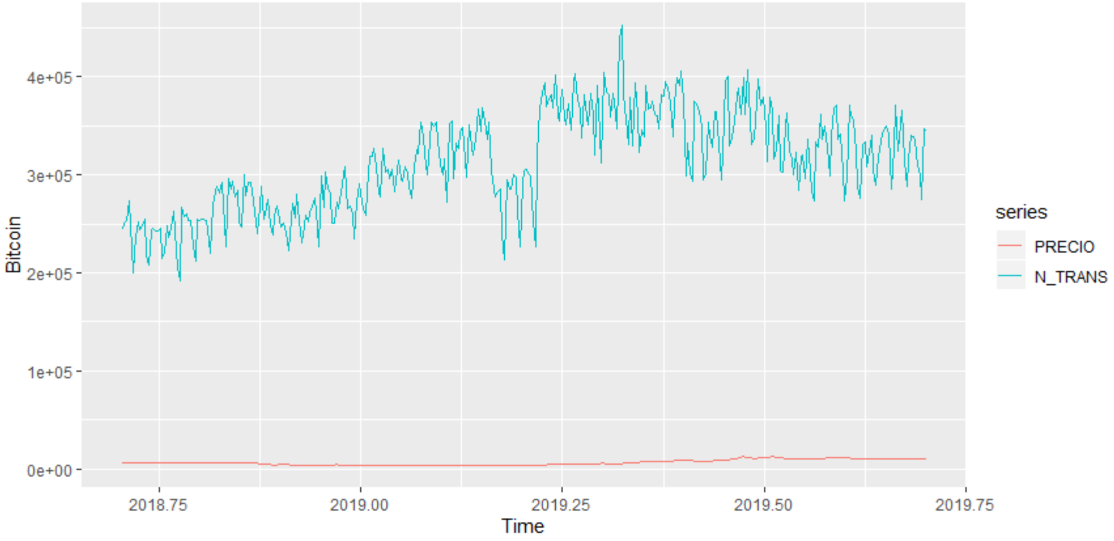
En nuestro ejemplo **los datos están tomados por días, con la opción, *frequency=365***, y la fecha de inicio es 18/09/2018.

Si, por ejemplo, los datos son meses y empieza en marzo sería start=c(2018,3), frecuency=12.

En general los valores de frecuencia temporal más utilizados son:

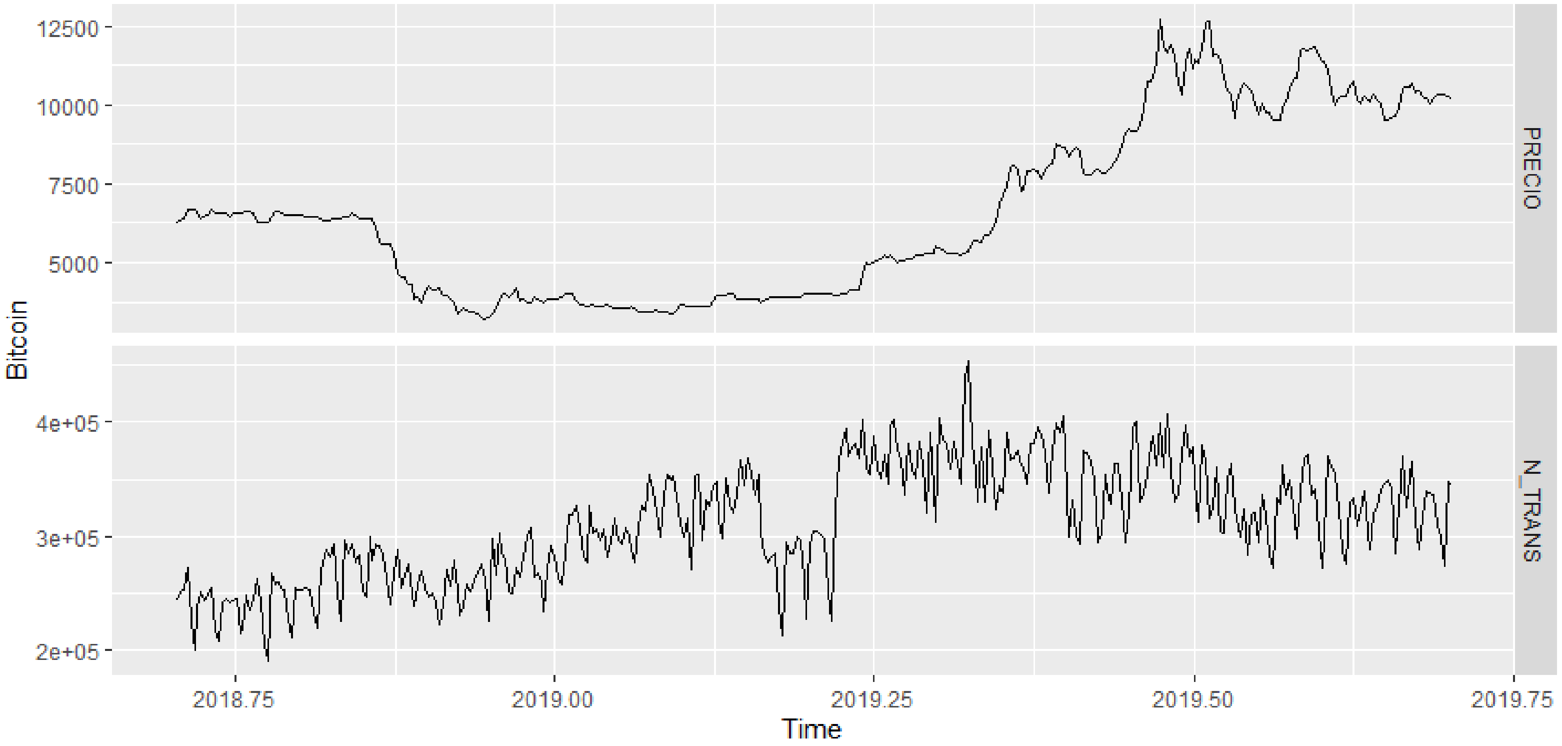
Data	frequency
Annual	1
Quarterly	4
Monthly	12
Weekly	52

#Para representar las variables del fichero juntas en la misma escala usamos: autoplot(Bitcoin)



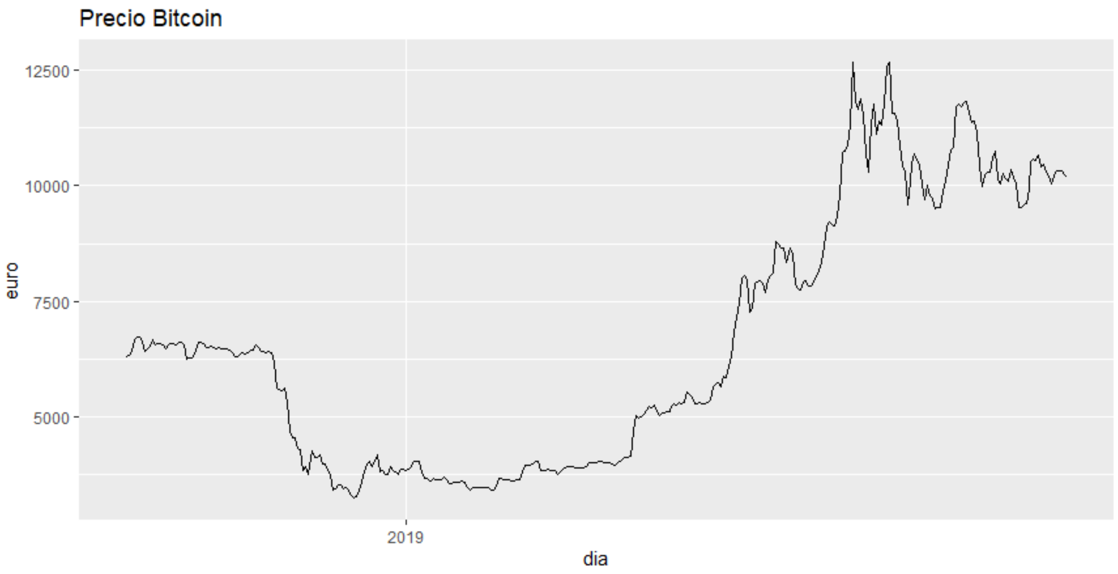
#Construcción de gráficas de series juntas pero cada una con su escala usamos:

autoplot(Bitcoin, facets=TRUE)

