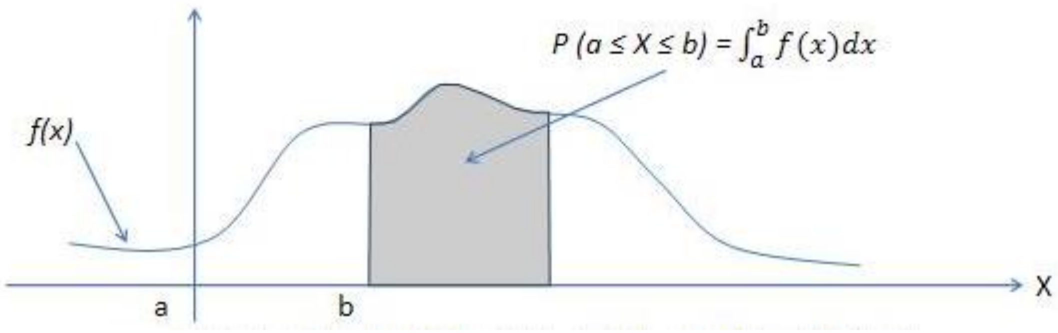
Conceptos estadísticos para portafolios de inversión

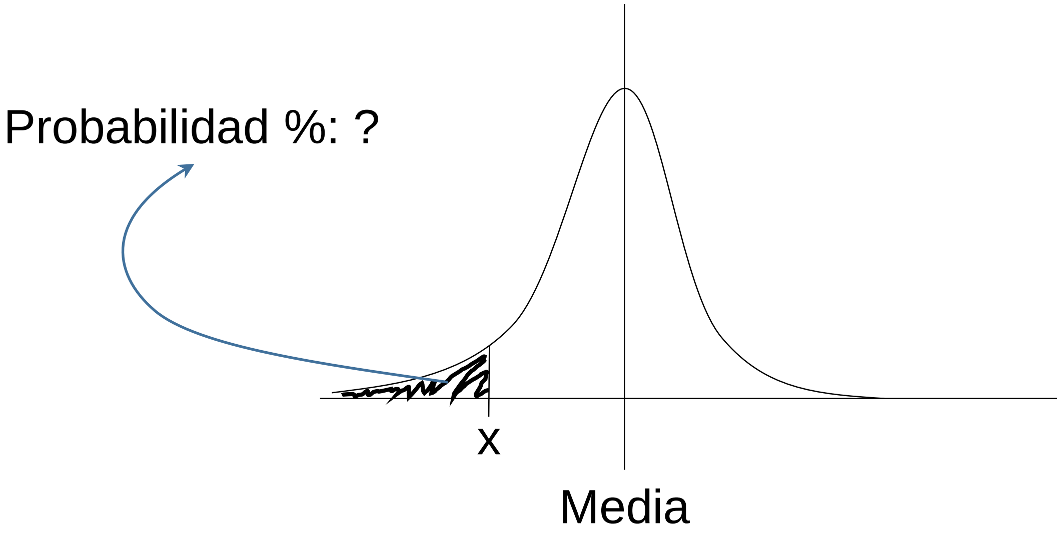
Profesor: Miguel Jiménez

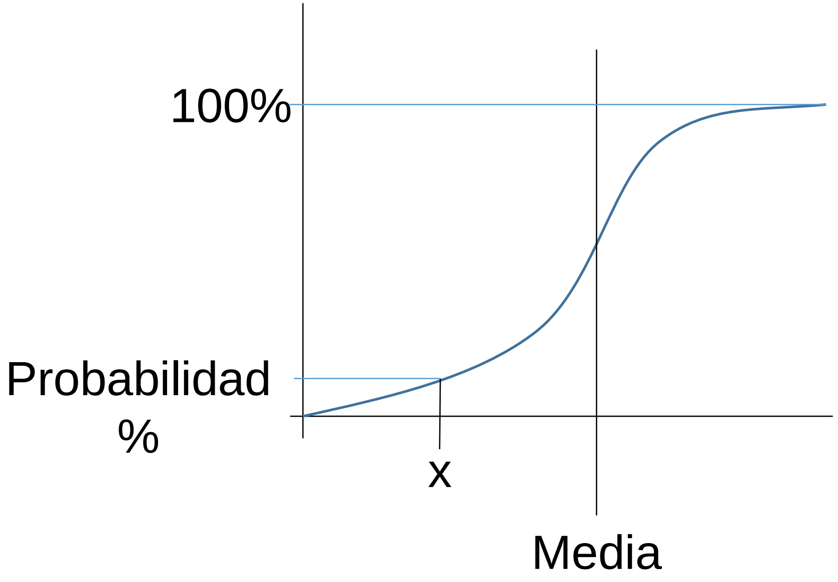
Distribuciones de probabilidad continua

- Una función de probabilidad continua no puede ser expresada en forma tabular.
- Una ecuación o fórmula es usada para describir una distribución de probabilidad continua llamada Función de Densidad de Probabilidad (FDP) o Función de Densidad: P(x)
- El área bajo la curva de la FDP es igual a 1.
- Función de Probabilidad Acumulativa (FDA): es una regla o ecuación que describe la suma de todas las probabilidades.



