Nome:

N.º mec.:

Classificação (espaço reservado ao professor):

E\C	0	1	2	3
0	0	7	14	20
1	0	4	10	
2	0	0		
3	0			

Declaro que desisto:

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Cálculo I - agr. 4 **2021/22**

1.º miniteste: *turma TP4-9; versão A* Duração: 0h15

- Desenha uma circunferência à volta da opção A, B ou C que consideres correta em cada uma das três questões abaixo.
- Relativamente a cada uma dessas questões, a cotação preliminar a atribuir será a seguinte: 10 pontos se a tua escolha de opção estiver correta; 0 pontos se não escolheres nenhuma opção ou se escolheres mais do que uma; -5 pontos se a tua escolha de opção estiver errada. Designando por S a soma aritmética das cotações preliminares obtidas nas três questões, a nota na escala de 0 a 20 valores que terás neste miniteste será dada pela expressão $\lceil \frac{2}{3} \max\{S, 0\} \rceil$ (em resumo, será a nota no quadro no espaço acima reservado ao professor que resulta do cruzamento do n.º de respostas certas C com o n.º de respostas erradas E).

---

1. Escolhe a função $u(x)$ que mais diretamente (isto é, com menos contas ou com contas mais simples) permite primitivar quase imediatamente a função $x^2 \sqrt[6]{1-2x^3}$:

   A. x^2.
   B. $\sqrt[6]{1-2x^3}$.
   C. $1-2x^3$.

2. Se na primitivação quase imediata de $e^{\sin(x)} \cos(x)$ escolhermos para $u(x)$ a função $\sin(x)$, a igualdade correta é

   A. $\displaystyle\int e^{\sin(x)} \cos(x)\, dx = \int e^u \cos x\, du$.
   B. $\displaystyle\int e^{\sin(x)} \cos(x)\, dx = \int e^u\, du$.
   C. $\displaystyle\int e^{\sin(x)} \cos(x)\, dx = \int e^u u\, du$.

3. Se numa primitivação quase imediata usarmos $u(x) = \ln x$ e daí resultar $\displaystyle\frac{1}{2}\int u^2\, du$, em intervalos a expressão geral das primitivas da função dada é

   A. $\frac{1}{6}u^2 + C$.
   B. $\frac{1}{6}(\ln x)^3 + C$.
   C. $\frac{1}{3}(\ln x)^3 + C$.

②

Nome:

N.º mec.:

Declaro que desisto:

Classificação (espaço reservado ao professor):

E\C	0	1	2	3
0	0	7	14	20
1	0	4	10	
2	0	0		
3	0			

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Cálculo I - agr. 4 **2021/22**

1.º miniteste: *turma TP4-9; versão B* Duração: 0h15

- Desenha uma circunferência à volta da opção A, B ou C que consideres correta em cada uma das três questões abaixo.
- Relativamente a cada uma dessas questões, a cotação preliminar a atribuir será a seguinte: 10 pontos se a tua escolha de opção estiver correta; 0 pontos se não escolheres nenhuma opção ou se escolheres mais do que uma; -5 pontos se a tua escolha de opção estiver errada. Designando por S a soma aritmética das cotações preliminares obtidas nas três questões, a nota na escala de 0 a 20 valores que terás neste miniteste será dada pela expressão $\lceil \frac{2}{3} \max\{S, 0\} \rceil$ (em resumo, será a nota no quadro no espaço acima reservado ao professor que resulta do cruzamento do n.º de respostas certas C com o n.º de respostas erradas E).

