

- Este teste termina com a palavra FIM e a indicação da cotação das questões.
- Todos os raciocínios devem ser convenientemente justificados e todas as respostas devem ser cuidadosamente redigidas.

1. Calcula as primitivas das seguintes funções:

(a) $\sin(\sqrt{x})$; (b) $\frac{x+2}{x^3+2x^2+5x}$; (c) $\frac{2}{\sqrt{x}(2+\sqrt{x})^{101}}$.

Sugestão: Na alínea (a) faz primeiro uma mudança de variável e utiliza depois primitivação por partes e na alínea (c) faz uma mudança de variável.

2. Considera a região \mathcal{A} formada pelos pontos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tais que y está entre $f(x) = 1 - 2x$ e $g(x) = \sqrt{x}$ para $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$.

(a) Calcula os pontos de interseção dos gráficos de $f(x)$ e de $g(x)$.

Nota: Para efeitos da resolução das alíneas seguintes informa-se que a solução é $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$, mas nenhuma cotação terás na presente alínea se apenas verificares que este ponto satisfaz as duas equações.

(b) Representa geometricamente a região \mathcal{A} .

(c) Calcula a área da região \mathcal{A} .

3. Seja f uma função contínua em \mathbb{R} e g a função definida em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ pela igualdade

$$g(x) = \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt.$$

(a) Indica o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$. Justifica cuidadosamente a resposta.

(b) Mostra que g é uma função constante (em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$) se e só se f também o é (em \mathbb{R}).

FIM

Cotação:

1. 10; 2. 7; 3. 3.