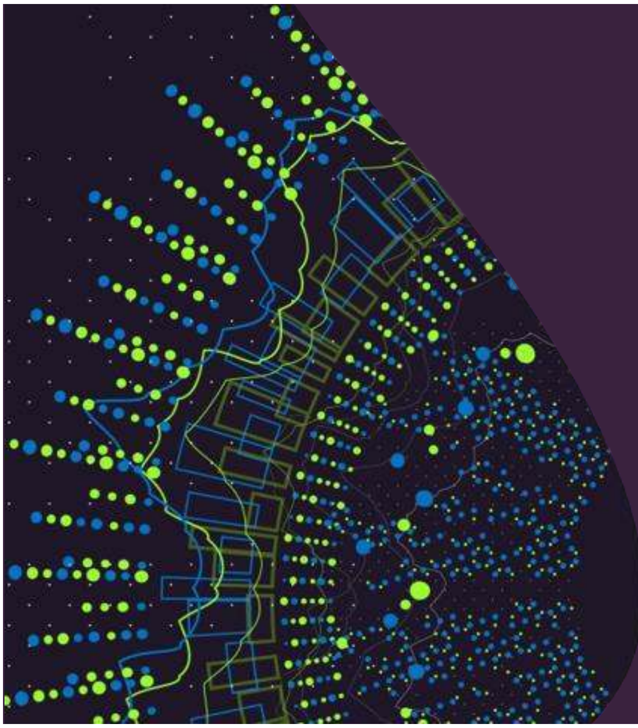


# Mecânica e Campo Eletromagnético

21 Dez 2021

Cap. 3 – Lei de Ampère

Fluxo do campo magnético

Lei geral da indução ou de Faraday

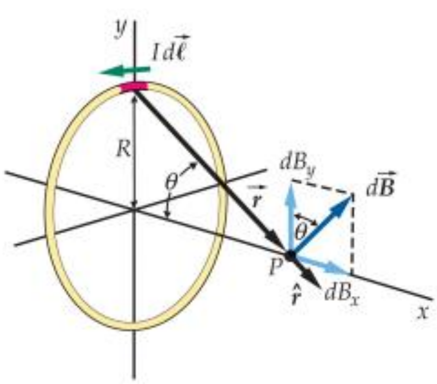
Isabel Malaquias
imalaquias@ua.pt
Gab. 13.3.16

1

1

## CAMPO MAGNÉTICO

CAMPO DEVIDO A UMA ESPIRA DE CORRENTE




campo magnético ao longo do eixo da espira

**Lei de Biot-Savart**

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\,x\,\hat{r}}{r^2} \qquad r^2 = R^2 + x^2$$

$$d\vec{l} \perp \hat{r} \Longrightarrow \left|d\vec{l}\,x\,\hat{r}\right| = \mathrm{dl}$$

$$\left|d\vec{B}\right| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathrm{I\,dl}}{R^2 + x^2}$$

Todas as componentes em torno de **y** anulam-se

$$\mathrm{dB_x} = \mathrm{dB\ sen}\ \theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathrm{I\,dl}}{R^2 + x^2}\frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$\mathrm{B_x} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\,R\,dl}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \qquad \oint dl = 2\,\pi R$$

$$\boxed{\mathrm{B_x} = \frac{\mu_0}{4\,\pi}\frac{2\,\pi\,I\,R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}}$$

No **CENTRO DA ESPIRA**, tem-se

$$\boxed{\mathrm{B_x} = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{R}}$$



2

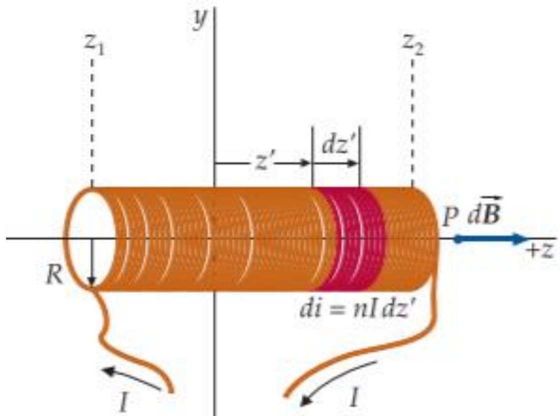
## CAMPO MAGNÉTICO

$$Bz = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\,\pi\, I\, R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