---

1. Escolhe a função $u(x)$ que mais diretamente (isto é, com menos contas ou com contas mais simples) permite primitivar quase imediatamente a função $\dfrac{x}{1+x^4}$:

   A. x^2.

   B. $1+x^4$.

   C. x.

2. Se na primitivação quase imediata de $\dfrac{\sqrt{1+\ln(x)}}{x}$ escolhermos para $u(x)$ a função $1+\ln(x)$, a igualdade correta é

   A. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{1+\ln(x)}}{x}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{\sqrt{u}}{u}\,du.$

   B. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{1+\ln(x)}}{x}\,dx = \int \frac{\sqrt{u}}{x}\,du.$

   C. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{1+\ln(x)}}{x}\,dx = \int \sqrt{u}\,du.$

3. Se numa primitivação quase imediata usarmos $u(x) = \cos(x)$ e daí resultar $\dfrac{1}{2}\displaystyle\int u\,du$, em intervalos a expressão geral das primitivas da função dada é

   A. $\dfrac{1}{2}u^2 + C.$

   B. $\dfrac{1}{4}(\cos(x))^2 + C.$

   C. $\dfrac{1}{2}(\cos(x))^2 + C.$

3

Nome:

N.º mec.:

Declaro que desisto:

Classificação (espaço reservado ao professor):

E\C	0	1	2	3
0	0	7	14	20
1	0	4	10	
2	0	0		
3	0			

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Cálculo I - agr. 4 **2021/22**

1.º miniteste: *turma TP4-9; versão C* Duração: 0h15

- Desenha uma circunferência à volta da opção A, B ou C que consideres correta em cada uma das três questões abaixo.
- Relativamente a cada uma dessas questões, a cotação preliminar a atribuir será a seguinte: 10 pontos se a tua escolha de opção estiver correta; 0 pontos se não escolheres nenhuma opção ou se escolheres mais do que uma; -5 pontos se a tua escolha de opção estiver errada. Designando por S a soma aritmética das cotações preliminares obtidas nas três questões, a nota na escala de 0 a 20 valores que terás neste miniteste será dada pela expressão $\lceil \frac{2}{3} \max\{S, 0\} \rceil$ (em resumo, será a nota no quadro no espaço acima reservado ao professor que resulta do cruzamento do n.º de respostas certas C com o n.º de respostas erradas E).

---

1. Escolhe a função $u(x)$ que mais diretamente (isto é, com menos contas ou com contas mais simples) permite primitivar quase imediatamente a função $\dfrac{1}{1+4x^2}$:

   A. $\dfrac{1}{1+4x^2}$.

   B. $1+4x^2$.

   C. $2x$.

2. Se na primitivação quase imediata de $\sqrt{1+4\sin(x)}\,\cos(x)$ escolhermos para $u(x)$ a função $1+4\sin(x)$, a igualdade correta é

   A. $\displaystyle\int \sqrt{1+4\sin(x)}\,\cos(x)\,dx = \frac{1}{4}\int \sqrt{u}\cos x\,du.$

   B. $\displaystyle\int \sqrt{1+4\sin(x)}\,\cos(x)\,dx = \frac{1}{4}\int \sqrt{u}\,du.$

   C. $\displaystyle\int \sqrt{1+4\sin(x)}\,\cos(x)\,dx = \int \sqrt{u(1-u^2)}\,du.$

3. Se numa primitivação quase imediata usarmos $u(x) = \operatorname{tg}(x)$ e daí resultar $\displaystyle\frac{1}{2}\int \frac{1}{u}\,du$, em intervalos a expressão geral das primitivas da função dada é

   A. $\dfrac{1}{2}\ln|\operatorname{tg}(x)| + C$.

   B. $\dfrac{1}{4}\ln|u| + C$.

   C. $\dfrac{1}{4}\ln|\operatorname{tg}(x)| + C$.

Nome:

N.º mec.:

Classificação (espaço reservado ao professor):

E\C	0	1	2	3
0	0	7	14	20
1	0	4	10	
2	0	0		
3	0			

Declaro que desisto:

Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Cálculo I - agr. 4 **2021/22**

1.º miniteste: *turma TP4-9; versão D* Duração: 0h15

- Desenha uma circunferência à volta da opção A, B ou C que consideres correta em cada uma das três questões abaixo.
- Relativamente a cada uma dessas questões, a cotação preliminar a atribuir será a seguinte: 10 pontos se a tua escolha de opção estiver correta; 0 pontos se não escolheres nenhuma opção ou se escolheres mais do que uma; -5 pontos se a tua escolha de opção estiver errada. Designando por S a soma aritmética das cotações preliminares obtidas nas três questões, a nota na escala de 0 a 20 valores que terás neste miniteste será dada pela expressão $\lceil \frac{2}{3} \max\{S, 0\} \rceil$ (em resumo, será a nota no quadro no espaço acima reservado ao professor que resulta do cruzamento do n.º de respostas certas C com o n.º de respostas erradas E).

