3. Campos Eléctrico e Magnético

Índice

3.1 Campo eléctrico

Propriedades das cargas elétricas. Isoladores e condutores. Lei de Coulomb. Campo elétrico.

3.2 Lei de Gauss

Lei de Gauss. Conductores em equilíbrio electrostático. Aplicações da Lei de Gauss.

3.3 Potencial eléctrico

Diferença de potencial. Potencial eléctrico. Energia potencial. Cálculo do campo elétrico a partir do potencial.

3.4 Capacidade e condensadores

Capacidade eléctrica. Energia armazenada num condensador.

3.5 Corrente eléctrica e resistência

Corrente eléctrica. Resistência e a Lei de Ohm. Energia e potência eléctricas. Leis de Kirchhoff.

3.6 Campo magnético

Campo magnético. Força magnética. Lei de Biot-Savat. Lei de Ampère.

3.7 Indução electromagnética

Lei de Faraday. Lei de Lenz. Auto-inductância. Inductância mútua.

3.8 Equações de Maxwell

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.1. Propriedades das cargas eléctricas

Fenómenos naturais

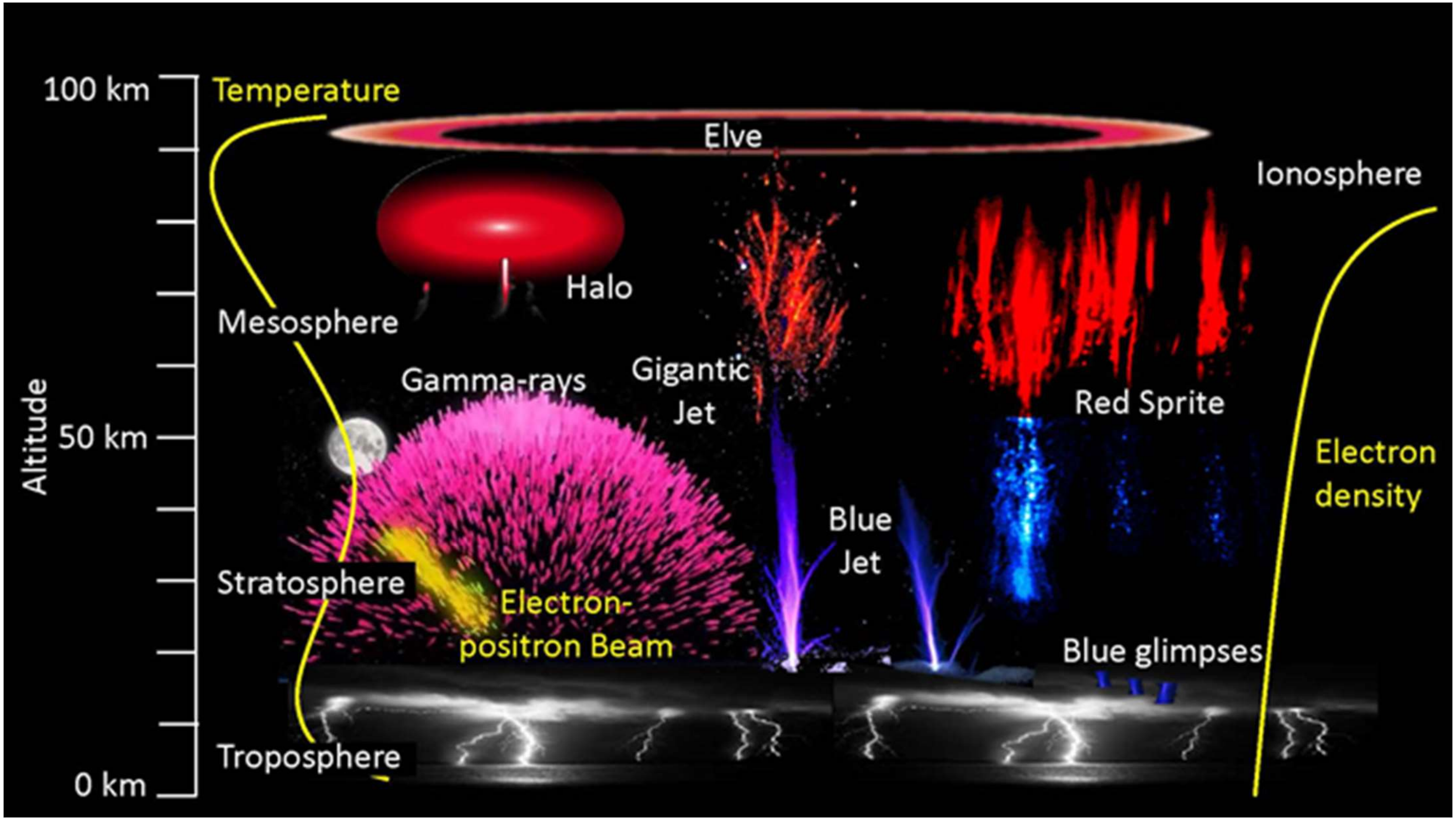
3. Campos Eléctrico e Magnético

1.1. Propriedades das cargas eléctricas

Fenómenos naturais

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.1. Propriedades das cargas eléctricas



3. Campos Eléctrico e Magnético

1.1. Propriedades das cargas eléctricas

3. Campos Eléctrico e Magnético

Hoje

3.1 Campo eléctrico

Propriedades das cargas elétricas. Isoladores e condutores. Lei de Coulomb. Campo elétrico.