Distribuciones de probabilidad continua





Distribución normal (Gaussiana)

Variable distribuida normalmente:

Función de Densidad de Probabilidad

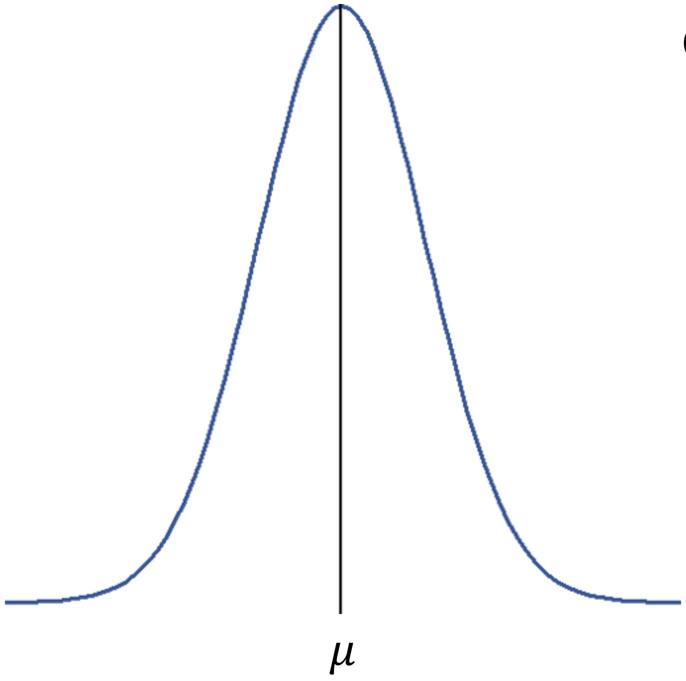
$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left[-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]}$$

Probabilidad entre los valores a y b:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b P(x)dx$$

Sesgo = 0

Curtosis = 3



Media = Moda = Mediana

Distribución normal (Gaussiana)

Valor esperado: $E[X]\mu$

Varianza: $VAR[X] = \sigma^2$

Dos variables distribuidas normalmente individualmente, la combinación lineal de las dos variables también se distribuye normalmente:

$$z \sim N(0, \sigma^2)$$

$$X_1 \sim N(\mu_1, \mu_1)\ y\ X_2 \sim N(\mu_2, \mu_2)$$

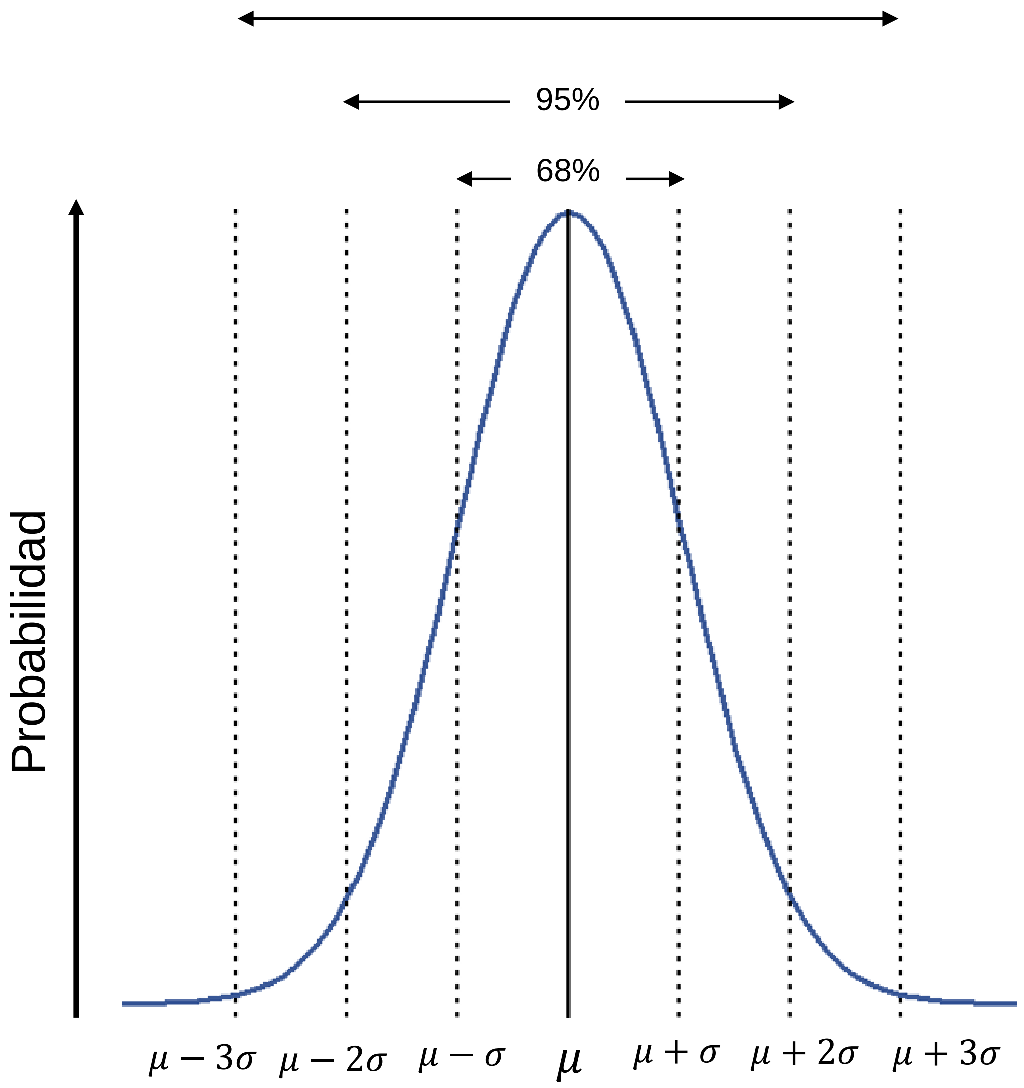
$$z \sim N(0,1)$$

$$X = aX_1 + bX_2 \sim Normal$$

Distribución normal (Gaussiana)

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$\mu \neq 0$



Distribución normal (Gaussiana)

La distribución normal está centrada alrededor de la media: μ

La variación o dispersión alrededor de la media se expresa en unidades de la desviación estándar: σ

En portafolios de inversión, la media es el rendimiento promedio y la desviación estándar se define como volatilidad.

