

Critérios para o estudo da convergência

Critério de Comparação

majorar por convergente
minorar por divergente

$$0 \leq a_n \leq b_n$$

- ① $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge
- ② $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge

Critério de comparação por passagem ao limite

$$L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n}$$

Série com que
comparamos e
da qual sabemos
a natureza

- ① Se $L \in \mathbb{R}^+$, as séries têm a mesma natureza
- ② Se $L = +\infty$ e $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.
- ③ Se $L = 0$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.

Critério de Cauchy (raiz)

Útil com potências
de índice n

$$L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$$

① Se $L < 1$, a série converge absolutamente

② Se $L > 1$, a série diverge

③ Se $L = 1$, nada se conclui por este processo

■ Critério de D'Alambert (quociente) →

Útil com
fatoriais

$$L = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|}$$

① Se $L < 1$, a série converge absolutamente

② Se $L > 1$, a série diverge

③ Se $L = 1$, nada se conclui por este processo

■ Critério de Leibniz →

Avalia convergência
simples de séries
alternadas

① $u_n > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

② u_n é decrescente

③ $\lim u_n = 0$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} u_n$$

Se ①, ② e ③ se verificarem
então a série alternada converge
simplesmente.