3.2 Potencial eléctrico

Diferença de potencial. Potencial eléctrico. Energia potencial. Cálculo do campo elétrico a partir do potencial.

3.3 Lei de Gauss

Lei de Gauss. Conductores em equilíbrio electrostático. Aplicações da Lei de Gauss.

3.4 Capacidade e condensadores

Capacidade eléctrica. Energia armazenada num condensador.

3.5 Corrente eléctrica e resistência

Corrente eléctrica. Resistência e a Lei de Ohm. Energia e potência eléctricas. Leis de Kirchhoff.

3.6 Campo magnético

Campo magnético. Força magnética. Lei de Biot-Savat. Lei de Ampère.

3.7 Indução electromagnética

Lei de Faraday. Lei de Lenz. Auto-inductância. Inductância mútua.

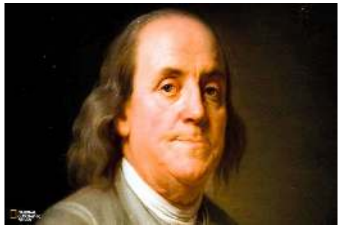
3.8 Equações de Maxwell

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.1. Propriedades das cargas eléctricas

- Existem dois tipos de carga

  Benjamin Franklin chamou-lhes cargas positivas e negativas (1751)



Benjamin Franklin
(1706 – 1790)

- A carga total de um sistema isolado é constante

  Não há criação de carga – transferência de carga dentro do sistema

- A carga eléctrica está quantificada

  A carga total de um sistema é um múltiplo inteiro da carga elementar (Robert Millikan -1909)

$$e = 1{,}60217663 \times 10^{-19} \text{ (C)}$$

$$q = \pm Ne \text{ (C)}$$

Robert Millikan
(1868 – 1953)

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.2. Isoladores e conductores

Em termos de propriedades eléctricas podemos classificar os materiais do seguinte modo

condutores – semicondutores – isoladores

Quando estudamos as propriedades macroscópicas a teoria de bandas não é particularmente relevante e, no nosso estudo, consideramos apenas dois grandes grupos

Condutores e Isoladores (Dieléctricos)

Condutores: materiais que contêm cargas eléctricas que se podem mover $\pm$ livremente

Isoladores: materiais em que o transporte de carga é muito lento ou inexistente

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.2. Isoladores e conductores

Propriedades gerais do materiais

- Os átomos são neutros: núcleo positivo é compensado por electrões negativos num arranjo em camadas - a carga total é nula
- São os electrões da última camada, geralmente chamados de electrões de valência, que têm importância prática e são responsáveis pelas propriedades de transporte
- Os electrões das camadas interiores estão fortemente ligados ao núcleo e não contribuem para a maioria dos fenómenos eléctricos
- Alguns materiais são constituídos por átomos que têm a última camada completa – quimicamente inertes (He, Ne, Ar, Kr, Xe)
- Materiais com um ou dois electrões de valência em falta – isoladores ou dieléctricos – grande afinidade para capturar electrões (O, F)
- Materiais com apenas um ou dois electrões de valência, última camada muito incompleta – metais (condutores)

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.2. Isoladores e conductores

Propriedades gerais do materiais

- Materiais com apenas um ou dois electrões de valência
- última camada muito incompleta – metais (condutores)

electrões de valência fracamente ligados ao núcleo

libertam-se com facilidade – transporte de carga

CONDUTORES

- Forças de fraca intensidade libertam os electrões

corrente eléctrica

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.2. Isoladores e conductores

Propriedades gerais do materiais

Nos metais temos, pelo menos, um electrão livre por átomo
$\Rightarrow$ facilidade de movimento através da estrutura cristalina

$\Downarrow$

elevada condutividade

Exemplo:

Cobre (Cu) - $n = 10^{22}$ electrões/cm^3 (electrões livres)

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.3. Lei de Coulomb

Charles-Augustin de Coulomb
(1736 – 1806)

A interacção entre cargas eléctricas *em repouso* no vazio é descrita pela Lei de Coulomb

$$F_{1,2} = K_C \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$$

onde:

- $F_{1,2}$ é a intensidade da força que actua na carga q_1, devida a q_2
- K_C é a constante de Coulomb
- r é a distância entre as cargas

Unidades SI:

Carga: (Coulomb) C

Constante de Coulomb: $K_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 8{,}8975 \times 10^9$ N·m^2·C^{-2}

ε_0 : permitividade do vazio = $8{,}8542 \times 10^{-12}$ N^{-1}·m^{-2}·C^2 ou F·m^{-1}