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} R_i}{n}$$

EXCEL:

μ: **=PROMEDIO()**

Volatilidad histórica:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(R_i - \mu)^2}{n-1}}$$

EXCEL:

σ: **=DESVEST()**

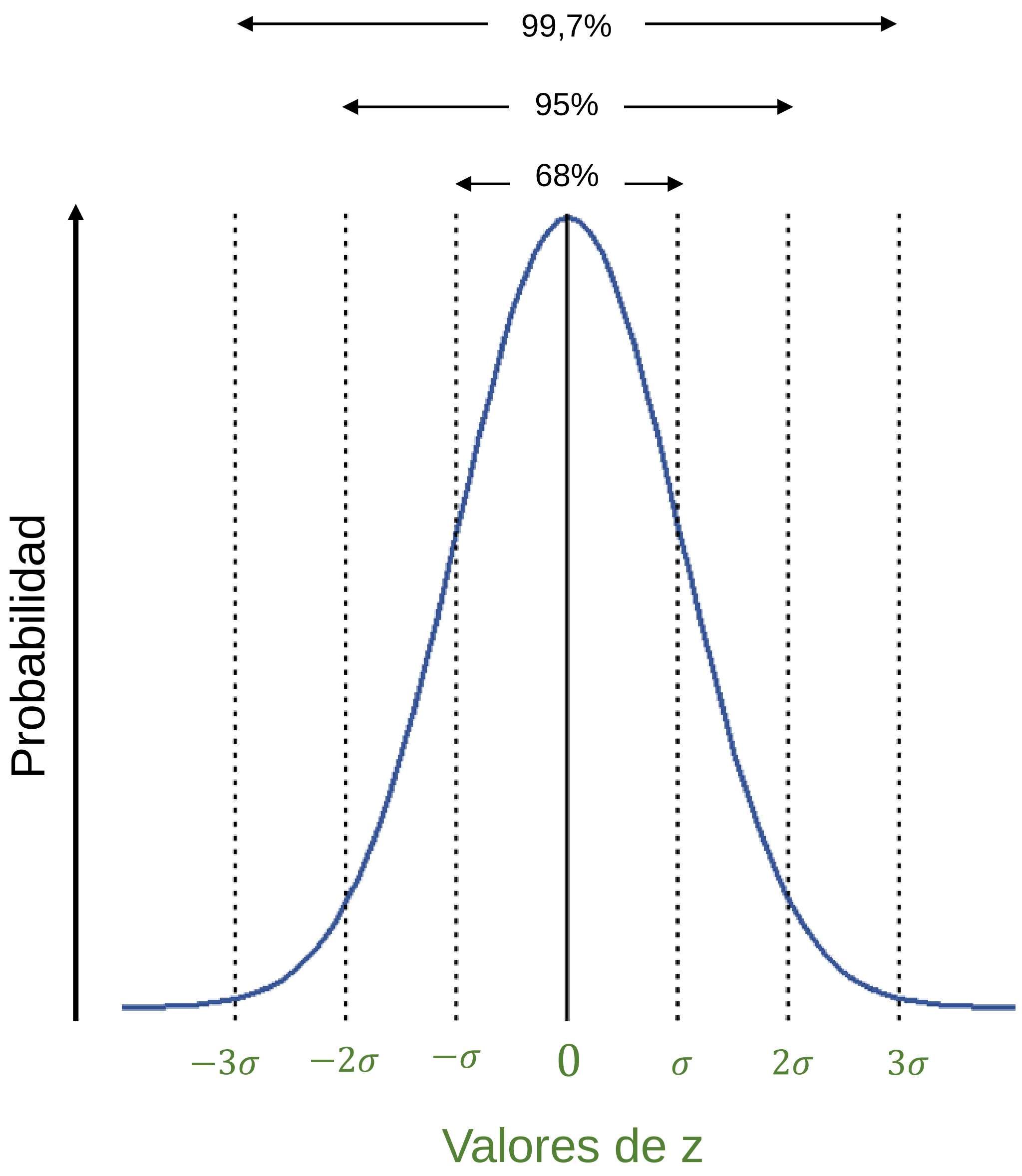
DESVEST.M()

Distribución Normal Estándar

$\mu = 0$

$\sigma = 1$

$z \sim N(0,1)$



Normalización de los datos (transformación):

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Distribución Normal Estándar

Dada una probabilidad, ¿cuál es el valor de z?

Probabilidad	90,0%	95,0%	97,5%	99,0%
z	1,282	1,645	1,960	2,326

Excel:

z = INV.NORM.ESTAND(probabilidad)

z = DISTR.NORM.ESTAND.INV(probabilidad)

Dado una valor de z, ¿cuál es la probabilidad?

