

Universidade de Aveiro  
Departamento de Matemática

Cálculo II - Agrupamento 4

2021/22

Folha 1: Soluções

---

1. (a)  $] -1, 1[$ , sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.  
(b)  $\mathbb{R}$ , sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.  
(c)  $] -1, 1[$ , sendo simplesmente convergente em  $x = 1$  e absolutamente convergente nos restantes pontos.  
(d)  $[1, 2[$ , sendo simplesmente convergente em  $x = 1$  e absolutamente convergente nos restantes pontos.  
(e)  $\mathbb{R}$ , sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.  
(f)  $\{2\}$ , sendo absolutamente convergente nesse ponto.  
(g)  $[-3, -1[$ , sendo simplesmente convergente em  $x = -3$  e absolutamente convergente nos restantes pontos.  
(h)  $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$ , sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.  
(i)  $[-1, 1[$ , sendo simplesmente convergente em  $x = -1$  e absolutamente convergente nos restantes pontos.  
(j)  $] -\frac{4}{3}, \frac{8}{3}]$ , sendo simplesmente convergente em  $x = \frac{8}{3}$  e absolutamente convergente nos restantes pontos.  
(k)  $]0, 4[$ , sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.  
(l)  $] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ , sendo simplesmente convergente em  $x = \frac{1}{2}$  e absolutamente convergente nos restantes pontos.
2. —
3. (a)  $T_0^3(x^3 + 2x + 1) = x^3 + 2x + 1$   
(b)  $T_\pi^3(\cos x) = -1 + \frac{(x-\pi)^2}{2}$   
(c)  $T_1^3(xe^x) = e + 2e(x-1) + \frac{3}{2}e(x-1)^2 + \frac{2}{3}e(x-1)^3$   
(d)  $T_0^5(\sin x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$   
(e)  $T_0^6(\sin x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$   
(f)  $T_1^n(\ln x) = (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}(x-1)^n$ .
4. (a)  $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \frac{e^\theta}{(n+1)!}x^{n+1}$ , para algum  $\theta$  entre 0 e  $x$ .  
(b) —  
(c) Por exemplo,  $\frac{1}{\sqrt{e}} \simeq T_0^2 f(-\frac{1}{2}) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = 0.625$ , com erro inferior a  $\frac{1}{6}$ .
5.  $|R_5(3)| \leq \frac{(3-\pi)^6}{6!}$
6. —
7. (a)  $T_1^n(\frac{1}{x}) = 1 - (x-1) + (x-1)^2 + \dots + (-1)^n(x-1)^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .  
(b)  $n = 3$  (ou outro superior a este).

8.  $n = 6$ .

9. —

10. (a)  $\sum_{n=0}^{\infty} 3^n x^n$ , para  $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$ ;

(b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} x^n$ , para  $-2 < x < 2$ ;

(c)  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (x-1)^n$ , para  $0 < x < 2$ .

11.  $\frac{1}{x+1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^{n+1}} (x-3)^n$ ,  $x \in ]-1, 7[$ .