3. Campos Eléctrico e Magnético

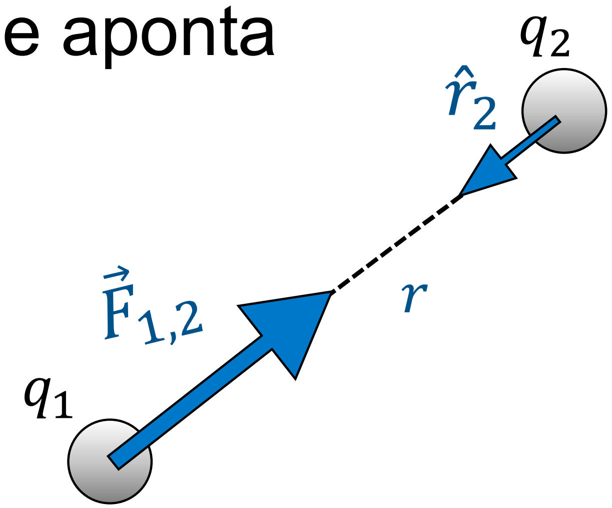
1.3. Lei de Coulomb

A força eléctrica é uma grandeza vectorial

$$\vec{F}_{1,2}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_2$$

Força que actua na carga q_1, devida a q_2

- O ponto de aplicação de $\vec{F}_{1,2}(r)$ é na carga q_1
- O vector unitário $\hat{r}_2$, $|\hat{r}_2| = 1$, está aplicado na carga que cria a acção, neste caso q_2, e aponta para a carga que sofre a acção q_1
- A força é paralela à recta que passa pelas as cargas



3. Campos Eléctrico e Magnético

1.3. Lei de Coulomb

A força eléctrica é uma grandeza vectorial

$$\vec{F}_{1,2}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_2$$

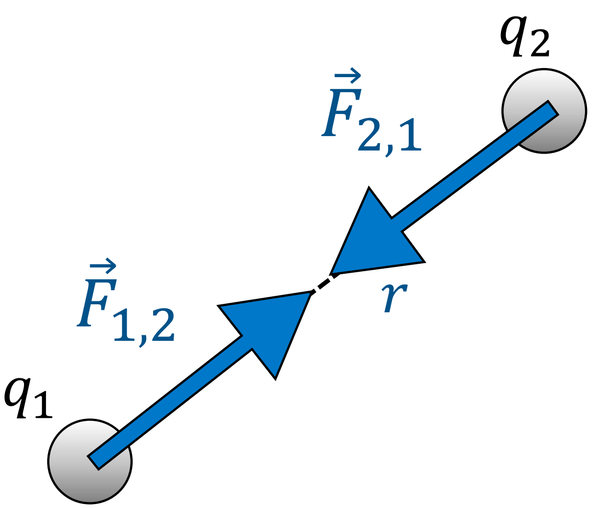
Força que actua na carga q_1, devida a q_2

- De acordo com a 3ª Lei de Newton

$$\vec{F}_{1,2} + \vec{F}_{2,1} = \vec{0} \qquad \text{ou} \qquad \vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$

Princípio acção-reacção:

A força que q_2 exerce sobre q_1 é igual e com sentido oposto à força que q_1 exerce sobre q_2



3. Campos Eléctrico e Magnético

1.3. Lei de Coulomb

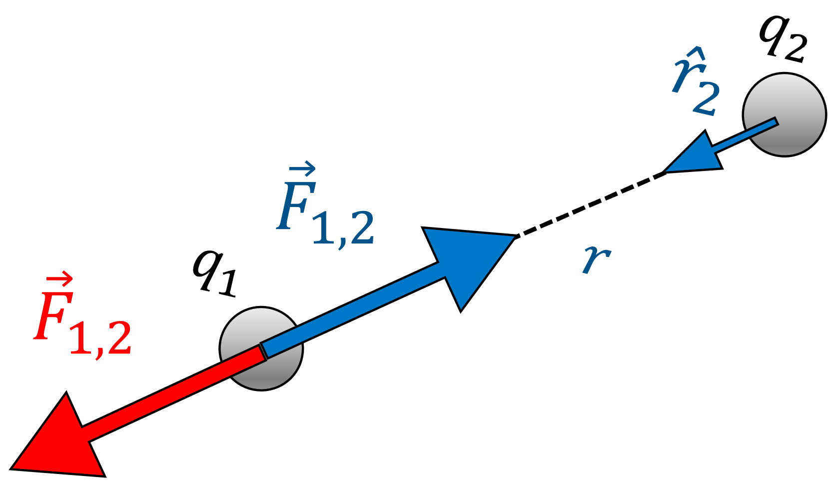
Da equação

$$\vec{F}_{1,2}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_2$$

resulta o seguinte:

- Se as cargas têm o mesmo sinal, o produto $q_1 \cdot q_2$ é positivo, e $\vec{F}_{1,2}$ é um vector com o mesmo sentido de $\hat{r}_2 \rightarrow$ repulsão, pois $\vec{F}_{1,2}$ afasta q_1 de q_2

- Se as cargas têm sinais opostos, o produto $q_1 \cdot q_2$ é negativo e $\vec{F}_{1,2}$ é um vector com o sentido oposto a $\hat{r}_2 \rightarrow$ atracção, pois $\vec{F}_{1,2}$ aproxima q_1 de q_2



