



universidade
de aveiro

departamento de física

MECÂNICA E CAMPO ELETROMAGNÉTICO

ano letivo 2022/2023

Capítulo 3. Campos elétrico e magnético

2ª série

1. Considere um condensador cilíndrico de comprimento infinito, cujas armaduras possuem raios r_1 (interna) e r_2 (externa).
- a) Determine a capacidade deste condensador, por unidade de comprimento.
- b) Mostre que se $r_1 \approx r_2$, ou seja $(r_2 - r_1) \ll r_1$, a expressão se pode aproximar à de um condensador plano de comprimento supostamente infinito, com largura $(2\pi r_1)$ e distância entre placas $(r_2 - r_1)$.

Solução: a) $\frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \text{ (F/m)}$ b) $\frac{C}{L} \approx \frac{2\pi r_1 \epsilon_0}{(r_2 - r_1)} \text{ (F/m)}$

2. Considere um condensador plano de capacidade C ligado a um gerador que fornece uma tensão constante V .
- a) Calcule a energia armazenada no condensador.
- b) Se mantiver o gerador ligado, o que aconteceria à energia armazenada se a distância entre placas aumentar para o triplo? Utilize a expressão da capacidade de um condensador de placas paralelas.
- c) Verifique que a resposta é a mesma se utilizar a expressão da energia em função do campo elétrico.
- d) Se o afastamento das placas se fizesse depois de desligar o gerador, como iria variar a energia do condensador? De onde vem a energia extra?

Solução: a) $W = \frac{1}{2} CV^2 \text{ (J)}$ b) c) $W' = \frac{1}{3} W \text{ (J)}$ d) $W'' = 3W \text{ (J)}$

3. Considere um condensador de capacidade C , carregado com uma carga Q . Suponha que o liga em paralelo a outro condensador de capacidade C' , inicialmente descarregado.
- a) Calcule a carga e a d.d.p. final de cada condensador.
- b) Calcule a energia do condensador inicial e do conjunto dos dois.
- c) Justifique a diferença de energia, tendo em consideração que a mesma é uma grandeza conservativa.

Solução: a) $Q_f = \frac{CQ}{C+C'} \text{ (C)}$; $Q'_f = \frac{C'Q}{C+C'} \text{ (C)}$; $V_f = \frac{Q}{C+C'} \text{ (C)}$

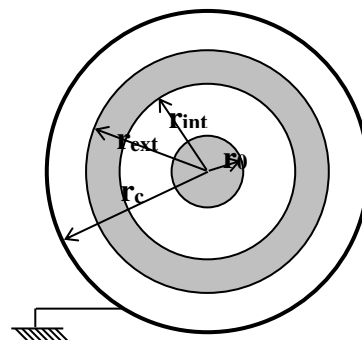
b) $W_i = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \text{ (J)}$; $W_f = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C+C'} \text{ (J)}$

4. Considere uma esfera condutora de raio r_o envolvida por uma coroa esférica condutora de raios, respetivamente, r_{int} e r_{ext} . No exterior, existe uma coroa esférica de raio r_c , de espessura infinitesimal e, também, metálica. Suponha que a esfera interior tem carga $+Q$ e que a exterior está ligada à terra.

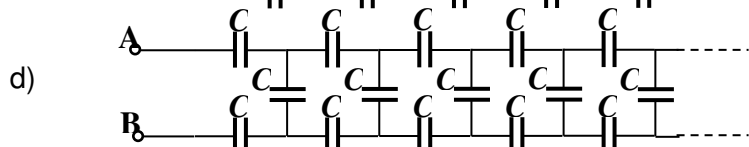
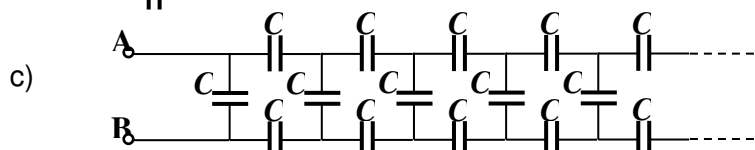
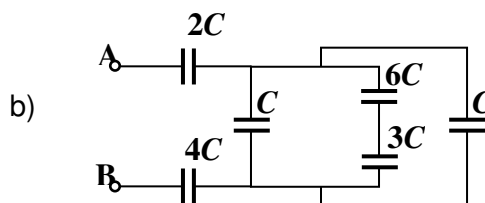
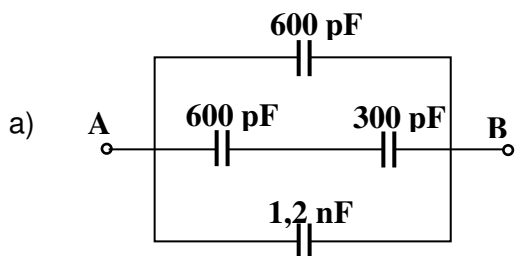
- a) Determine o campo elétrico, em todas as regiões.
- b) Determine a relação entre a carga da esfera e o seu potencial.
- c) Compare o resultado com o que obterias se removesse a coroa esférica intermédia. Comente.

