3. Campos Eléctrico e Magnético

Índice

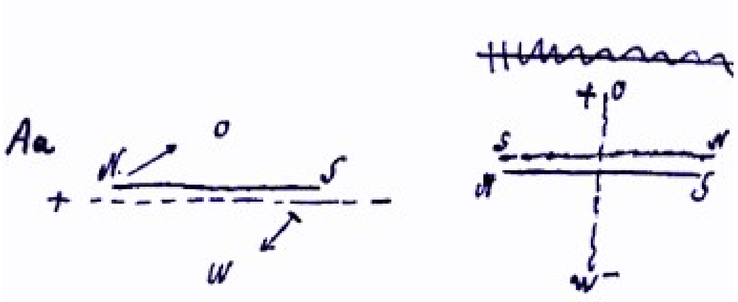
3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético

Existem duas fontes de campo magnético:
- Imans (magnetes permanentes SmCo, NdFeB, AlNiCoFe)
- Correntes eléctricas (objecto do nosso estudo)

Na Grécia antiga (~ 800 a.c.) era sabido que algumas pedras (Fe_2O_3) provenientes da província de Magnésia na Ásia Menor atraíam o ferro e atraíam ou repeliam pedras semelhantes

A relação entre magnetismo e electricidade foi descoberta em 1819 por Oersted – uma agulha magnética (bússula) era desviada por uma corrente eléctrica. Até então pensava-se que Magnetismo e Electricidade eram fenómenos completamente independentes



Hans Christian Ørsted
(1777-1851)

3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético

- Cada magnete, independentemente da sua forma, tem dois polos chamados Norte e Sul que exercem forças noutros polos magnéticos de um modo análogo às forças que as cargas eléctricas exercem umas sobre as outras
- Polos idênticos (N – N ou S – S) repelem-se e polos opostos atraem-se (N – S)
- Por convenção as linhas de campo emergem do polo Norte magnético e entram no polo Sul magnético

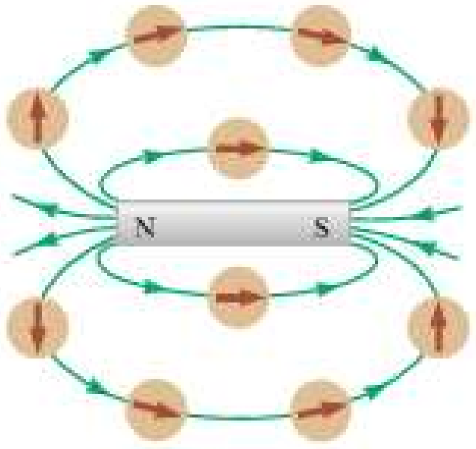
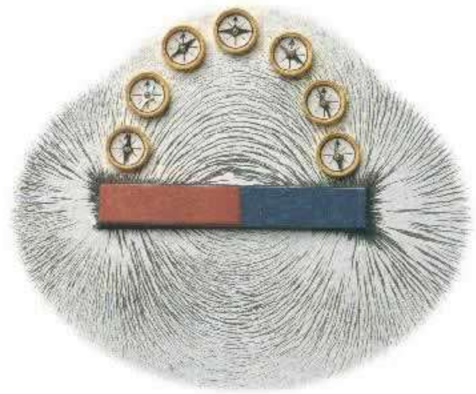


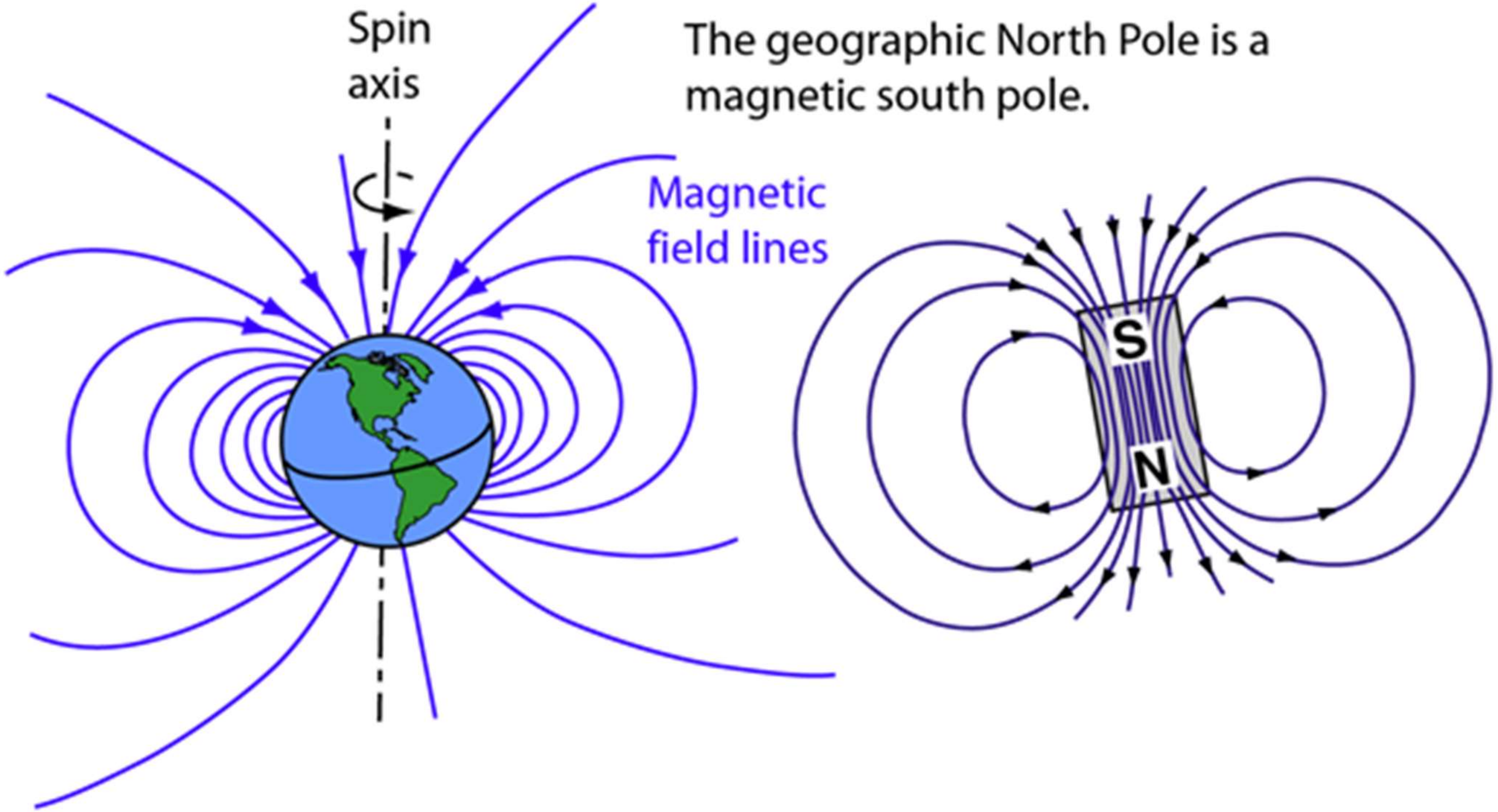
Figure 29.1 Compass needles can be used to trace the magnetic field lines in the region outside a bar magnet.



3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético da Terra

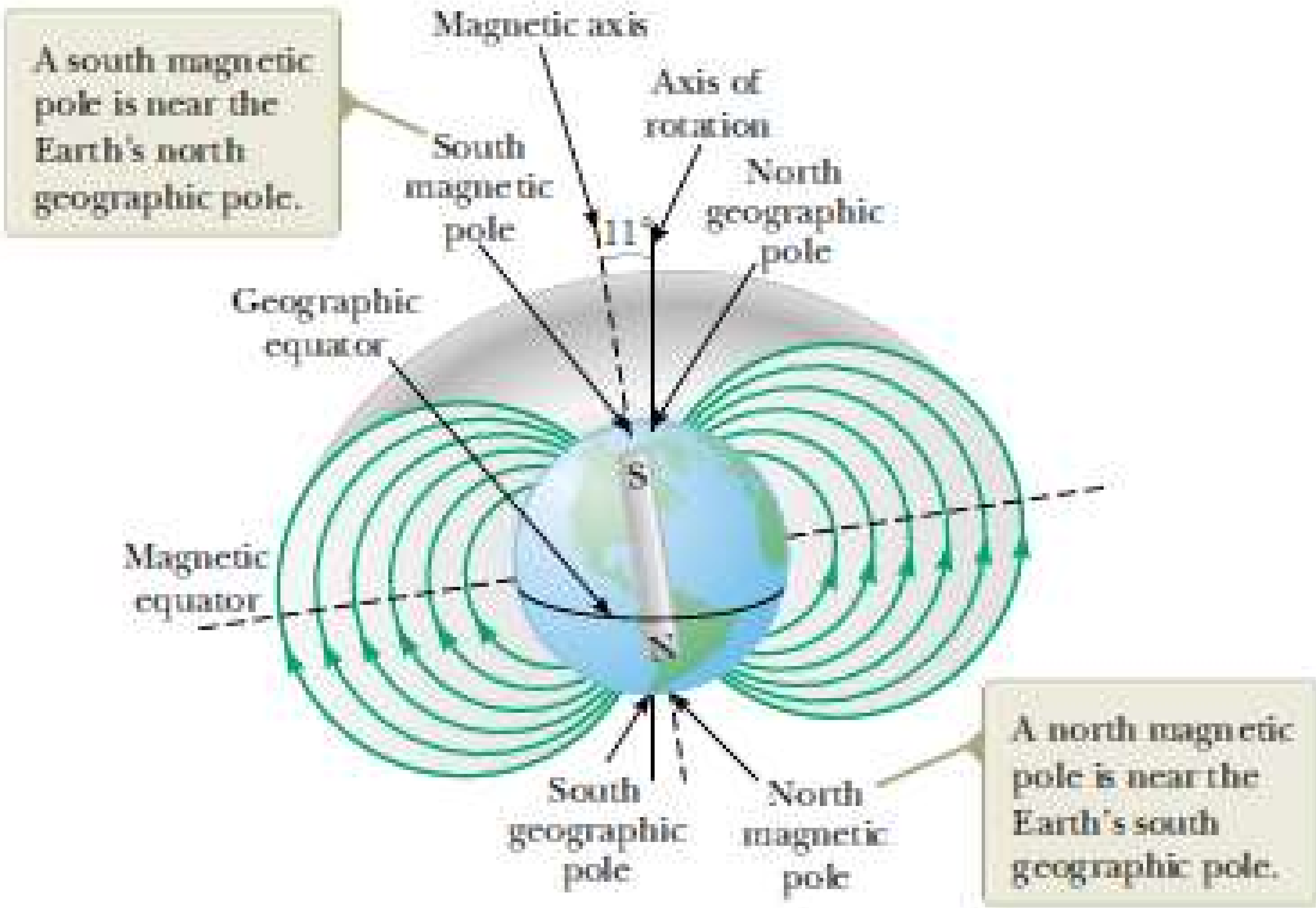
A Terra é um magnete gigante



3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético da Terra

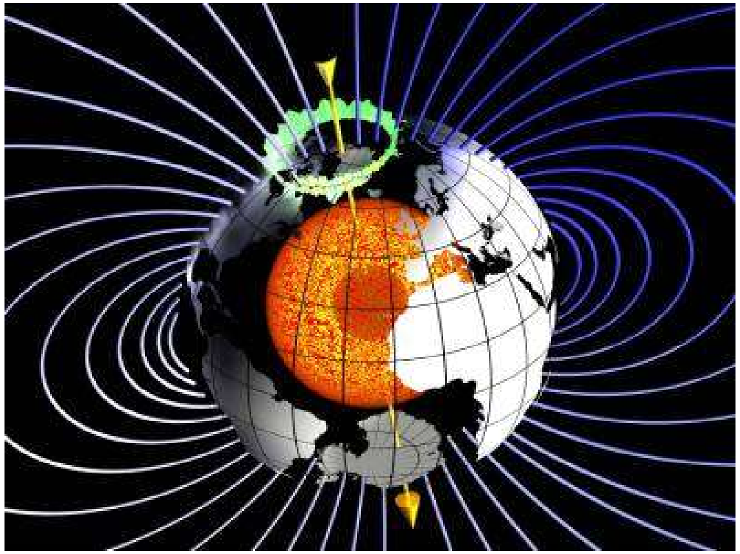
A Terra é um magnete gigante

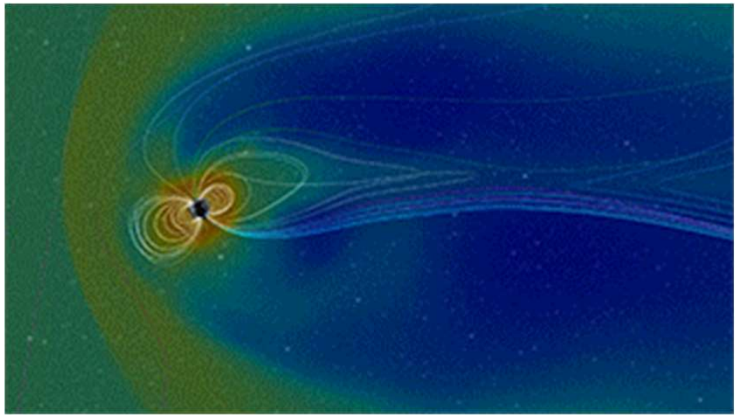


3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético da Terra

O campo magnético terrestre protege o planeta da radiação destrutiva que vem do espaço