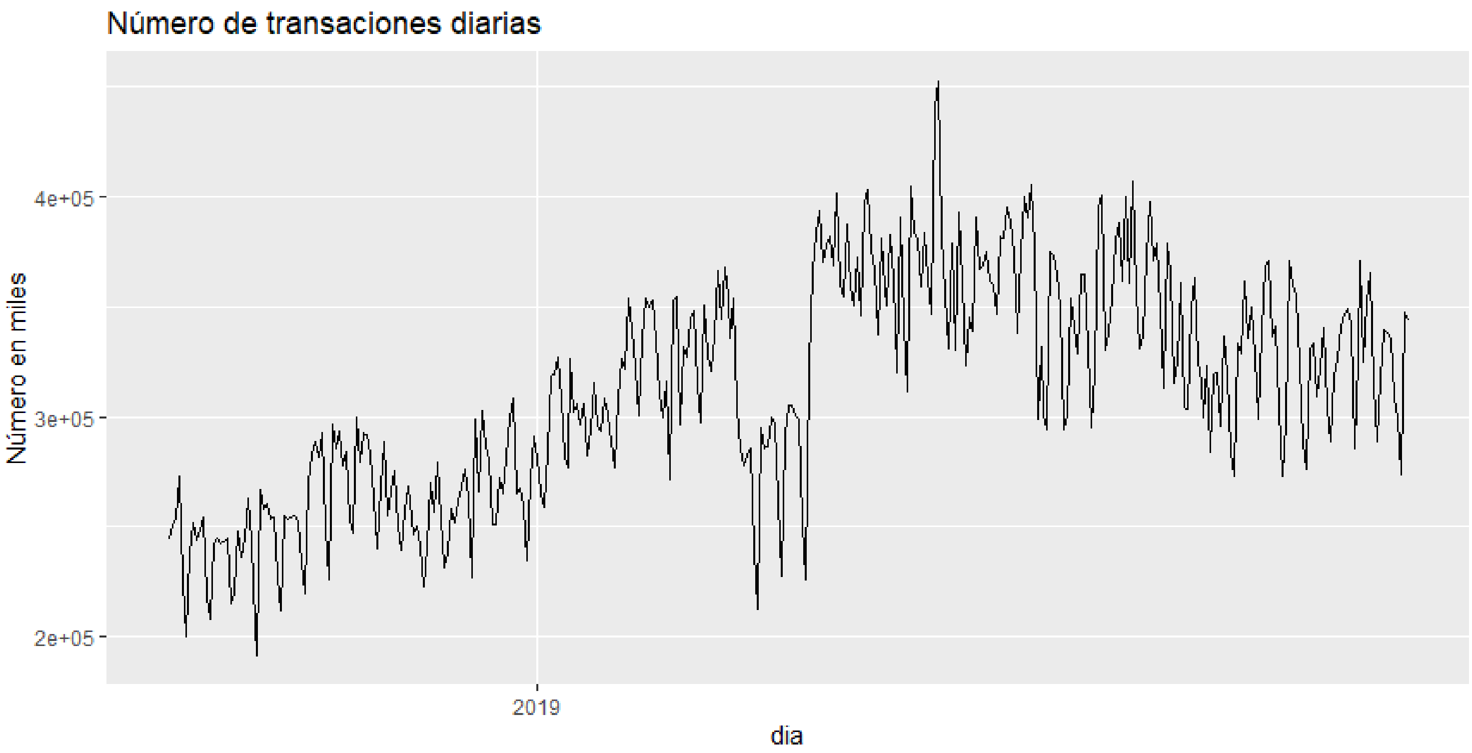


También podemos representarlas por separado añadiendo titulo a la gráfica y a los ejes.

```
autoplot(precio)+  ggtitle("Precio Bitcoin") +  xlab("dia") +  ylab("euro")
```



```
autoplot(ntrans)+  ggtitle("Número de transaciones diarias") +
  xlab("dia") +  ylab("Número en miles")
```



3. DESCOMPOSICIÓN DE UNA SERIE TEMPORAL

Una serie temporal puede descomponerse en una serie de componentes parciales, que agregados conforme a un esquema aditivo o multiplicativo, configuran el aspecto global de la serie. Estas componentes son: **tendencia, componente estacional, componente cíclica y componente aleatoria**

$$X_t = \underbrace{T_t}_{\text{Tendencia}} + \underbrace{S_t}_{\text{Componente Estacional}} + \underbrace{C_t}_{\text{Componente Cíclica}} + \underbrace{Z_t}_{\text{Componente irregular}}$$

$$X_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot Z_t$$

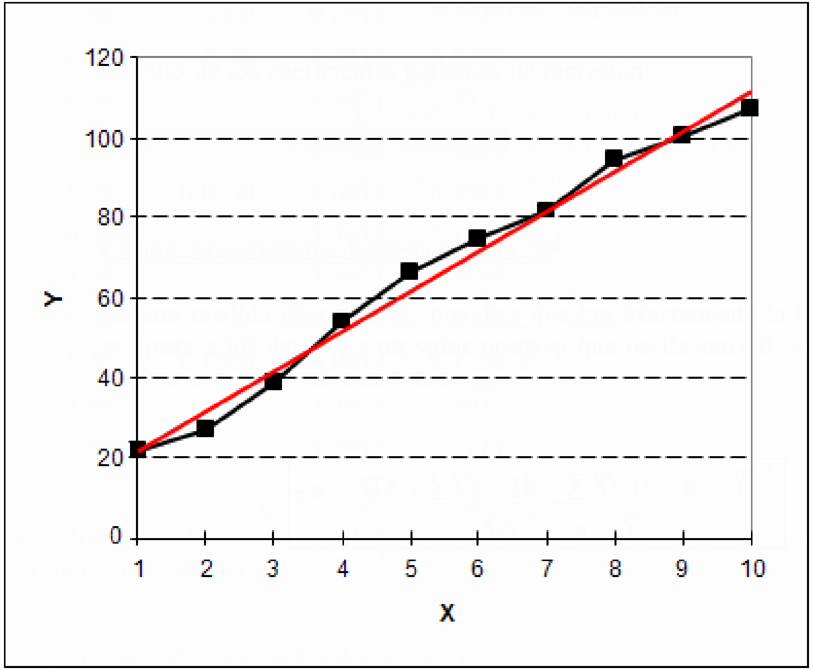
Debido a que el comportamiento cíclico de una serie no suele tener periodos tan claros como el estacional e involucra grandes periodos de tiempo, esta componente se suele incluir dentro de la tendencia.