Z	0	1,282	1,645	1,960
Probabilidad	50,0%	90,0%	95,0%	97,5%

Excel:

Probabilidad = DISTR.NORM.ESTAND(z)

Distribución Normal Estándar

Propiedades:

- La suma de las medias de todas las distribuciones normal independientes forman una distribución normal.
- La suma de las varianzas de todas las distribuciones normal independientes forman una distribución normal.

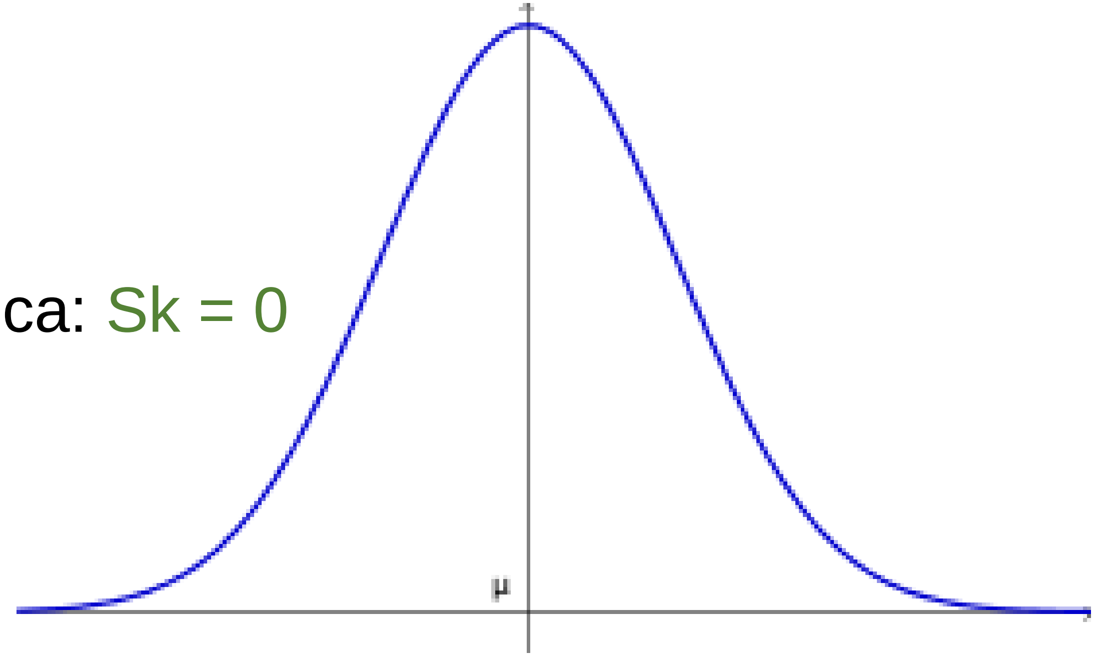
Asimetría estadística – sesgo (skewness)

$$Sk = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_1 - \mu)^3}{\sigma^3}$$