Solução: a) $r < r_o$ e $r_{int} < r < r_{ext}$: $\vec{E} = \vec{0} \text{ (V/m)}$; $r_o < r < r_{int}$ e $r > r_{ext}$: $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r \text{ (V/m)}$

b) $\frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \left(-\frac{1}{r_c} + \frac{1}{r_{ext}} - \frac{1}{r_{int}} + \frac{1}{r_o} \right)^{-1} \text{ (F)}$ c) $\frac{Q'}{V} = 4\pi\epsilon_0 \left(\frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_c} \right)^{-1} \text{ (F)}$



5. Determine a capacidade equivalente C_{AB} das seguintes associações de condensadores:



Solução: a) $C_{eq} = 2 \text{ (nF)}$; b) $C_{eq} = C \text{ (F)}$; c) $C_{eq} = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) C \text{ (F)}$, d) $C_{eq} = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} \right) C \text{ (F)}$

6. Considere um condensador plano com área A e distância entre as placas igual a d .

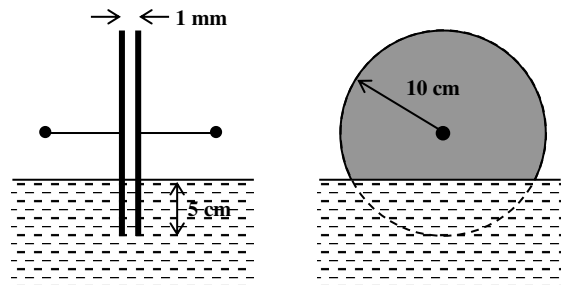
- a) Se colocar uma placa metálica muito fina à distância $d/3$ de uma das placas, qual será a nova capacidade do condensador? Justifique o cálculo.
 c) E se a placa tiver uma espessura $d/6$?

Solução: a) $C' = \frac{\epsilon_0 A}{d} = C$ (F) b) $C'' = \frac{6\epsilon_0 A}{5d} = \frac{6}{5}C$ (F)

7. Um condensador é constituído por duas placas circulares **10 cm** de raio e com uma separação de **1,0 mm** entre si.

Calcule a capacidade deste condensador quando:

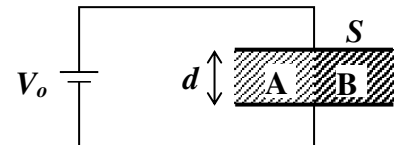
- a) Entre as placas existe apenas ar.
 b) O espaço entre as placas é preenchido por água, cuja permitividade relativa vale **81**.
 c) As placas são mergulhadas verticalmente em **5 cm** de água.



Solução: a) $C = 10\pi\epsilon_0 \approx 278$ pF b) $C = 810\pi\epsilon_0 \approx 22,5$ nF c) $C \approx 4,62$ nF

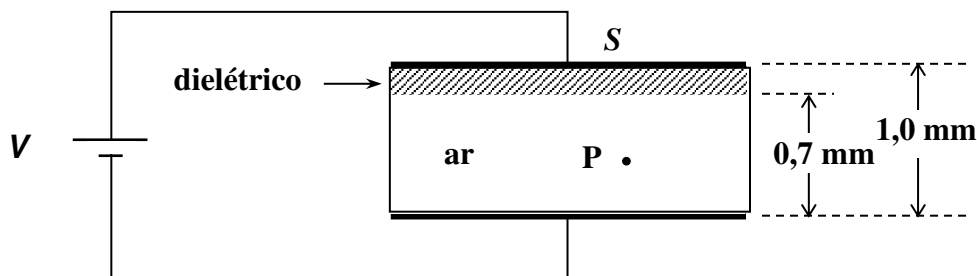
8. Um condensador de placas paralelas de área S é preenchido por dois materiais **A** e **B**, caracterizados, respetivamente, por constantes dielétricas ϵ e 2ϵ . Os volumes dos dois materiais são iguais, como indica a figura.