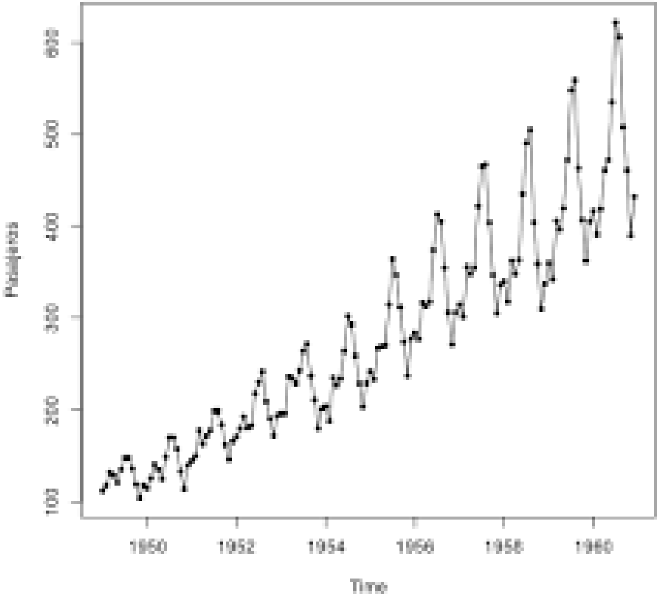
$$X_t = T_t + S_t + Z_t$$

$$X_t = T_t * S_t * Z_t$$

Análisis de la tendencia

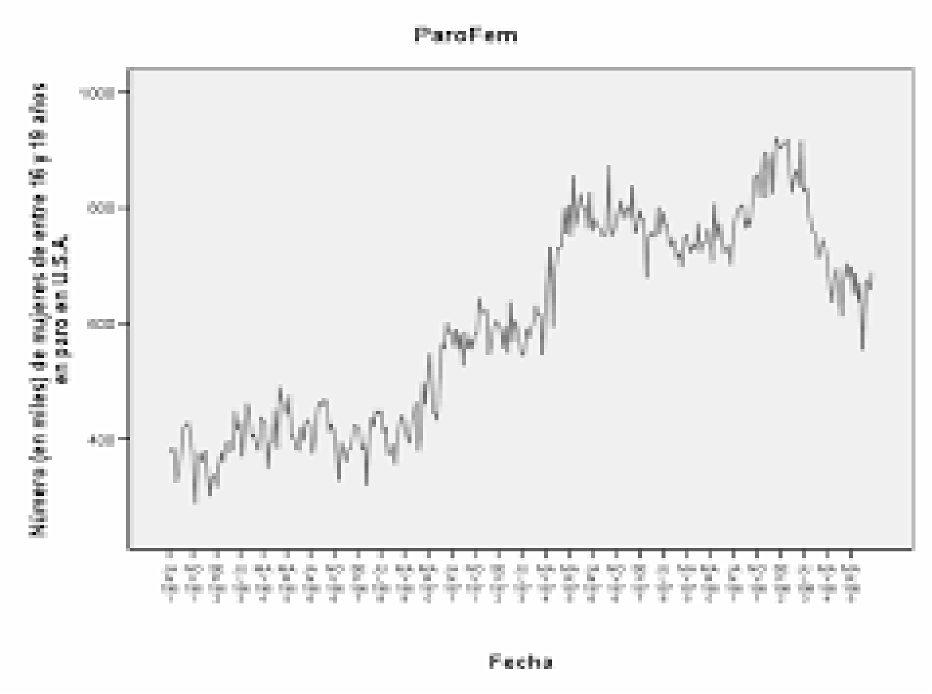
En algunos casos, se puede suponer una relación determinista entre T_t y *t*, por ejemplo una tendencia lineal, T_t = *a* + *bt,* que se estima mediante el método de mínimos cuadrados. También podría ser una tendencia cuadrática, exponencial, etc.





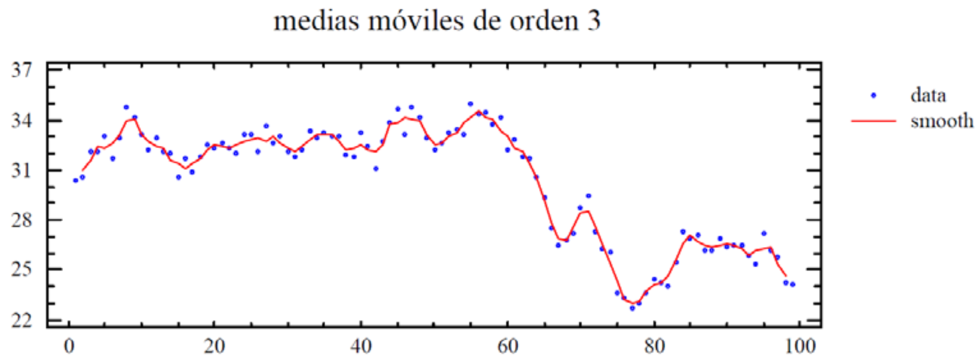
Análisis de la tendencia

A menudo, la tendencia de la serie no sigue una recta y evoluciona a lo largo del tiempo. En ese caso, un método general de estimar T_t es suponer que evoluciona lentamente en el tiempo, y que se puede aproximar con una función sencilla para intervalos cortos del tiempo.



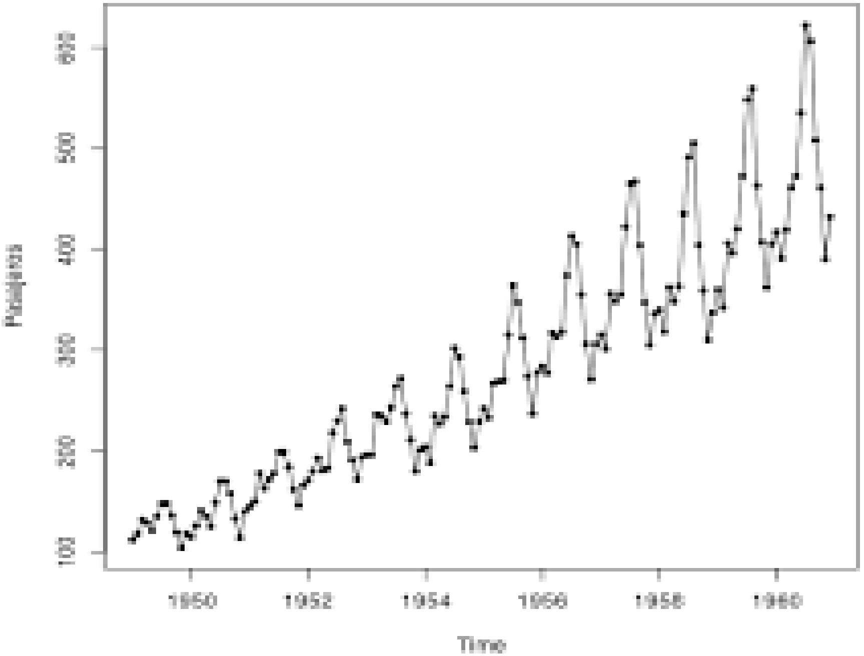
Análisis de la tendencia

Si, por ejemplo, una recta es una representación válida para tres periodos consecutivos. Si se realiza la media de las tres observaciones consecutivas, $m_t = \frac{y_{t-1}+y_t+y_{t+1}}{3}$, descubriríamos la tendencia subyacente. Esta media se le denomina media móvil de orden 3. De modo que la media móvil recoge fundamentalmente la tendencia de la serie en el instante *t*.



Análisis de la tendencia

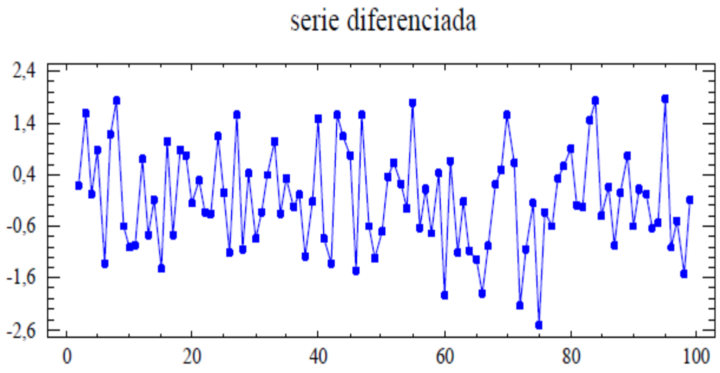
En el gráfico se puede observar que la tendencia de la serie también presenta un comportamiento estacional. Con medias móviles de órdenes altos, suavizamos los efectos estacionales.



Análisis de la tendencia

Se suele usar también un método más general que consiste en no hacer ninguna hipótesis sobre la forma de la tendencia a corto plazo y suponer simplemente que evoluciona lentamente en el tiempo.

Asumimos que la tendencia en el instante t es muy próxima a la tendencia en el instante $t-1$ y construimos una nueva serie, $z_t = y_t - y_{t-1}$, que denominamos **Serie Diferenciada.**



Análisis de la estacionalidad

Un método de estimar el efecto estacional (por ejemplo,mensual) es considerar cómo varía la media del período (mes) respecto de la media global.

		Años					
		1	2	$\cdots$	n	Medias	S
Meses	enero	x_{11}	x_{12}	$\cdots$	x_{1n}	$\bar{x}_{1\bullet}$	S_1
	febrero	x_{21}	x_{22}	$\cdots$	x_{2n}	$x_{2\bullet}$	S_2
	:	:	:	$\cdots$	:	:	:
	noviembre	$x_{11\,1}$	$x_{11\,2}$	$\cdots$	$x_{11\,n}$	$\bar{x}_{11\bullet}$	S_{11}
	diciembre	$x_{12\,1}$	$x_{12\,2}$	$\cdots$	$x_{12\,n}$	$\bar{x}_{12\bullet}$	S_{12}
	Medias	$\bar{x}_{\bullet 1}$	$\bar{x}_{\bullet 2}$	$\cdots$	$\bar{x}_{\bullet n}$	$\bar{x}_{\bullet\bullet}$	

Los coeficientes estacionales son:

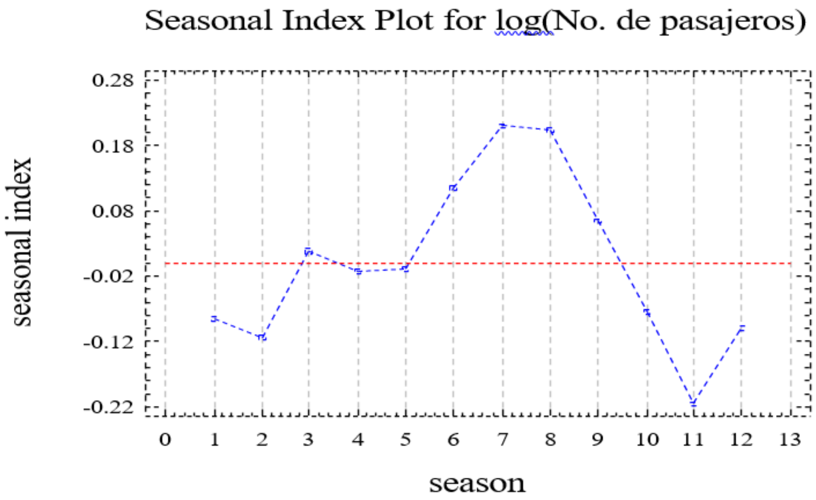
$S_i = \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..}$ para $i = 1, \ldots, 12$. En el caso que el esquema es aditivo.