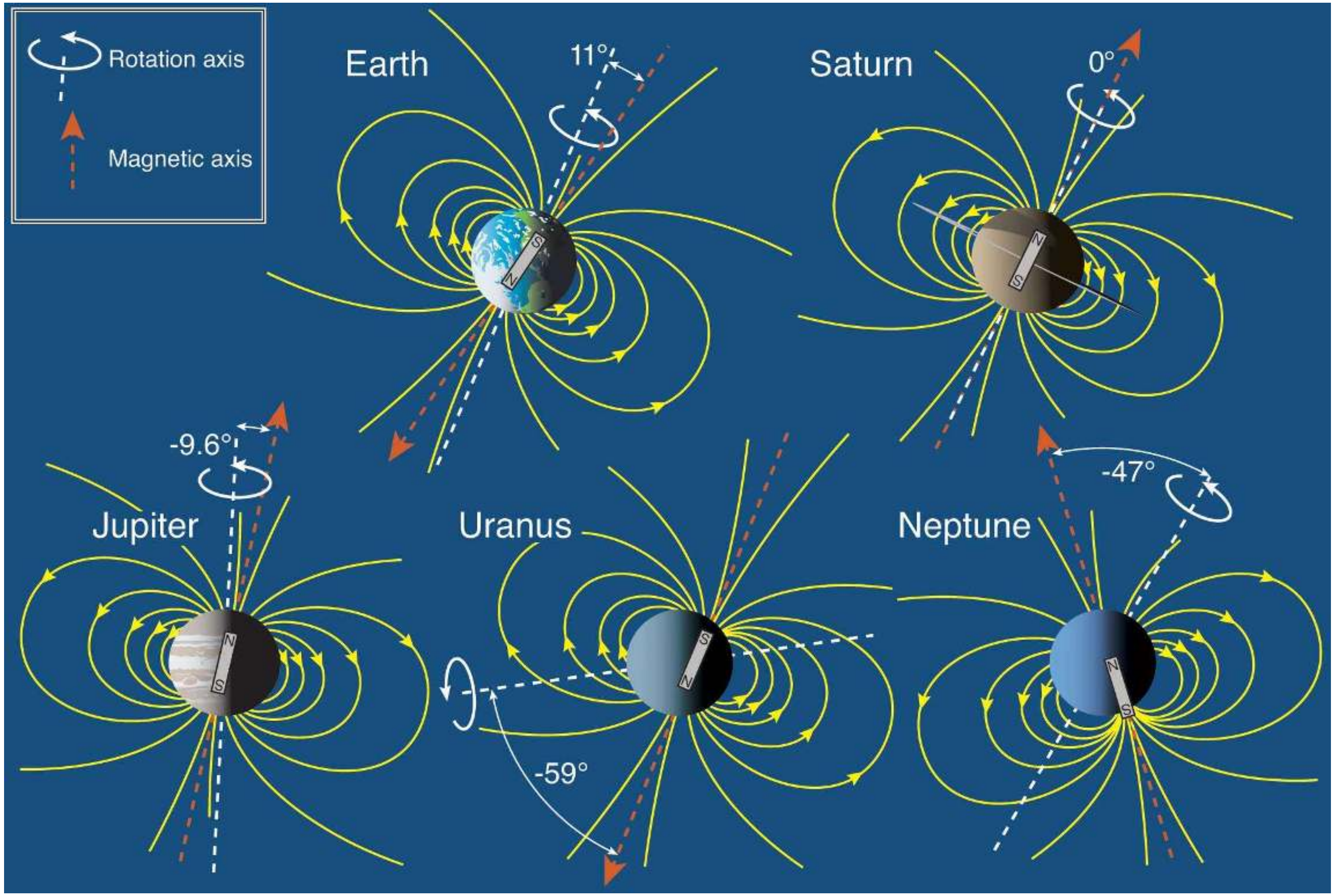




3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético no sistema solar

Magnetismo no sistema solar



3. Campos Eléctrico e Magnético

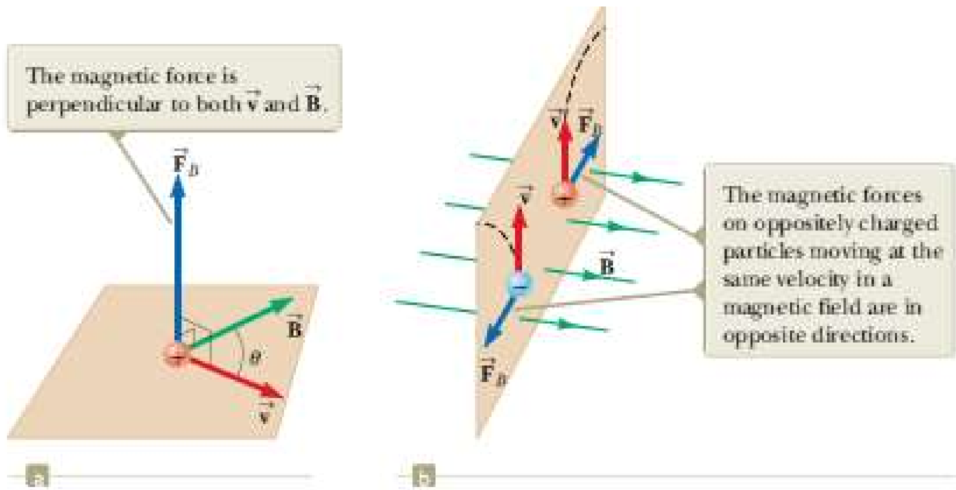
6. Campo magnético - Força magnética

Para além do campo eléctrico que rodeia uma carga, existe também um campo magnético que rodeia uma carga em movimento

A força magnética que actua sobre uma carga q que se move com velocidade $\vec{v}$ sob a acção de um campo magnético $\vec{B}$ é

$$\vec{F}_{mag} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

- Se a carga está estacionária não sente o campo magnético
- Se a carga se move paralelamente às linhas de campo, $\vec{v} \parallel \vec{B}$, também não sente o campo magnético
- o sentido da força depende do sinal da carga



3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético - Força magnética

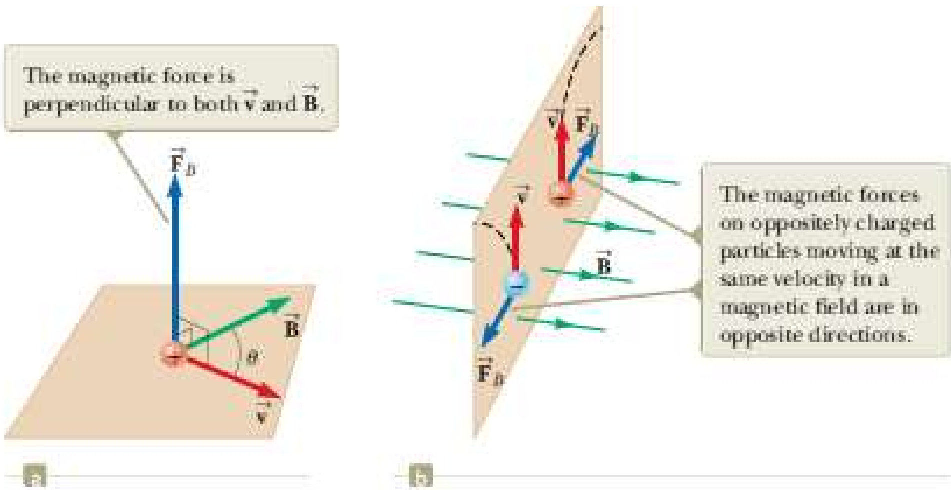
A força magnética é um produto vectorial ⇒

$$F_{mag} = |q|vB\sin\theta$$

onde θ é o menor ângulo entre os vectores $\vec{v}$ e $\vec{B}$

Para determinar graficamente a direcção e sentido de $\vec{F}_{mag}$

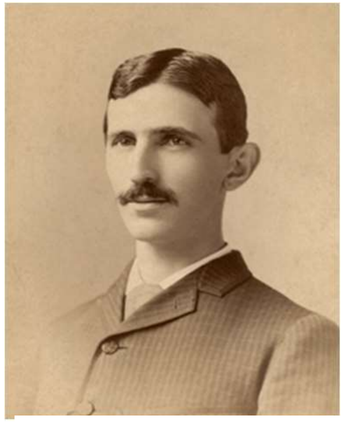
- utilizamos a regra da mão-direita para determinar a direcção do produto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$
- cargas positivas ⇒ mesmo sentido de $\vec{v} \times \vec{B}$
- cargas negativas ⇒ sentido oposto de $\vec{v} \times \vec{B}$



3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético - Força magnética

Unidades S.I.



Nikola Tesla
(1856-1943)

A unidade S.I. do campo B chama-se Tesla (T)

$$[F_{mag}] = [qvB] \rightarrow [B] = \left[\frac{F}{qv}\right] \rightarrow (B) = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C\,ms^{-1}}}$$

ou $$1\,\mathrm{A} = 1\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} \quad \rightarrow \quad 1\,\mathrm{T} = 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A\,m}}$$

Obs:

- Existe outra unidade de campo magnético de uso comum chamada gauss (G) que se relaciona com o tesla $1\,\mathrm{T} = 10^4\,\mathrm{G}$
- Campo magnético à superfície terrestre $B_{Terra} = 0{,}5\,\mathrm{G}$
- $1\,\mathrm{T} = 1\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C\,m/s}} = 1\left(\frac{N}{C}\right)\frac{1}{(m/s)} \quad \rightarrow \quad B = \frac{E}{c}$ (onda electromagnética no vazio)

6. Campo magnético - Força magnética

Table 29.1 Some Approximate Magnetic Field Magnitudes

Source of Field	Field Magnitude (T)
Strong superconducting laboratory magnet	30
Strong conventional laboratory magnet	2
Medical MRI unit	1.5
Bar magnet	10^{-2}
Surface of the Sun	10^{-2}
Surface of the Earth	0.5×10^{-4}
Inside human brain (due to nerve impulses)	10^{-13}

3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético - Força magnética

A equação mostra que

$$\vec{F}_{mag} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

- define o campo magnético em termos de uma força que actua sobre cargas em movimento
- tal como na força eléctrica, a força magnética actua em sentidos opostos para cargas com sinal oposto
- A força magnética $\vec{F}_{mag}$ é perpendicular a $\vec{v} \Rightarrow$ NÃO ALTERA O MÓDULO DA VELOCIDADE, APENAS A SUA DIRECÇÃO
- A força magnética $\vec{F}_{mag}$ é perpendicular a $\vec{v} \Rightarrow \vec{F}_{mag}$ NÃO REALIZA TRABALHO

6. Campo magnético - Força magnética

Força magnética

$$\vec{F}_{magnética} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

- é proporcional à carga
- é proporcional ao campo
- sentidos opostos em cargas com sinal oposto

- é proporcional a v
- depende da direcção de v
- não realiza trabalho (campos estacionários)

Força eléctrica

$$\vec{F}_{eléctica} = q\vec{E}$$

- é proporcional à carga
- é proporcional ao campo
- sentidos opostos em cargas com sinal oposto

- é independente da velocidade
- direcção é sempre paralela ao campo
- realiza trabalho

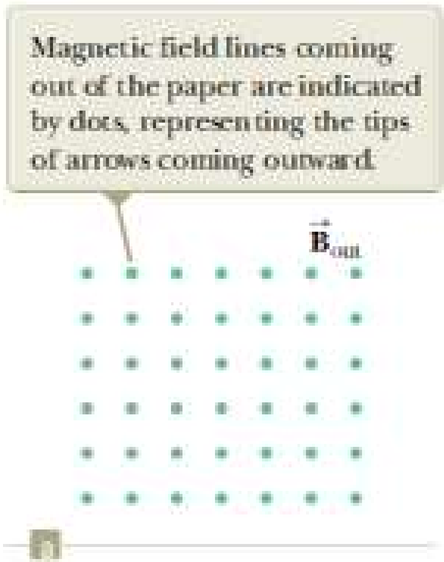
3. Campos Eléctrico e Magnético

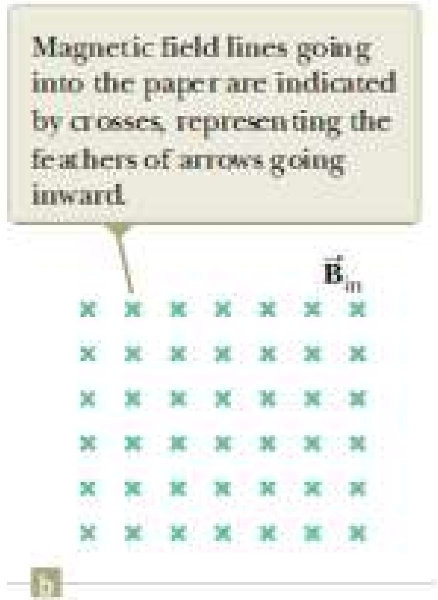
6. Campo magnético - Força magnética

Movimento de cargas em campo magnético uniforme

Representação do campo magnético com direcção perpendicular à página

- pontos: aponta para nós
- cruzes: entram na página, afastam-se de nós



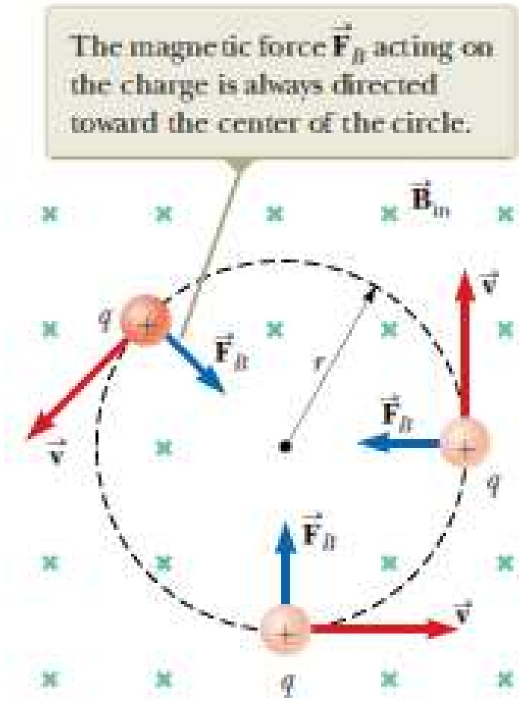


3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético - Força magnética

Movimento de cargas em campo magnético uniforme

$\vec{F}_{mag} = q\vec{v} \times \vec{B} \implies \vec{F}_{mag} \perp \vec{v}$ e $\vec{F}_{mag} \perp \vec{B}$



- Actua como uma força centrípta, que apenas altera a direcção do movimento e não a sua grandeza

- Cria um movimento de rotação cujo plano é perpendicular ao campo magnético

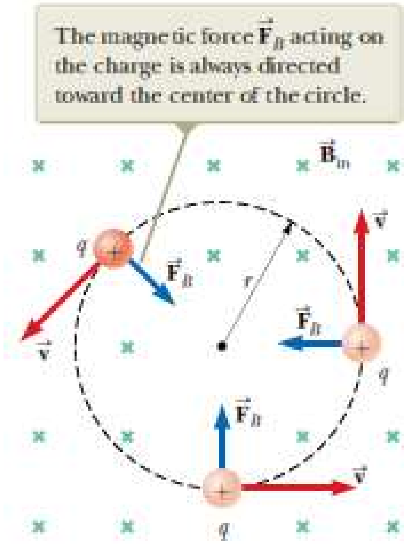
- $\vec{F}_{mag}$ é uma força normal $\Rightarrow \vec{a}_n$

3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético - Força magnética

Movimento de cargas em campo magnético uniforme

$\vec{F}_{mag} = q\vec{v} \times \vec{B} \;\; \Longrightarrow \vec{F}_{mag} \perp \vec{v}$ e $\vec{F}_{mag} \perp \vec{B}$



