

# Mecânica e Campo Eletromagnético

18 Jan 2022

Cap. 3 – Análise e discussão de exemplos variados

Isabel Malaquias  
[imalaquias@ua.pt](mailto:imalaquias@ua.pt)  
 Gab. 13.3.16

1

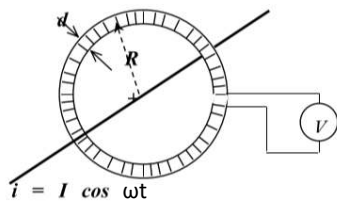
1

## Problemas - 4ª série

4. Um amperímetro “clip-on” é um dispositivo usado frequentemente para medir correntes alternadas elevadas, em cabos, sem necessidade de “abrir” o circuito pelo qual a corrente flui.

É constituído por uma bobina toroidal de  $N$  espiras ( $R \gg d$ ) que tem uma ranhura onde se insere o cabo. Às extremidades da bobina liga-se um voltímetro. Explique como funciona o aparelho.

Deduz a expressão da tensão em função de  $I$ ,  $\omega$  e dos parâmetros geométricos do toro.



comprimento do toro,  $l = 2\pi R$

$$r^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \quad d^2 = 2^2 r^2 = 4 r^2$$

$$\epsilon = - \frac{d\phi_B}{dt} \quad i = I \cos(\omega t)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \rightarrow \quad \text{LEI DE AMPÈRE}$$

$$\rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \rightarrow \quad \phi_B = N \mu_0 \frac{I}{2\pi R} \pi r^2$$

$$\epsilon = - \frac{d\phi_B}{dt} = -\mu_0 \frac{N}{2\pi R} \pi r^2 \frac{dI}{dt} \quad \epsilon = \mu_0 \frac{N}{8R} d^2 \omega I \sin(\omega t) \text{ (V)}$$

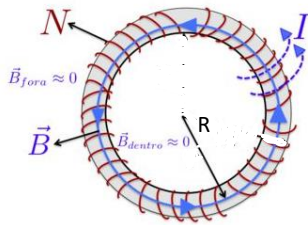
MCE\_IM\_2021-2022

2

2

### Problemas - 4ª série

7. Determine o coeficiente de auto-indução [indutância] de um solenóide toroidal de  $N$  espiras, supondo que o raio  $r$  das bobinas é muito pequeno comparado com o raio  $R$  do toróide.



$$\epsilon_L = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -N \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\epsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \text{para um percurso circular de raio } r, \text{ tem-se}$$

$$B = N \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \text{para } N = \text{número de espiras}$$

comprimento do toróide =  $2\pi R$

Se dobrarmos o solenóide para formar um toróide, o campo  $\vec{B}$  externo será zero

$$\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = N \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \pi r^2$$

$$\epsilon_L = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -\mu_0 \frac{N^2}{2\pi R} \pi r^2 \frac{dI}{dt}$$

$$-\mu_0 \frac{N^2}{2\pi R} \pi r^2 \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{2\pi R} \pi r^2 \quad (\text{henry, H})$$

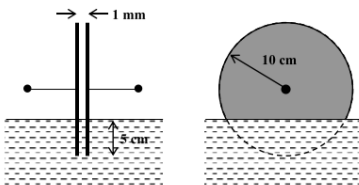
MCE\_IM\_2021-2022

3

3

### Problemas - 2ª série

7. Um condensador é constituído por duas placas circulares de **10 cm** de raio e com uma separação de **1,0 mm** entre si. Calcule a capacidade deste condensador, quando:



- entre as placas existe apenas ar;
- o espaço entre as placas é preenchido por água, cuja permitividade relativa vale **81**;
- as placas são mergulhadas verticalmente em 5 cm de água.

a) AR

$$C = \epsilon_0 \pi \quad (\text{farad, F})$$

b) ÁGUA

$$\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$$

$$C = 810 \epsilon_0 \pi \quad (\text{F})$$

c) 5 cm de água

$$C = \frac{\epsilon_0}{L} A$$

$$A = \pi R^2$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$L = 10^{-3} \text{ m}$$

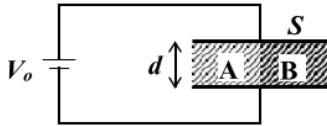
MCE\_IM\_2021-2022

4

4

## Problemas - 2ª série

8. Um condensador de placas paralelas, de área  $S$ , é preenchido por 2 materiais A e B, caracterizados por constantes dielétricas  $\epsilon$  e  $2\epsilon$ , respectivamente. Os volumes dos 2 materiais são iguais, como indica a figura.



