

Apellido y Nombre:
email (@mi.unc.edu.ar):
Nota:

Lenguajes y Compiladores

Examen Final 29 de septiembre de 2025

1. Considerá la siguiente ecuación recursiva.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ 4 + f(x-1) & \text{si } x > 0 \\ f(x+1) - 4 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Calculá la menor solución para esa ecuación en $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_\perp$.

2. Considerá los predomnios $P \doteq \mathbb{Z}_\perp \times \mathbb{Z}_\perp$ y $Q \doteq (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z})_\perp$.

- a) Proponé una función $f: P \rightarrow Q$ que no sea monótona. Justificá.
- b) De $g: P \rightarrow Q$ solamente conocemos que $g(x, \perp) = \perp$ y $g(\perp, y) = \perp$. ¿Podemos concluir que g es monótona?
- c) ¿Son P y Q isomorfos?

3. Considerá el lenguaje imperativo con input/output y fallas. Queremos tres programas de la forma **while** b_i **do** c_i , para $i \in \{1, 2, 3\}$ cuyos funcionales F_i satisfagan las siguientes condiciones:

- a) $F_1 \perp$ sea incomparable con $F_2 \perp$,
- b) $\perp \sqsubset F_2 \perp$, y
- c) $F_2 \sqsubset F_3$.

No es necesario que calcules las semánticas de los programas, pero sí debés justificar las razones por las cuales se cumplen las condiciones.

4. Considerá el cálculo lambda puro y la expresión $e \doteq (\lambda x y . y x) (\lambda z . z (\Delta \Delta))$.

- a) Proponé una expresión e' tal que $e e'$ tenga forma canónica en orden normal.
- b) Proponé una forma canónica v tal que $e v$ no tenga forma canónica en orden eager.

5. Considerá el lenguaje eager con recursión.

- a) Proponé una expresión e tal que el funcional asociado a **letrec** $f \equiv \lambda x . e \text{ in } f$ se corresponda con el del ejercicio 1.
- b) Evalúa $e(-2)$.

6. Considerá el lenguaje eager con referencias. Sea η tal que para todo $x \in \langle var \rangle$, $\eta x \neq \iota_{ref} r_0$.

Decidí si la siguiente igualdad es válida. Justificá tu respuesta.

$$\llbracket e \rrbracket[r_0 : \iota_{int} 1]\eta = \llbracket e \rrbracket[r_0 : \iota_{int} 2]\eta$$

7. **Ejercicio para libres:** Considerá el lenguaje aplicativo con tuplas. La cadena $\langle 0, \lambda x . x \rangle . (0 + 1)$ no es una expresión válida.

- a) Explicá por qué no es válida.
- b) ¿Qué modificación harías a la gramática para permitirla como una expresión?
- c) Proponé la ecuación semántica para esa nueva construcción.