MECÂNICA E CAMPO ELETROMAGNÉTICO 2022/2023	**UNIVERSIDADE DE AVEIRO**	1º Semestre	**Cotação**
		TESTE	**1 (4,0)**
		Data: 11/01/2023	**2 (4,0)**
	DEPARTAMENTO DE FÍSICA	**Hora:** 10:00 horas	**3 (2,0)**
	3810-193 AVEIRO	**Duração:** 1,5h + 30 min	**4 (3,0)**
		Anf. 12.1.1, Anf. 12.1.18,	**5 (3,0)**
		Anf. 12.2.1	**6 (4,0)**

Não é permitido o uso de máquina de calcular. Apresente todos os cálculos efetuados.
Considere g=10 m/s²
ATENÇÃO : PARTE A numa folha e PARTE B noutra folha

PARTE A

1. Um corpo descreve uma circunferência de acordo com a lei s = t^3+2t^2 (*s* em metro e *t* em segundo). Em t=2s, a aceleração total do corpo é $16\sqrt{2}$ ms^{-2}.

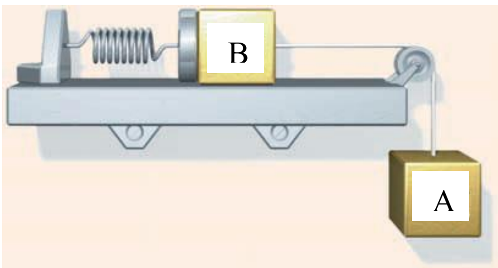
a) Determine a expressão da velocidade.

b) Calcule o valor da aceleração tangencial para t= 2 s.

c) Determine o valor do raio da circunferência.

Sol: a) $v(t)=3t^2+4t$ (m/s); b) $a_t=16$ m/s² ; r =25 m

2. Um bloco A, de 4,0 kg, está pendurado por um fio que passa por uma roldana, sem massa e sem atrito, e está ligado a um bloco B, de 6,0 kg, como na figura. O bloco B empurra uma mola contra o suporte, comprimindo-a 30 cm. Esta tem uma constante de força de 180 N/m. A mola solta-se e o bloco B desliza na horizontal, com coeficiente de atrito 0,20, enquanto o bloco A desce uma distância de 40 cm na vertical. (Considere que o bloco B está inicialmente afastado da roldana de uma distância ≥ 40 cm).



a) Determine o valor da energia potencial elástica.

Sol: EP_{el}= 8,1 (J)

b) Qual o valor do trabalho realizado pelo corpo A entre as posições inicial e final (40 cm abaixo)?

Sol: W_A = 16 (J)

c) Determine a velocidade dos blocos, ao fim desse deslocamento.

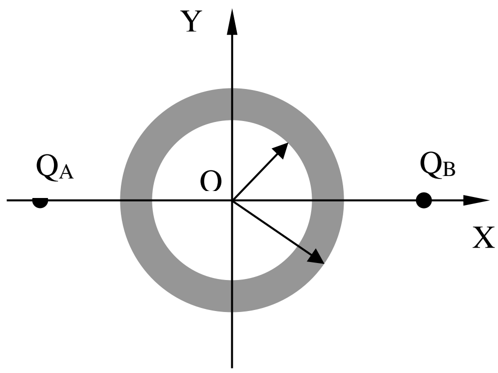
Sol: v_f = 2,0 (m/s)

3. Um pêndulo simples tem um período de 2 s e uma amplitude de 2,0 °. Após 10 oscilações completas, a sua amplitude foi reduzida para 1,5°. Determine o coeficiente de amortecimento. Discuta a influência da viscosidade do ar no período do pêndulo.

Sol: $f = 1{,}43 \times 10^{-2}$ s^{-1}

PARTE B

4. No sistema de eixos XY representado na figura a partícula A, de carga $Q_A = +10\ \mu C$, e a partícula B, de carga $Q_B = -10\ \mu C$, estão colocadas a 10 cm da origem, de acordo com a figura. A coroa esférica tem raio interior $R_i = 1$ cm, raio exterior $R_e = 1{,}2$ cm, é condutora e a sua carga total é nula.



a) Calcule o campo e o potencial elétrico na origem, na ausência da coroa esférica.

