

8. Equações de Maxwell

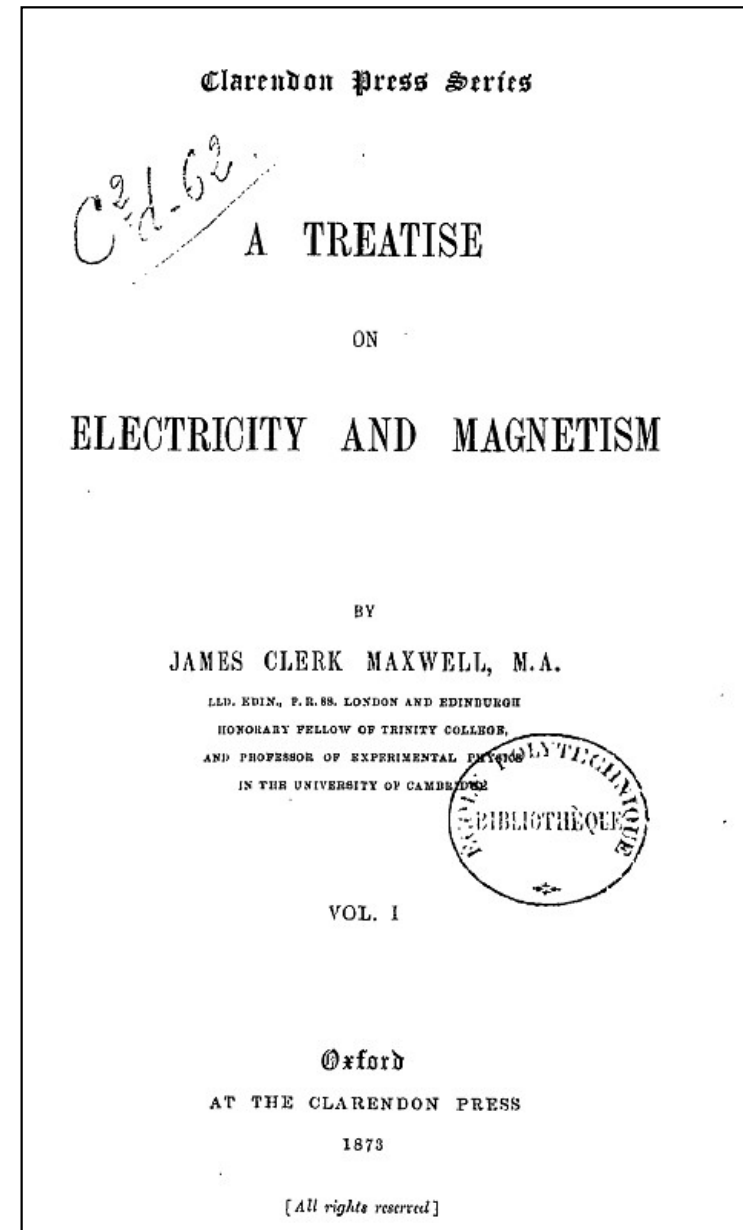
James Clerck Maxwell

(1831 – 1879)

- *Unificou numa só teoria a electricidade, o magnetismo e a óptica*
- *Previu a existência de ondas electromagnéticas no vazio (onde não existem cargas nem correntes eléctricas)*



8. Equações de Maxwell



8. Equações de Maxwell

O que eles disseram...

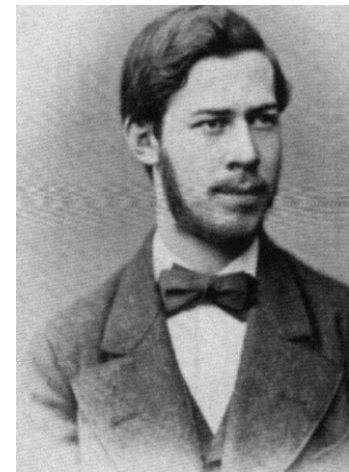
- Em 1864 James Clerck **Maxwell** escreveu

"The agreement of the results seems to show that light and magnetism are affections of the same substance, and that light is an electromagnetic disturbance propagated through the field according to electromagnetic laws"



- Heinrich Rudolf **Hertz** criou e detectou ondas electromagnéticas 1885-89

"It's of no use whatsoever[...] this is just an experiment that proves Maestro Maxwell was right - we just have these mysterious electromagnetic waves that we cannot see with the naked eye. But they are there."



8. Equações de Maxwell

Equações materiais – relações que descrevem o comportamento dos materiais sob a acção de campos eléctricos e magnéticos

Permitividade eléctrica

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E}$$

$$\chi_e = \epsilon_r - 1$$

Permeabilidade magnética

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

$$\chi_m = \mu_r - 1$$

$$\chi_m < 1 \text{ (diamagnéticos)}$$

$$\chi_m > 1 \text{ (paramagnéticos)}$$

$$\chi_m \gg 1 \text{ (ferromagnéticos)}$$

Conductividade eléctrica

Lei de Ohm

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$J_n = \sigma_{nm} E_m$$



8. Equações de Maxwell

Caracterização electromagnética de meios isotrópicos – propriedades dos materiais sob a influência de campos eléctricos e magnéticos

- *Condutividade eléctrica* σ $(\Omega^{-1}\text{m}^{-1} = \text{S/m})$
- *Permitividade dieléctrica* $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ $(\Omega^{-1}\text{m}^{-1}\text{s} = \text{F/m})$
- *Permeabilidade magnética* $\mu = \mu_r \mu_0$ $(\Omega\text{m}^{-1}\text{s} = \text{H/m})$

*Caracterização electromagnética do espaço vazio
(onde não existem cargas nem correntes eléctricas)*

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \quad \mu = \mu_0 \quad \sigma = 0 \text{ (dieléctrico perfeito)}$$

$$\varepsilon_0 = 8,8541878176 \times 10^{-12} \text{ F/m} \quad \mu_0 = \frac{4\pi}{10^7} \text{ H/m} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$$



8. Equações de Maxwell

4 equações diferenciais acopladas que permitem a determinação dos vectores de campo criados por distribuições de correntes e de cargas eléctricas

Forma Integral

$$\oiint_{[S]} \vec{D} \cdot \hat{n} dA = \iiint_V \rho dV$$

$$\oiint \vec{B} \cdot \hat{n} dA = 0$$

$$\oint_{[C]} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA$$

$$\oint_{[C]} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot \hat{n} dA$$

Forma Diferencial

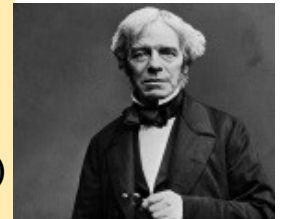
$$\blacksquare \operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{Johann Carl Friedrich Gauss})$$

$$\blacksquare \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\blacksquare \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Michael Faraday})$$

$$\blacksquare \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{Ampère/Maxwell})$$

(André-Marie Ampère)



8. Equações de Maxwell

