Lista de Exercícios 4

Cálculo I

Exercício 1 Calcule os seguintes integrais definidos:

(a) $\int_0^5 xe^{3x^2+4}dx$;

(b) $\int_0^2 \frac{1}{1+4x^2}dx$;

(c) $\int_1^3 \frac{1}{x(2x+4)}dx$;

(d) $\int_3^{11} \frac{1}{\sqrt{2x+3}}dx$;

(e) $\int_{-\ln 2}^{\ln 2} \frac{1}{e^x+4}dx$;

(f) $\int_0^1 \sqrt{4-x^2}dx$;

(g) $\int_1^e \ln^2(x)dx$.

(Sugestão: Nas alíneas d), e) e f) use a integração por substituição. Na alínea g) use a integração por partes).

Exercício 2 Calcule a área da região do plano situada entre as retas de equações $x = e$ e $x = e^3$, limitada pelo eixo das abcissas e pelo gráfico de equação $f(x) = \frac{1}{x\ln(x)}$.

Exercício 3 Calcule a área da região do plano delimitada pelos gráficos das funções f e g definidas, respetivamente, por $f(x) = e^{2x+1}$ e $g(x) = xe^{2x+1}$ e pelas retas de equações $x = -1$ e $x = -\frac{1}{2}$.

Exercício 4 Determine a área da região do plano limitada pelo eixo Ox, pelas retas de equações $x = -1$ e $x = \frac{1}{2}$ e pelo gráfico de f definida por $f(x) = \frac{x^3}{2x-2}$.

Exercício 5 Seja $F(x) = \int_0^{x^2} \operatorname{sen}(t^2)dt$. Calcule $F'\left(\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\frac{1}{4}}\right)$.

Exercício 6 Considere a função F definida em $\mathbb{R}$ por $F(x) = \int_1^{x^2}(1+e^{t^2})dt$.

(a) Calcule $F'(x)$ para todo o $x \in \mathbb{R}$.

(b) Estude a função F quanto à monotonia e extremos locais.

Exercício 7 Considere a função F definida em $\mathbb{R}$ por $F(x) = \int_0^{x^3} te^{\operatorname{sen} t} dt$.

(a) Justifique que F é diferenciável em $\mathbb{R}$ e determine F' para todo o $x \in \mathbb{R}$.

(b) Calcule $\lim_{x \to 0} \frac{F(x)}{\operatorname{sen}(x)}$.

Respostas

1a. $\frac{1}{6}(e^{79} - e^4)$

1b. $\frac{1}{2} \arctan(4)$

1c. $\frac{1}{4} \ln\left(\frac{9}{5}\right)$

1d. 2

1e. $\frac{\ln 3}{4}$

1f. $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

1g. $e - 2$

2. $\ln 3$

3. $1 - \frac{5}{4e}$

4. $\frac{1}{12}$

5. $\sqrt{2}\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$

6a. $F'(x) = 2x(1 + e^{x^4})$

6b. F é stritamente decrescente em $\mathbb{R}^-$, estritamente crescente em $\mathbb{R}^+$, $F(0)$ é minimo local de F.