3. Campos Eléctrico e Magnético

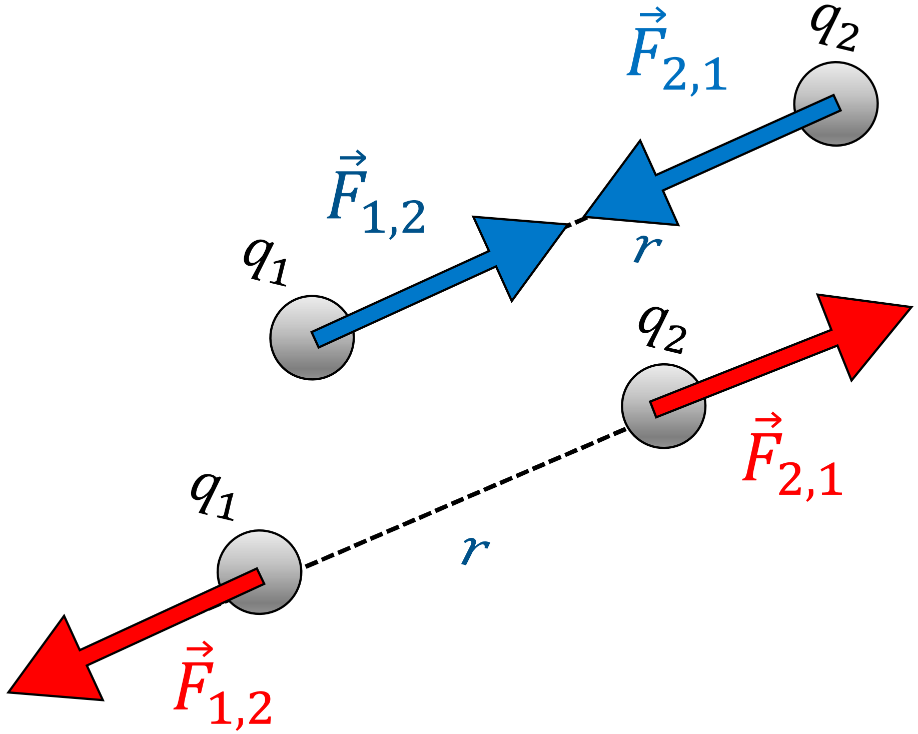
1.3. Lei de Coulomb

Da equação

$$\vec{F}_{1,2}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_2$$

Princípio acção-reacção:

A força que q_2 exerce sobre q_1 é igual e com sentido oposto à força que q_1 exerce sobre q_2



3. Campos Eléctrico e Magnético

1.3. Lei de Coulomb

A lei de Coulomb

$$\vec{F}_{1,2}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_2$$

Obedece ao princípio da sobreposição

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i$$

A força resultante sobre uma carga é é igual à *soma vectorial* das forças exercidas pelas cargas individuais

Este princípio é um facto experimental

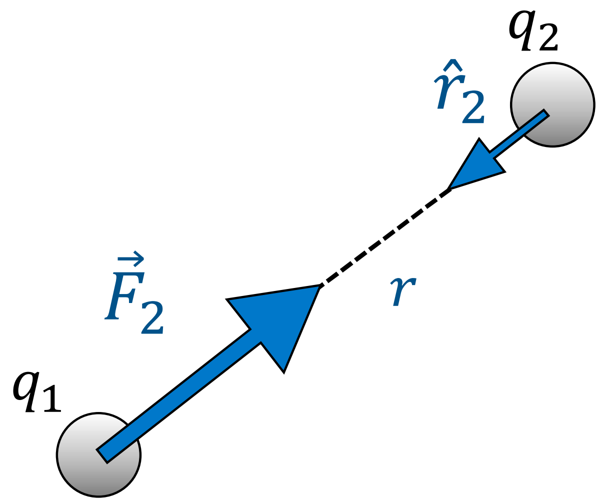
3. Campos Eléctrico e Magnético

1.3. Campo Eléctrico

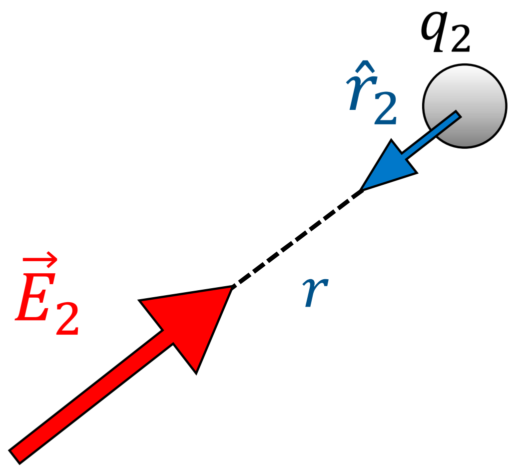
Partimos da equação da força

- $\vec{F}_{1,2}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}_2$

- $\frac{\vec{F}_{1,2}}{q_1}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r^2}\hat{r}_2 = \vec{E}_2$



- Descreve a zona de influência eléctrica na vizinhança de q_2 carga e depende
  - da carga
  - inverso do quadrado da distância

