

## O poço de potencial infinito

### Meta da aula

Aplicar o formalismo quântico ao caso de um potencial  $V(x)$  que tem a forma de um poço infinito: o potencial é infinito para  $x < -a/2$  e para  $x > a/2$ , e tem o valor 0 para  $-a/2 < x < a/2$ .

## objetivos

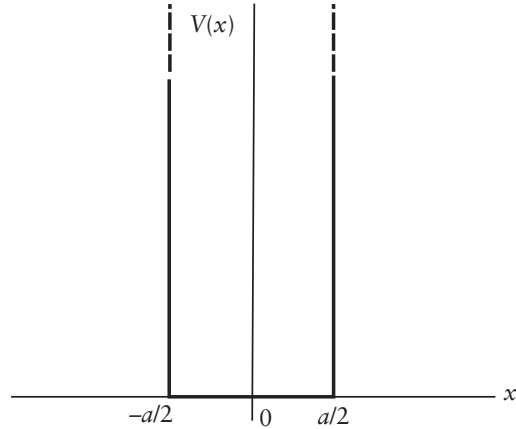
- obter as funções de onda e as energias de partículas confinadas em um poço infinito;
- identificar a paridade dos estados ligados;
- mostrar que, quanto maior for o número de nodos das funções de onda correspondentes a estados ligados, maior será o valor da energia da partícula, como no caso do poço finito.

### Pré-requisito

Para melhor compreensão desta aula, é importante que você revise o caso  $E < V_0$  da Aula 13 desta disciplina.

## SOLUÇÃO DO POÇO DE POTENCIAL INFINITO

O poço infinito corresponde a um caso limite do poço finito, estudado na última aula, em que a altura do poço tende a um valor infinito. Seu perfil de potencial está mostrado na **Figura 14.1**.



**Figura 14.1:** O poço de potencial infinito com largura  $a$ .

Matematicamente, podemos definir um poço infinito de largura  $a$  da seguinte forma:

$$\begin{aligned} V(x) &= +\infty, & x < -a/2 \\ V(x) &= 0, & -a/2 < x < a/2 \\ V(x) &= +\infty, & x > a/2. \end{aligned} \quad (14.1)$$

Como vemos, o perfil de potencial é bem semelhante ao do poço finito visto na Aula 13, só que agora o valor de  $V_0$  é tão grande que pode ser considerado infinito. Em muitos sistemas físicos, esta é uma aproximação bastante boa e, como veremos, bastante útil, pois o poço infinito tem soluções muito mais simples que o poço finito.

As soluções do poço infinito são confinadas no interior do mesmo, já que seria necessária uma energia infinita para encontrar a partícula fora do poço. Portanto, precisamos considerar apenas a equação de Schrödinger na região  $-a/2 < x < a/2$ , que, para uma partícula de massa  $m$ , tem a forma:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} = E \psi(x), \quad -a/2 < x < a/2. \quad (14.2)$$

Como já vimos diversas vezes, a solução geral desta equação é  $\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ . No entanto, desta vez vamos escrevê-la de uma outra forma:

$$\psi(x) = A \cos kx + B \sin kx, \quad -a/2 < x < a/2 \quad (14.3)$$

com  $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ . É claro que as duas formas são equivalentes, mas a Expressão (14.3) irá simplificar nossos cálculos no caso do poço infinito.

No caso das regiões externas, como já argumentamos, o potencial é infinito, e portanto a probabilidade de encontrarmos a partícula fora do poço é necessariamente nula. A função de onda terá, portanto, de ser nula na região externa:

$$\begin{aligned} \psi(x) &= 0, & x < -a/2 \\ \psi(x) &= 0, & x > a/2. \end{aligned} \quad (14.4)$$

A continuidade da função de onda impõe que  $\psi(a/2) = \psi(-a/2) = 0$ . Vamos ver a seguir que esta *condição de fronteira* ou *de contorno* nos leva diretamente à **QUANTIZAÇÃO** da energia. Mas, antes, notamos que, neste caso, a derivada da função de onda,  $d\psi(x)/dx$ , não pode também ser nula nestes pontos extremos ( $x = \pm a/2$ ), já que, se esse fosse o caso, então a função de onda  $\psi(x) = 0$  para todo valor de  $x$ .