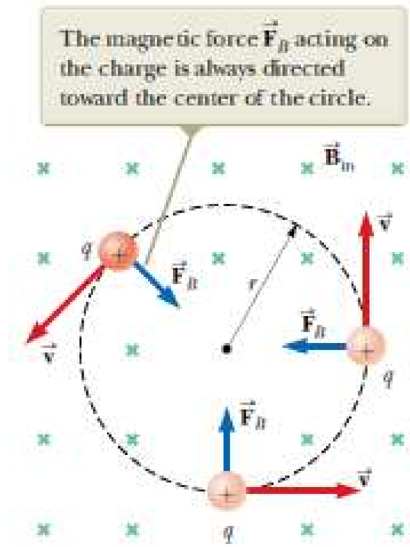
- Actua como uma força centrípta, que apenas altera a direcção do movimento e não a sua grandeza
- Cria um movimento de rotação cujo plano é perpendicular ao campo magnético
- $\vec{F}_{mag}$ é uma força normal $\Rightarrow \vec{a}_n$
- Recordando $\quad \vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\hat{u}_t + \dfrac{v^2}{r}\hat{u}_n$

6. Campo magnético - Força magnética

Movimento de cargas em campo magnético uniforme

Se $\vec{v} \perp \vec{B}$

$$\begin{cases} F_{mag} = |q|vB\sin\theta = qvB \\ F = ma_n = m\dfrac{v^2}{r} \end{cases} \rightarrow \quad qvb = m\frac{v^2}{r}$$



trajectória circular de raio $\quad r = \dfrac{mv}{qB}$

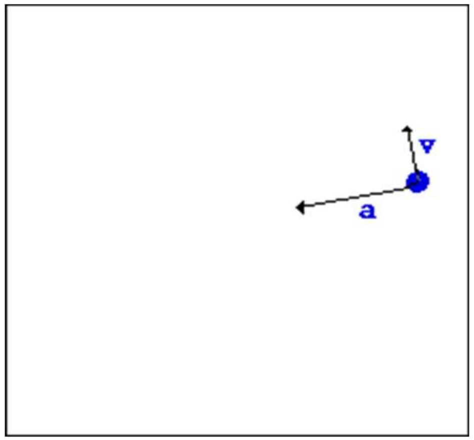
Frequência angular de rotação

$$v = \omega r \ \rightarrow \omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m}$$ (frequência de ciclotrão)

Frequência (período) é independente de r e v

Período $T = \dfrac{1}{f} = \dfrac{2\pi m}{qB}$



3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético - Força magnética

Movimento de cargas em campo magnético uniforme

Se $\vec{v}$ não for $\perp \vec{B} \rightarrow \vec{v} = v_{\parallel} + v_{\perp}$ (em relação ao campo)

$$\vec{F}_{mag} = q\vec{v} \times \vec{B} = q(\vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}) \times \vec{B} \rightarrow q\vec{v}_{\parallel} \times \vec{B} + q\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}$$

mas $\vec{v}_{\parallel} \times \vec{B} = 0$ (vectores paralelos) e

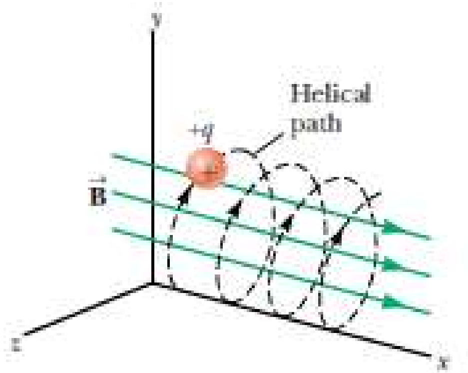
$\vec{F}_{mag} = q\vec{v}_{\perp} \times \vec{B} \rightarrow F = qv_{\perp}B$

trajectória é uma hélice em torno de B, pois $\vec{v}_{\parallel} = \overrightarrow{const}$

Se $\vec{B} = B\hat{\imath} \quad \rightarrow \quad a_x = 0 \rightarrow \quad v_x = const$

$r = \frac{mv_{\perp}}{qB}$ com $v_{\perp} = \sqrt{v_y^2 + v_z^2}$

A frequência (período) não é alterada



3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético - Força magnética

Aplicações do movimento de partículas carregadas em campo magnético uniforme

Uma carga movendo-se com velocidade $\vec{v}$ sob a influência simultânea de um campo eléctrico e um campo magnético fica sujeita à acção de uma força – força de Lorentz

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} + q\vec{E}$$

Esta força é usada em muitas experiências e dispositivos quando se torna necessário criar feixes com partículas que se movem com a mesma velocidade – filtros de velocidade ou selector de velocidade

Hendick Antoon Lorentz

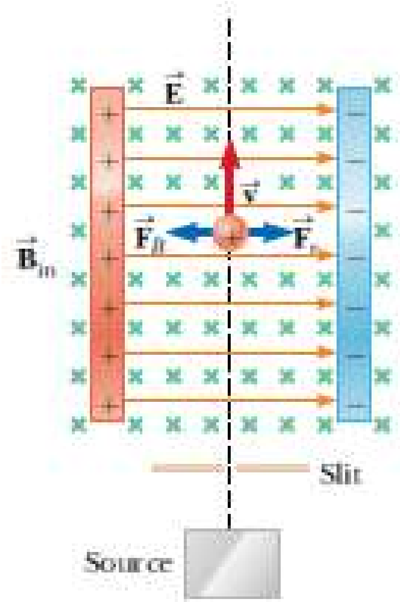
(1856-1943)

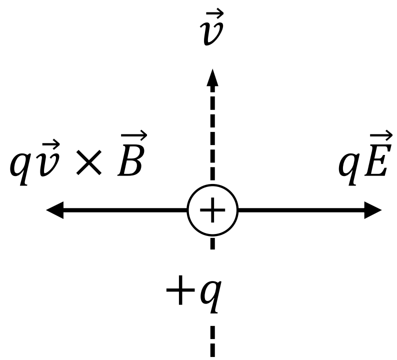
3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético - Força magnética

Aplicações do movimento de partículas carregadas em campo magnético uniforme

Selector de velocidade - campos cruzados





Apenas as partículas que satisfazem

$$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} + q\vec{E} = 0$$

$$qvB = qE \quad \rightarrow \quad v = \frac{E}{B}$$

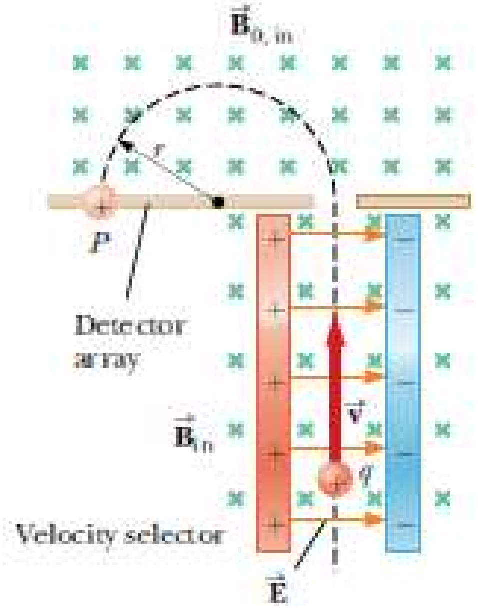
não sofrem qualquer desvio da sua trajectória inicial

- Se $v > \frac{E}{B} \rightarrow$ Força magnética domina – desvio para a esquerda
- Se $v > \frac{E}{B} \rightarrow$ Força eléctrica domina – desvio para a direita

3. Campo magnético - Força magnética

Aplicações do movimento de partículas carregadas em campo magnético uniforme

Espectrómetro de massa – composição química



- Partículas carregadas passam num selector de velocidades e entram numa região de campo uniforme $\vec{B}_0$ com a mesma direcção que o do campo no selector
- No campo uniforme $\vec{B}_0$ as partículas movem-se numa trajectória semicircular de raio $r = \frac{mv}{qB_0}$
- As cargas são separadas de acordo com

$$\frac{m}{q} = \frac{rB_0}{v} = \frac{rB_0B}{E}$$

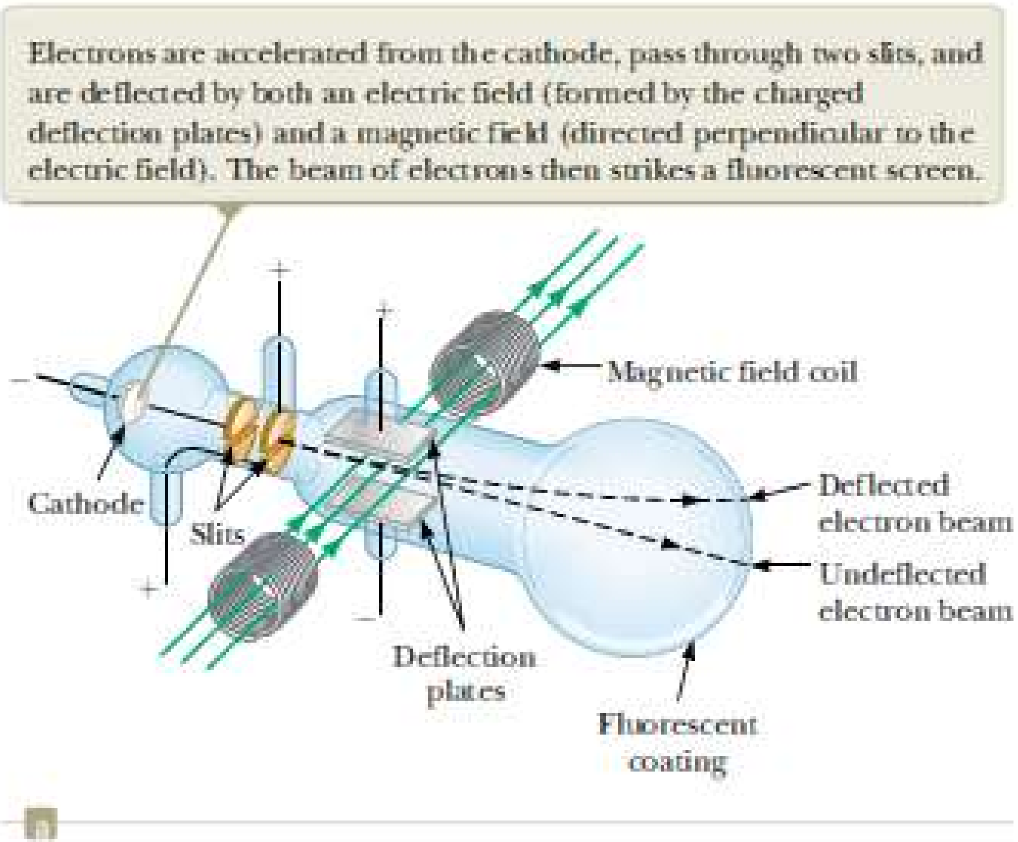
pois apenas as cargas com $v = \frac{E}{B}$ entram no campo $\vec{B}_0$

3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético - Força magnética

Aplicações do movimento de partículas carregadas em campo magnético uniforme

A descoberta do electrão



Joseph John Thomson
1856-1940

6. Campo magnético - Força magnética

Aplicações do movimento de partículas carregadas em campo magnético uniforme

Ciclotrão

- Dispositivo usado na aceleração de partículas carregadas até velocidades muito elevadas
- Alguns hospitais usam o ciclotrão na produção de substâncias radioactivas usadas em diagnóstico e tratamento

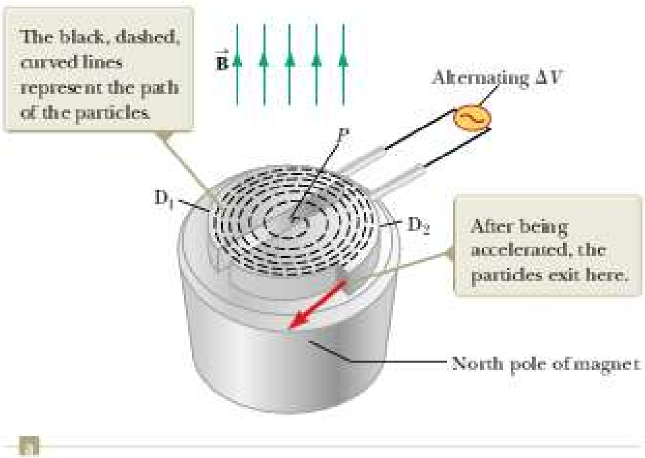
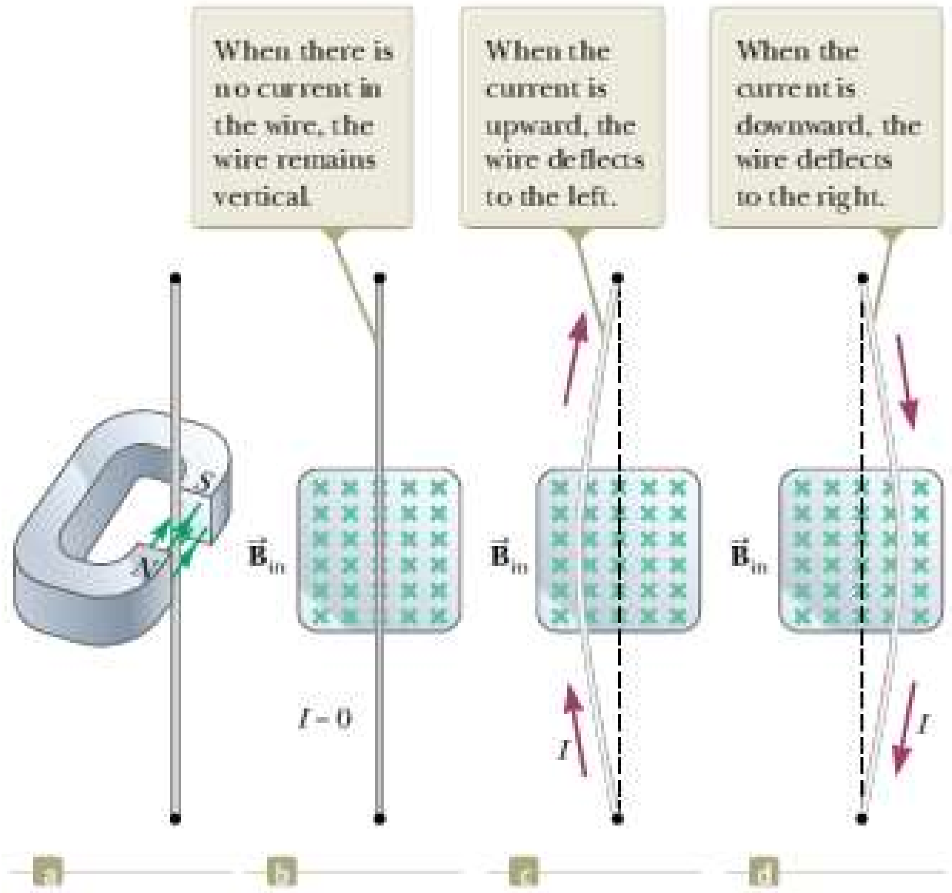


Figure 29.16 (a) A cyclotron consists of an ion source at P, two dees D_1 and D_2 across which an alternating potential difference is applied, and a uniform magnetic field. (The south pole of the magnet is not shown.) (b) The first cyclotron, invented by E. O. Lawrence and M. S. Livingston in 1934.