Suponemos que el efecto estacional S_i satisface:

$S_i = S_{i+12} = S_{i+24} = \ldots$

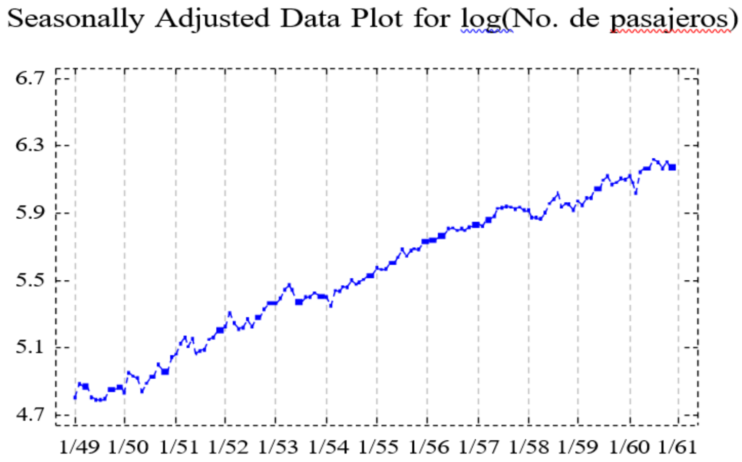
Análisis de la estacionalidad

Para el ejemplo del número de pasajeros de un avión, los coeficientes estacionales obtenidos y representados gráficamente son:



Análisis de la estacionalidad

Para obtener la serie desestacionalizada se resta a cada valor de la serie el coeficiente estacional correpondiente, $X_i - S_i$, en el caso del esquema aditivo. Por tanto, la serie desestacionalizada queda:



Se observa que esta serie ya no presenta efecto estacionales.

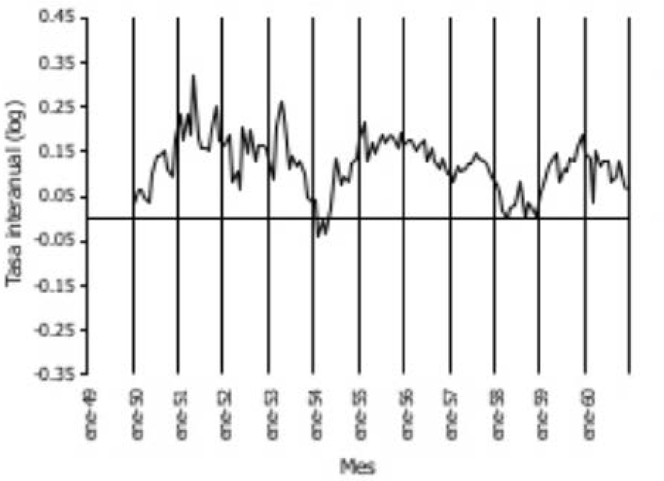
Análisis de la estacionalidad

Un método más general que consiste en no hacer ninguna hipótesis sobre la forma general de la estacionalidad a corto plazo y suponer simplemente que evoluciona lentamente en el tiempo es el denominado **Diferenciación Estacional**.

Por tanto, si se considera una estacionalidad de orden s, la serie con diferenciación estacional quedaría:

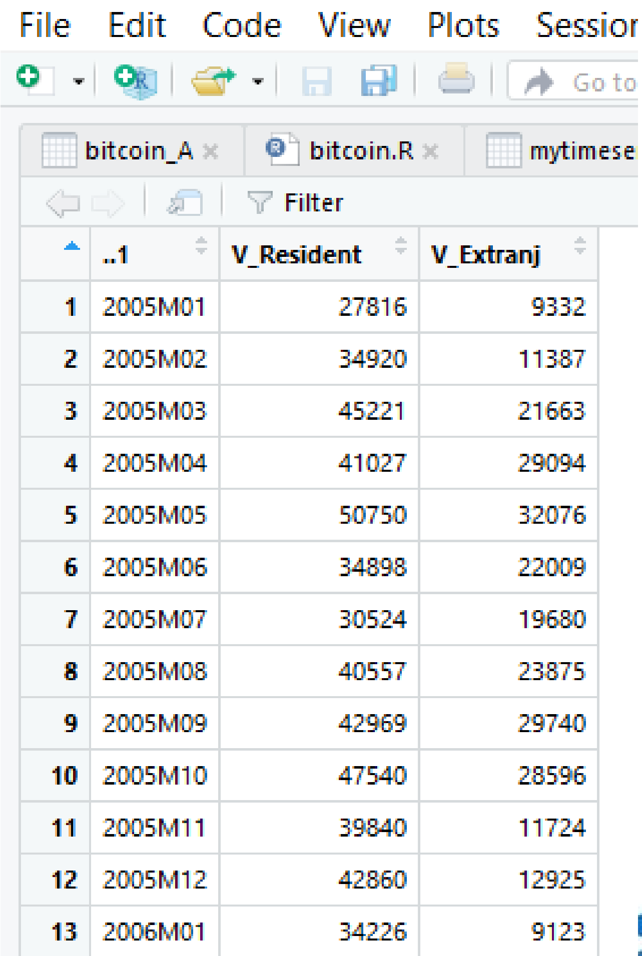
$z_t = y_t - y_{t-s}$, que denominamos **Serie Diferenciada Estacionalmente.**

La serie del número de pasajeros de un avión diferenciada estacionalmente queda:



Ejemplo: El fichero Córdoba contiene datos mensuales de viajeros alojados en hoteles en Córdoba.

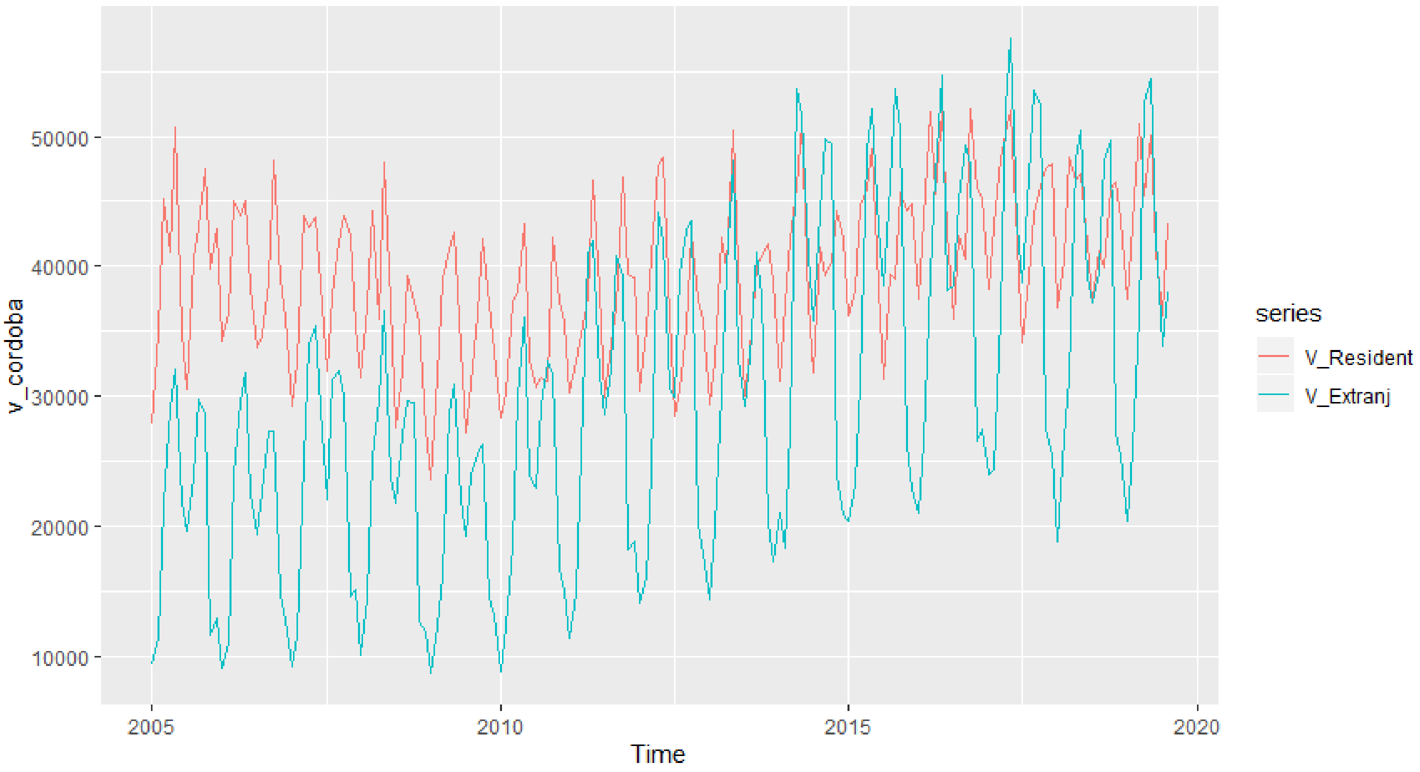
```
#Datos mensuales de viajeros alojados en hoteles de Córdoba
v_cordoba <- ts(Cordoba[,-1], start=c(2005,1), frequency=12)
v_cordoba_R  <- ts(Cordoba[,2], start=c(2005,1), frequency=12)
v_cordoba_E  <- ts(Cordoba[,3], start=c(2005,1), frequency=12)
```