Campo magnético para um anel de corrente

$$\mathbf{n} = \frac{\textbf{N espiras}}{\text{comprimento } \mathbf{L}}$$

Cada elemento **dz'** é tratado como um anel de corrente **di = n I dz'**




densidade de corrente solenoidal, J

L >> R

$$\boxed{B_z = \mu_0 \frac{\mathbf{N}\,\mathrm{I}}{\mathbf{L}} = \mu_0\, \mathbf{n}\, \mathrm{I}}$$

no **CENTRO** do solenóide

$$\boxed{B_z = \mu_0 \frac{\mathbf{N}\,\mathrm{I}}{2\,\mathbf{L}} = \mu_0 \frac{\mathbf{n}\mathrm{I}}{2}}$$

numa **EXTREMIDADE** do solenóide

**SOLENÓIDE ~ conjunto de anéis circulares de corrente justapostos**, transportando a mesma corrente



## LEI DE AMPÈRE

Se tivermos um fio atravessado por uma corrente I, as linhas de campo magnético são circulares e concêntricas com o fio. O campo magnético é dado, usando a lei de Biot-Savart, por

$$B\, \boxed{2\pi R} = \mu_0 \mathrm{I}$$

comprimento do caminho circular à volta do fio

A LEI DE AMPÈRE vai permitir generalizar este resultado para qualquer tipo de caminho ou de fio (não depende do caminho)

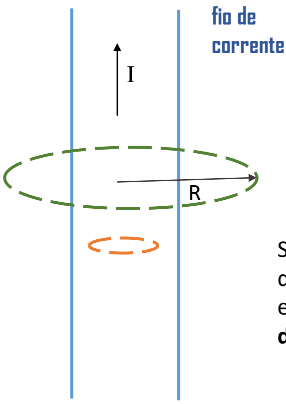
$$\boxed{\oint \vec{B}.\mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \mathrm{I}} \longleftrightarrow$$

$$\oint \vec{B}.\mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J}.\mathrm{d}\vec{S}$$

integral de linha sobre uma superfície aberta

se $\mathrm{I} = 0$ , $\oint \vec{B}.\,\mathrm{d}\vec{l} = 0$

## LEI DE AMPÈRE




$B\, 2\, \boxed{\pi R} = \mu_0 I$

comprimento do caminho circular à volta do fio

Se o percurso escolhido for dentro do condutor (laranja), **com r < $R_{fio}$,** então falaremos de uma **densidade de corrente, J,**

$J = \dfrac{I}{\pi\, R_{fio}{}^2}$ $\qquad B\, 2\, \pi r = \mu_0 \boxed{\dfrac{I}{\pi\, R_{fio}{}^2}}\pi\, r^2$

A LEI DE AMPÈRE vai permitir generalizar este resultado para qualquer tipo de caminho ou de fio (<u>não depende</u> do caminho)

$$\boxed{\oint \vec{B}.\mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \mathrm{I}}$$

Tem-se, então, que

$$\oint \vec{B}.\mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J}.\mathrm{d}\vec{S}$$

integral de linha sobre uma superfície aberta





## LEI DE AMPÈRE

$$\boxed{\oint \vec{B}.\,\mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \mathrm{I}}$$

Pelo **TEOREMA DE STOKES**, sabemos que:

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \int_S rot\vec{A}.d\vec{S}$$

pelo que podemos escrever que

$$\oint \vec{B}.\,\mathrm{d}\vec{l} = \int_S rot\vec{B}.d\vec{S} = \mu_0 \mathrm{I}$$

$\Longleftrightarrow$ $\boxed{\int \vec{\nabla} \times \vec{B}.\, d\vec{S} = \oint \vec{B}.\, d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J}.\, d\vec{S}}$

Exemplos de aplicação da lei de Ampère:

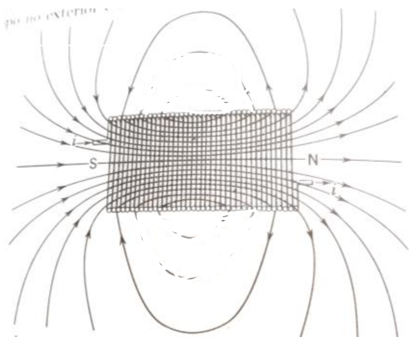
- Fios infinitos atravessados por uma corrente
- Planos infinitos com espessura b e densidade de corrente J
- Solenóide infinito
- Toróide

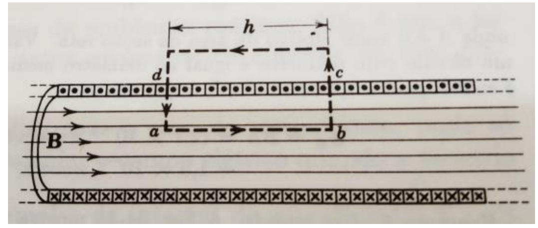
$\Longleftrightarrow$ $\dfrac{1}{dS}\displaystyle\int_S rot\vec{B}.d\vec{S} = \mu_0 \dfrac{I}{dS}$

$$\boxed{rot\,\vec{B} = \mu_0 \vec{J}}$$

## LEI DE AMPÈRE

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$




percurso *abcd* do solenóide

Fora do solenóide, experimentalmente, $\vec{B} = 0$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \underbrace{\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{Bh} + \underbrace{\int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{\vec{B} \perp d\vec{l}} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} + \underbrace{\int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l}}_{\vec{B} \perp d\vec{l}}$$

n = nº espiras por unidade de comprimento

**$I = I_0 (n\,h)$**

**A corrente total I** que atravessa a área limitada pelo percurso de integração **não é igual à corrente $I_0$** que percorre o solenóide, pois esta área é atravessada por mais de uma espira