3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético - Força magnética

Força magnética sobre condutores que transportam corrente eléctrica



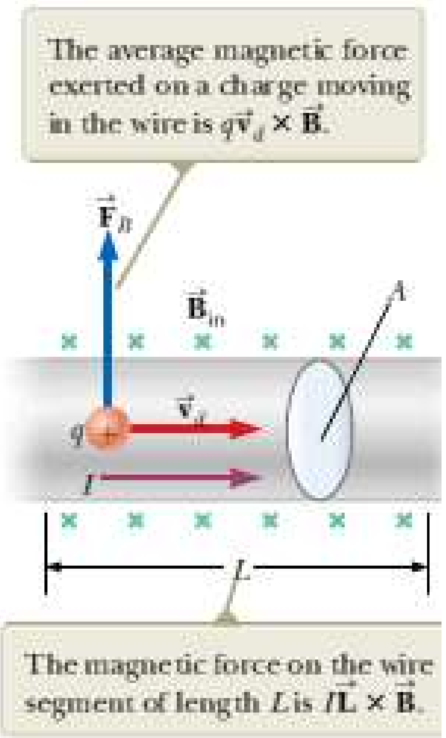
Enquadramento

- O campo magnético exerce uma força sobre partículas carregadas em movimento
- A corrente é um conjunto de muitas cargas eléctricas em movimento
- A força resultante sobre o fio é a soma vectorial das forças exercidas sobre cada portador individual
- A força exercida sobre os portadores é transmitida ao fio por colisões com os átomos da rede
- O fio move-se

3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético - Força magnética

Força magnética sobre condutores que transportam corrente eléctrica

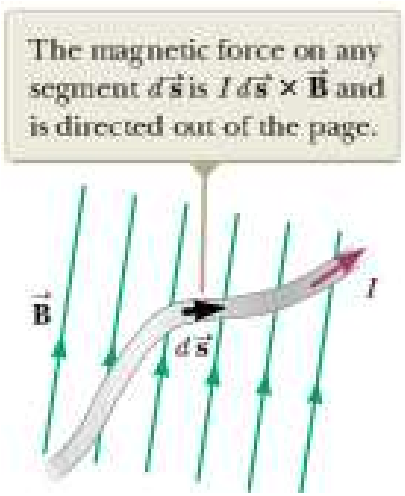


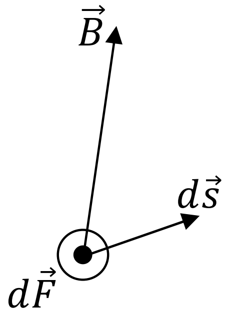
- Consideramos uma porção de um condutor linear de comprimento L e área da secção recta A, que transporta uma corrente I sob a acção de um campo magnético uniforme $\vec{B}$
- A força sobre um portador é $\vec{F} = q\vec{v}_d \times \vec{B}$
  ($\vec{v}_d$ é a velocidade de arrastamento dos portadores)
- A densidade de portadores é $n \rightarrow$ o número de portadores no volume AL é $N = nAL$
- A força magnética total é $\vec{F} = \left(q\vec{v}_d \times \vec{B}\right) nAL$ visto que todos os portadores sentem a mesma força
- $I = nqv_dA \quad \rightarrow \quad \vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$
  ($\vec{L}$ é o vector com o mesmo sentido da corrente e magnitude igual ao comprimento do condutor)

3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético - Força magnética

Força magnética sobre condutores que transportam corrente eléctrica





- Para um condutor de forma arbitrária mas secção uniforme a força magnética exercida sobre um elemento $d\vec{s}$ é

$$d\vec{F} = I d\vec{s} \times \vec{B}$$

vector perpendicular ao plano da página e aponta para nós

- A força magnética total é (I constante)

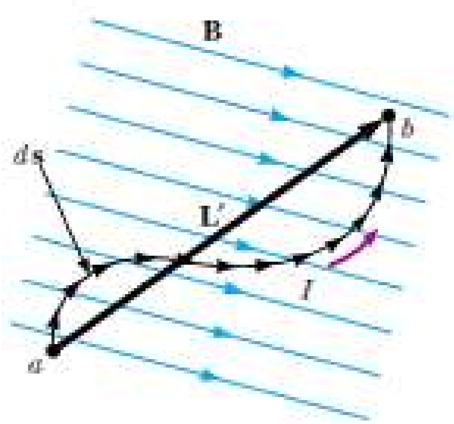
$$\vec{F} = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B}$$

onde a e b representam as extremidades do fio

3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético - Força magnética

Força magnética sobre condutores que transportam corrente eléctrica



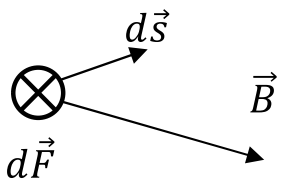
- Se o campo é uniforme em toda a extensão do fio

$$\vec{F} = I\left(\int_a^b d\vec{s}\right) \times \vec{B}$$

- O vector $\int_a^b d\vec{s}$ é a soma vectorial de todos os segmentos elementares de a até b
- da adição vectorial resulta

$$\int_a^b d\vec{s} = \vec{L}'$$

  onde $\vec{L}'$ é o vector no sentido de a até b

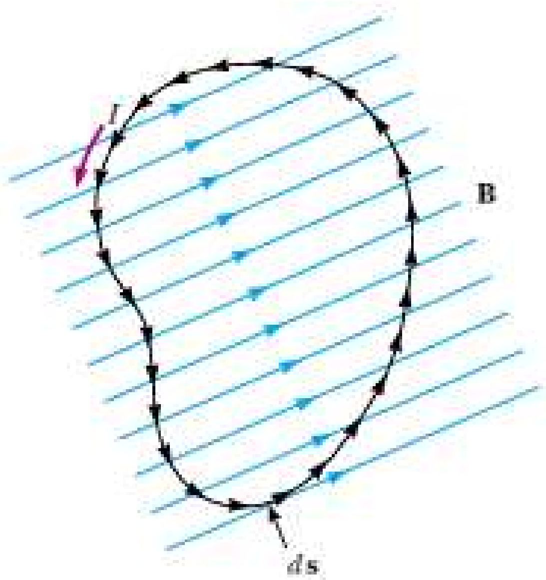


- Portanto $\qquad \vec{F} = I\vec{L}' \times \vec{B}$

  a força magnética sobre um condutor curvo é equivalente à força sobre um fio rectilíneo que liga as extremidades e que transporta a mesma corrente

6. Campo magnético - Força magnética

Forças sobre circuitos fechados de corrente



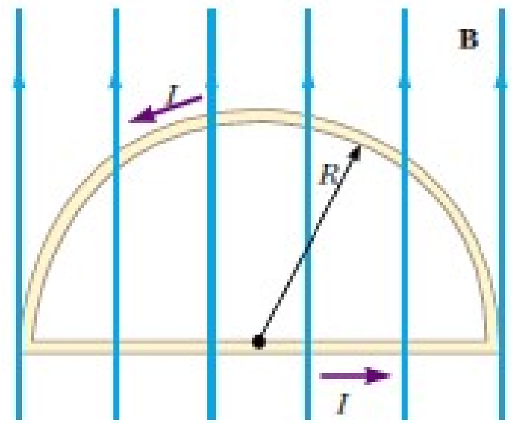
- A força magnética total é (I constante)

$$\vec{F} = I\left(\oint d\vec{s}\right) \times \vec{B}$$

- Mas $\oint d\vec{s} = 0$
- Portanto $\vec{F} = 0$
- A força magnética total exercida sobre qualquer circuito fechado de corrente num campo uniforme é nula

6. Campo magnético – Força magnética

Forças sobre circuitos fechados de corrente



Exemplo: Um fio situado com a forma da figura ao lado está situado no plano Oxy transporta uma corrente constante I sob a acção de um campo uniforme $\vec{B}$. Calcular o vector força exercida

a) na parte linear

b) na parte curva

Resolução

a) Aqui o campo é perpendicular à corrente $F_{lin} = ILB = 2RIB \rightarrow \vec{F}_{lin} = 2RIB\hat{k}$

b) Como o circuito está sob a acção de um campo uniforme a força total é nula, logo a força no sector circular é $\vec{F}_{curva} = -2RIB\hat{k}$

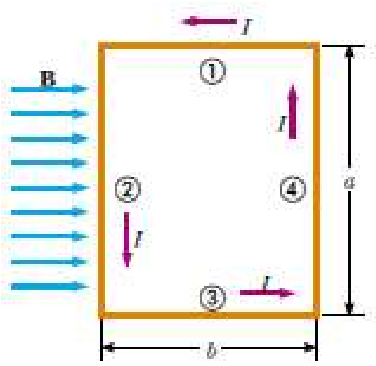
Consequência

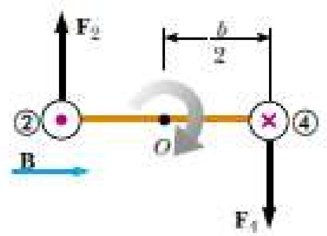
- Vemos que a resultante das forças exteriores é nula $\Rightarrow$ c.m. está em repouso, não há translacção
- Mas se o circuito é rígido, as forças que actuam sobre partes do circuito não são nulas $\Rightarrow$ rotação em torno de um eixo que passa no c.m.
- Se o circuito não é rígido, deforma-se

3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Torque

Forças sobre circuitos fechados de corrente





- Espira rectangular, a e b, que transporta I na presença de um campo uniforme $\vec{B}$ paralelo ao plano da espira
- Nos ramos 1 e 3 não actuam forças magnéticas porque a corrente é paralela ao campo $\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B} = 0$
- Nos ramos 2 e 4 actuam forças magnéticas com intensidades

$$F_2 = F_4 = IaB$$

- Os sentidos das forças são opostos mas não sobre a mesma recta o que que resulta num binário (torque - momento de força) com valor máximo

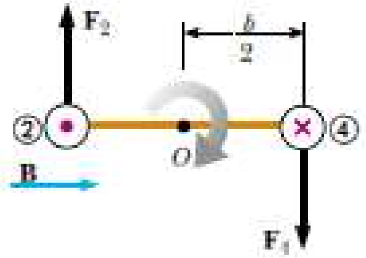
$$\tau_{máx} = F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = IaB \frac{b}{2} + IaB \frac{b}{2} = IabB$$

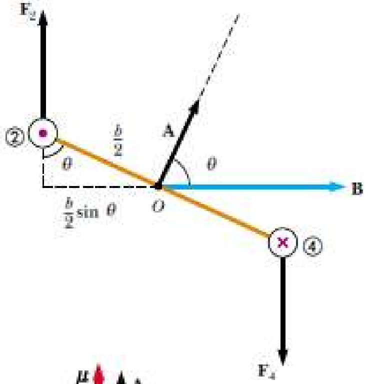
- O sentido da rotação está indicado na figura

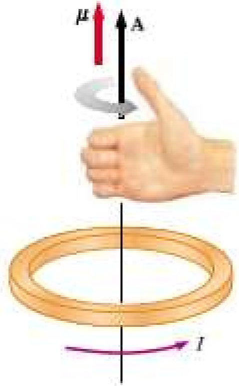
3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Torque

Forças sobre circuitos fechados de corrente







- Como a área da espira é $A = ab$ fica

$$\tau_{máx} = IAB \quad (\mathrm{N.m})$$

- Este é o valor máximo do torque, que ocorre quando o campo magnético é paralelo ao plano da espira
- Quando a espira começa a rodar o campo e o plano da espira já não são paralelos e o torque é

$$\tau_\theta = F_2 \frac{b}{2} \sin\theta + F_4 \frac{b}{2} \sin\theta = IabB\sin\theta$$

- Definindo o vector área $\vec{A} = A\hat{n}$ (vector perpendicular ao plano da espira) o vector torque escreve-se

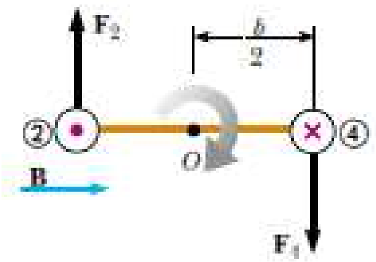
$$\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B} \qquad (\mathrm{N.m})$$

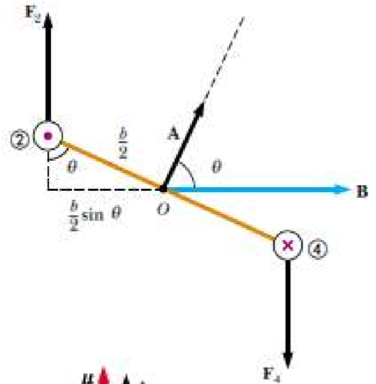
o sentido do vector $\vec{A}$ é definido pela regra da mão direita

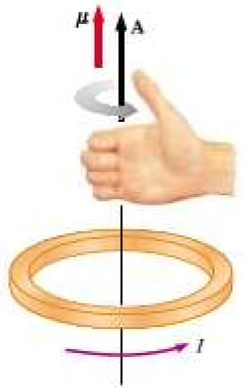
3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Torque

Forças sobre circuitos fechados de corrente







- O vector $I\vec{A}$ define o momento magnético dipolar

$$\vec{\mu} = I\vec{A} \quad (\mathrm{A.m^2})$$

- Usando esta definição o torque escreve-se

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

- Este resultado é válido para qualquer orientação de $\vec{B}$ e qualquer geometria da espira (plana)
- Se tivermos um bobine com N espiras escrevemos

$$\vec{\tau} = N\vec{\mu}_{espira} \times \vec{B} = \vec{\mu}_{bobine} \times \vec{B}$$

Obs

Analogia com o torque exercido por um campo eléctrico sobre um dipolo eléctrico $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$