	..1	V_Resident	V_Extranj
1	2005M01	27816	9332
2	2005M02	34920	11387
3	2005M03	45221	21663
4	2005M04	41027	29094
5	2005M05	50750	32076
6	2005M06	34898	22009
7	2005M07	30524	19680
8	2005M08	40557	23875
9	2005M09	42969	29740
10	2005M10	47540	28596
11	2005M11	39840	11724
12	2005M12	42860	12925
13	2006M01	34226	9123

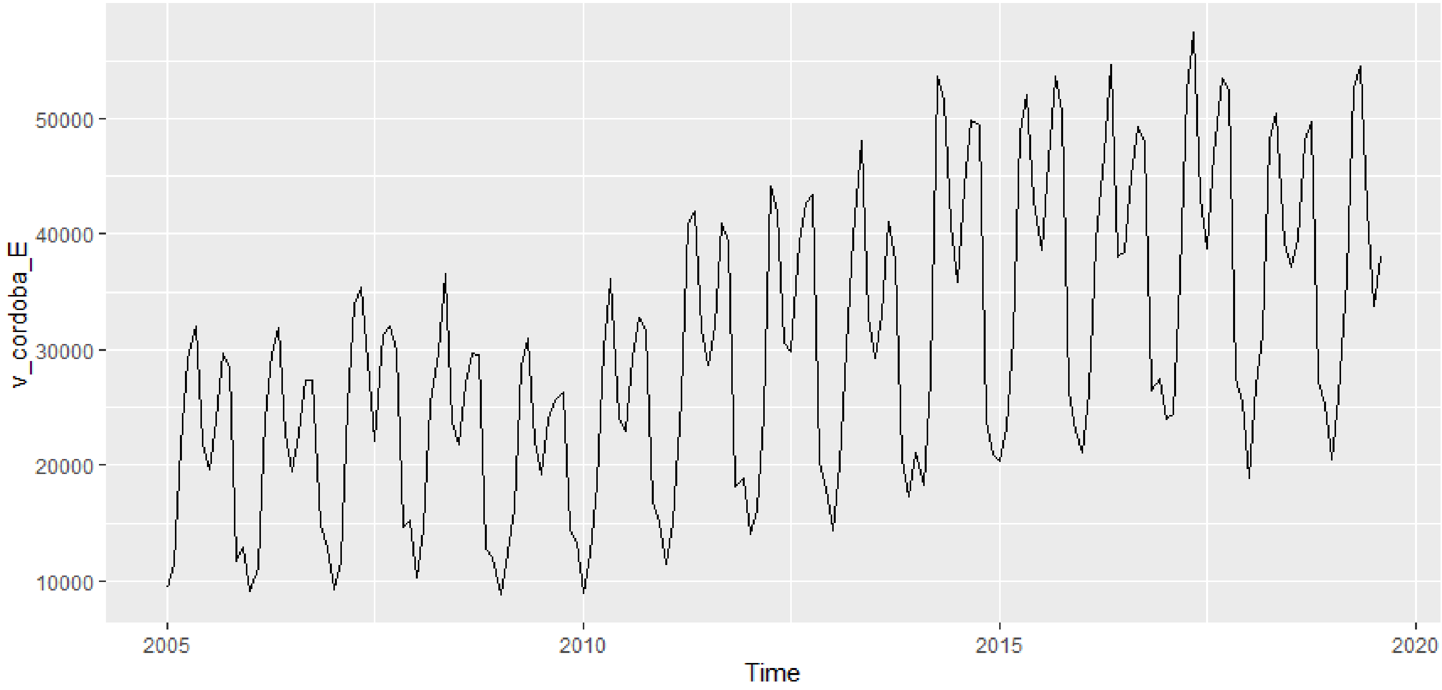
Comenzamos por representar las series de forma conjunta:

autoplot(v_cordoba)



Nos centramos en la serie viajeros extranjeros. La representamos

```
autoplot(v_cordoba_E)
```

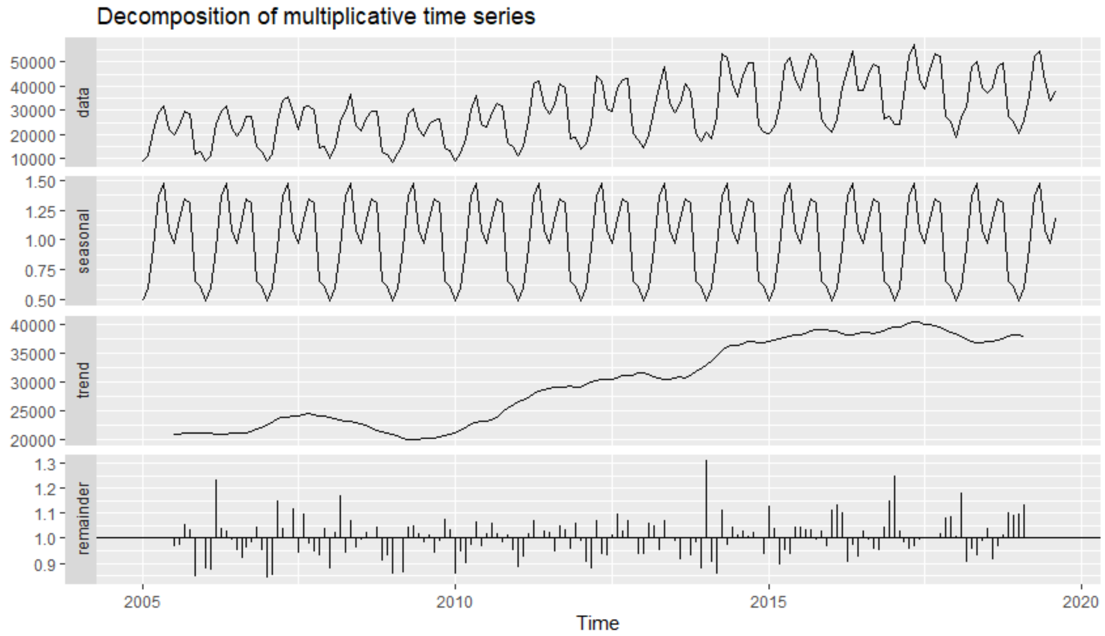


Realizamos la descomposición estacional según el modelo multiplicativo, esto debemos indicarlo porque por defecto ajusta el modelo aditivo y representamos sus componentes.

```
#Guardamos los componentes de la descomposición estacional en
v_cordoba_E_Comp<- decompose(v_cordoba_E,type=c("multiplicative"))
```

Representamos los componentes de la serie obtenidos.

```
autoplot(v_cordoba_E_Comp)
```