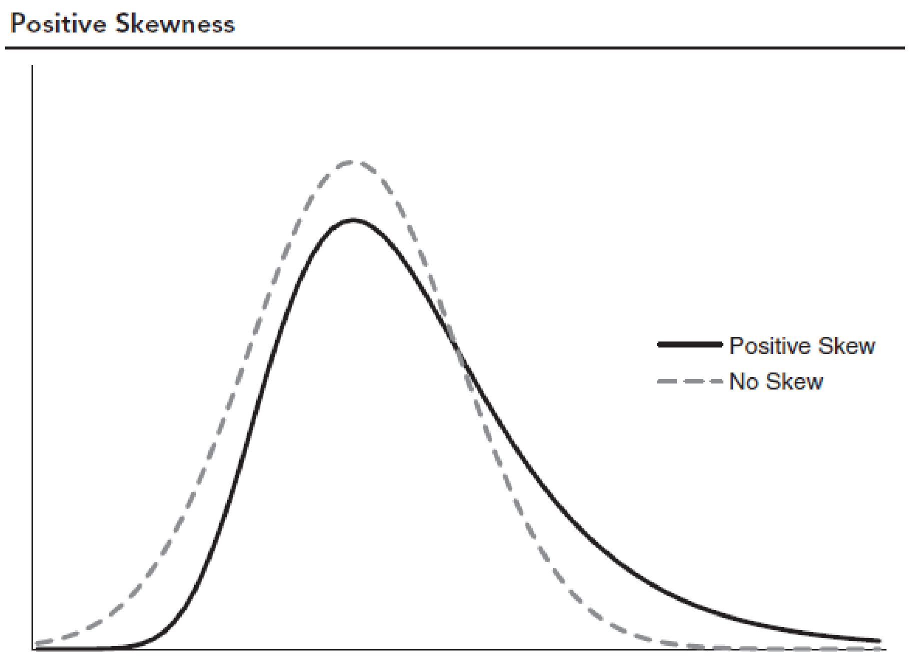
Positiva

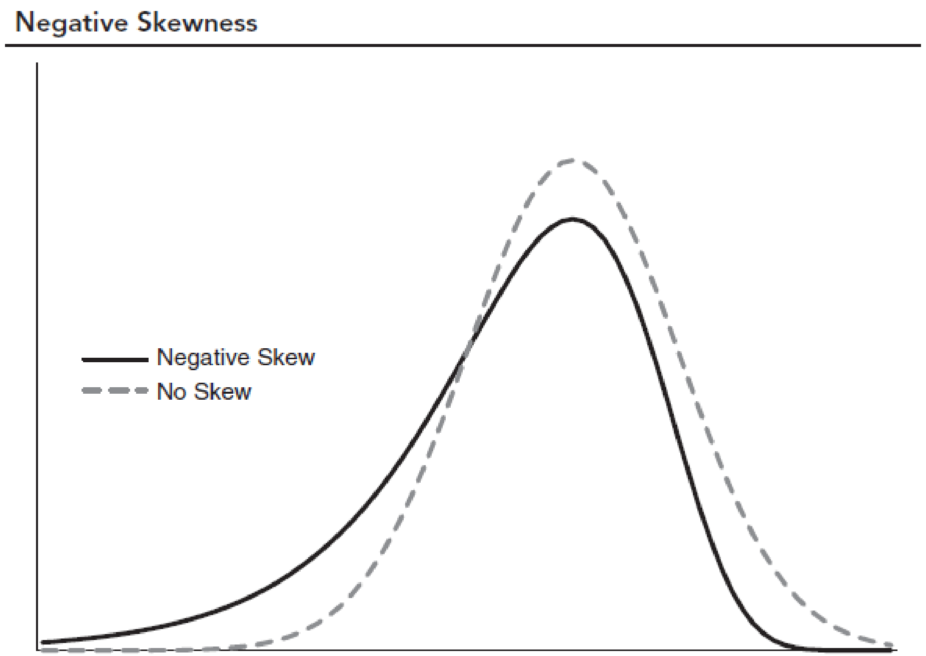
Negativa

Distribución simétrica: Sk = 0



Asimetría estadística – sesgo (skewness)





Sesgo negativo: Cola izquierda larga. Indica alta probabilidad de observar valores negativos grandes.

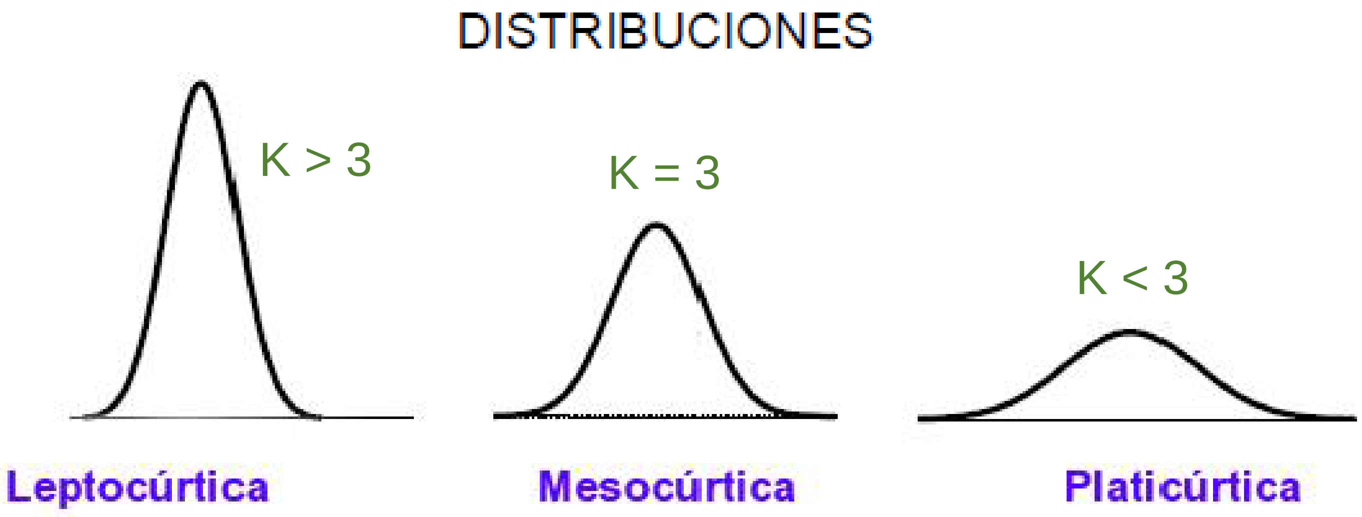
Sesgo positivo: Cola derecha larga. Si la distribución es de las rentabilidades existe una mayor probabilidad de pérdidas. Los valores negativos son más probables.

Curtosis (kurtosis)

Indicador que mide el nivel de levantamiento de la curva respecto a la horizontal

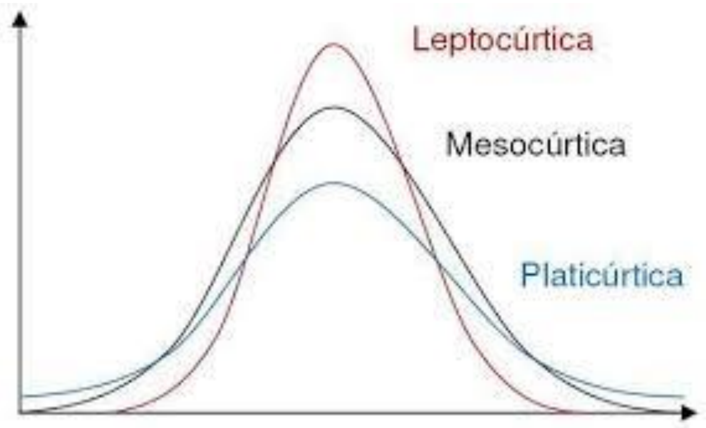
$$K = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_1 - \mu)^4}{\sigma^4}$$

Muchos valores observados en la cola genera una mayor ponderación y por lo tanto crea alta curtosis.

