

Questão 1:

a)

$$\frac{y^2}{2} - 3 = y + 1$$

$$y^2 - 2y - 8 = 0$$

$$y = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(-8)}}{2} = 1 \pm 3$$

$$y = -2 \vee y = 4$$

$$x = -2 + 1 = -1 \quad x = 4 + 1 = 5$$

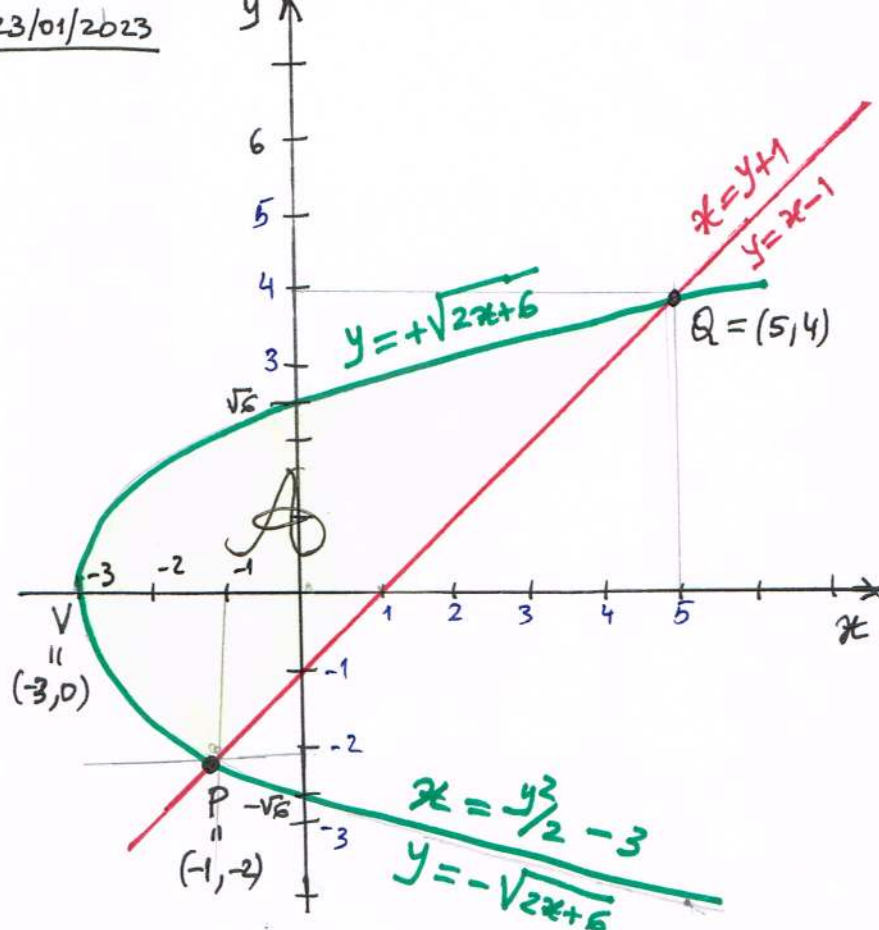
$$P = (-1, -2) ; Q = (5, 4)$$

b) Vértice da parábola:

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{y^2}{2} - 3 \right) = y = 0$$

$$x = \frac{0^2}{2} - 3 = -3$$

$$V = (-3, 0)$$



A região A está colorida a amarelo.

c) 1.ª Resolução:

Para obter o valor da área integrando em ordem a y , descrevemos a região a partir da variável y : y vai de -2 a 4 e os x correspondentes vão de x tal que $x = \frac{y^2}{2} - 3$ a x tal que $x = y + 1$. O seguinte integral dá o valor da área:

$$\text{Área}(A) = \int_{-2}^4 (y+1) - \left(\frac{y^2}{2} - 3 \right) dy$$

$$= \int_{-2}^4 -\frac{y^2}{2} + y + 4 dy$$

$$= \left[-\frac{y^3}{6} + \frac{y^2}{2} + 4y \right]_{-2}^4$$

$$= \left[-\frac{y^3}{6} \right]_{-2}^4 + \left[\frac{y^2}{2} \right]_{-2}^4 + \left[4y \right]_{-2}^4$$

$$= -12 + 6 + 24$$

$$= 18 //$$

c) Resolução alternativa

Descrevemos a região na variável x :

• Se $x \in [-3, -1]$ então

$$-\sqrt{2x+6} \leq y \leq \sqrt{2x+6}$$

• Se $x \in [-1, 5]$ então

$$x-1 \leq y \leq \sqrt{2x+6}$$

$$\text{Área}(A) = \int_{-3}^{-1} \sqrt{2x+6} - (-\sqrt{2x+6}) dx +$$

$$+ \int_{-1}^5 \sqrt{2x+6} - (x-1) dx$$

$$= \left[\frac{2}{3} (2x+6)^{3/2} \right]_{-3}^{-1} + \left[\frac{1}{3} (2x+6)^{3/2} - \frac{x^2}{2} + x \right]_{-1}^5$$

$$= \frac{16}{3} + \frac{56}{3} - 12 + 6$$

$$= 18 //$$