En v_cordoba_E_Comp tenemos guardadas las tablas de los diferentes componentes que se obtienen de la descomposición estacional

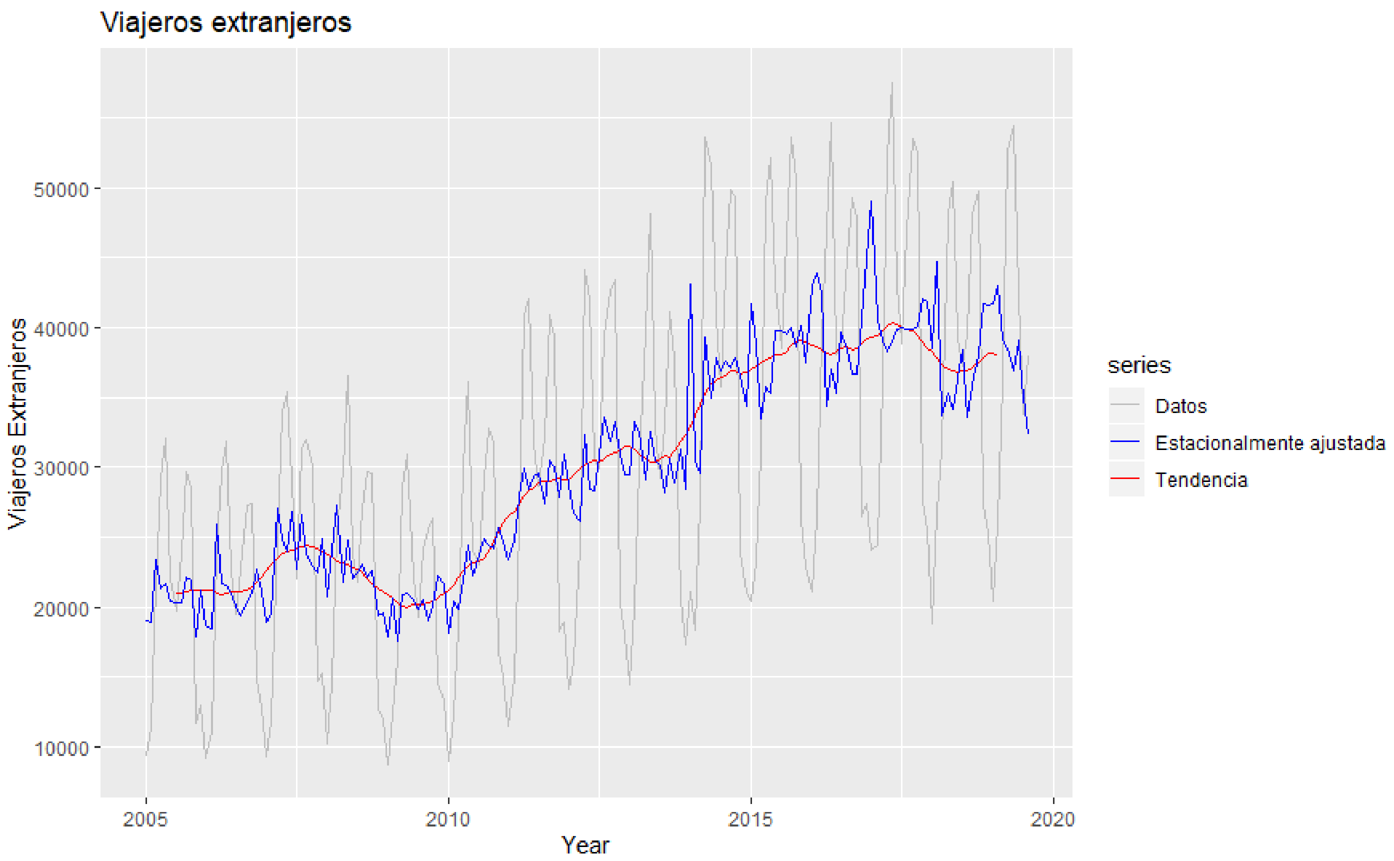
```
print(v_cordoba_E_Comp)
```

Por ejemplo, los coeficientes de estacionalidad guardados en la variable `$seasonal` son los siguientes:

```
 0.4896350 0.6019633 0.9276545 1.3666168 1.4767595 1.0800872 0.9695678 1.174
0330 1.3413241 1.3078890 0.6538099 0.6106598
```

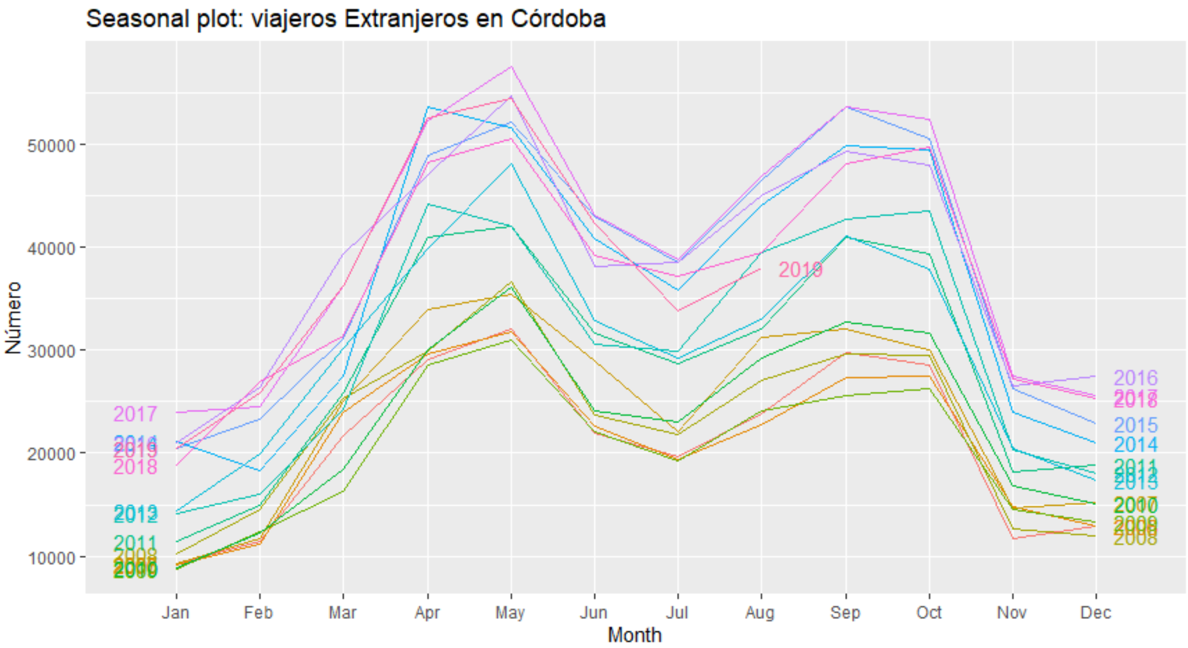
En el mes de mayo hay un 47% más de viajeros que la media del año

```
#Representamos la serie con la tendencia y la serie ajustada estacionalmente
autoplot(v_cordoba_E, series="Datos") +
  autolayer(trendcycle(v_cordoba_E_Comp), series="Tendencia") +
  autolayer(seasadj(v_cordoba_E_Comp), series="Estacionalmente ajustada") +
  xlab("Year") + ylab("Viajeros Extranjeros") +
  ggtitle("Viajeros extranjeros") +
  scale_colour_manual(values=c("gray","blue","red"),
                      breaks=c("Datos","Estacionalmente ajustada","Tendencia"))
```


Viajeros extranjeros
Viajeros Extranjeros
50000
40000
30000
20000
10000
2005
2010
2015
2020
Year
series
Datos
Estacionalmente ajustada
Tendencia

Para estudiar el comportamiento estacional puede resultar útil la representación gráfica de los valores de la serie, dibujando cada año en un color diferente.

```
ggseasonplot(v_cordoba_E, year.labels=TRUE, year.labels.left=TRUE) +
 ylab("Número") +
 ggtitle("Seasonal plot: viajeros Extranjeros en Córdoba")
```



Predicción de una serie temporal

Una vez que hemos obtenido la descomposición de la serie temporal:

$$X_t = T_t + S_t + Z_t$$

Podemos obtener predicciones de los valores futuros mediante los valores para *t* + 1, *t* + 2, . . . , *t* + *h* de las componentes T_t y S_t.