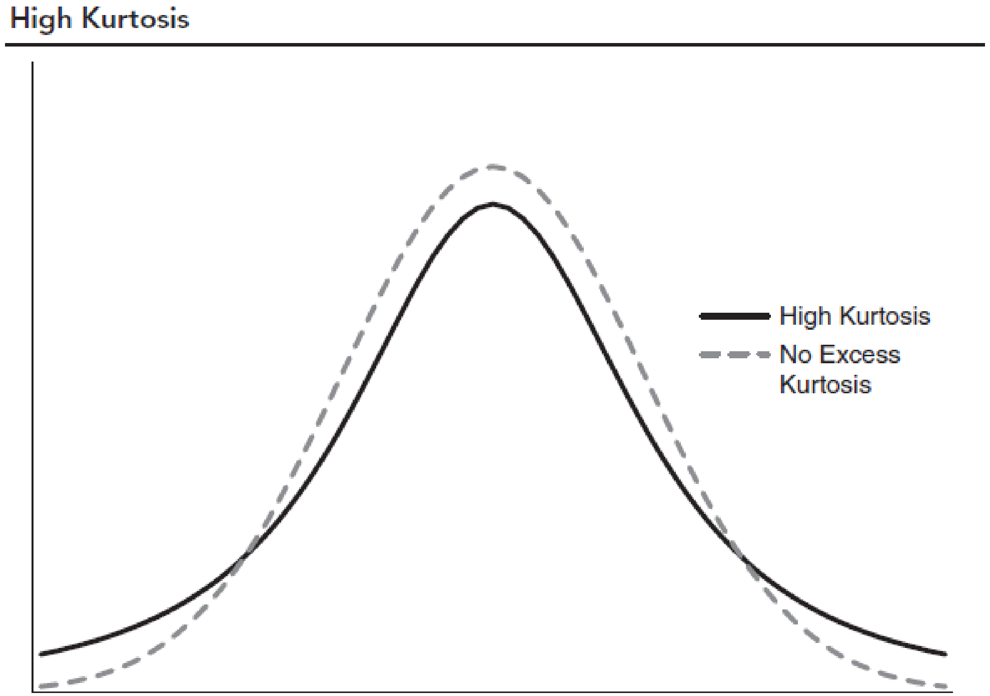


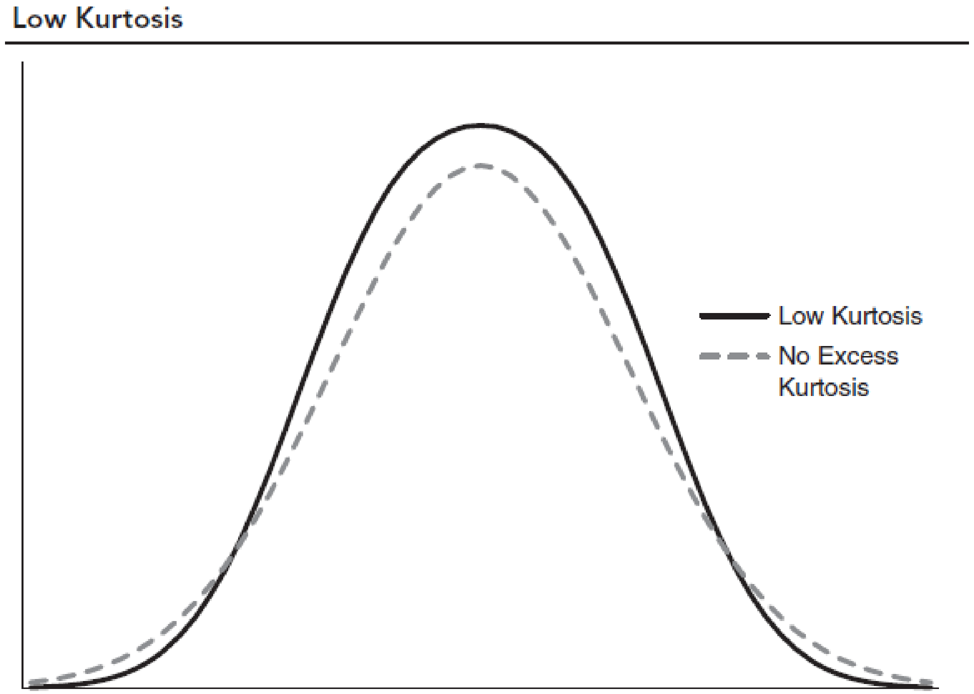
Alta curtosis: Alta o baja probabilidad de valores extremos.

Curtosis promedio = 3. Distribución simétrica.



Curtosis (kurtosis)





Covarianza y correlación

Es una medida de relación lineal entre dos variables aleatorios describiendo el movimiento conjunto entre éstas.

$$COV(R_i, R_j) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(R_i - \mu_i)(R_j - \mu_j)$$

Mide el grado de movimiento conjunto entre dos variables o la relación lineal entre ambas en un rango entre -1 y +1

$$Corr(R_i, R_j) = \rho_{ij} = \frac{COV(R_i, R_j)}{\sigma_i \sigma_j}$$

ρ_{ij}: Correlación entre los activos i y j.