---

1. Escolhe a função $u(x)$ que mais diretamente (isto é, com menos contas ou com contas mais simples) permite primitivar quase imediatamente a função $\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$:

   A. $\sqrt{x}$.

   B. $e^{\sqrt{x}}$.

   C. $\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$.

2. Se na primitivação quase imediata de $\dfrac{\cos(x)\sin(x)}{\cos(2x)}$ escolhermos para $u(x)$ a função $\cos(2x)$, a igualdade correta é

   A. $\displaystyle\int \frac{\cos(x)\sin(x)}{\cos(2x)}\,dx = \frac{1}{4}\int \frac{\cos x}{u}\,du.$

   B. $\displaystyle\int \frac{\cos(x)\sin(x)}{\cos(2x)}\,dx = -\frac{1}{4}\int \frac{1}{u}\,du.$

   C. $\displaystyle\int \frac{\cos(x)\sin(x)}{\cos(2x)}\,dx = -\frac{1}{2}\int \frac{1}{u}\,du.$

3. Se numa primitivação quase imediata usarmos $u(x) = e^x$ e daí resultar $\displaystyle\frac{1}{2}\int u\,du$, em intervalos a expressão geral das primitivas da função dada é

   A. $\frac{1}{4}e^{2x} + C.$

   B. $\frac{1}{2}u^2 + C.$

   C. $\frac{1}{2}e^{2x} + C.$

$\boxed{\text{1º Miniteste TP4 – 9} \qquad \text{versão (A)}}$

(4)

(1) (C)

$$\int x^2 \sqrt[6]{1-2x^3}\,dx$$

$$= -\frac{1}{6}\int (1-2x^3)^{1/6}\,(-6x^2)\,dx$$

$$= -\frac{1}{6}\int (1-2x^3)^{1/6}\,d(1-2x^3)$$

$f(x) = \sqrt[6]{x} = x^{1/6}$

$\boxed{u(x) = 1-2x^3}$

$$= -\frac{1}{6}\int u^{1/6}\,du$$

$$= -\frac{1}{6}\,u^{7/6} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

$$= -\frac{1}{6}\,(1-2x^3)^{7/2} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

(2) (B)

$$\int e^{\sin x}\,\underbrace{\cos x}_{(\sin x)'}\,dx \qquad u(x) = \sin(x)$$

$$= \int e^{\sin x}\,d(\sin x)$$

$$= \int e^u\,du = e^u + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

$$= e^{\sin x} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

3

c

$$\frac{1}{2}\int u^2\,du = \frac{1}{2}\,\frac{u^3}{3} + c, \quad c\in\mathbb{R}$$

$$= \frac{u^3}{6} + c, \quad c\in\mathbb{R}$$

$u(x) = \ln x$

$$= \frac{(\ln x)^3}{6} + c, \quad c\in\mathbb{R}$$

$\boxed{\text{1.º Miniteste 2021/22 TP4-9 versão B}}$

1

A

$$\int \frac{x}{1+x^4}\,dx = \int \frac{1}{1+x^4}\cdot x\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{1+(x^2)^2}\cdot \underbrace{2x}_{(x^2)'}\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{1+(x^2)^2}\,d(x^2)$$