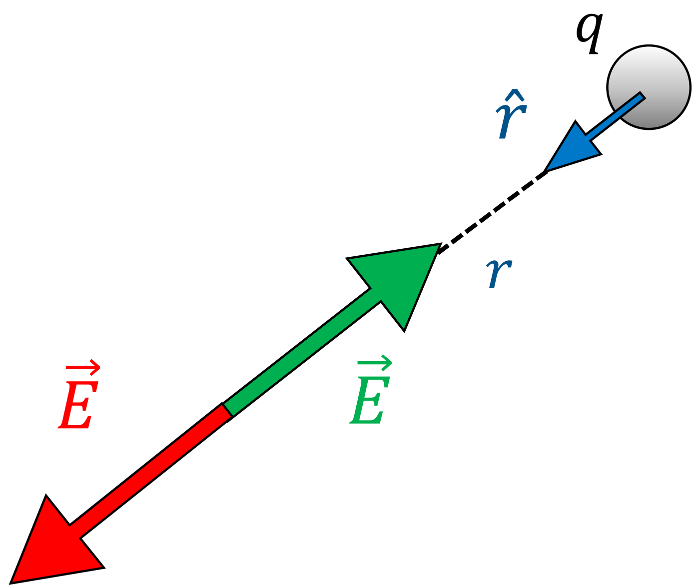


3. Campos Eléctrico e Magnético

1.3. Campo Eléctrico

O campo criado por uma carga pontual estacionária tem simetria esférica

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \hat{r}$$



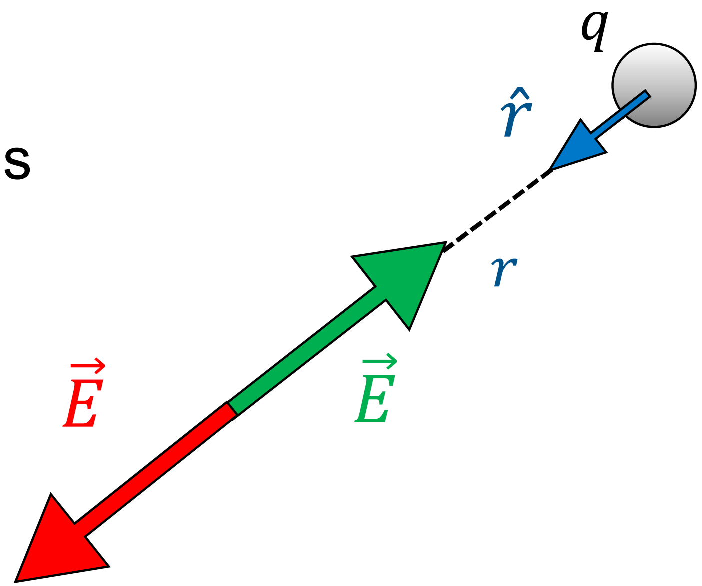
- Tem direcção radial em todos os pontos
- Tem a mesma intensidade para a mesma distância

3. Campos Eléctrico e Magnético

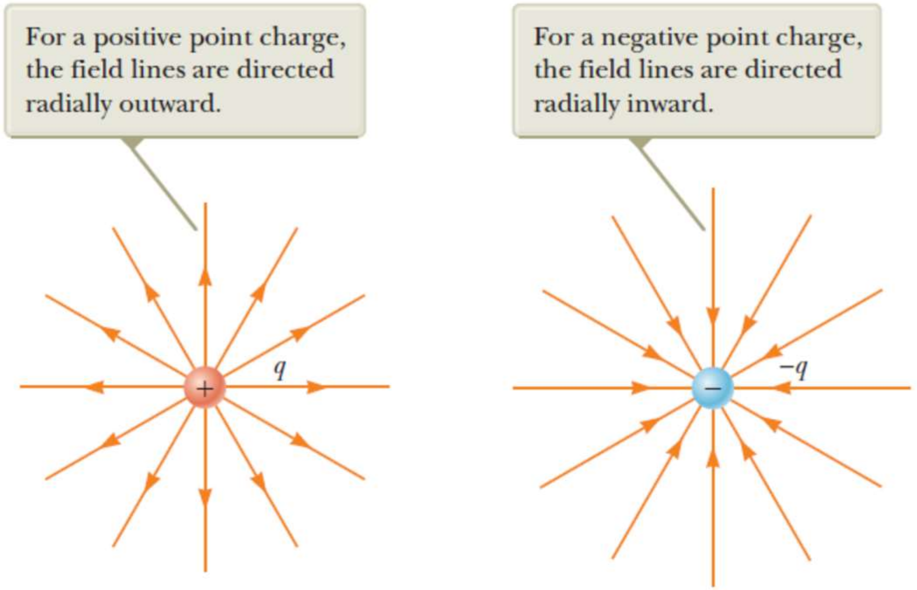
1.3. Campo Eléctrico

Representação gráfica – linhas de campo

$$\vec{E}(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}_2$$



Linhas saem das cargas positivas e entram nas cargas negativas



3. Campos Eléctrico e Magnético

1.3. Campo Eléctrico

Representação gráfica – linhas de campo

- O vector $\vec{E}$ é tangente às linhas de campo, em qualquer ponto
- O nº de linhas por unidade de área normal às linhas de campo é proporcional à intensidade de campo
- As linhas saem das cargas positivas e entram nas cargas negativas
- O nº de linhas que partem de uma carga positiva ou que entram numa carga negativa é proporcional à grandeza dessa carga
- As linhas de campo nunca se cruzam, excepto nas próprias cargas

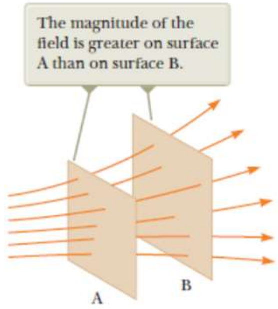


Figure 23.18 Electric field lines penetrating two surfaces.