Sol: $\vec{E}(0) = \frac{5\times10^{-4}}{\pi\varepsilon_0}\hat{\imath}\ (V/m)\ ;\ V(0) = 0\ (V)$

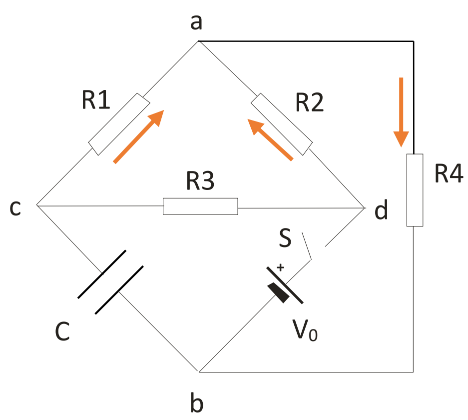
b) Repita a alínea anterior se a coroa condutora, descarregada, for colocada centrada na origem.

Sol: $\vec{E}(0) = \vec{0}\ (V/m)\ ;\ V(0) = 0\ (V)$

c) Determine o fluxo do campo elétrico que atravessa uma segunda superfície esférica centrada na origem e raio de 12 cm. Justifique de forma clara a sua resposta.

Sol: $\Phi_E = 0\ \ (V.m)$

5. No circuito da figura ao lado, $R_1 = 5\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$, $R_3 = 5\ \Omega$, $R_4 = 5\ \Omega$, $C = 100\ \mu F$ e $V_0 = 20$ V. Considerando o interruptor <u>S fechado</u>:



a) Calcule as correntes estacionárias $(t \to \infty)$ em todas as resistências.

Sol: $I_{R_1} = I_{R_2} = I_{R_3} = 1$ A ; $I_{R_4} = 2$ A (sentidos indicados)

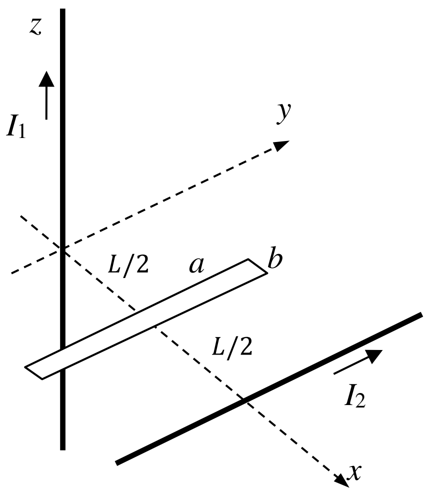
b) Calcule a diferença de potencial nos terminais do condensador carregado ($\Delta V_{cb} = V_c - V_b$).

Sol: $V_c - V_b = +15$ V

c) <u>Abre-se o interruptor S</u>. Calcule a corrente elétrica fornecida pelo condensador em função do tempo.

Sol: $i(t) = \frac{12}{7}e^{-\frac{t}{\tau}}\ ;\ \tau = 8{,}75 \times 10^{-4}$ s

6. Considere uma corrente I_1 coincidente com o eixo-zz e outra corrente I_2 paralela ao eixo-yy, separadas de uma distância L, de comprimentos considerados infinitos. Entre as duas linhas de corrente está colocada, no plano OXY, uma espira retangular de lados a e b, conforme mostra a figura. O centro da espira está colocado no ponto $x = L/2$ e o lado a é paralelo ao eixo-yy. As intensidades das correntes elétricas são $I_1 = I_2 = I_o + ct$, em que I_o e c são constantes positivas. Determine:



a) O vetor campo magnético $\vec{B}$ no centro da espira. Justique todos os cálculos.

Sol: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I_1}{\pi L}\hat{\jmath} + \frac{\mu_0 I_2}{\pi L}\hat{k}$ (T)

b) O fluxo total do campo magnético que atravessa a espira (suponha que $b << L$)

Sol: $\Phi_B = \frac{\mu_o I_2 ab}{\pi L}(\mathrm{T \cdot m^2})$

c) A intensidade da corrente elétrica induzida na espira, com resistência elétrica R, e o seu sentido. (Represente e justifique de forma clara o sentido da corrente induzida)

Sol: $\mathrm{I}_{ind} = \frac{\mu_o abc}{\pi LR}$ (A), (campo induzido com sentido $-zz$)

