



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

# Introducción al entorno de laboratorio y razonamiento probabilístico

*DSIC*

Departamento de Sistemas  
Informáticos y Computación

# Objetivos formativos

- Introducir el entorno de laboratorio
- Aplicar conceptos y técnicas de razonamiento probabilístico

# Índice

<b>1</b>	<b>Introducción al entorno de laboratorio: python</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Representación probabilística</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Inferencia probabilística</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Ejercicio: aplicación del teorema de Bayes</b>	<b>9</b>

# 1. Introducción al entorno de laboratorio: python

- Python es un language interpretado
- Uso interactivo o con ficheros que guardan programas
- Introduciremos python con ejemplos sobre razonamiento probabilístico
- Usaremos la librería numpy de python para computo numérico
- Inicio de sesión python: `python -q`

## 2. Representación probabilística

El conocimiento probabilístico puede representarse con la distribución de probabilidad conjunta de las variables aleatorias de interés.

**Ejemplo del dentista:** conocimiento para diagnosticar caries

Variables aleatorias de interés:

*Dolor* :  $D \in \{0, 1\}$

*Caries* :  $C \in \{0, 1\}$

*Hueco* :  $H \in \{0, 1\}$

Representación:

$P(D = d, C = c, H = h)$

$d$	$c$	$h$	$P$
0	0	0	0,576
0	0	1	0,008
0	1	0	0,144
0	1	1	0,072
1	0	0	0,064
1	0	1	0,012
1	1	0	0,016
1	1	1	0,108
Suma:			1,000

# La tabla del dentista en python

<i>d</i>	<i>c</i>	<i>h</i>	<i>P</i>
0	0	0	0,576
0	0	1	0,008
0	1	0	0,144
0	1	1	0,072
1	0	0	0,064
1	0	1	0,012
1	1	0	0,016
1	1	1	0,108

Introduce la tabla del dentista en python:

```
1 import numpy as np
2 T=np.array([[0,0,0,.576],[0,0,1,.008],[0,1,0,.144],
3             [0,1,1,.072],[1,0,0,.064],[1,0,1,.012],
4             [1,1,0,.016],[1,1,1,.108]])
```

Elemento en la fila 0, columna 3:

```
1 T[0,3] 1 0.57600
```

Elemento en la fila 0, última columna:

```
1 T[0,-1] 1 0.57600
```

Elementos de la fila 0 (inicial) a 3 de la última columna:

```
1 T[0:4,-1] 1 array([0.576, 0.008, 0.144, 0.072])
2 T[:4,-1] 2 array([0.576, 0.008, 0.144, 0.072])
```

Elementos de la fila 4 a 7 (final) de la última columna:

```
1 T[4:8,-1] 1 array([0.064, 0.012, 0.016, 0.108])
2 T[4:,-1] 2 array([0.064, 0.012, 0.016, 0.108])
```

Elementos (de todas las filas) de la última columna:

```
1 T[:, -1] 1 array([0.576, 0.008, 0.144, 0.072,
2                0.064, 0.012, 0.016, 0.108])
```

Array de índices      Última columna      Array con solo las distribuciones probabilísticas.

Elementos en las filas 0, 1, 4 y 5 de la última columna:

```
1 T[[0,1,4,5],-1]
```

```
1 array([0.576, 0.008, 0.064, 0.012])
```

d	c	h	P
0	0	0	0,576
0	0	1	0,008
0	1	0	0,144
0	1	1	0,072
1	0	0	0,064
1	0	1	0,012
1	1	0	0,016
1	1	1	0,108

Suma de los elementos de la última columna:

```
1 np.sum(T[:,-1])
```

```
1 1.0
```

Filas con elementos de la columna 0 nulos:

```
1 np.where(T[:,0]==0)[0]
```

```
1 array([0, 1, 2, 3])
```

Filas con elementos no nulos en la columna 1:

```
1 np.where(T[:,1]!=0)[0]
```

```
1 array([2, 3, 6, 7])
```

Filas con elementos nulos en las columnas 1 y 2:

```
1 np.where((T[:,1]==0) & (T[:,2]==0))[0]
```

```
1 array([0, 4])
```

Elementos en última col. de filas con 0 en las cols. 1 y 2:

```
1 T[np.where((T[:,1]==0) & (T[:,2]==0))[0],-1]
```

```
1 array([0.576, 0.064])
```

Suma de elem. en última col. de filas con 1 en las cols. 1 y 2:

```
1 np.sum(T[np.where((T[:,1]==1) & (T[:,2]==1))[0],-1])
```

```
1 0.18
```

### 3. Inferencia probabilística

A partir de la distribución conjunta podemos calcular la probabilidad de cualquier *suceso* (*proposición*) mediante aplicación de:

***La regla suma:***

$$P(x) = \sum_y P(x, y)$$

***La regla producto:***

$$P(x, y) = P(x) P(y \mid x)$$

En general no es necesario conocer la tabla completa de probabilidades conjuntas para calcular la probabilidad de un suceso dado.



Probabilidad de caries y hueco (a la vez): *Normalización*

$$P(c = 1, h = 1) = \sum_{d=0,1} P(d, c = 1, h = 1) = 0,180$$

1 `Pc1h1=np.sum(T[np.where((T[:,1]==1) & (T[:,2]==1))[0,-1])]`

2 `print('Pc1h1 = %.5f' % Pc1h1)`

2 `Pc1h1 = 0.18000`

d	c	h	P
0	0	0	0,576
0	0	1	0,008
0	1	0	0,144
0	1	1	0,072
1	0	0	0,064
1	0	1	0,012
1	1	0	0,016
1	1	1	0,108

Probabilidad de hueco:

$$P(h = 1) = \sum_{d=0,1} \sum_{c=0,1} P(d, c, h = 1) = 0,200$$

1 `Ph1=np.sum(T[np.where(T[:,2]==1)[0,-1])]`

1 `Ph1 = 0.20000`

Probabilidad de caries tras observar (sabiendo que hay) hueco:

$$P(c = 1 | h = 1) = \frac{P(c=1,h=1)}{P(h=1)} = \frac{0,180}{0,200} = 0,900$$

1 `Pc1Dh1=Pc1h1/Ph1`

1 `Pc1Dh1 = 0.90000`

Probabilidad de dolor sabiendo que hay caries:

$$P(d = 1 | c = 1) = \frac{P(d=1,c=1)}{P(c=1)} = \frac{0,124}{0,340} = 0,365$$

1 `Pd1c1=np.sum(T[np.where((T[:,0]==1) & (T[:,1]==1))[0,-1])]`

2 `Pc1=np.sum(T[np.where(T[:,1]==1)[0,-1])]`

3 `Pd1Dc1=Pd1c1/Pc1`

1 `Pd1c1 = 0.12400`

2 `Pc1 = 0.34000`

3 `Pd1Dc1 = 0.36471`

## 4. Ejercicio: aplicación del teorema de Bayes

El **teorema de Bayes** permite actualizar nuestro conocimiento sobre una hipótesis  $y$  tras observar una nueva evidencia  $x$ :

$$P(y \mid x) = \frac{P(x, y)}{P(x)} = P(y) \frac{P(x \mid y)}{P(x)}$$

De otra forma:  $P(y \mid x)$  es la probabilidad de que se produzca el efecto  $y$  tras observar que se ha producido la causa  $x$ .

**Ejercicio:** calcula la probabilidad de caries sabiendo que hay dolor

$$P(c = 1 \mid d = 1) = P(c = 1) \frac{P(d = 1 \mid c = 1)}{P(d = 1)}$$