



universidade
de aveiro

departamento de física

MECÂNICA E CAMPO ELETROMAGNÉTICO

ano letivo 2022/2023

Capítulo 2: Sistemas oscilatórios

1 Um bloco de 4,0 kg distende uma mola de 16 cm em relação à sua posição de equilíbrio. Remove-se o bloco e suspende-se um corpo de 0,5 kg da mesma mola. Se a mola for então comprimida e largada, qual é o período de oscilação do bloco?

2 Uma mola estica de 3,9 cm quando uma massa de 10 g é pendurada. Se uma massa de 25 g ligada à mola oscila com movimento harmónico simples, qual é a frequência do movimento?

3 A posição, velocidade e aceleração iniciais de um objeto que descreve um movimento harmónico simples de frequência ω são x_0 , v_0 e a_0 .

a) Mostre que a posição e a velocidade do objeto, para qualquer instante, pode ser escrito como:

$$x(t) = x_0 \cos \omega t + \left(\frac{v_0}{\omega} \right) \sin \omega t$$
$$v(t) = -x_0 \omega \sin \omega t + v_0 \cos \omega t$$

b) Se a amplitude do movimento é A , mostre que

$$v^2 - ax = v_0^2 - a_0 x_0 = A^2 \omega^2.$$

4 Um corpo vibra com movimento harmónico simples com uma amplitude de 12 cm e uma frequência de vibração de 4 *vibrações/segundo*.

Calcule:

- a) a aceleração e velocidade máximas.
- b) a aceleração e velocidade, quando o deslocamento é 6 cm.
- c) o tempo necessário para se afastar da posição de equilíbrio, até um ponto situado a 8 cm dessa distância.

5 A amplitude de um sistema que se move com movimento harmónico simples é duplicada. Determine a alteração de:

- a) energia total
- b) velocidade máxima
- c) período.

6 Uma esfera de raio R rola sem escorregar numa superfície cilíndrica côncava de raio $5R$. Determine o período de oscilação, para pequenos deslocamentos em torno da posição de equilíbrio.

7 Mostre que a taxa de variação de energia de um oscilador amortecido é dada por $\frac{dE}{dt} = -bv^2$ e, portanto, é sempre negativa.

8 Um pêndulo 1 m de comprimento é largado com um ângulo de $15,0^\circ$. Após 1000 s, a sua amplitude foi reduzida para $5,5^\circ$. Qual é o coeficiente de amortecimento?

9 Um pêndulo é lançado com uma velocidade angular inicial de 2 rad/s e uma amplitude de 5° .

- a) Obtenha a equação do movimento do pêndulo (suponha a aproximação de pequenos ângulos).
- b) Qual é o instante de tempo em que o pêndulo passa a primeira vez pela posição de equilíbrio.

10 Uma partícula de massa 2 kg move-se ao longo do eixo dos xx atraída para a origem por uma força cuja intensidade é numericamente igual a $8x$. Considerando que a partícula está inicialmente em repouso em $x = 20$ m, determine:

- a) a equação diferencial e as condições iniciais que descrevem o movimento.
- b) a posição da partícula, em qualquer instante.
- c) a velocidade, em qualquer instante.
- d) a amplitude, o período e a frequência da vibração.

11 Sobre um corpo de massa 0,25 kg atua uma força de restituição cuja constante de força é $K=0,25$ N/m. O corpo é posto a oscilar com uma energia potencial de 0,6 J e uma energia cinética inicial de 0,2 J.

- a) construa o gráfico da energia potencial E_p em função do deslocamento x na região $-0,3 \text{ m} < x < +0,3 \text{ m}$.
Calcule
- b) a amplitude da oscilação.
- c) a energia potencial quando o deslocamento é metade da amplitude.
- d) o deslocamento para o qual a energia potencial iguala a energia cinética.
- e) a velocidade do corpo, no ponto médio da sua trajetória.

12 Uma pessoa de 60 kg ao entrar num automóvel faz com que o centro de gravidade desça 0,3 cm. Qual o valor da constante elástica dos amortecedores? De quanto variará a frequência própria de vibração, caso o automóvel tenha uma massa de 500 kg.

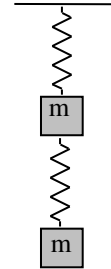
13 Um pêndulo simples tem um período de 2 s e uma amplitude de 2° . Depois de 10 oscilações completas, a sua amplitude foi reduzida para $1,5^\circ$. Calcular o coeficiente de amortecimento. Discuta a influência da viscosidade do ar no período do pêndulo.

14 Uma força externa periódica atua sobre um corpo de massa 6 kg suspenso pela extremidade inferior duma mola vertical cuja constante elástica é 50 N/m. A força de amortecimento é proporcional à velocidade instantânea do corpo e é de 8 N, quando a velocidade for de 2 m/s. Determine a frequência na qual a ressonância ocorre.

15 A uma massa ligada a uma mola, inicialmente em repouso, imprime-se uma velocidade de 10 cm/s. Sabe-se que $K_{\text{mola}}=5$ dine/cm, $m = 200$ g e $\gamma=1/40 \text{ s}^{-1}$.

- a) Determine a sua posição ao fim de um tempo $t = 2$ s.
 b) Calcule a amplitude e a correspondente equação do movimento do estado estacionário quando, se aplica ao sistema uma força excitadora dada por: $F_e(t) = 10 \times \cos(0,5t)$.

16 Duas molas iguais de constante K_{mola} estão penduradas e ligadas a corpos de massa m como está representado na figura ao lado. Desprezando a massa das molas calcule:



- a) as frequências dos modos normais de oscilação do sistema.
 b) a relação das amplitudes de oscilação das massas nos dois modos normais de oscilação.

Nota: não é necessário considerar a aceleração da gravidade porque esta não tem influência na oscilação.

Soluções

- 1 0,28 s
- 2 1,60 Hz
- 3 -
- 4 a) $v_{\max} = 3,02$ m/s ; $a_{\max} = 75,8$ m/s²; b) $\|\vec{a}\| = 37,9$ m/s² $\|\vec{v}\| = 2,62$ m/s; c) 1,66s
- 5 a) aumenta 4 vezes b) duplica c) mantém o período
- 6 $T = 2\pi(28R/5g)^{1/2}$
- 7 -
- 8 0,001 s⁻¹
- 9 -
- 10 a) $2d^2x/dt^2 + 8x = 0$; $x_0 = 20$ m ; $dx/dt(t=0) = 0$; b) $x(t) = 20 \cos(2t)$ m ; c) $v(t) = -40 \sin(2t)$ m/s ; d) $A = 20$ m, $T = \pi$ s , $f = 1/\pi$ Hz
- 11 b) 2,5 m; c) 0,2 J; d) 1,8 m; e) 2,5 m/s
- 12 196×10^3 N/m; $\Delta f = -0,17$ Hz
- 13 $f = 1,43 \times 10^{-1}$ s⁻¹
- 14 2,8 rad/s
- 15 a) $x = 10 e^{-1/40} \cos(0,16 - \pi/2)$; b) $x(t) = 0,592 \cos(0,15t - 1,24)$ cm
- 16 a) $\omega^2 = (3 \pm \sqrt{5}) \frac{k}{2m}$; b) $\pm \frac{I}{2} (\sqrt{5} \mp 1)$