- a) Calcule a capacidade do condensador.
 b) Obtenha a expressão para o campo elétrico, em cada um dos materiais.
 c) Determine as densidades de carga (livre) nas placas do condensador.
 d) Escreva a expressão da energia total armazenada no condensador e indique de que modo essa energia se distribui pelos dois dielétricos.



Solução: a) $C = \frac{3\epsilon S}{2d}$ (F) b) $|\vec{E}| = \frac{V_0}{d}$ (V/m)
 c) $\sigma_A = D_A = \frac{\epsilon V_0}{d}$ (C/m²) ; $\sigma_B = D_B = \frac{2\epsilon V_0}{d}$ (C/m²) ; d) $W = \frac{3\epsilon S}{4d} V_0^2$; $W_A = \frac{1}{3}W$; $W_B = \frac{2}{3}W$ (J)

9. Considere o seguinte condensador de placas paralelas, com área $S=10\text{cm}^2$ e $V=6\text{V}$.



- a) Supondo que o dielétrico se caracteriza por $\epsilon_r = 5,6$, determine o campo elétrico no interior do dielétrico e no ponto **P**.
 b) Calcule as densidades de carga livre (σ).
 c) Suponha que se retira o dielétrico. Compare a nova capacidade do condensador com a capacidade anterior.
 d) Explique, sucintamente, por que é que num material com polarização uniforme tudo se passa como se houvesse apenas dois planos de carga em lados opostos do material.
 e) Escreva a forma mais geral da lei de Gauss e interprete-a.

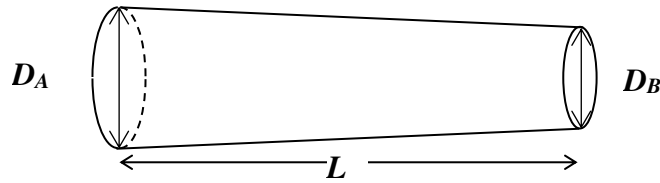
Solução: a) $E = \frac{6}{(0,3+5,6 \times 0,7) \cdot 10^{-3}} \text{ V/m}$; $E_P = \epsilon_r \cdot E_{int} = 7.962$ V/m

b) $\sigma = |\vec{D}| = 57,8 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$ c) $C_i = 117,4$ pF ; $C_f = 88,5$ pF

10. Um fio metálico de **2,5 m** de comprimento e de **0,20 mm** de diâmetro tem uma resistência de **1,4 Ω** . Quanto vale a condutividade desse metal?

Solução: $\frac{1}{\rho} = \sigma = 5,68 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$

11. Na figura seguinte está representado um corpo em forma de cone truncado, alongado, feito de um material com resistividade ρ .

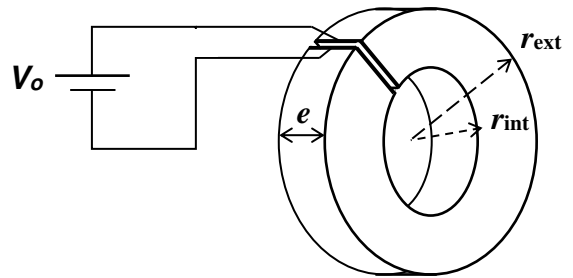


- a) Calcule a resistência entre as duas bases do corpo.
b) Qual deverá ser o diâmetro de um cilindro do mesmo material e com o mesmo comprimento para que tenha a mesma resistência?

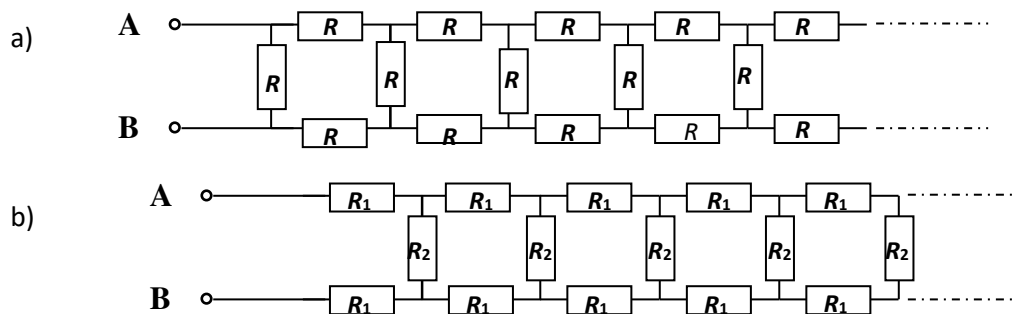
Solução: a) $R = \frac{4\rho L}{\pi D_A D_B}$ (m) ; b) $D = \sqrt{D_A \cdot D_B}$ (m)