$COV(R_i, R_j)$: Covarianza entre los activos i y j.

σ_i: Desviación estándar del activo i.

σ_j: Desviación estándar del activo j.

EXCEL:

Covarianza: **=COVARIANZA.M()**

Coeficiente de Correlación:

=COEF.DE.CORREL()

Correlación

El signo positivo en el coeficiente de correlación significa que las dos variables se mueven en la misma dirección, mientras más cercano a la unidad, mayor será el grado de dependencia mutua.

El signo negativo indica que las dos variables se mueven en sentidos opuestos.

Mientras más cercano a cero sea el coeficiente de correlación, mayor será el grado de independencia de las variables.

Acción de Ecopetrol

Fechas: 11 de noviembre de 2008 hasta 05 de octubre de 2018

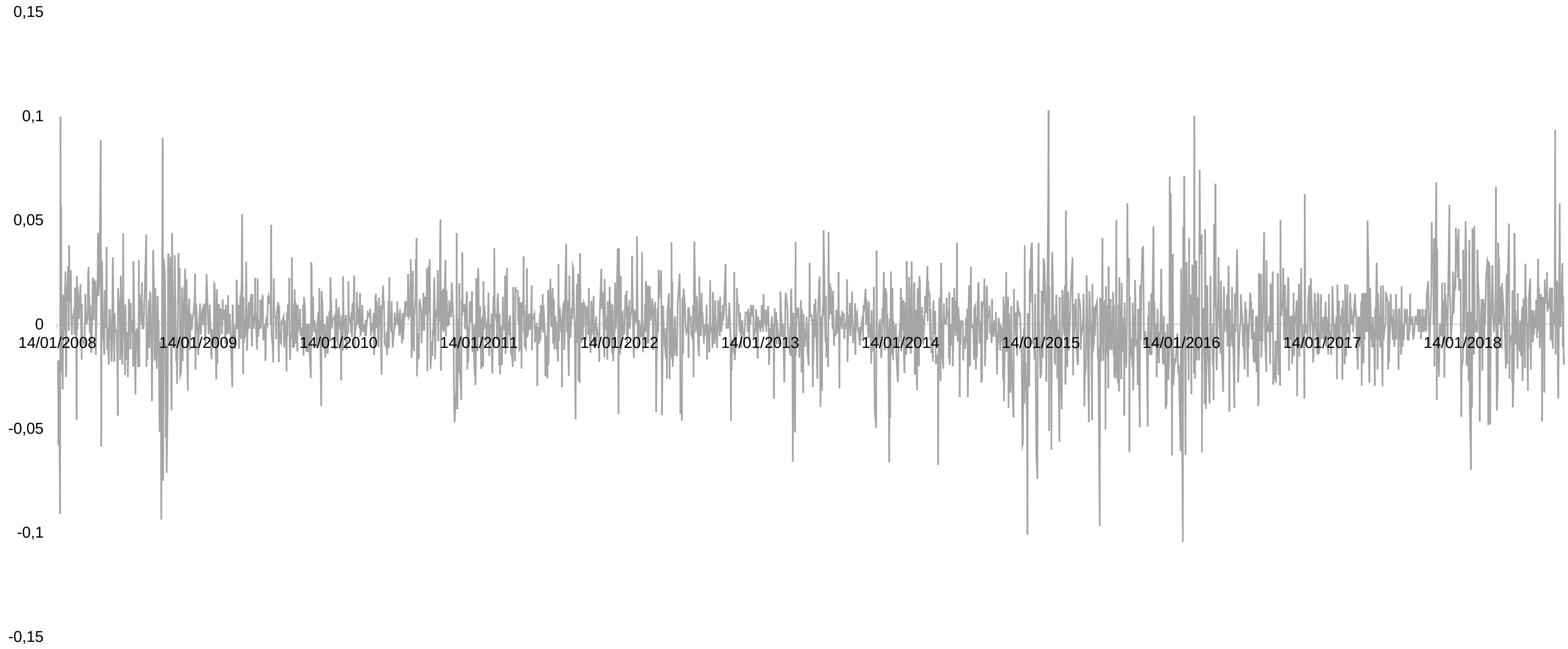
Frecuencia: diario

Total datos (n): 2619

Acción de Ecopetrol

$$Rentabilidad_t = Ln\left(\frac{R_t}{R_{t-1}}\right)$$ Rentabilidad continua

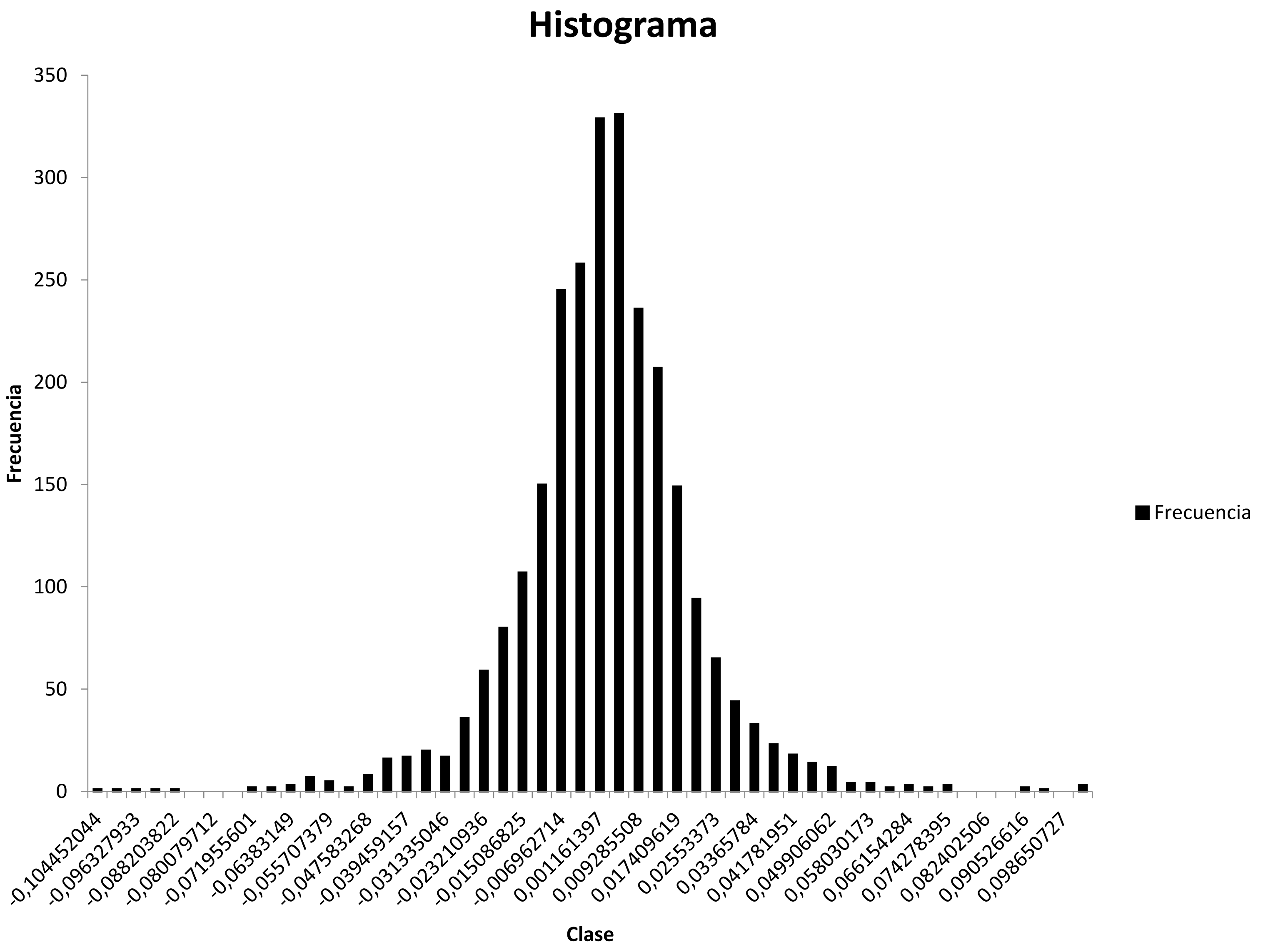
Total datos (n - 1): 2618



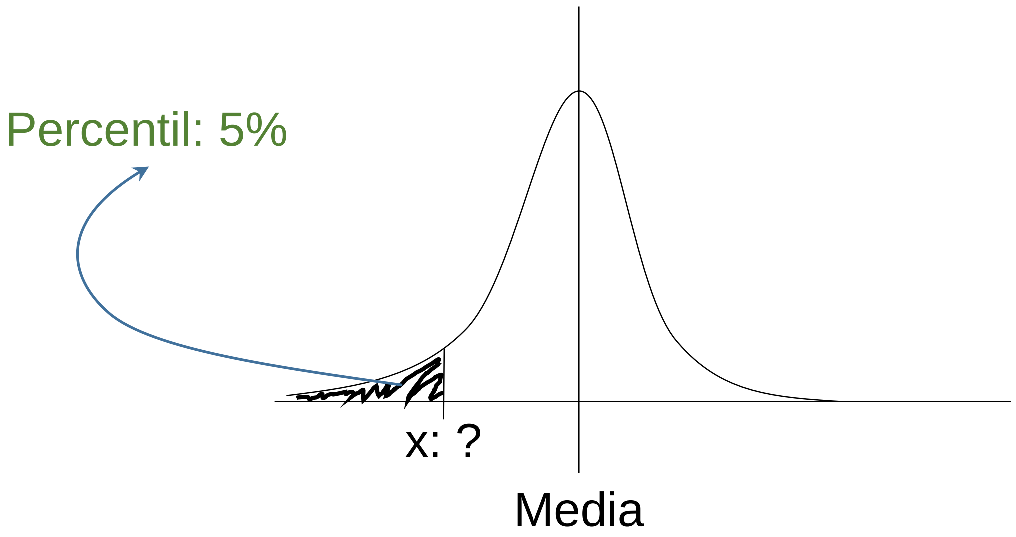
Acción de Ecopetrol

μ	0,000267148	**diaria**
σ	0,018452766	**diaria**

μ	0,0267148%	**diaria**
σ	1,8452766%	**diaria**



Percentiles



EXCEL:

Supuesto distribución normal: **=INV.NORM(%,μ,σ)**

Supuesto distribución normal estándar: **=INV.NORM.ESTAND(%)* σ**

Conceptos estadísticos para portafolios de inverisón

Gracias

Profesor: Miguel Jiménez