FORMULÁRIO

$$\vec{v}(t)=\frac{d\vec{r}(t)}{dt};\quad \vec{a}(t)=\frac{d^2\vec{r}(t)}{dt^2};\quad \vec{a}_c=\frac{v^2}{r}\hat{u}_n;\quad \vec{a}_t=\frac{d\|\vec{v}\|}{dt}\frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}=\frac{dv}{dt}\hat{u}_t;$$

$$\omega(t)=\frac{d\theta(t)}{dt};\quad \alpha(t)=\frac{d^2\theta(t)}{dt^2};\quad \alpha(t)=\frac{a_t}{R},\quad \vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt};\quad \vec{p}=m\vec{v};\quad \|\vec{F}_a\|=\mu\|\vec{N}\|$$

$$\vec{I}=\Delta\vec{P};\qquad \vec{I}=\int_{t_i}^{t_f}\vec{F}\cdot dt;\qquad E_c=\frac{1}{2}mv^2;\ \vec{r}_{cm}=\frac{\sum_i m_i\vec{r}_i}{\sum_i m_i};$$

$$\vec{F}=-G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{u}_r;\qquad E_{pg}=-G\frac{M_T m}{r};\qquad \|\vec{I}_{impulsão}\|=\rho Vg;\ \vec{F}=-\vec{\nabla}E_p;\ \vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F};$$

$$W=\int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f}\vec{F}\cdot d\vec{r};\quad W=\Delta E_c;\ \ W_c=-\Delta E_p;\qquad \vec{v}_f-\vec{v}_i=\vec{v}_e\ln\frac{M_i}{M_f};\qquad F=M\frac{dv}{dt}=v_e\left|\frac{dM}{dt}\right|$$

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p};\quad \vec{L}=I\,\vec{\omega};\quad I=\sum_i m_i r_i^2;\ \ \vec{\tau}=\frac{d\vec{L}}{dt};\ \ \vec{\tau}=I\,\vec{\alpha};\ \ E_c=\frac{1}{2}I\omega^2;\ I=I_{CM}+Md^2$$

$$E_c=\frac{1}{2}mv^2;\ \ \omega=\sqrt{\frac{K_{mola}}{M}};\ \ \omega=\sqrt{\frac{g}{l}};\ \ \omega=\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2};\ \ \omega_{ress}=\sqrt{\omega_0^2-2\gamma^2};\ \gamma=\left(\frac{b}{2m}\right)$$

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}};\ \ v=\sqrt{\frac{Y}{\rho}};\qquad y(t)=A\,sen(\omega t+\delta);\qquad y(x,t)=Ae^{-\frac{b}{2m}t}\cos(\omega t+\phi)$$

$y(x,t) = A sen\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} \mp \frac{t}{T}\right) + \delta\right] = A sen(kx \mp \omega t + \delta)$; $y(x,t) = [A sen(kx) + B\cos(kx)] sen(\omega t)$; $A = \dfrac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{\left(\omega_f{}^2 - \omega_0{}^2\right)^2 + \left(\frac{b\omega_f}{m}\right)^2}}$;

$tg\varphi = \dfrac{\omega_f{}^2 - \omega_0{}^2}{\frac{b\omega_f}{m}}$; $R = \dfrac{v_2 - v_1}{v_1 + v_2} = \dfrac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} = \dfrac{\mu_1 v_1 - \mu_2 v_2}{\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2}$; $T = \dfrac{2v_2}{v_1 + v_2} = \dfrac{2k_1}{k_1 + k_2} = \dfrac{2\mu_1 v_1}{\mu_1 v_1 + \mu_2 v_2}$

$y(x,t) = \left(2A\cos\frac{\varphi}{2}\right) sen\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$; $y(t) = 2A\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) sen\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$

$\dfrac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = v^2 \dfrac{\partial^2 Y}{\partial x^2}$; $sen\alpha \pm sen\beta = 2A\cos\left(\frac{\alpha \mp \beta}{2}\right) sen\left[\frac{\alpha \pm \beta}{2}\right]$; $\cos\alpha + \cos\beta = 2A\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left[\frac{\alpha - \beta}{2}\right]$;

$\cos\alpha - \cos\beta = -2A sen\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) sen\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$; $sen 2\alpha = 2 sen\alpha \cos\alpha$

$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$, $\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$, $\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{l}$, $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$, $\overrightarrow{F_E} = q\vec{E}$

$C = \frac{Q}{V}$, $R = \rho\frac{L}{A}$, $P = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$, $\overrightarrow{F_B} = q\vec{v}\times\vec{B}$, $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o I$, $\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

$\varepsilon_0 = 8.8542\times10^{-12}\ C^2 / N\cdot m$, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ T\cdot m / A$