12. Uma coroa circular de espessura e , constituída por um material condutor de resistividade ρ , possui uma ranhura radial estreita. Uma bateria está ligada às faces dessa ranhura. Supondo que a corrente flui circularmente, calcule a intensidade de corrente total.

Solução: $I = \frac{eV_0}{2\pi\rho} \log\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}}\right)$

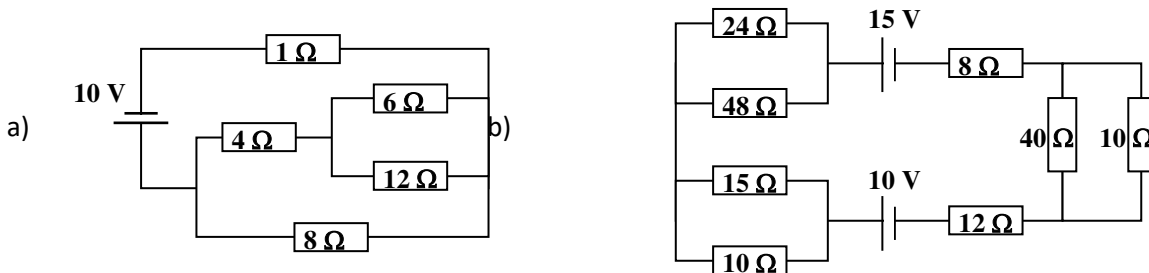


13. Calcule uma resistência equivalente entre os terminais A e B dos seguintes circuitos, que se prolongam indefinidamente para a direita:



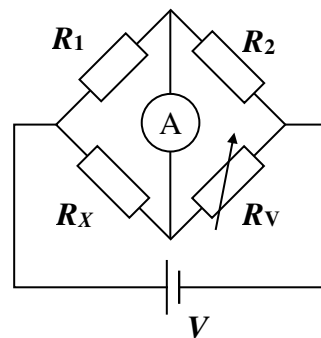
Solução: a) $R_{eq} = (\sqrt{3} - 1)R$ (Ω) b) $R_{eq} = R_1 + \sqrt{R_1^2 + 2R_1R_2}$ (Ω)

14. Para cada um dos seguintes circuitos, determine a intensidade da corrente que passa em cada uma das baterias e em cada uma das resistências. Calcule também a potência dissipada nas várias resistências.

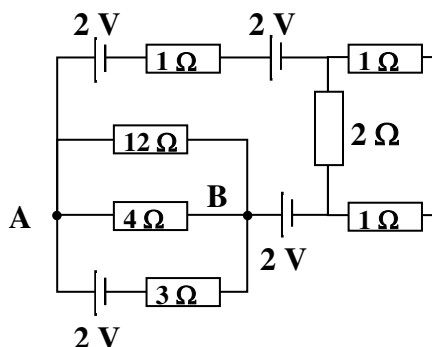
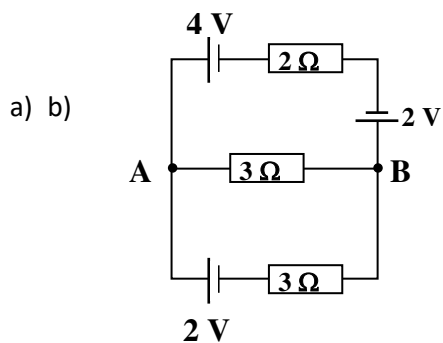


15. Determine a relação que existe entre as quatro resistências de uma ponte de Wheatstone quando esta se encontra equilibrada, ou seja, quando a corrente medida pelo galvanómetro é nula.

Solução: $R_x = \frac{R_1 R_v}{R_2} (\Omega)$



16. Calcule as intensidades das correntes nos vários ramos dos seguintes circuitos e indique os respetivos sentidos. Determine também a d.d.p. entre B e A.



Solução:

a) $V_{AB} = 1,428 \text{ V}$

b) $V_{AB} = 1,428 \text{ V}$