

# **Modelado y simulación de una montaña rusa**

Análisis dinámico en 2D y 3D mediante interpolación spline

Miguel Enterría Lastra

Grado en Física

Universidad de Oviedo

9 de enero de 2026

# Índice

## 1. Introducción

En esta práctica se estudia el comportamiento dinámico de un vagón que se desplaza a lo largo de una montaña rusa, modelada geométicamente mediante curvas paramétricas interpoladas con B-splines. El estudio se realiza primero en dos dimensiones y posteriormente se generaliza a tres dimensiones, permitiendo analizar trayectorias más realistas que incluyen giros y torsión.

El objetivo principal es simular el movimiento resolviendo la ecuación diferencial asociada, comparar distintos métodos numéricos y evaluar magnitudes físicas relevantes como velocidad, aceleración, fuerza normal y conservación de la energía.

## 2. Modelo físico

El vagón se modela como una partícula de masa constante que se desplaza a lo largo de una trayectoria prescrita. Las fuerzas consideradas son:

- Peso.
- Reacción normal de la vía.
- Fuerza de rozamiento.
- Resistencia aerodinámica.

La formulación final conduce a un sistema de ecuaciones diferenciales para el parámetro de la curva  $u(t)$  y la velocidad  $v(t)$ , que se resuelve numéricamente mediante `solve_ivp`.

## 3. Descripción geométrica del recorrido

La trayectoria de la montaña rusa se define a partir de un conjunto de puntos de control, que posteriormente se interpolan mediante B-splines cúbicos.

### 3.1. Trayectoria 2D

En el caso bidimensional, el movimiento queda restringido a un plano vertical. La trayectoria incluye elementos básicos como descensos pronunciados, bucles y colinas. Siguiendo la geometría propuesta por el guión.

Se muestra a continuación la curva parametrizada de la siguiente manera:

- Descenso inicial marcado por curva sigmoide.
- Loop hecho con un clotoide.
- Colina parametrizada como campana de Gauss.

Todas las geometrías se han hecho utilizando las funciones presentes en `pkgcurvas.py`

Figura 1: Trayectoria interpolada en 2D.

### 3.2. Trayectoria 3D

El modelo tridimensional incorpora giros horizontales y tramos no planos. El recorrido completo se construye concatenando segmentos geométricos suaves.

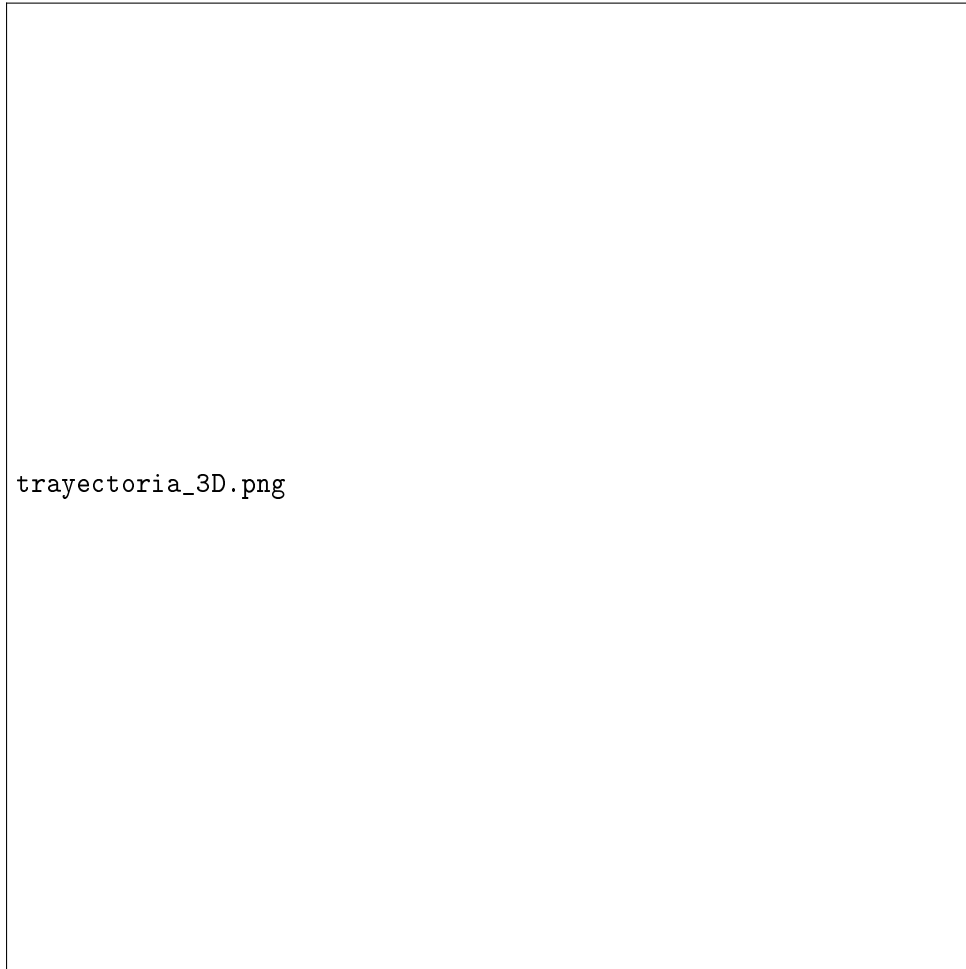


Figura 2: Trayectoria interpolada en 3D.