Ejemplo . *Si* T_t = *a* + *bt y* S_t *se* obtuvo mediante índices estacionales trimestrales, i.e., tenemos S_1, S_2, S_3, y S_4, entonces:

T_{t+1} = *a* + *bt* *y*

$$S_{t+1} = \begin{cases} S_1 & si\ t+1 = Q1 \\ S_2 & si\ t+1 = Q2 \\ S_3 & si\ t+1 = Q3 \\ S_4 & si\ t+1 = Q4 \end{cases}$$

Las predicciones para t + 2, t + 3, . . . , t + h se obtienen de manera análoga.

4. MÉTODOS DE SUAVIZADO

Otra alternativa para la predicción de una serie temporal. Se basan en modelos que se ajustan a la evolución de la serie. Las observaciones más recientes tienen más peso en la predicción que las más alejadas.

4.1 El modelo de alisado simple.

Este método se utiliza para series que no presentan tendencia ni estacionalidad.

$$\hat{x}_{t+1} = \alpha x_t + (1-\alpha)\hat{x}_t \qquad 0 \leq \alpha \leq 1$$

Factor de ponderación y su variación se hace de acuerdo a la necesidad de darle más peso a datos recientes (α más elevado) o a datos anteriores (α más bajo).

Repitiendo este proceso tenemos

$$\hat{x}_{t+1} = \alpha x_t + (1-\alpha)\alpha x_{t-1} + \ldots + \alpha(1-\alpha)^{t-1}x_1 + (1-\alpha)^t \hat{x}_1$$

$$\hat{x}_{t+1} = \alpha\left(x_t + (1-\alpha)x_{t-1} + (1-\alpha)^2 x_{t-2} + \ldots\right)$$

Que es la media ponderada de las observaciones anteriores con pesos decrecientes que suman uno.

La ecuación de predicción para valores futuros es:

$\hat{x}_{T+k} = \hat{x}_T$ para todo k

Ejemplo. La libreria forecast nos permite hacer los métodos de suavizado explicados anteriormente. Utilizaremos los datos del precio de Bitcoin que mostramos antes, pero nos quedamos con los datos finales. Para ello utilizamos la función window() que es muy útil para extraer parte de los datos de una serie.

```
#Seleccionamos los valores de precio desde agosto de 2019

precio_R<-window(precio,start=c(2019,210))

# Hacemos un suavizado exponencial simple con la función ses y calculamos la
#predicción para 7 días

precio_s1=ses(precio_R, h=7)
```

```
summary(precio_s1) Muestra el valor de alpha, predicciones e intervalos de confianza

plot(precio_s1)  Muestra la gráfica de las observaciones y predicciones
```

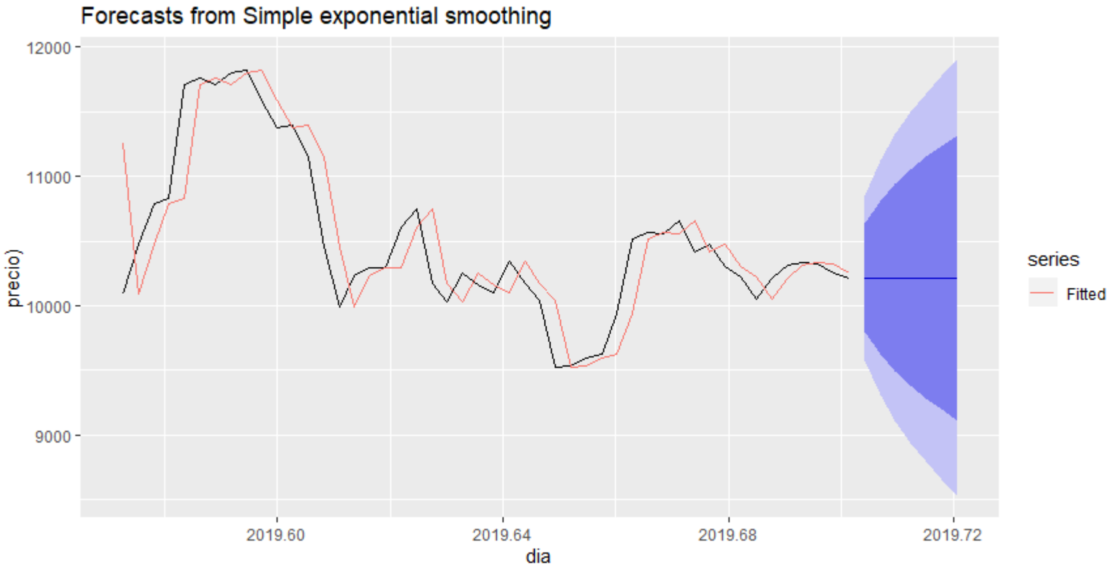
$$\hat{x}_{t+1} = 0.999 x_t + 0.001 \hat{x}_t$$

```
#Representamos los valores observados y los suavizados con la predicción para 7
#días

autoplot(precio_s1) +

  autolayer(fitted(precio_s1), series="Fitted") +

  ylab("precio)") + xlab("dia")
```



Método de alisado doble de Holt.

El método de suavizado anterior no proporciona buenos resultados cuando los datos tienen una tendencia que varía más rápidamente. **Este método se usa para series con tendencia lineal y sin estacionalidad.**

$$x_t = L_t + b_t t + z_t$$

De la serie original obtendremos la serie suavizada mediante las ecuaciones:

$$L_t = \alpha x_t + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1}) \qquad L_1 = x_1$$

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta) b_{t-1} \qquad b_1 = x_2 - x_1$$

$$\hat{x}_{t+1} = L_t + b_t$$

La ecuación de predicción para valores futuros supuesto que hemos observado hasta el tiempo n es

$$\hat{x}_{n+m} = L_n + b_n m \quad m \geq 1$$

Ejemplo: Continuamos con el ejemplo del precio de Bitcoin y ahora utilizamos la función holt:

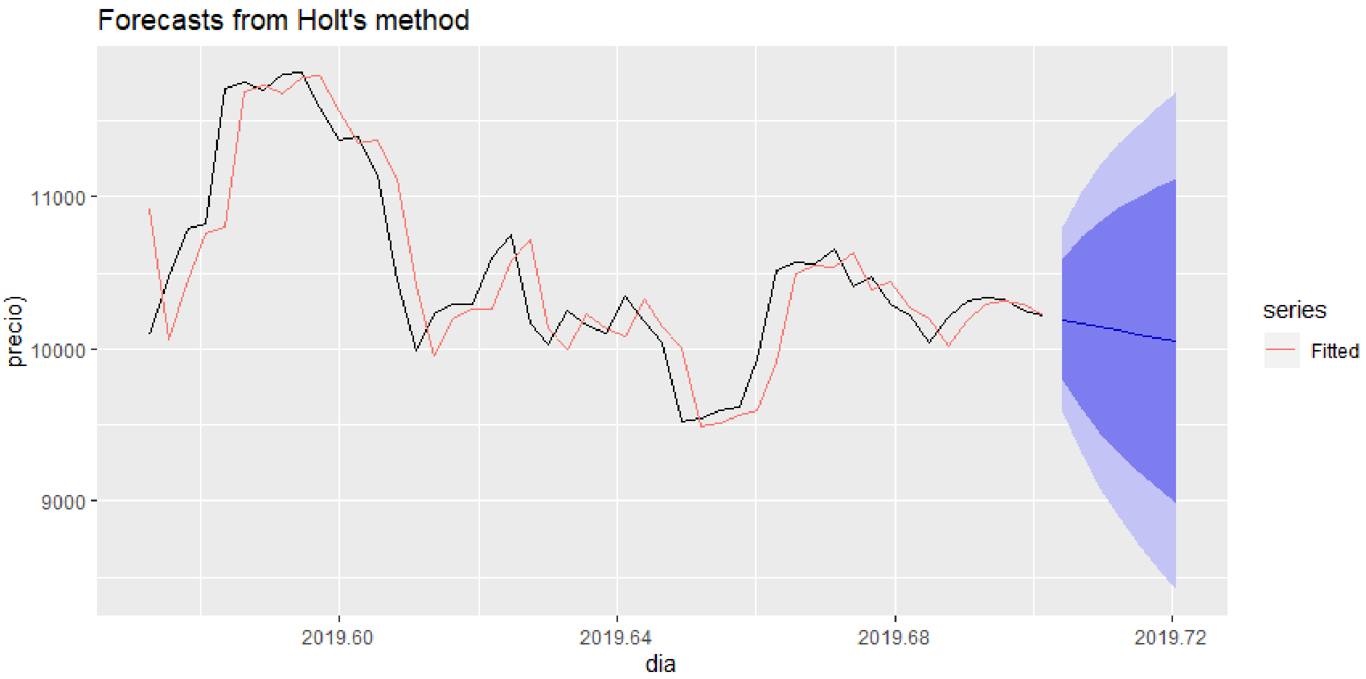
```
precio_sh <- holt(precio_R, h=7)
```

summary(precio_sh) Muestra el valor de alpha y Beta, predicciones e intervalos de confianza

plot(precio_sh) Gráfica de las observaciones y predicciones

Point	Forecast	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95
2019.7041	10193.37	9795.118	10591.62	9584.298	10802.44
2019.7068	10169.53	9604.791	10734.27	9305.835	11033.23
2019.7096	10145.70	9452.132	10839.26	9084.982	11206.41
2019.7123	10121.86	9318.799	10924.92	8893.683	11350.04
2019.7151	10098.03	9197.706	10998.35	8721.106	11474.95
2019.7178	10074.19	9085.232	11063.15	8561.709	11586.67
2019.7205	10050.35	8979.229	11121.48	8412.209	11688.50

```
autoplot(precio_sh) +
  autolayer(fitted(precio_sh), series="Fitted") +
  ylab("precio") + xlab("dia")
```



