

- Esta 2.<sup>a</sup> parte termina com a palavra FIM e a indicação da cotação das questões.
- Todos os raciocínios devem ser convenientemente justificados e todas as respostas devem ser cuidadosamente redigidas.

1. Seja  $\mathcal{A}$  a região do semiplano  $x \geq 0$  delimitada pelos gráficos das funções  $y = \sin x$  e  $y = \cos(2x)$  para  $0 \leq x \leq \pi/2$ .

(a) Calcula os pontos de interseção dos gráficos de  $y = \sin x$  e de  $y = \cos(2x)$ . Sugestão: Recorda a fórmula  $\cos \theta = \sin(\frac{\pi}{2} - \theta)$ ,  $\theta \in \mathbb{R}$ .

Nota: Para efeitos da resolução das alíneas seguintes informa-se que a solução é  $(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2})$ , mas nenhuma cotação terá na presente alínea se apenas verificares que estes pontos satisfazem as duas equações.

(b) Representa geometricamente a região  $\mathcal{A}$ .

(c) Calcula a área da região  $\mathcal{A}$ .

2. Considera o seguinte integral impróprio de 1.<sup>a</sup> espécie:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx, \text{ onde } f(x) := \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{se } x < -1 \\ e^{x^2} & \text{se } x \geq -1 \end{cases}.$$

Determina a sua natureza e, no caso de ser convergente, calcula o seu valor.

3. (a) Estuda a natureza das seguintes séries numéricas. Em caso de convergência indica se

é simples ou absoluta. (i)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2 + \sqrt{n} + 1}$ ; (ii)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2(-2)^{-n}}{e^n}$ .

(b) Determina a soma da seguinte série numérica convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{(6n-3)(6n+3)}.$$

**FIM**

**Cotação:**

1. 3; 2. 1; 3. 6.