Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Cálculo I - agr. 4 **2021/22**

Resolução - Questão 1 no exame final

---

a) Sabemos que temos

$$\begin{aligned} \sin &: \mathbb{R} \to [-1,1], \\ \arccos &: [-1,1] \to [0,\pi] \end{aligned}$$

tal como o facto de que $1-x^2$ representa um polinómio. Assim, a única restrição para o domínio da composição destas funções é que $-1 \leq 1-x^2 \leq 2$. Esta condição dá-nos $0 \leq x^2 \leq 2$. A primeira desigualdade é universal enquanto a segunda resulta em $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$.

Assim,

$$D_f = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}].$$

b) A continuidade de f no intervalo fechado de $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ assegura a existência de extremos absolutos no intervalo. Para a derivada de f temos

$$f'(x) = \frac{2x(1-x^2)}{\sqrt{2x^2-x^4}} \qquad \text{para } x \in]-\sqrt{2}, \sqrt{2}[\setminus\{0\},$$

sendo que os zeros da derivada são $x=-1$ e $x=+1$.

Assim, o conjunto dos pontos a estudar é $\{-\sqrt{2}, -1, 0, 1, \sqrt{2}\}$.

Verificando estes pontos obtemos que o máximo absoluto de f é atingido nos pontos $x=-1$ e $x=1$ (com $f(1)=f(-1)=1$) enquanto o mínimo absoluto é atingido nos pontos $x=-\sqrt{2}$, $x=0$ e $x=\sqrt{2}$, com $f(0)=f(\sqrt{2})=f(-\sqrt{2})=0$. Não existem outros extremos além destes.