$Bh = \mu_0 \; I_0 (n\,h)$ $\Rightarrow$ $\boxed{B = \mu_0 \, n \, I}$



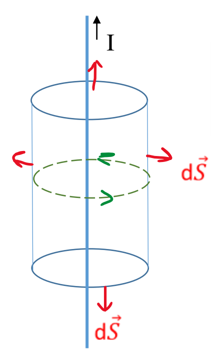
7

## FLUXO DO CAMPO MAGNÉTICO

$$\emptyset = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

O fluxo do campo magnético pode ocorrer através de uma superfície aberta ou de uma superfície fechada

Através de uma SUPERFÍCIE FECHADA, por exemplo, de um cilindro




$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} =$$
$$\int_{S1} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{S2} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{S3} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\emptyset = 0$$

**O vector $\vec{B}$ tem rotacional mas não diverge**

**O integral do vetor campo magnético através de uma qualquer superfície fechada, atravessada ou não por uma corrente, é sempre zero.**



8

## FLUXO DO CAMPO MAGNÉTICO

**Divergência do campo magnético**

Acabamos de ver que

$$\int_S \vec{B}.d\vec{S} = 0$$

Pelo TEOREMA DE GAUSS, vimos atrás que

$$\int_S \vec{A}.d\vec{S} = \int_V div\vec{A}\, dV$$

Poderemos então escrev
que

$$\int_S \vec{B}.d\vec{S} = 0 = \int_V div\vec{B}\,($$

$$\leftrightarrow \quad \int_V div\vec{B}\, dV = 0$$

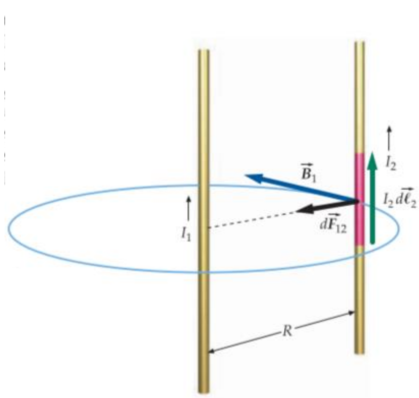
$$\leftrightarrow \quad \boxed{\text{div } \vec{B} = 0}$$

**O vector $\vec{B}$ tem rotacional mas não diverge**





## Força magnética entre fios de corrente




Há uma força igual e oposta exercida pela corrente $I_2$ sobre $I_1$.

$$dF_{12} = |I_2| \overrightarrow{dl_2} \times \overrightarrow{B_1}$$

$$dF_{12} = I_2\, dl_2 B_1$$

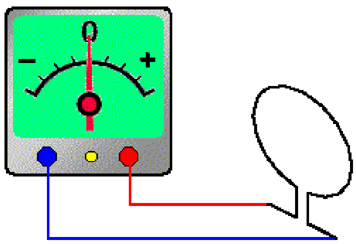
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{R}$$

$$\boxed{dF_{12} = I_2\, dl_2 \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{R}}$$

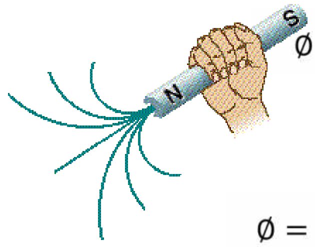
$$\frac{dF_{12}}{dl_2} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{R} I_2$$

**Força por unidade de comprimento**

## LEI DE FARADAY DA INDUÇÃO ELECTROMAGNÉTICA




[Lenz.gif (491×267) (ensinoadistancia.pro.br)](ensinoadistancia.pro.br)




$$\emptyset = \int_S \vec{B}.\,d\vec{S}$$

através de uma **superfície aberta**

$$\emptyset = \int_S |\vec{B}||d\vec{S}|\cos(\vec{B}, d\vec{S})$$

as variações do fluxo no tempo podem ser de três ordens:

B(t)

S(t)

ângulo entre $\vec{B}$ e $d\vec{S}$

f.e.m. induzida, $\boxed{\epsilon = -\frac{d\emptyset}{dt}}$

f.e.m. = força electromotriz (diferença de potencial)





## LEI DE FARADAY DA INDUÇÃO ELECTROMAGNÉTICA

- a f.e.m. instantânea induzida num circuito é directamente proporcional à taxa de variação temporal do fluxo magnético através do circuito
- se o circuito for constituído por **N espiras**, todas com a mesma área, e se $\phi_B$ for o fluxo através de cada espira, é induzida uma f.e.m. em cada uma e a **lei de Faraday** é dada por

$$\epsilon = -N\frac{d\emptyset}{dt}$$

**CONVENÇÃO DE SINAIS**

- a f.e.m. e as correntes são positivas se forem contrárias ao sentido do movimento dos ponteiros do relógio
- O fluxo é positivo, se apontar no sentido do observador

USAR A REGRA DA MÃO DIREITA OU DO SACA-ROLHAS