A **QUANTIZAÇÃO** de energia ocorre quando os níveis de energia de um sistema quântico são discretos.

Para justificar que se  $\psi(x)$  e  $d\psi(x)/dx$  são nulas para o mesmo valor de  $x$ , então  $\psi(x) = 0$  para todo  $x$ , vamos recordar a analogia da equação de Schrödinger (14.2) com a equação de movimento do oscilador harmônico simples:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx. \text{ Lembre-se de que são equações diferenciais idênticas, basta}$$

fazer a correspondência  $\psi \rightarrow x$  e  $x \rightarrow t$  (a menor das constantes, é claro). Assim, o caso em que  $\psi(x) = 0$  e  $d\psi(x)/dx = 0$  para o mesmo valor de  $x$  iria corresponder, no caso do oscilador harmônico, a  $x = 0$  e  $dx/dt = 0$  em um certo instante de tempo, ou seja, a partícula estaria na origem (portanto, sem sofrer ação de força) e com velocidade nula. Portanto, nunca sairia da origem, ou seja,  $x = 0$  para todo  $t$ . Apesar de  $x = 0$  para todo  $t$  ser uma solução possível para o oscilador harmônico,  $\psi(x) = 0$  para todo  $x$  não é uma solução válida da equação de Schrödinger.

Portanto, vemos aqui uma diferença com relação ao que acontece no caso do poço finito: a derivada da função de onda é descontínua em  $x = \pm a/2$ . Você pode estar intrigado pelo fato de isso ser possível. Afinal, nos vários problemas que resolvemos até agora, sempre impusemos a continuidade da derivada. Na verdade, como dissemos claramente na Aula 4, são permitidas descontinuidades na derivada da função de onda,  $d\psi(x)/dx$ , apenas nos pontos em que o potencial apresenta descontinuidades infinitas.

### ATIVIDADE



1. Mostre, a partir da equação de Schrödinger, que são permitidas descontinuidades na derivada da função de onda apenas nos pontos em que o potencial apresenta descontinuidades infinitas. Para isso, integre a equação de Schrödinger com um potencial  $V(x)$  entre os pontos  $x_0 - \delta$  e  $x_0 + \delta$ , em que  $x_0$  é o ponto em que ocorre a descontinuidade do potencial e  $\delta$  é infinitesimal.

### RESPOSTA COMENTADA

Integramos ambos os lados da equação de Schrödinger entre os limites sugeridos:

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + V(x)\psi(x) &= E\psi(x) \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \int_{x_0-\delta}^{x_0+\delta} \frac{d^2\psi}{dx^2} dx + \int_{x_0-\delta}^{x_0+\delta} V(x)\psi(x) dx &= E \int_{x_0-\delta}^{x_0+\delta} \psi(x) dx \\ -\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{d\psi}{dx} \Big|_{x_0+\delta} - \frac{d\psi}{dx} \Big|_{x_0-\delta} \right] &= E \int_{x_0-\delta}^{x_0+\delta} \psi(x) dx - \int_{x_0-\delta}^{x_0+\delta} V(x)\psi(x) dx \end{aligned}$$

A última equação é uma expressão para a descontinuidade da derivada  $\frac{d\psi}{dx}$ . Repare que há dois termos do lado direito da equação.

O primeiro termo deve ser nulo no limite  $\delta \rightarrow 0$ , já que a função de onda tem de ser finita. Assim, para que haja uma descontinuidade na derivada, o segundo termo não pode se anular. A única maneira de satisfazer esta condição é através de um potencial infinito.

