EDO's 1ª ordem

Variáveis Separáveis

1. Escrever na forma normal para identificar. Se tiver a forma: $y' = \frac{p(x)}{q(y)}$ a EDO é de variáveis separáveis.
2. Separar as variáveis, até obter: $q(y)\, dy = p(x)\, dx$
3. Aplicar integração de ambos os membros da equação.

Homogéneas

1. Escrever na forma normal para identificar. Se tiver a forma: $y' = f(x, y)$ em que f é uma função homogénea de grau zero (i.e. $f(\lambda x, \lambda y) = f(x, y)$), então a EDO é homogénea.
2. Considerar a substituição: $y = xz$ e $y' = z'x + z$
3. Que transforma a EDO numa EDO de variáveis separáveis.
4. Encontrar o integral geral da EDO de variáveis separáveis.
5. Aplicar a substituição inversa $\left(z = \frac{y}{x}\right)$ e encontrar o integral geral da EDO homogénea.

Lineares

1. Se a EDO tem a forma: $a_0(x)\, y' + a_1(x)\, y = b(x)$ a EDO é linear.
2. Dividir tudo por $a_0(x)$.
$$y' + \frac{a_1(x)}{a_0(x)} y = \frac{b(x)}{a_0(x)}$$
$p(x) = \frac{a_1(x)}{a_0(x)}$ e $q(x) = \frac{b(x)}{a_0(x)}$
3. Determinar o fator integrante: $\mu(x) = e^{\int p(x) dx}$
4. Multiplicar a EDO do ponto 2 por $\mu(x)$. Então teremos,
$$(\mu(x) y)' = \mu(x) q(x)$$
5. Aplicando integração temos:
$$\mu(x) y = \int \mu(x) q(x)\, dx$$
$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{\mu(x)} \int \mu(x) q(x)\, dx$$
Que nos dá o integral geral da EDO linear.

Bernoulli

1. Se a EDO tem a forma: $a_0(x)\, y' + a_1(x)\, y = b(x) y^{\alpha}$ a EDO é de Bernoulli.
2. Multiplicar toda a EDO por
$$y^{-\alpha}$$
3. Multiplicar toda a EDO por
$$(1 - \alpha)$$
4. Considerar a substituição
$$z = y^{1-\alpha}$$
e
$$z' = (1 - \alpha) y^{-\alpha} y'$$
e a EDO transforma-se numa EDO Linear.
5. Encontrar o integral geral da EDO linear.
6. Aplicar a substituição inversa $(z = y^{1-\alpha})$ e encontrar o integral geral da EDO de Bernoulli.

Exatas

1. Se a EDO tem a forma:
$$M(x, y) + N(x, y) y' = 0$$
Ou
$$M(x, y) dx + N(x, y) dy = 0$$
E existe uma função F em que $M(x, y) = \frac{dF}{dx}$ e $N(x, y) = \frac{dF}{dy}$
Então a EDO é exata.
2. Resolver uma EDO exata significa encontrar uma função $F(x, y)$ (usando integração) e indicar o integral geral da EDO na forma: $F(x, y) = C, C \in \mathbb{R}$

Filipa Santana (2022) - vfssantana@ua.pt