Resumo 2

Critérios para o estudo da convergência

Critério de Comparação

majorar por convergente
minorar por divergente

$$0 \leq a_n \leq b_n$$

① $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge

② $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge

Critério de comparação por passagem ao limite

$$L = \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n}$$

série com que comparamos e da qual sabemos a natureza

① Se $L \in \mathbb{R}^+$, as séries têm a mesma natureza

② Se $L = +\infty$ e $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge.

③ Se $L = 0$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge, então $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge.

Critério de Cauchy (raiz)

Útil com potências de índice n

$$L = \lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$$

① Se $L<1$, a série converge absolutamente

② Se $L>1$, a série diverge

③ Se $L=1$, nada se conclui por este processo

Critério de D' Alambert (quociente)

Útil com fatoriais

$$L = \lim_{n \to +\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|}$$

① Se $L<1$, a série converge absolutamente

② Se $L>1$, a série diverge

③ Se $L=1$, nada se conclui por este processo

Critério de Leibniz

Avalia convergência simples de séries alternadas

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} u_n$$

① $u_n > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

② u_n é decrescente

③ $\lim u_n = 0$

Se ①, ② e ③ se verificarem então a série alternada converge simplesmente.