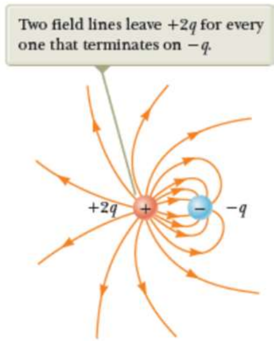


Figure 23.22 The electric field lines for a point charge +2q and a second point charge −q.

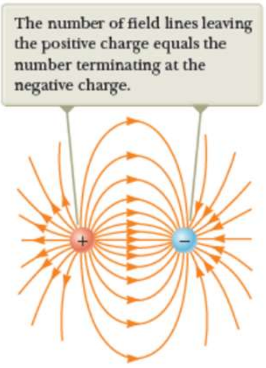


Figure 23.20 The electric field lines for two point charges of equal magnitude and opposite sign (an electric dipole).

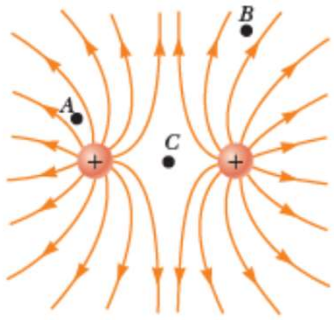


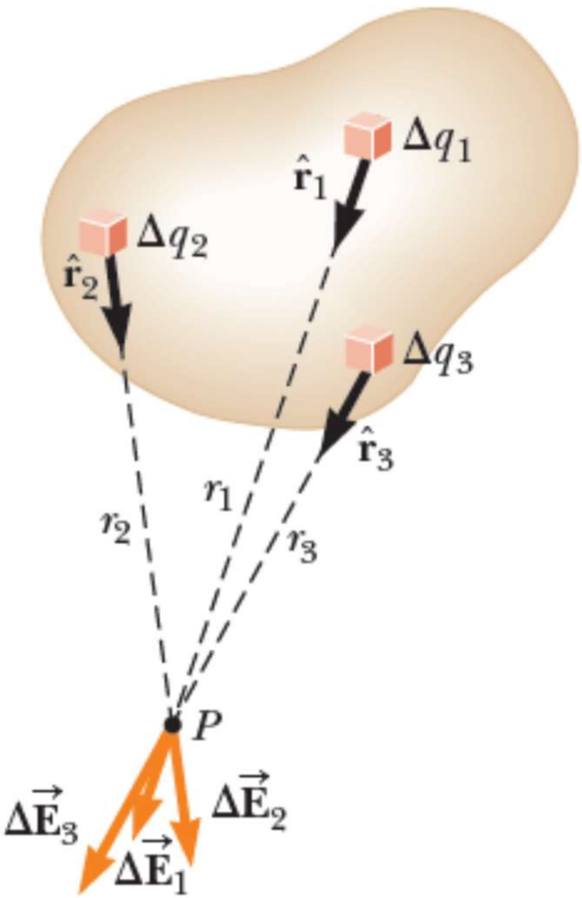
Figure 23.21 The electric field lines for two positive point charges. (The locations A, B, and C are discussed in Quick Quiz 23.5.)

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.3. Campo Eléctrico

Campo eléctrico de distribuições contínuas de carga

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\Delta q}{r^2}\hat{r}$$



$$\vec{E} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \lim_{\Delta q_i \to o} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2}\hat{r}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int \frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

onde a integração é sobre toda a distribuição de carga

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.3. Campo Eléctrico

Campo eléctrico de distribuições contínuas de carga

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int \frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

onde a integração é sobre toda a distribuição de carga

Para realizarmos o cálculo é conveniente usarmos o conceito de densidade de carga

Vamos considerar os casos em que a carga se distribui sobre um volume, sobre uma superfície ou uma linha

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.3. Campo Eléctrico

Campo eléctrico de distribuições contínuas de carga

- carga distribuída num volume → densidade volúmica de carga

carga uniforme no volume V $\rho = \frac{q}{V} \rightarrow q = \rho V$

densidade de carga no volume V $\rho = \frac{dq}{dV} \rightarrow dq = pdV$ C/m^3

- carga distribuída em superfície → densidade superficial de carga

carga uniforme no volume V $\sigma = \frac{q}{S} \rightarrow q = \sigma S$

densidade de carga no volume V $\sigma = \frac{dq}{dS} \rightarrow dq = \sigma dS$ C/m^2

- carga distribuída num linha → densidade linear de carga

carga uniforme no volume V $\lambda = \frac{q}{L} \rightarrow q = \lambda L$

densidade de carga no volume V $\lambda = \frac{dq}{dl} \rightarrow dq = \lambda dl$ C/m

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.3. Campo Eléctrico

Campo eléctrico de distribuições contínuas de carga

Exemplo: distribuição linear de carga

Campo criado por uma barra fina de comprimento L carregada uniformemente com uma carga total positiva Q, no ponto P.