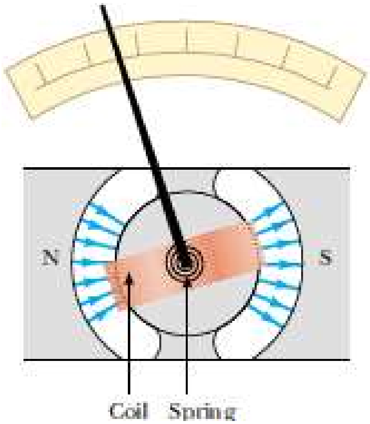
6. Campo magnético – Torque

Forças sobre circuitos fechados de corrente

- A energia do momento magnético (bobine que transporta corrente) é definida pelo produto escalar

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

- A energia mínima do sistema é $U_{mín} = -\mu B$, campo e momento alinhados e a energia máxima é $U_{máx} = \mu B$ e ocorre quando o momento e o campo são opostos

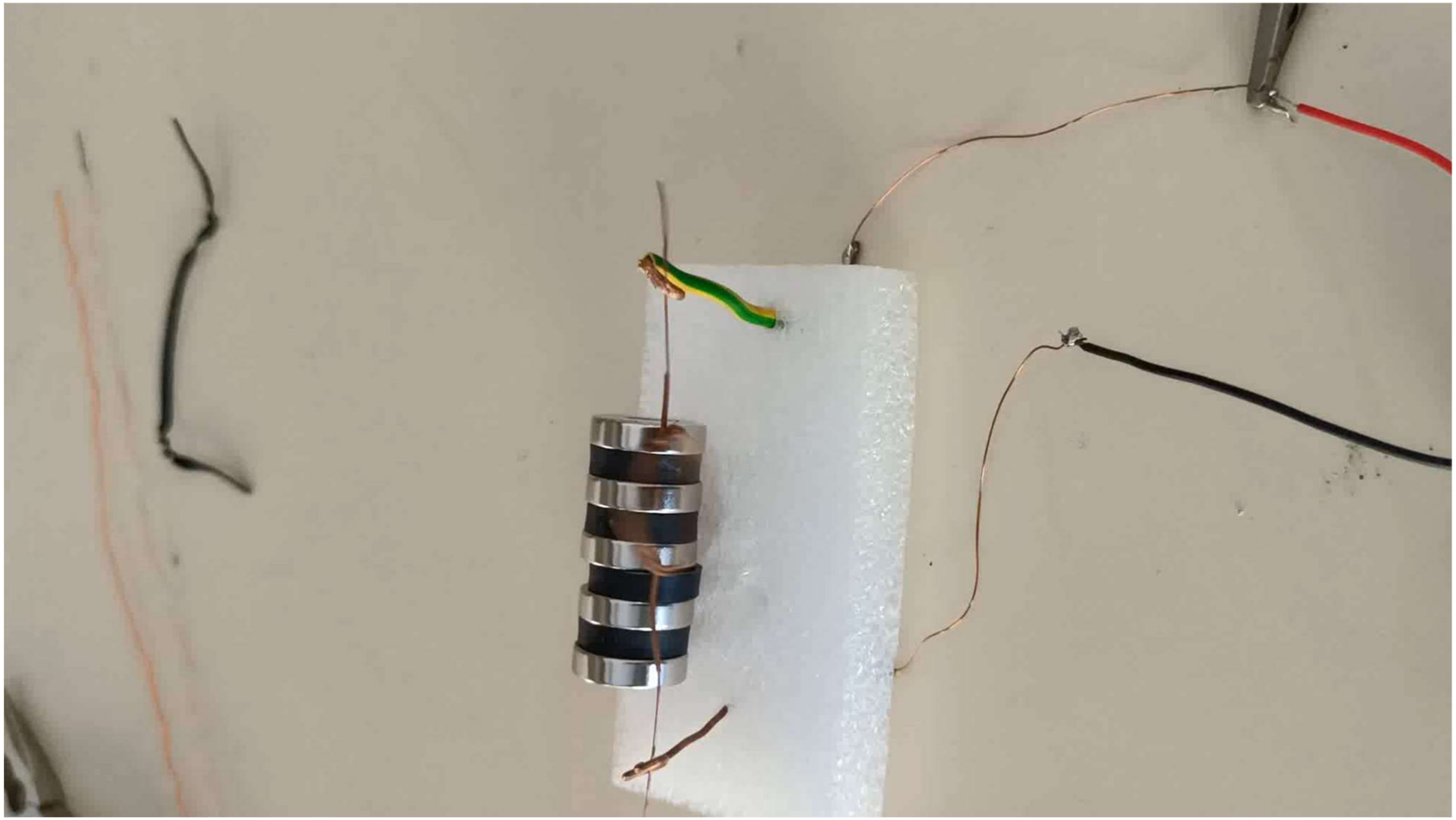


Aplicações

- Ajuste da orientação de satélites
- Instrumentação de medida (mutímetros de sector móvel)
- Motores

6. Campo magnético – Força magnética

Forças sobre circuitos fechados de corrente



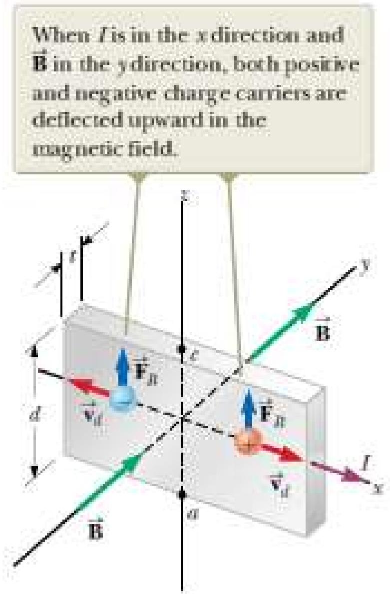
3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Efeito Hall

Força magnética sobre condutores que transportam corrente eléctrica

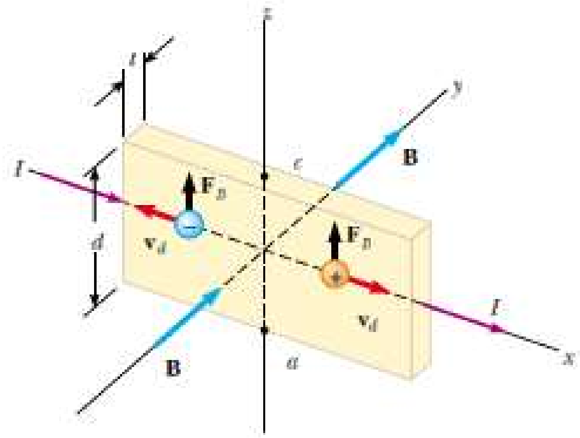
Edwin Herbert Hall
(1855-1938)

- Quando um condutor que transporta uma corrente eléctrica é colocado num campo magnético, gera-se uma d.d.p. numa direcção perpendicular quer ao campo quer à corrente – tensão de Hall
- Os portadores de carga são deflectidos para uma das extremidades do condutor devido à acção da força magnética ⇒
  - informação sobre o sinal da carga dos portadores, muito importante no desenvolvimento de materiais por ex. semicondutores (dopagem)
  - sensores de campo magnético



6. Campo magnético – Efeito Hall

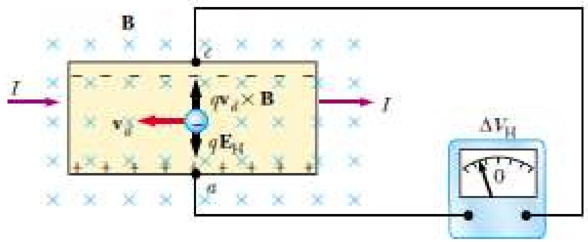
Placa condutora rectangular plana de área ab



- corrente no sentido positivo do eixo-xx $\Rightarrow$ velocidade de arrastamento dos electrões $\vec{v}_d = -v_d\hat{\imath}$
- campo uniforme no eixo-yy $\vec{B} = B\hat{\jmath}$
- A força magnética sobre os portadores é

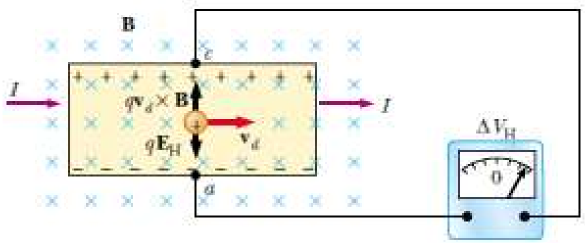
$$\vec{F}_B = q\vec{v}_d \times \vec{B} = (-e)(-v_d\hat{\imath}) \times B\hat{\jmath}$$

$$\vec{F}_B = ev_dB\hat{k}$$



os electrões são deflectidos para cima acumulando-se na margem superior da placa, deixando um excesso de carga positiva na margem inferior da placa $\Rightarrow$ d.d.p. V_H entre as margens da placa

- V_H cria um campo eléctrico no interior do condutor $\vec{E}_H$ o qual origina uma força eléctrica que contraria a força magnética



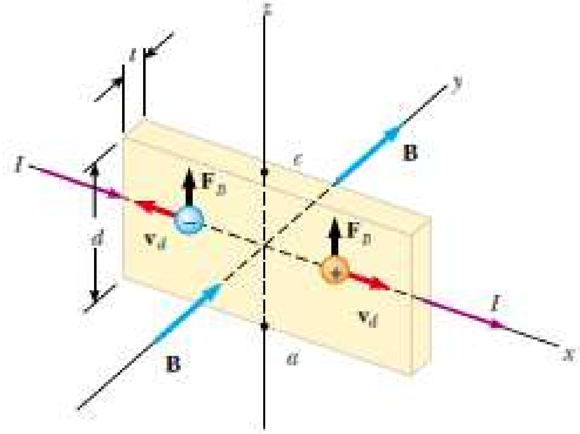
$$\vec{E}_H = \frac{V_H}{d}\hat{k} \;\rightarrow\; \vec{F}_E = (-e)\vec{E}_H = -\frac{eV_H}{d}\hat{k}$$

3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Efeito Hall

- Quando se atinge o equilíbrio de forças

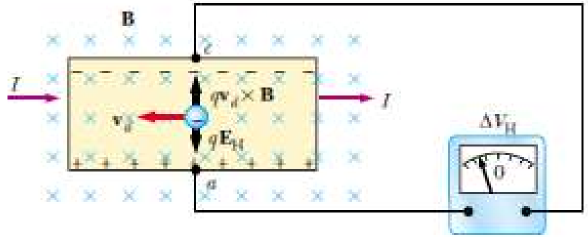
$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = 0 \;\rightarrow e v_d B = \frac{eV_H}{d} \;\rightarrow V_H = v_d B d$$



- O campo eléctrico é $\quad V_H = E_H d \;\rightarrow\; E_H = v_d B$

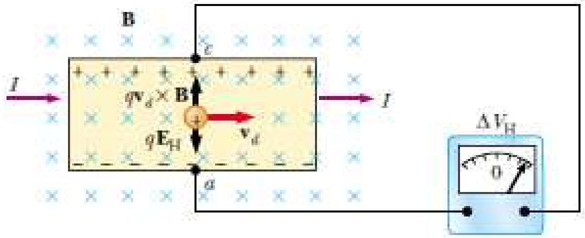
- A densidade de carga obtém-se da velocidade de arrastamento v_d pois

$$\begin{cases} v_d = \dfrac{V_H}{Bd} \\ v_d = \dfrac{I}{nqA} \end{cases} \;\rightarrow\; V_H = \frac{IBd}{nqA} \;\rightarrow\; n = \frac{IBd}{V_H q A}$$



onde A é a área da secção recta (perpendicular à corrente) $A = td$ e t é a espessura da placa

- Esta relação mostra que um condutor (semicondutor) devidamente calibrado pode ser usado para medir um campo magnético desconhecido



3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético

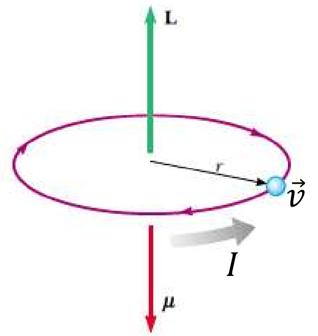
Magnetismo na matéria

- A velocidade de um electrão que se move numa órbita de raio r em torno do núcleo é

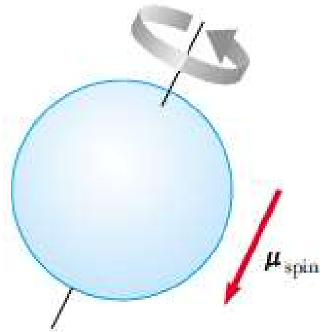
$$v = \frac{Perímetro}{Tempo} = \frac{2\pi r}{T} \quad (T \text{ é o período de revolução})$$

- Este movimento cria uma corrente eléctrica $I = \frac{carga}{Tempo} = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r}$
- Esta corrente gera um momento magnético $\mu = IA = I\pi r^2 = \frac{ev}{2\pi r}\pi r^2 = \frac{evr}{2}$
- Usando o momento angular orbital clássico $L = m_e vr$, obtemos

$$\mu_o = \frac{e}{2m_e}L$$



- Os electrões também possuem um momento magnético de spin e o momento magnético dos electrões é a soma vectorial do orbital com o spin
- Nos átomos com muitos electrões os momentos cancelam-se aos pares o que resulta num momento total nulo ou muito pequeno
- Um estudo mais realista obriga à uso da mecânica quântica pois os momentos magnéticos estão quantificados



3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Fontes de campo

Em 1819 Ørsted mostrou que uma corrente deflete uma agulha magnética colocada na sua vizinhança.

