

Q2.a) do 2.º Teste em Recurso

Q4. do Exame de Recurso

O domínio de  $g(x) = \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}}$  é o conjunto

$$D_g = \left\{ x \in [-1, 1] : \frac{\arcsin x}{1-x^2} \geq 0 \wedge 1-x^2 \neq 0 \right\}$$

$\uparrow$   
 $\arcsin$

$$D_g = [0, 1[$$

O integral  $\int_0^1 g(x) dx$  é impróprio, de 2.ª espécie, no limite superior de integração porque  $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = +\infty$  e a função é contínua. Na verdade,  $g(x)$  não é limitada em  $D_g$ .

Por definição, o integral é o limite:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \int_0^x \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} [\arcsin(t)]^{\frac{1}{2}} dt \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left[ \frac{(\arcsin t)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} \right]_0^x \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \left[ \frac{2}{3} (\arcsin t)^{\frac{3}{2}} \right]_0^x \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2}{3} (\arcsin x)^{\frac{3}{2}} \\ &= \frac{2}{3} \left( \frac{\pi}{2} \right)^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \frac{\pi \sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} = \frac{\pi \sqrt{\pi}}{3\sqrt{2}} \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

O integral converge e tem valor  $\frac{\pi \sqrt{\pi}}{3\sqrt{2}}$ .