Escolhemos o referencial de modo que o fio se estende ao longo do eixo xx com origem no ponto P

O campo criado por uma pequena porção da barra (elemento de carga) com carga $dq = \lambda dl$ é

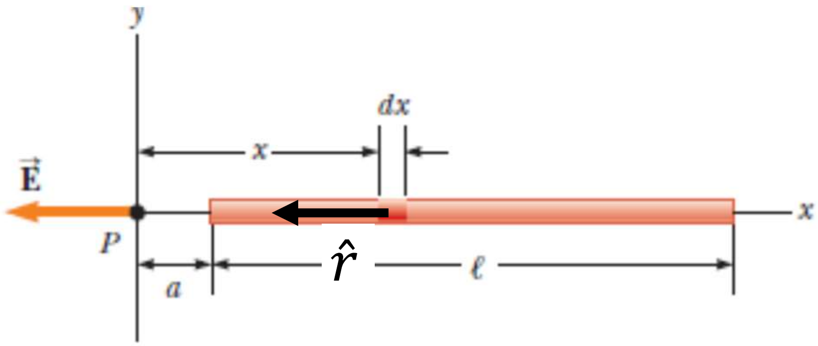


Figure 23.15 (Example 23.7) The electric field at P due to a uniformly charged rod lying along the x axis.

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}\hat{r} \Longrightarrow \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \int_a^{a+L} \frac{\lambda dx}{x^2}(-\hat{\imath})$$

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \lambda \left[\frac{1}{x}\right]_a^{a+L} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{L+a}\right]$$

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.3. Campo Eléctrico

Campo eléctrico de distribuições contínuas de carga

Exemplo: distribuição linear de carga

Campo criado por uma barra fina de comprimento L carregada uniformemente com uma carga total positiva Q, no ponto P.

$$|\vec{E}| = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L}\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda L}{a(a+L)}$$

$$Q = \lambda L$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{a(a+L)} \quad (\mathrm{N/C})$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{a(a+L)}\hat{\imath} \quad (\mathrm{N/C})$$

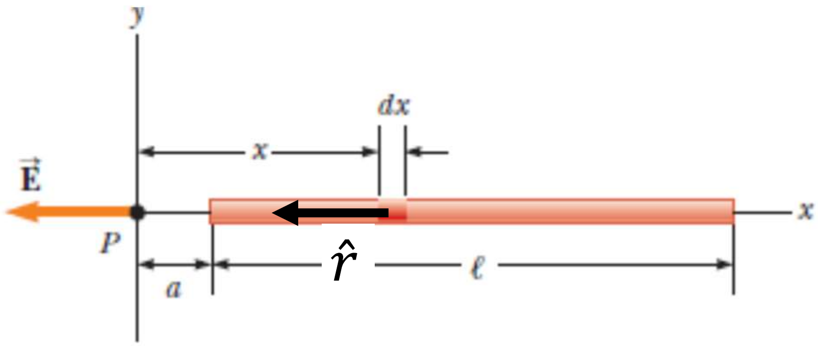


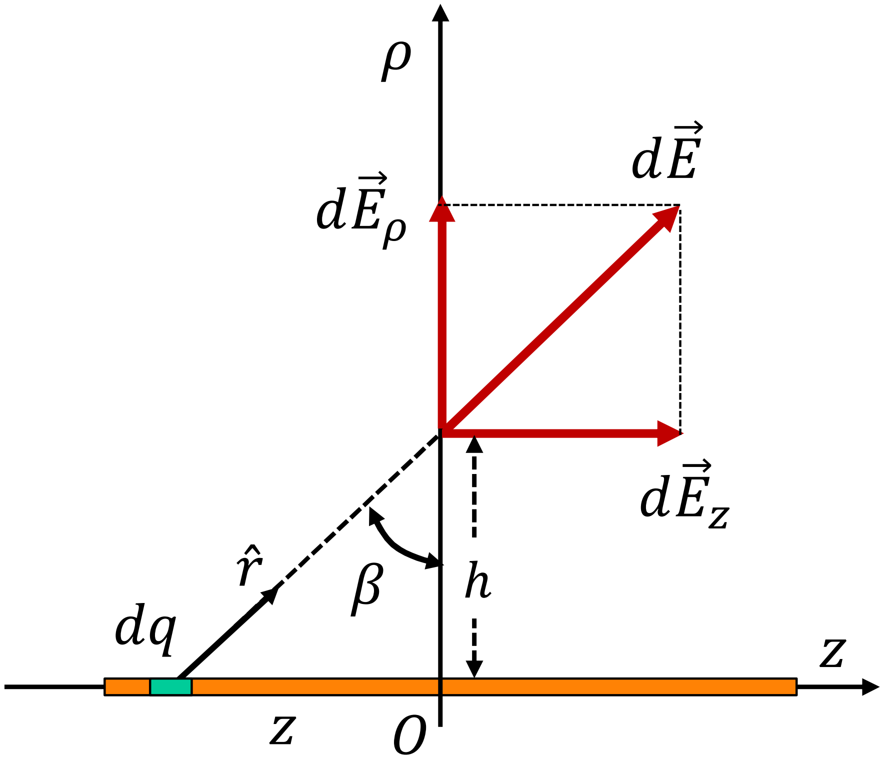
Figure 23.15 (Example 23.7) The electric field at P due to a uniformly charged rod lying along the x axis.