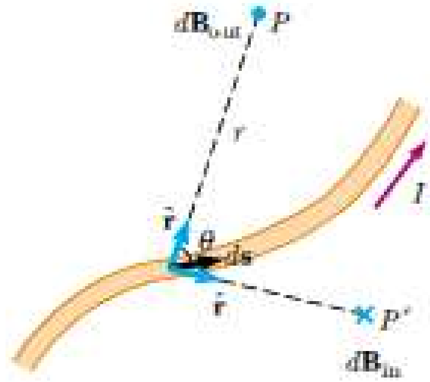
Em 1820 Jean-Baptiste Biot e Felix Savart estudaram as forças magnéticas exercidas por correntes eléctricas em ímans permanentes

O trabalho experimental levou a uma expressão matemática que permite calcular o campo magnético na vizinhança de corrente eléctrica

Jean-Baptiste Biot
(1855-1938)

Felix Savart
(1791-1841)

6. Campo magnético – Lei de Biot-Savart



O campo magnético criado por um elemento de corrente constante $Id\vec{s}$ no ponto P (P')

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{s}\times\hat{r}}{r^2} \quad \rightarrow \quad dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Ids}{r^2}\sin\theta$$

- μ_0 é uma constante chamada permeabilidade magnética do vazio

$$\mu_0 = \frac{4\pi}{10^7} \quad (\mathrm{Tm/A} = \mathrm{N/A^2} = \mathrm{H/m})$$

- $d\vec{s}$ é um vector tangente ao condutor que transporta a corrente
- $\hat{r}$ é o vector unitário que aponta do elemento de corrente para o ponto $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$
- r é a distância do elemento de corrente ao ponto onde queremos calcular o campo
- A direcção e o sentido de $d\vec{B}$ e determinada pelo produto vectorial $d\vec{s}\times\hat{r}$

6. Campo magnético – Lei de Biot-Savart

O campo magnético total é

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

onde a integração é sobre toda a distribuição de corrente

3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Fio fino rectilíneo

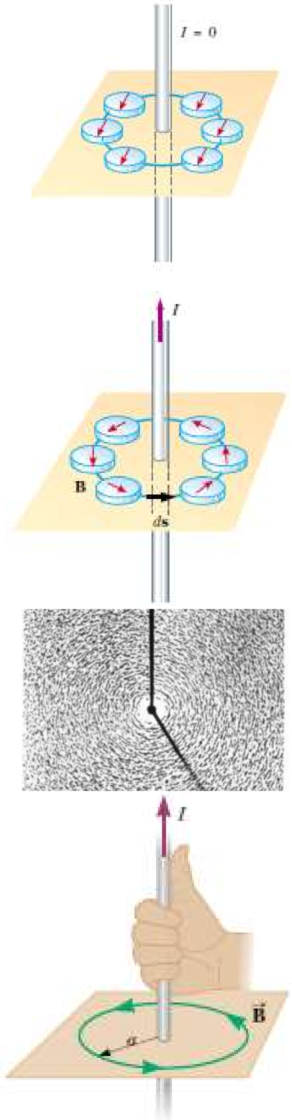
Se colocarmos várias bússolas num plano em redor de um fio longo sem corrente, verificamos que todas as bússolas se alinham com o campo magnético terrestre

Se agora fizermos passar uma corrente pelo fio, verificamos que todas as bússolas se alinham ao longo de tangentes a círculos concêntricos com o fio

O sentido do campo é consistente com a regra da mão direita

Se invertermos o sentido da corrente, as bússolas também invertem a sua orientação

Podemos concluir que as linhas de campo formam círculos concêntricos em torno do fio



3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Fio fino rectilíneo

Exemplo: Campo criado por uma corrente constante que circula no interior de um fio fino rectilíneo colocado ao longo do eixo-xx

Resolução

Da escolha do referencial resulta que

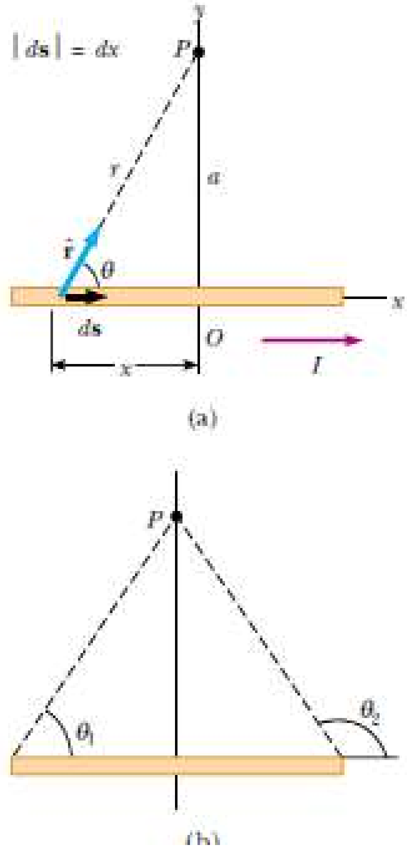
$$d\vec{s} \times \hat{r} = |d\vec{s} \times \hat{r}|\hat{k} = (dx \ \sin\theta)\hat{k}$$

todos os elementos de corrente do fio criam um campo que tem o sentido do eixxo-zz positivo

O campo magnético criado pelo elemento de corrente $Ids = Idx$ é

$$d\vec{B} = dB\ \hat{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dx \ \sin\theta}{r^2}\hat{k}$$

Para integrar esta equação temos que relacionar a variáveis x, r e θ



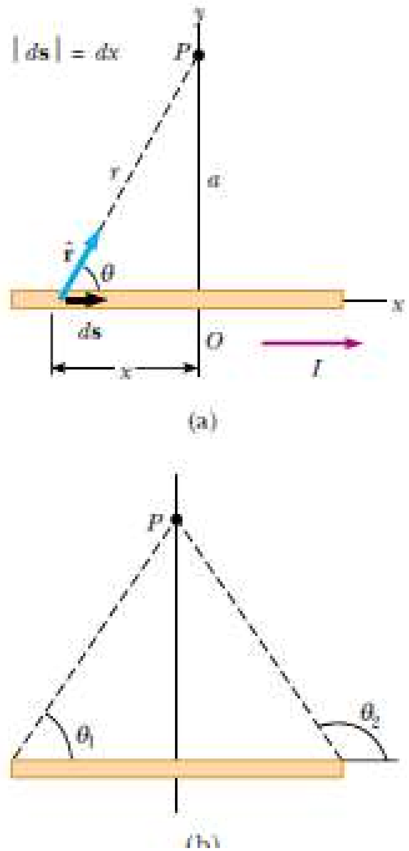
6. Campo magnético – Fio fino rectilíneo

temos $\sin\theta = \frac{a}{r}$; $\tan\theta = -\frac{a}{x}$

logo $dx = \frac{d}{d\theta}\left(-\frac{a}{\tan\theta}\right) = \frac{a}{\sin^2\theta}d\theta$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\left(\frac{a}{\sin^2\theta}\right)\sin\theta}{\left(\frac{a}{\sin\theta}\right)^2}d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\sin\theta}{a}d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\, d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$



Para um fio infinito

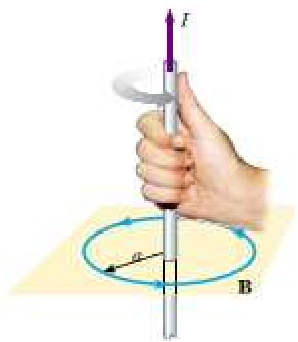
$\theta_1 \to 0$ e $\theta_2 \to 180°$ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}$

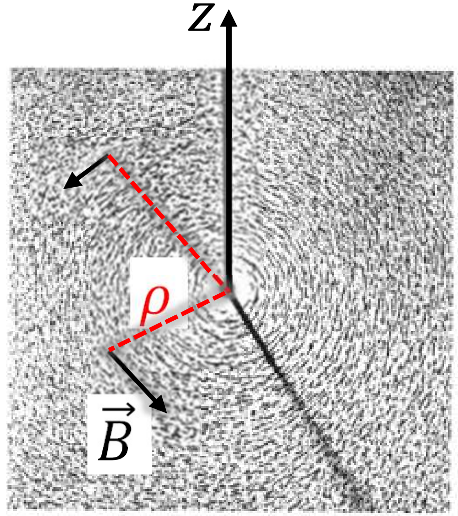
3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Fio fino rectilíneo

Para um fio rectilíneo de comprimento infinito

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

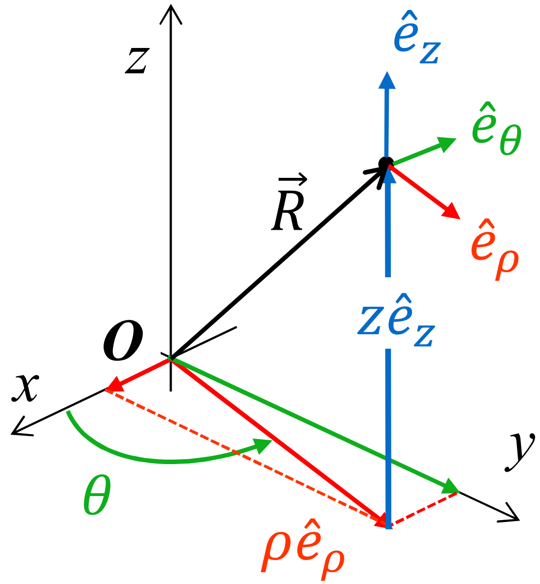




O vector campo magnético é

$$\vec{B}_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\hat{e}_\theta$$

- $\hat{e}_\theta$ é o vector unitário na direcção transversal do s.c. cilíndricas
- $\vec{B}_\theta$ é perpendicular a $\hat{e}_\rho$ vector unitário na direcção radial e a $\hat{e}_z \equiv \hat{k}$
- O campo magnético é um vector que pertence a um plano perpendicular à corrente



3. Campos Eléctrico e Magnético

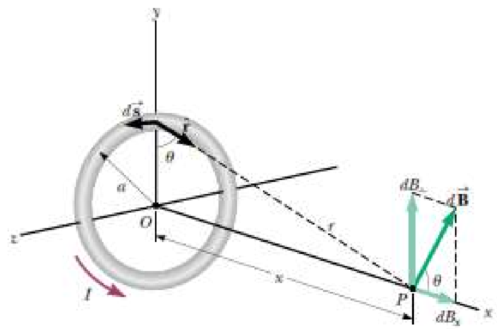
6. Campo magnético – Espira circular

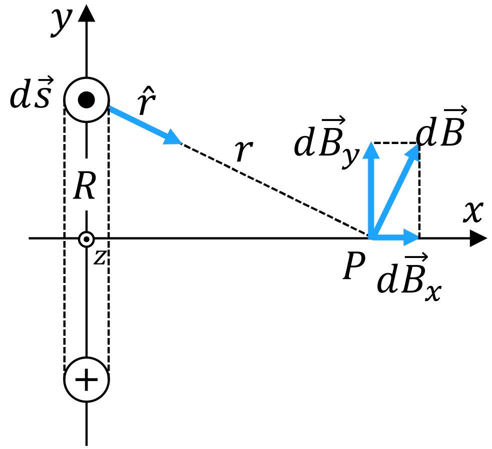
Exemplo: Campo criado por uma corrente estacionária I que circula numa espira circular plana, raio R, num ponto P do seu eixo a uma distância x do seu centro

Resolução

- Notemos que qualquer elemento de corrente $Id\vec{s}$ é perpendicular a $\hat{r}$ ($d\vec{s}$ pertence ao plano yz e $\hat{r}$ pertence a um plano que contém o eixo-zz)
- A direcção de $d\vec{B}$ é perpendicular ao plano definido por $d\vec{s}$ e $\hat{r}$ portanto $d\vec{B} = d\vec{B}_x + d\vec{B}_\rho$ onde $d\vec{B}_\rho$ é a componente radial cilíndrica (no esquema é $d\vec{B}_y$) que pertence ao plano da espira – plano yz
- Devido à simetria da corrente relativamente ao ponto P quando somarmos todas as componentes radiais $d\vec{B}_\rho$ a resultante é nula $\vec{B}_\rho = \int d\vec{B}_\rho = 0$ e o campo só tem componente segundo o eixo da espira

$$dB_x = dB\cos\theta$$





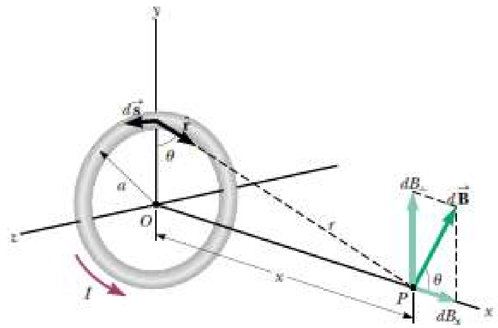
3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Espira circular

Exemplo: Campo criado por uma corrente estacionária I que circula numa espira circular plana, raio R, num ponto P do seu eixo a uma distância x do seu centro

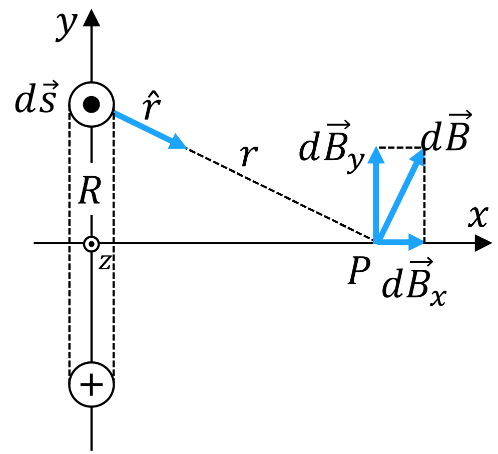
$$dB_x = dB\cos\theta \quad \rightarrow \quad B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{ds}{r^2}\cos\theta$$

$$ds = Rd\phi \ \ ; \ \cos\theta = \frac{R}{r} \ \ ; \ \ r = \sqrt{R^2+x^2}$$



como $x = const$; $\theta = const$, fica

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{(R^2+x^2)^{3/2}}\int_0^{2\pi} Rd\phi$$



$$\vec{B} = B_x\,\hat{\imath} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}\ \hat{\imath}$$

O campo máximo ocorre no centro da espira, $x = 0$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R}\ \hat{\imath}$$