Método de suavizado para series con estacionalidad: Holt-Winters.

Se utiliza para series con tendencia y estacionalidad.

$$X_t = (L_t + b_t) + S_t + z_t$$ si la incidencia de la estacionalidad no aumenta con el tiempo.

$$X_t = (L_t + b_t) \cdot S_t + z_t$$ si las variaciones estacionales aumentan con el tiempo.

La serie suavizada para los modelos multiplicativo y aditivo se obtiene aplicando las siguientes fórmulas:

Modelo Multiplicativo

$$L_t = \alpha \frac{x_t}{S_{t-s}} + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta) b_{t-1}$$

$$S_t = \gamma \frac{x_t}{L_t} + (1-\gamma) S_{t-s}$$

$$\hat{x}_{t+1} = (L_t + b_t) S_{t+1-s}$$

Modelo Aditivo

$$L_t = \alpha(x_t - S_{t-s}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1-\beta) b_{t-1}$$

$$S_t = \gamma(x_t - L_t) + (1-\gamma) S_{t-s}$$

$$\hat{x}_{t+1} = (L_t + b_t) + S_{t+1-s}$$

En este modelo **los valores iniciales se estiman a partir de la media de los valores del primer ciclo**

$$L_0 = \frac{x_1 + \ldots\ldots + x_s}{s}$$

Necesitamos conocer al menos dos ciclos completos para b_0 se inicia con:

$$b_0 = \frac{1}{s}\left(\frac{(x_{s+1} - x_1)}{s} + \frac{(x_{s+2} - x_2)}{s} + \ldots + \frac{(x_{s+s} - x_s)}{s}\right)$$

Finalmente **los índices estacionales se estiman con los valores del primer periodo:**

En el modelo multiplicativo:

$$S_1 = \frac{x_1}{L_0}, S_2 = \frac{x_2}{L_0}, \ldots S_s = \frac{x_s}{L_0},$$

En el modelo aditivo:

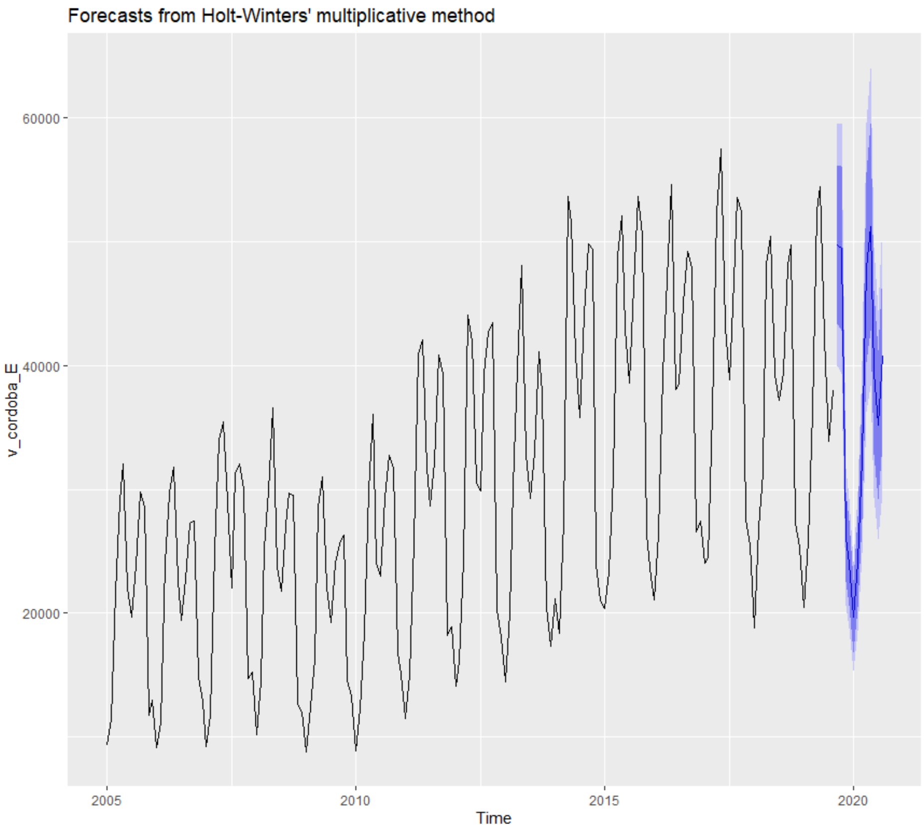
$$S_1 = x_1 - L_0, S_2 = x_2 - L_0, \ldots, S_s = x_s - L_0$$

Las ecuaciones de predicción para valores futuros son:

$$\hat{x}_{n+m} = (L_n + b_n m) S_{n+m-S} \quad m \geq 1$$

$$\hat{x}_{n+m} = (L_n + b_n m) + S_{n+m-s} \quad m \geq 1$$

```r
fit1 <- hw(v_cordoba_E,h=12, seasonal="multiplicative")
autoplot(fit1)
```



Por ejemplo, si queremos predecir el número de viajeros extranjeros que vendrán a Córdoba un año después del último observado, utilizaremos el modelo de Holt-winters multiplicativo. Guardamos los resultados del modelo ajustado en fit1. También se podría realizar para el esquema aditivo.

summary(fit1)

		Point Forecast	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95
Sep	2019	49749.65	43350.41	56148.89	39962.86	59536.44
Oct	2019	49481.59	42875.06	56088.12	39377.77	59585.41
Nov	2019	26136.11	22523.34	29748.87	20610.86	31661.35
Dec	2019	24048.22	20614.43	27482.00	18796.69	29299.74
Jan	2020	19712.70	16810.88	22614.52	15274.75	24150.65
Feb	2020	24148.23	20489.90	27806.57	18553.29	29743.18
Mar	2020	32601.97	27526.92	37677.01	24840.36	40363.57
Apr	2020	47931.60	40275.49	55587.71	36222.59	59640.61
May	2020	51233.81	42847.22	59620.40	38407.63	64060.00
Jun	2020	39472.75	32858.62	46086.87	29357.32	49588.18
Jul	2020	35212.55	29179.09	41246.01	25985.17	44439.93
Aug	2020	40809.86	33666.30	47953.43	29884.73	51735.00
Jun	2020	39472.75	32858.62	46086.87	29357.32	49588.18
Jul	2020	35212.55	29179.09	41246.01	25985.17	44439.93
Aug	2020	40809.86	33666.30	47953.43	29884.73	51735.00

Los parámetros del modelo ajustado son:

$$L_t = 0.2769\left(x_t - S_{t-s}\right) + \left(1 - 0.2769\right)\left(L_{t-1} + b_{t-1}\right)$$

$$b_t = 0.0001\left(L_t - L_{t-1}\right) + 0.9999 b_{t-1}$$

$$S_t = 0.3344\left(x_t - L_t\right) + \left(1 - 0.3344\right) S_{t-s}$$

$$\hat{x}_{t+1} = \left(L_t + b_t\right) + S_{t-s+1}$$

Bibliografía:

https://otexts.com/fpp2/

A. Coghlan. A Little Book of R For Time Series.

Librería Forecast de R

R. J. Hyndman, Y. Khandakar. Automatic Time Series Forecasting: The forecast Package for R *Journal of Statistical Software. 2008*

UNIVERSIDAD
COMPLUTENSE
DE MADRID