Se $a \gg L$ então $\vec{E} \rightarrow -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{a^2}\hat{\imath} \rightarrow$ um observador colocado no ponto P "vê" uma carga pontual

Campo eléctrico de um fio carregado com densidade linear de carga uniforme

O campo criado por uma pequena porção da barra (elemento de carga)

com carga $dq = \lambda dz$ é $$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}\hat{r}$$



em coordenadas cilíndricas (ρ, θ, z)

$$d\vec{E} = d\vec{E}_\rho + d\vec{E}_z$$

$$\hat{r} = \cos\beta\,\hat{\rho} + \sin\beta\,\hat{z}$$

$$dE_\rho = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}\cos\beta$$

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}\sin\beta$$

$$r^2 = z^2 + h^2$$

$$\tan\beta = \frac{z}{h} \rightarrow z = h\tan\beta$$

3. Campos Eléctrico e Magnético

1.3. Campo Eléctrico

Movimento de cargas em campo eléctrico uniforme

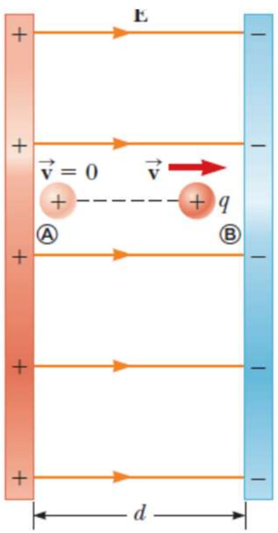
Uma partícula com carga q e massa m sob a acção de um campo eléctrico sofre a acção de uma força

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Se esta é a única força actuante, a aceleração será

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

logo $$m\vec{a} = q\vec{E} \quad \rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$



No exemplo ao lado temos uma carga pontual q com massa m colocada em repouso em A num campo uniforme E_x

a) Determinar a sua velocidade em B, usando aceleração

b) Determinar a sua velocidade em B usando a energia cinética

Movimento de cargas em campo eléctrico uniforme

Um electrão com $v_i = 3{,}00 \times 10^6$ m/s entra numa região de campo uniforme $E_y = 200$ N/C. O comprimento das placas é $L = 0{,}100$ m.

a) Calcular a aceleração do electrão na região de campo

b) Se o electrão entra no campo em $t = 0$ calcular o tempo de saída.

c) Assumindo que a posição vertical de entrada é $y_i = 0$, calcule a posição vertical de saída y_f .

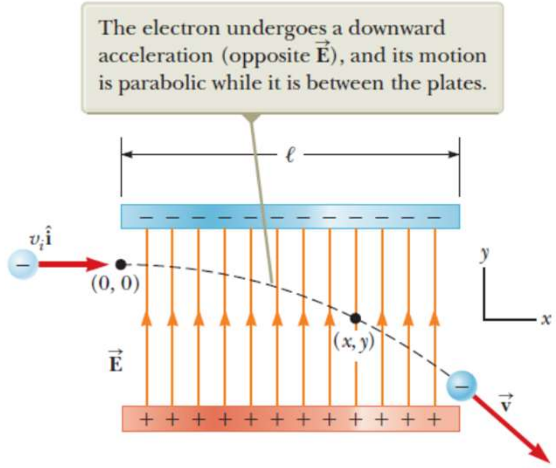


Figure 23.24 (Example 23.11) An electron is projected horizontally into a uniform electric field produced by two charged plates.

a) $m\vec{a} = q\vec{E} \rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} \rightarrow \;\; a_y = -\frac{e}{m_e}E_y \rightarrow \;\; a_y = -\frac{1{,}6\times10^{-19}\times200}{9{,}11\times10^{-31}} = -3{,}51\times10^{13}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$

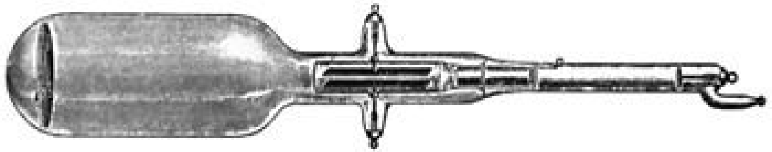
b) Tal como no estudo dos projécteis, a aceleração só tem componente yy e a velocidade horizontal é constante. Logo $L = v_i t \rightarrow t = \frac{L}{v_i} = \frac{0{,}100}{3{,}00\times10^6} = 3{,}33\times10^{-8}\ \mathrm{s}$

c) Movimento uniformemente acelerado na direcção y

$$y_f = y_i + v_{iy}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}(-3{,}51\times10^{13})\cdot(3{,}33\times10^{-8})^2 = -1{,}95\ \mathrm{cm}$$

1.3. Campo Eléctrico

Movimento de cargas em campo eléctrico uniforme



Karl Ferdinand Braun
(1850-1918)
Inventor do CRT, Nobel da Física de 1909

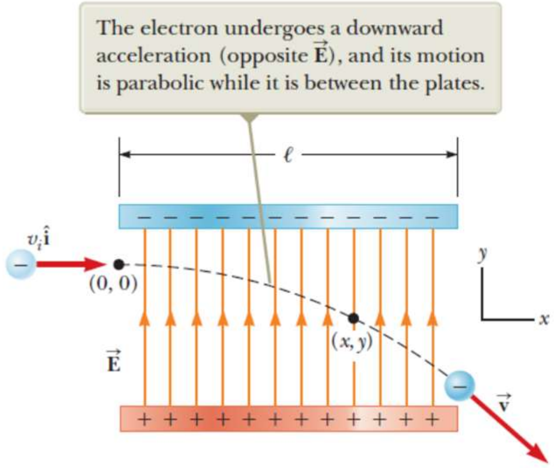


Figure 23.24 (Example 23.11) An electron is projected horizontally into a uniform electric field produced by two charged plates.