- Calcule a capacidade do condensador.
- Obtenha a expressão para o campo eléctrico, em cada um dos materiais.
- Determine as densidades de carga (livre) nas placas do condensador.
- Escreva a expressão da energia total armazenada no condensador e indique de que modo essa energia se distribui pelos 2 dielétricos.

a)  $C_T = C_1 + C_2$

b)  $|\vec{E}| = \frac{V_0}{d}$

c)  $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E}$   $|\vec{D}| = \text{densidade de cargas livres} = \sigma_A$

$\sigma_A = \epsilon \frac{V_0}{d} \text{ (C/m}^2\text{)}$

$\sigma_B = 2\epsilon \frac{V_0}{d} \text{ (C/m}^2\text{)}$

d)  $U = \frac{1}{2} C V^2$

$U = \frac{3 S V_0^2}{2 d} \text{ (J)}$

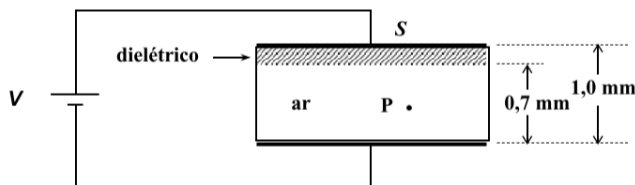
MCE\_IM\_2021-2022

5

5

## Problemas - 2ª série

9. Considere o seguinte condensador de placas paralelas, com áreas  $S = 10 \text{ cm}^2$  e  $V = 6V$ .



- Supondo que o dielétrico se caracteriza por  $\epsilon_r = 5,6$ , determine o campo eléctrico no interior do dielétrico e no ponto P.
- Calcule as densidades de carga livre ( $\sigma$ ).

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$V_T = V_1 + V_2$$

$$C = \frac{\epsilon_0}{L} A$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E}$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$V = E \cdot d$$

$$D = \frac{Q}{A}$$

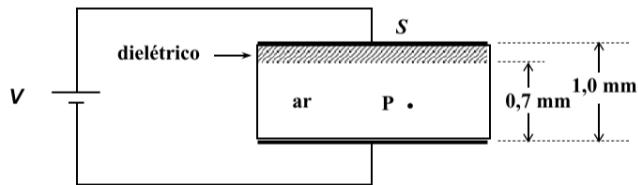
MCE\_IM\_2021-2022

6

6

### Problemas - 2ª série

9. Considere o seguinte condensador de placas paralelas, com áreas  $S = 10 \text{ cm}^2$  e  $V = 6 \text{ V}$ .



c) Suponha que se retira o dielétrico. Compare a nova capacidade do condensador com a capacidade anterior.

d) Explique, sucintamente, porque é que num material com polarização uniforme tudo se passa como se houvesse apenas 2 planos de carga em lados opostos do material.

$$\int \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$$

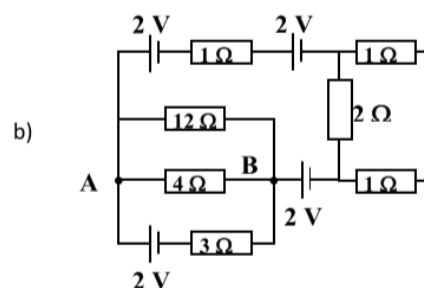
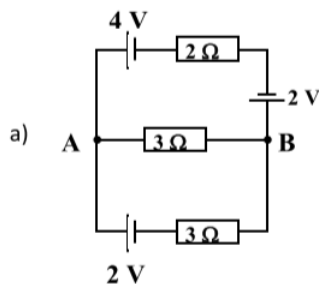
MCE\_IM\_2021-2022

7

7

### Problemas - 2ª série

16. Calcule as intensidades das correntes nos vários ramos dos seguintes circuitos e indique os respectivos sentidos. Determine também a d.d.p. entre **B** e **A**.



MCE\_IM\_2021-2022

8

8