## 4. Simulación numérica

La ecuación diferencial se resuelve empleando distintos métodos numéricos, tanto explícitos como implícitos, con el fin de analizar su estabilidad y precisión.

### 4.1. Comparación de métodos

Para el caso conservativo, se estudia la variación relativa de la energía total. Un método adecuado debe minimizar la deriva energética.

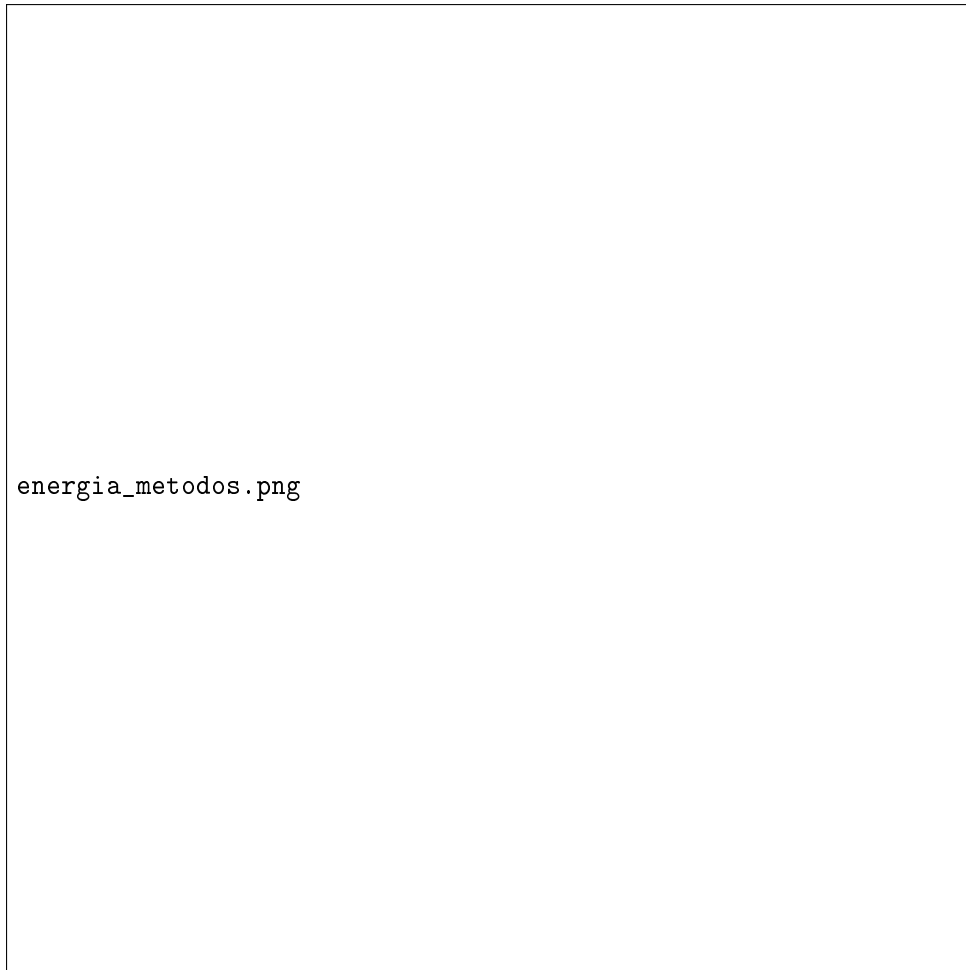


Figura 3: Variación relativa de la energía para distintos métodos numéricos.

Cuadro 1: Comparación de métodos numéricos

Método	Pasos	$\Delta E_{\text{mín}}$	$\Delta E_{\text{máx}}$	$\sigma(\Delta E)$
RK45				
RK23				
DOP853				
Radau				
BDF				
LSODA				

En base a los resultados obtenidos, el método **Radau** presenta el mejor comportamiento en términos de conservación de la energía, tanto en 2D como en 3D.

## 5. Resultados

A partir de la simulación se obtienen las siguientes magnitudes físicas:

- Evolución temporal del parámetro  $u(t)$  y de la velocidad  $v(t)$ .
- Fuerza normal ejercida por la vía.

- Aceleraciones tangencial y normal.

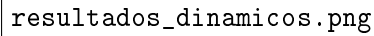
The image is a placeholder for a file named 'resultados\_dinamicos.png'. It consists of the text 'resultados\_dinamicos.png' in a monospaced font, positioned on the left side of a large, empty rectangular frame.

Figura 4: Evolución temporal de las principales magnitudes físicas.

Los valores máximos de aceleración y fuerza normal permiten evaluar la viabilidad del diseño desde el punto de vista de la seguridad.

## 6. Simulación y animación

La simulación se complementa con una animación del movimiento del vagón sobre la trayectoria, lo que permite una interpretación visual del comportamiento dinámico.

En el caso tridimensional, la animación pone de manifiesto la influencia de los giros y la torsión en la dinámica del sistema.

## 7. Conclusiones

Se ha desarrollado un modelo completo para el estudio dinámico de una montaña rusa en 2D y 3D. El uso de interpolación mediante B-splines permite definir trayectorias suaves y realistas.

La comparación de métodos numéricos muestra que los métodos implícitos, en particular Radau, ofrecen mayor estabilidad y mejor conservación de la energía.

El análisis de aceleraciones y fuerzas normales indica que el diseño inicial requiere ajustes para cumplir criterios de seguridad realistas.

## Anexo: Herramientas empleadas

- NumPy y SciPy para el cálculo numérico.
- Matplotlib para la visualización y animación.
- Interpolación mediante BSpline.