$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

$\boxed{u(x) = x^2}$

$f(u) = \frac{1}{1+u^2}$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{1+u^2}\,du$$

$$= \frac{1}{2}\arctan u + c, \quad c\in\mathbb{R}$$

$$= \frac{1}{2}\arctan(x^2) + c, \quad c\in\mathbb{R}$$

5

(2) (C) $\displaystyle\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}\,dx \qquad u(x) = 1+\ln x$

$$= \int (1+\ln x)^{1/2} \cdot \underbrace{\frac{1}{x}}_{(1+\ln x)'}\,dx$$

$$= \int (1+\ln x)^{1/2}\, d(1+\ln x)$$

$$= \int u^{1/2}\,du = \frac{u^{3/2}}{3/2} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

$$= \frac{2}{3}(1+\ln x)^{3/2} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

(3) (B) $$\frac{1}{2}\int u\,du = \frac{1}{2}\,\frac{u^2}{2} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

$$= \frac{u^2}{4} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

$u(x) = \cos(x)$

$$= \frac{\cos^2(x)}{4} + C, \quad C \in \mathbb{R}$$

1º Minitestes 2021/22 TP4-9 versão (C)

(1) (C) $$\int \frac{1}{1+4x^2}\,dx = \int \frac{1}{1+(2x)^2}\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{1+(2x)^2} \cdot \underbrace{2}_{(2x)'}\,dx$$

$f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

$\boxed{u(x) = 2x}$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{1+(2x)^2} \, d(2x)$$

$$= \frac{1}{2} \int \frac{1}{1+u^2} \, du$$

$$= \frac{1}{2} \arctan u + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$= \frac{1}{2} \arctan(2x) + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

② Ⓑ $\int \sqrt{1+4\sin(x)} \cdot \cos(x) \, dx$

$$u(x) = 1 + 4\sin(x)$$

$$= \frac{1}{4} \int (1+4\sin x)^{1/2} \cdot \underbrace{4\cos x}_{(1+4\sin x)'} \, dx$$

$$= \frac{1}{4} \int (1+4\sin x)^{1/2} \, d(1+4\sin x)$$

$$= \frac{1}{4} \int u^{1/2} \, du = \boxed{\frac{1}{4} \int \sqrt{u} \, du}$$

$$= \frac{1}{4} u^{3/2} + c = \frac{1}{4} (1+4\sin x)^{3/2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

③ Ⓐ $\frac{1}{2} \int \frac{1}{u} \, du = \frac{1}{2} \ln|u| + c, \quad c \in \mathbb{R}$

$$= \frac{1}{2} \ln|\operatorname{tg} x| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

6

1º Miniteste 2021/22 Versão D

1

A

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\, dx =$$

$$= 2\int e^{\sqrt{x}} \cdot \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{x}}}_{(\sqrt{x})'}\, dx$$

$$= 2\int e^{\sqrt{x}}\, d(\sqrt{x})$$

$f(x) = e^{x}$

$\boxed{u(x) = \sqrt{x}}$

$f(u) = e^{u}$

$$= 2\int e^{u}\, du$$

$$= 2e^{u} + c,\ c \in \mathbb{R}$$

$$= 2e^{\sqrt{x}} + c,\ c \in \mathbb{R}$$

2

B

$$\int \frac{\cos(x)\sin(x)}{\cos(2x)}\, dx$$

$u(x) = \cos(2x)$

Nota

$\cos(x)\sin(x) = \frac{1}{2}\sin(2x)$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{\sin(2x)}{\cos(2x)}\, dx$$

$$= \frac{1}{2}\int \frac{1}{\cos(2x)} \cdot \sin(2x)\, dx$$

$$= -\frac{1}{2\times 2}\int \frac{1}{\cos(2x)} \cdot \underbrace{(-2\sin(2x))}_{(\cos(2x))'}\, dx$$

$$= -\frac{1}{4}\int \frac{1}{\cos(2x)}\, d(\cos(2x))$$

$$\boxed{= -\frac{1}{4}\int \frac{1}{u}\, du}$$

$$= -\frac{1}{4}\ln|u| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$= -\frac{1}{4}\ln|\cos(2x)| + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

3

4

$$\frac{1}{2}\int u\, du = \frac{1}{2}\,\frac{u^2}{2} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$= \frac{u^2}{4} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

$u(x) = e^x$

$$= \frac{e^{2x}}{4} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$