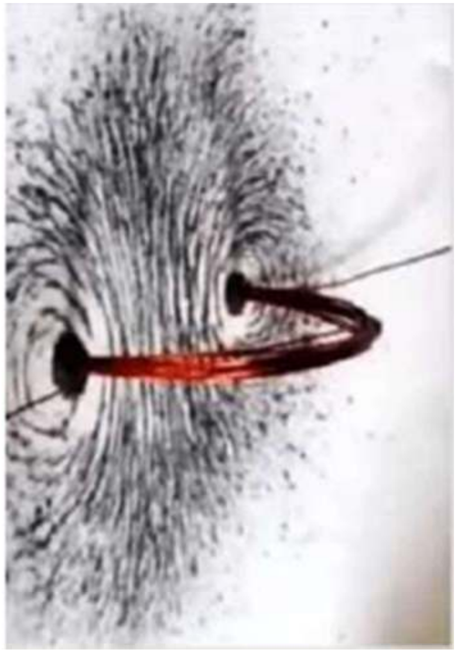
3. Campos Eléctrico e Magnético

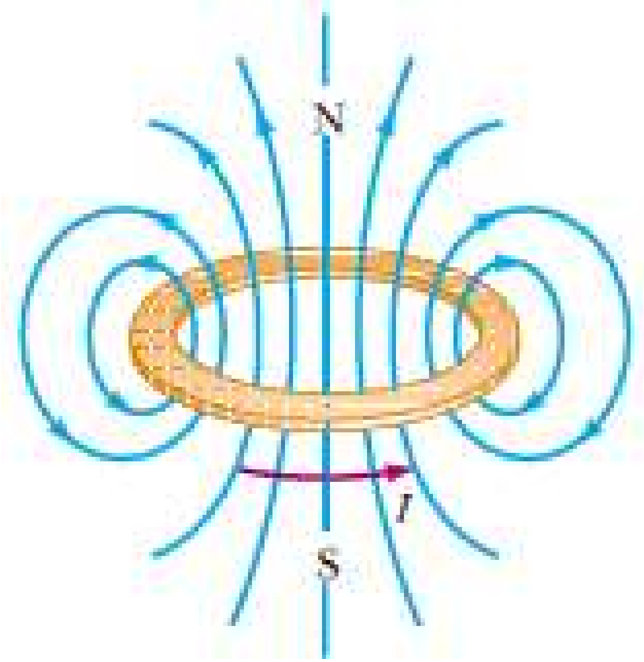
6. Campo magnético – Espira circular

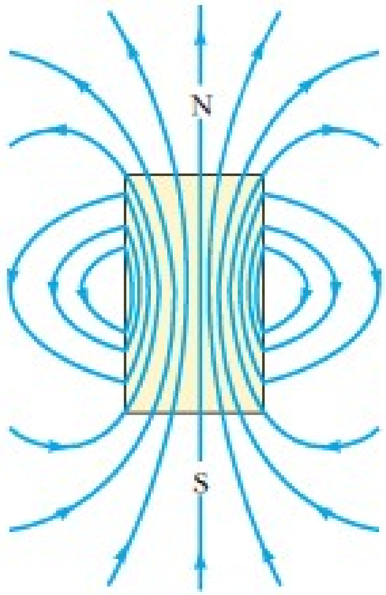
Exemplo: Campo criado por uma corrente estacionária I que circula numa espira circular plana, raio R, num ponto P do seu eixo a uma distância x do seu centro

O padrão das linhas de campo criado por uma espira circular – representadas apenas num plano que contém o eixo

Note-se a simetria em torno do eixo e as semelhanças com uma barra de um magnete permanente





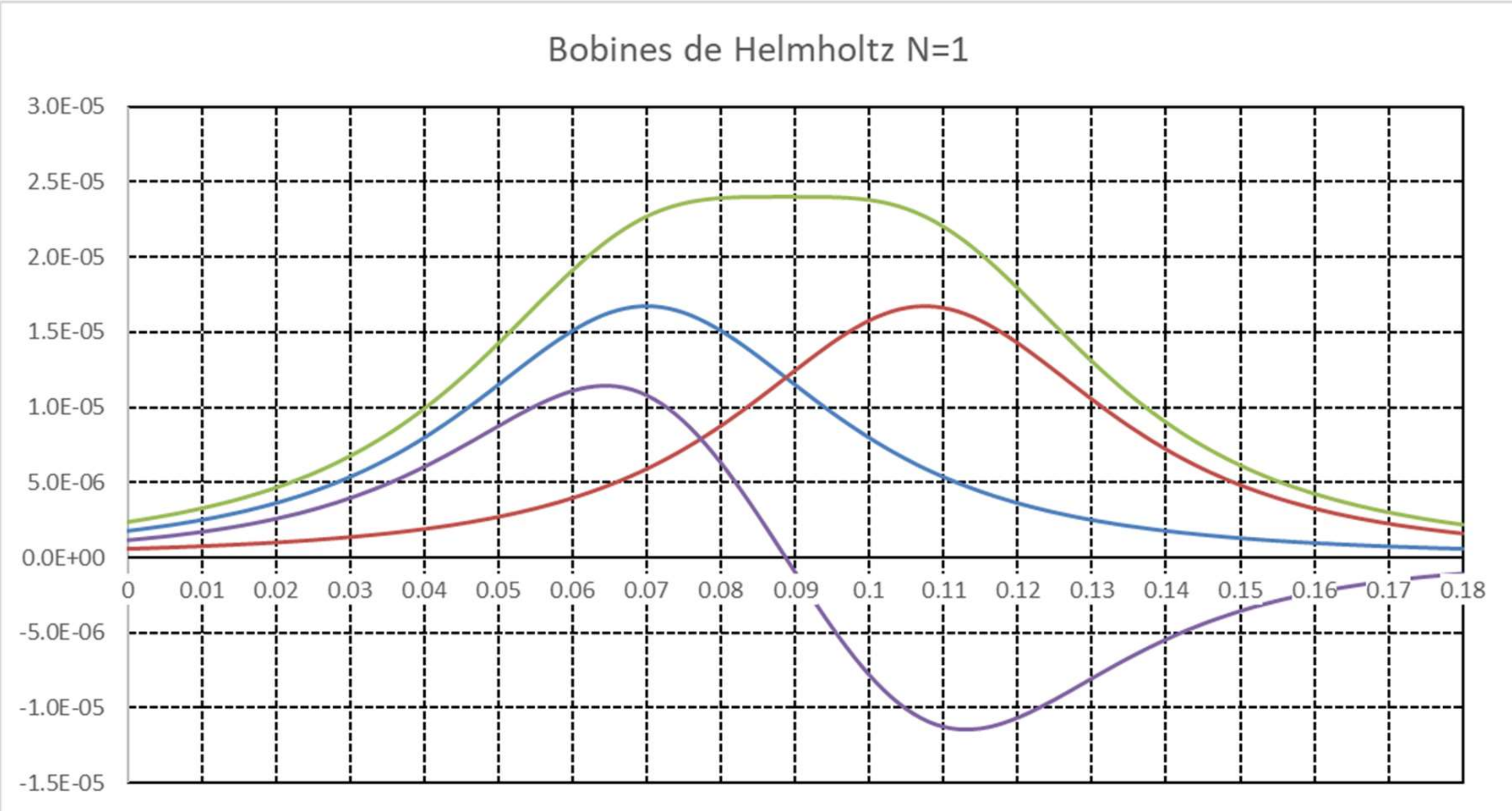


3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Espira circular

Na configuração de Helmholtz temos duas espiras iguais separadas por uma distância entre centros igual ao raio

O campo magnético obedece ao princípio da sobreposição



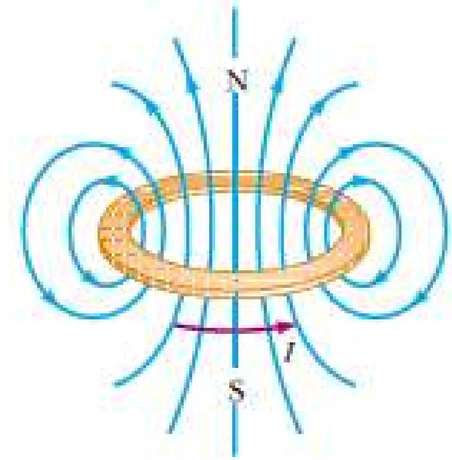
3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Espira circular

Exemplo: Campo criado por uma corrente estacionária I que circula numa espira circular plana, raio R, num ponto P do seu eixo a uma distância x do seu centro

Para grandes distâncias do centro da espira $x \gg R$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} \rightarrow \; B \approx \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}$$

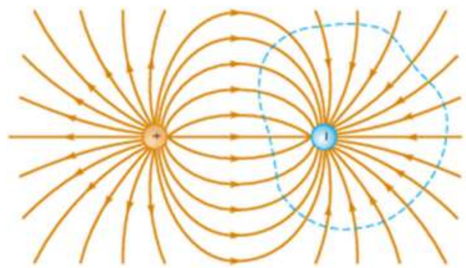


Usando o momento dipolar magnético $\mu = I(\pi R^2)$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{x^3}$$

Relembrando o momento dipolar eléctrico $p = 2aq$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{x^3}$$



6. Campo magnético – Forças entre correntes

Em 1820 Ampère escreveu

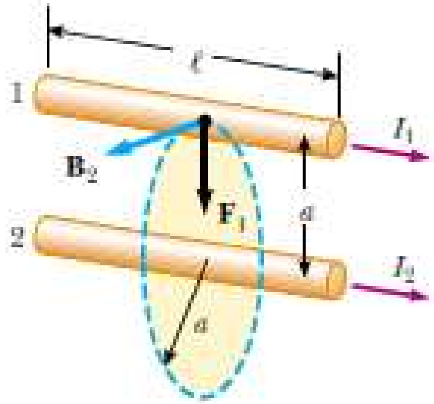
"All my moments have been taken up by an important occurrence in my life. Ever since I heard for the first time of the fine discovery of M. Oersted... on the action of galvanic currents on a magnetized needle, I have thought about it constantly. All my time has been dedicated to the writing of a great theory about these phenomena and all those theories already known about the magnet, and attempted the experiments indicated by this theory, all of which succeeded and made known to me so many new facts... and there is now a new theory of the magnet... It does not resemble anything that has been said about it up to now." [Ampère to his son Jean-Jacques, 19-25 September 1820]

André-Marie Ampère
(1775-1836)

I described the instruments that I proposed to build and, among others, the galvanic spirals and helices. I announced that these latter instruments would produce, in all cases, the same effects as magnets. I then went into some detail about how I designed the magnets as owing their properties uniquely to electric currents in planes perpendicular to their axis and to the similar currents that I claim exist in the terrestrial globe. In a word I reduced all magnetic phenomena to purely electric effects, [Journal de physique...], vol 91, 1820, p. 76-78]

6. Campo magnético – Forças entre correntes

A experiência de Ampère – força magnética entre correntes paralelas



Dois fios condutores longos, rectos e paralelos separados de de uma distância a transportam correntes I_1 e I_2 com o mesmo sentido

Vamos calcular a força exercida sobre um fio devido ao campo magnético criado pelo outro

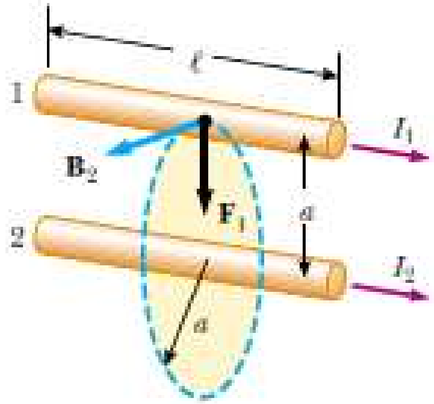
O condutor 2 transporta a corrente I_2 cria um campo $\vec{B}_2$ no fio 1. Este campo exerce sobre a corrente I_1 uma força

$$\vec{F}_1 = I_1\vec{L} \times \vec{B}_2 \quad \rightarrow \quad F_1 = I_1 L B_2 = I_1 L\left(\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}\right) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} L$$

O produto vectorial $\vec{L} \times \vec{B}_2$ define a direcção e o sentido de $\vec{F}_1 \rightarrow$ aponta do fio 1 para o fio 2. De um modo análogo, a força no fio 2 devida ao campo do fio 1 é dada por $F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} L$, são iguais em módulo, o que seria de esperar de acordo com a 3ª lei de Newton $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \rightarrow$ par acção-reacção, forças de igual intensidade e sentidos opostos

6. Campo magnético – Forças entre correntes

A experiência de Ampère – força magnética entre correntes paralelas



$$F_1 = F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} L$$
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$$

Condutores paralelos que transportam correntes no mesmo sentido atraem-se

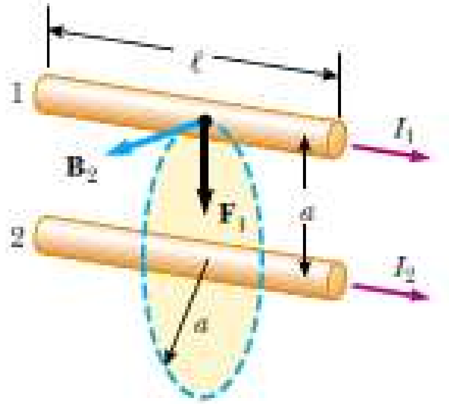
Condutores paralelos que transportam correntes em sentidos opostos repelem-se – se alterarmos o sentido de uma das correntes, o sentido das forças é invertido, mantendo-se a mesma intensidade

Como as intensidades das forças em ambos os fios são iguais, definimos a força por unidade de comprimento

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \quad (\mathrm{N/m})$$

6. Campo magnético – Forças entre correntes

A experiência de Ampère – força magnética entre correntes paralelas



A força entre duas correntes paralelas foi usada até 2019 para definir a unidade de corrente eléctrica - Ampère (A) – no Sistema Internacional de Unidades

Se dois fios longos paralelos separados de 1 m transportarem a mesma corrente e a força por unidade de comprimento é 2×10^{-7} N/m então a corrente é 1 A

Na dedução da equação da força entre correntes paralelas

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \quad (\mathrm{N/m})$$

consideramos que os dois fios teriam de ser longos, comparados com a distância entre eles.

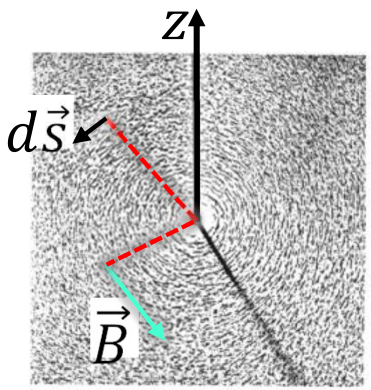
De facto, apenas um dos fios tem de ser longo. Porquê?

6. Campo magnético – Lei de Ampère

Tendo em atenção a simetria do campo em torno do fio, consideramos um deslocamento $d\vec{s}$ tangente a uma circunferência centrada no fio e situada num plano perpendicular ao fio

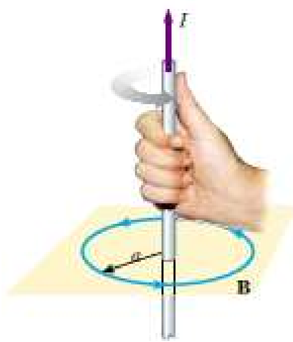
Como $\vec{B}$ é paralelo a $d\vec{s}$ e módulo de $\vec{B}$ é constante sobre a circunferência fica

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 I$$



onde $\oint ds = 2\pi r$ é o comprimento da circunferência.

Apesar de termos considerado o caso particular de uma circunferência que rodeia um fio, este resultado é válido para um caminho fechado com forma qualquer (chamada linha amperiana) que rodeia uma corrente.



O integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ chama-se integral de linha do vector $\vec{B}$ $\rightarrow$ o ponto de aplicação do vector desloca-se ao longo da linha fechada definida por $d\vec{s}$

3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Lei de Ampère

Este resultado constitui a lei de Ampère

O integral de linha $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ ao longo de qualquer caminho fechado é igual a $\mu_0 I$, onde $\sum I$ é a soma algébrica de todas as correntes estacionárias que atravessam qualquer superfície limitada pelo caminho fechado

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum I$$

Exemplo:

Classificar o valor de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ para os caminhos fechados da figura, do menor para o maior

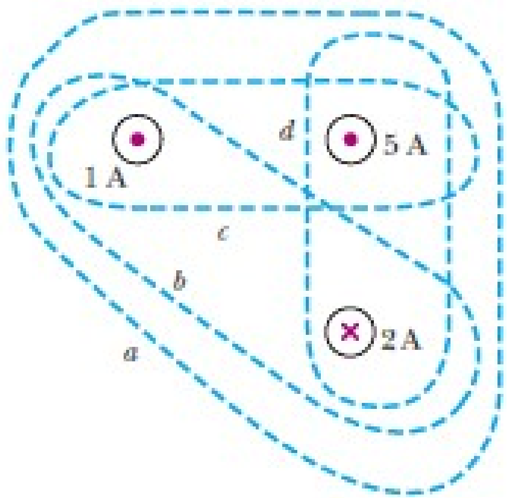
a: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0(1 + 5 - 2) = 4\mu_0$

b: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0(1 - 2) = -\mu_0$

c: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0(1 + 5) = 6\mu_0$

d: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0(5 - 2) = 3\mu_0$

Resposta: b, d, a, c



6. Campo magnético – Lei de Ampère

Aplicação da lei de Ampère ao cálculo de campos magnéticos.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum I$$

Será que podemos usar este resultado para calcular campos magnéticos ? SIM

Em que condições? (analogia com a lei de Gauss para o campo E)

1. Temos que considerar um contorno fechado que rodeia a corrente, linha amperiana
2. O vector $\vec{B}$ deve ser tangente ou perpendicular à linha amperiana em todos os seus pontos
3. O módulo do campo B tem de ser constante em todos os pontos em que é tangente à linha amperiana
4. Uma linha amperiana é uma linha matemática (virtual) e não precisa de coincidir com qualquer linha física (real)

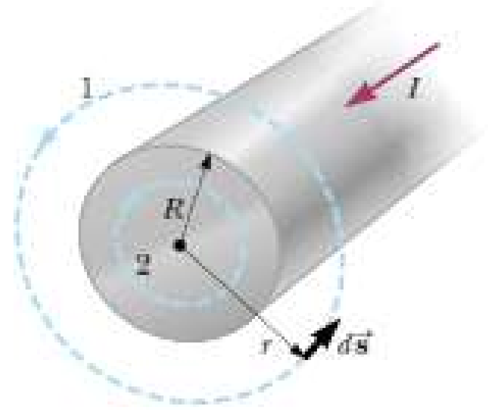
6. Campo magnético – Lei de Ampère

Exemplo: Um fio cilíndrico longo e rectilíneo, de raio R, transporta uma corrente estacionária I_0 uniformemente distribuída no seu interior. Calcular o campo magnético em todas as regiões do espaço (fora e dentro do fio)

Resolução

Enquadramento:

1. estudamos a geometria do condutor e das correntes que transporta $\rightarrow$ o fio é um cilindro maciço que transporta uma corrente a qual vai criar campos dentro e fora do fio
2. a simetria cilíndrica do condutor deve permitir o uso da lei de Ampère
3. para $r > R$ devemos esperar o mesmo resultado que obtivemos usando alei de Biot-Savart



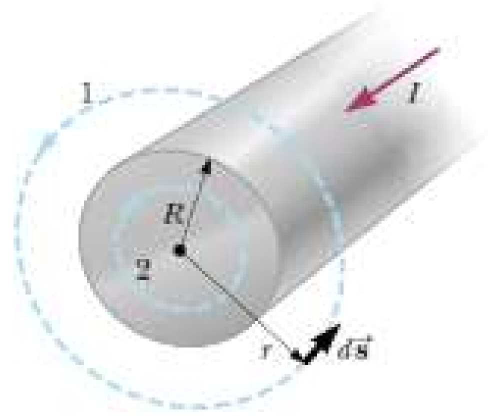
Para o campo exterior $r > R$ escolhemos com caminho de integração a circunferência 1 – concêntrica com o cilindro- o módulo do campo deve ser constante e tangente a esta linha $\vec{B} \cdot d\vec{s} = Bds$

6. Campo magnético – Lei de Ampère

Exemplo: Um fio cilíndrico longo e rectilíneo, de raio R, transporta uma corrente estacionária I_0 uniformemente distribuída no seu interior. Calcular o campo magnético em todas as regiões do espaço (fora e dentro do fio)

Resolução

Tendo em atenção que toda a corrente I passa pela área limitada pelo círculo 1



$$\vec{B}\cdot d\vec{s} = Bds \quad \rightarrow \quad \oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = B\oint ds = B2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (r \geq R)$$

No interior do cilindro $r < R$ temos que a corrente I' que atravessa A' a área do círculo 2, é menor que a corrente total I

Se a corrente é uniforme em todo o fio, a densidade de corrente também

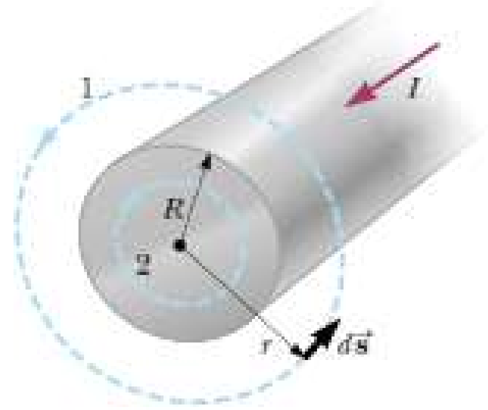
$$\rightarrow J = \frac{I}{A} = \frac{I'}{A'} \quad \rightarrow \quad I' = I\frac{A'}{A} = I\frac{r^2}{R^2}$$

6. Campo magnético – Lei de Ampère

Exemplo: Um fio cilíndrico longo e rectilíneo, de raio R, transporta uma corrente estacionária I_0 uniformemente distribuída no seu interior. Calcular o campo magnético em todas as regiões do espaço (fora e dentro do fio)

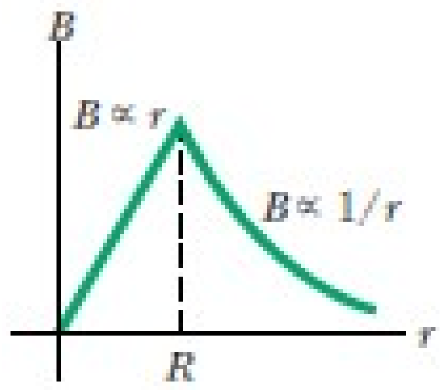
Resolução

Aplicando a lei de Ampère à circunferência 2



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B 2\pi r = \mu_0 I \frac{r^2}{R^2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r \quad (r < R)$$



O módulo do campo no interior é nulo no centro e cresce linearmente com o raio até à superfície

Ambas as expressões dão o mesmo valor do campo à superfície confirmando que o campo é contínuo à superfície

3. Campos Eléctrico e Magnético

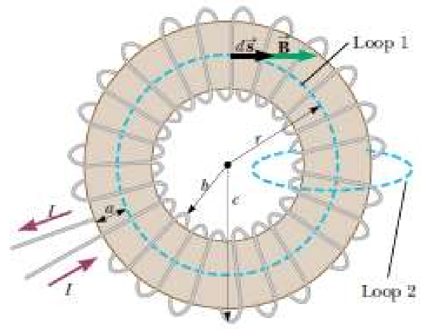
6. Campo magnético – Lei de Ampère

Exemplo: Campo criado por uma corrente que circula num toróide

Um toróide é um dispositivo que consiste num fio condutor enrolado num anel isolador (um cilindro dobrado de modo que as extremidades estão juntas – toro)

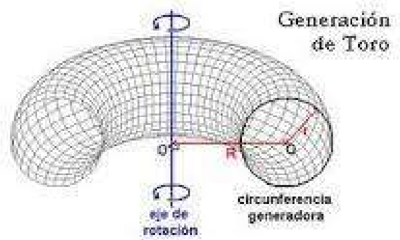
Resolução

A linha amperiana de integração 1 é uma circunferência de raio r. A simetria das correntes indica que o módulo do campo é constante e o vector é tangente sobre esta linha $\rightarrow$ $\vec{B} \cdot d\vec{s} = B\, ds$

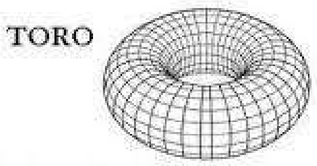


O fio passa N vezes através da área do círculo, de modo que a corrente total através da área é NI

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B 2\pi r = \mu_0 NI$$



$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$



Os toróides são usados para criar campos quase uniformes numa região fechada

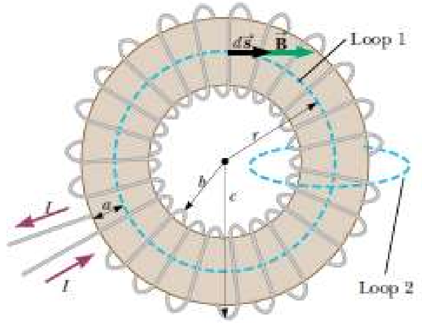
3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Lei de Ampère

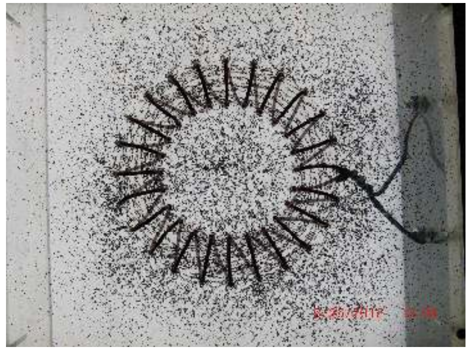
Exemplo: Campo criado por uma corrente que circula num toróide

No interior do toróide o campo não é uniforme pois

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$



mas se $r \gg a$ (raio da secção recta do toro então o campo é aproximadamente uniforme

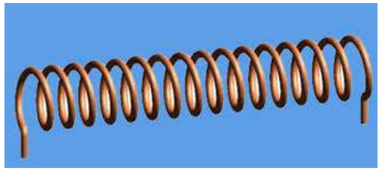


Para um toróide ideal o campo no exterior é quase nulo, não é exactamente nulo

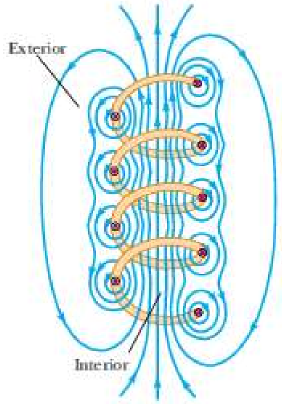
Se considerarmos a linha amperiana 2 verifica-se que a corrente que circula no fio tem de passar pela área do círculo. A corrente tem de passar de uma espira para a espira mais próxima ao logo de todo o toróide. Esta corrente é pequena mas não é nula.

6. Campo magnético – Lei de Ampère

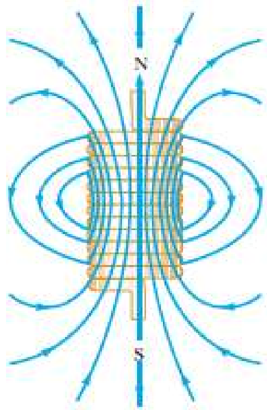
Exemplo: Campo criado por um solenóide



Um solenóide é um fio enrolado em forma de hélice de raio constante



Quando o enrolamento não é compacto, as espiras estão espaçadas e as linhas de campo no interior são quase paralelas, estão uniformemente distribuídas e muito juntas indicando que o campo é mais intenso e quase uniforme nesta região



Quando o enrolamento é compacto podemos considerar o solenóide como sendo formado por um conjunto de espiras justapostas ao longo do eixo comum

Um solenóide ideal tem comprimento infinito e uma densidade de espiras uniforme

Obtemos uma boa aproximação quando $L \gg R$, o comprimento é muito maior que o raio

3. Campos Eléctrico e Magnético

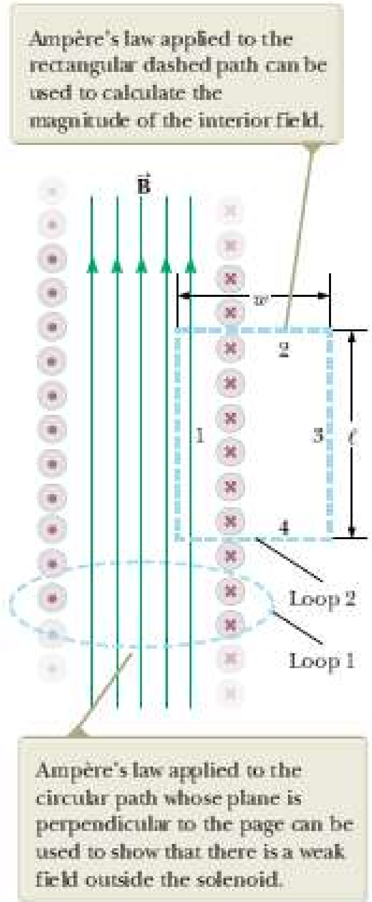
6. Campo magnético – Lei de Ampère

Exemplo: Campo criado por um solenóide

Consideremos um solenóide ideal de raio R. Neste caso, o campo $\vec{B}$ no interior é uniforme e paralelo ao eixo

No exterior o campo é muito pequeno mas não é nulo. Se considerarmos a linha amperiana 1 vemos que a corrente passa de uma espira para a próxima e tem de atravessar a área limitada pela linha pois é a corrente que percorre todo o solenóide. Então se há corrente a atravessar a área limitada pela linha então há campo

Como o campo no exterior é muito inferior ao interior podemos desprezá-lo. Usando a linha amperiana 2 a itegração é feita sobre os 4 ramos e resulta



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_1 \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_2 \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_3 \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_4 \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

3. Campos Eléctrico e Magnético

6. Campo magnético – Lei de Ampère

Exemplo: Campo criado por um solenóide

Sobre os ramo 3 e as partes exteriores dos ramos 2 e 4 o integral é nulo porque desprezamos o campo exterior. Nas partes interiores dos ramos 2 e 4 $\vec{B}$ é perpendicular a $d\vec{s}$ o que resulta nem integrais também nulos. Então fica

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_1 \vec{B} \cdot d\vec{s} = BL$$

Aplicando a lei de Ampère à linha amperiana 2 resulta em

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = BL = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} = \mu_0 nI$$

onde $n = \frac{N}{L}$ é a densidade de espiras (número de espiras por unidade de comprimento)