

- Este teste termina com a palavra **FIM** e a indicação da cotação das questões.
 - Todos os raciocínios devem ser convenientemente justificados e todas as respostas devem ser cuidadosamente redigidas.
-

1. Calcula as primitivas das seguintes funções:

(a) $\arccos x$; (b) $\frac{x+3}{x^4-x^2}$; (c) $\frac{1+x}{\sqrt{4-3x^2}}$.

Sugestão: Na alínea (a) utiliza primitivação por partes e na alínea (c) faz uma mudança de variável $x = a \sin t$, $t \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$, para um valor de a conveniente.

2. Seja \mathcal{A} a região do semiplano $x \leq 0$ delimitada pelos gráficos das funções $y = -x$ e $y = 1 + (x+1)^2$.

(a) Calcula os pontos de interseção dos gráficos acima indicados.

Nota: Para efeitos da resolução das alíneas seguintes informa-se que as soluções são $(-2, 2)$ e $(-1, 1)$, mas nenhuma cotação terás na presente alínea se apenas verificares que estes pontos satisfazem as duas equações.

(b) Representa geometricamente a região \mathcal{A} .

(c) Calcula a área da região \mathcal{A} .

3. Seja f uma função contínua em \mathbb{R} e $\varphi(x) := \int_0^x f(t) dt$ o seu integral indefinido com origem no ponto 0.

(a) Se φ tem um máximo num ponto a , qual o valor de $f(a)$? Justifica cuidadosamente a resposta.

(b) Mostra que, se $b > 0$ e $I = [0, b]$,

$$\max_{x \in I} |\varphi(x)| \leq b \max_{x \in I} |f(x)|$$

e dá um exemplo de uma função f para a qual se tem mesmo **igualdade** qualquer que seja o $b > 0$.

FIM

Cotação:

1. 10; 2. 7; 3. 3.