Determinamos as constantes  $A$  e  $B$  da Equação (14.3) aplicando as condições de fronteira  $\psi(a/2) = \psi(-a/2) = 0$ . Temos assim:

$$\begin{aligned} A \cos(ka/2) + B \sin(ka/2) &= 0, \\ A \cos(ka/2) - B \sin(ka/2) &= 0, \end{aligned} \quad (14.5)$$

onde utilizamos o fato que  $\cos(-x) = \cos(x)$ , e  $\sin(-x) = -\sin(x)$ . Somando e subtraindo essas relações, chegamos em

$$\begin{aligned} A \cos(ka/2) &= 0, \\ B \sin(ka/2) &= 0. \end{aligned} \quad (14.6)$$

Como as constantes  $A$  e  $B$  não podem ser simultaneamente nulas, já que isto levaria novamente a  $\psi(x) = 0$  para todo valor de  $x$ , as soluções possíveis para a Equação (14.6) são:

$$\begin{aligned} B &= 0, \quad \cos(ka/2) = 0, \\ A &= 0, \quad \sin(ka/2) = 0. \end{aligned} \quad (14.7)$$

No primeiro caso, as soluções serão da forma  $\psi(x) = A \cos(kx)$ , onde  $k$  deve satisfazer  $\cos(ka/2) = 0$ . Por causa desta condição, os valores possíveis de  $k$  são aqueles para os quais  $ka$  é um múltiplo ímpar de  $\pi$ ,

$$k_n = \frac{n\pi}{a}, \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (14.8)$$

As funções de onda associadas a cada valor de  $k_n$ ,  $\psi_n(x) = A_n \cos(k_n x)$ , podem ser normalizadas:

$$\int_{-a/2}^{a/2} |\psi_n(x)|^2 dx = 1; \quad |A_n|^2 \int_{-a/2}^{a/2} \cos^2(n\pi x/a) dx = 1, \quad (14.9)$$

de onde obtemos  $A_n = (2/a)^{1/2}$ , independente de  $n$ . A forma geral dessas soluções será, portanto,

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{n\pi}{a} x\right), \quad n = 1, 3, 5, \dots \quad (14.10)$$

Da mesma maneira, podemos encontrar a segunda classe de soluções da Equação (14.7), que correspondem a  $A = 0$  e  $\sin(ka/2) = 0$ . O resultado é:

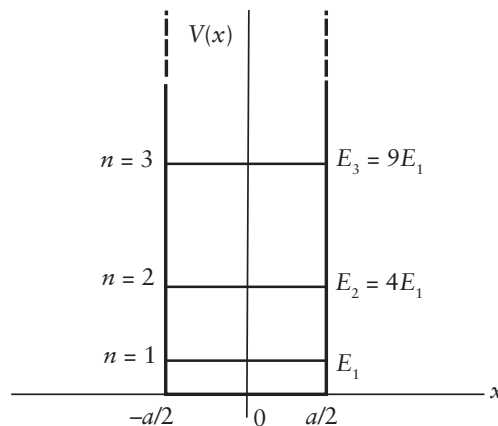
$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a} x\right), \quad n = 2, 4, 6, \dots \quad (14.11)$$

Nesse caso, a solução com  $n = 0$  não é possível, já que levaria a  $\psi(x) = 0$  para todo valor de  $x$ . Também é necessário esclarecer que não é necessário considerar valores negativos de  $n$ , já que levam às mesmas soluções do que os positivos, como é possível verificar.

Considerando os dois tipos de soluções, observamos que os valores de  $k = \sqrt{2mE}/\hbar$  estão quantizados, já que eles são dados por  $k_n = \frac{n\pi}{a}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . O número inteiro  $n$  é um exemplo de *número quântico*, pois ele identifica, como uma etiqueta, as diferentes soluções do problema. Observamos que os comprimentos de onda de de Broglie correspondentes têm os valores  $\lambda_n = \frac{2\pi}{k_n} = \frac{2a}{n}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , ou seja, que as funções de onda possíveis são apenas aquelas para as quais temos um número inteiro ou semi-inteiro de comprimentos de onda de de Broglie dentro do intervalo  $[-a/2, a/2]$ . Em contraste com o caso clássico, em que uma partícula pode se mover dentro do poço com qualquer valor da energia, vemos que no problema quântico a energia está quantizada, tendo apenas os seguintes valores possíveis:

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2ma^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (14.12)$$

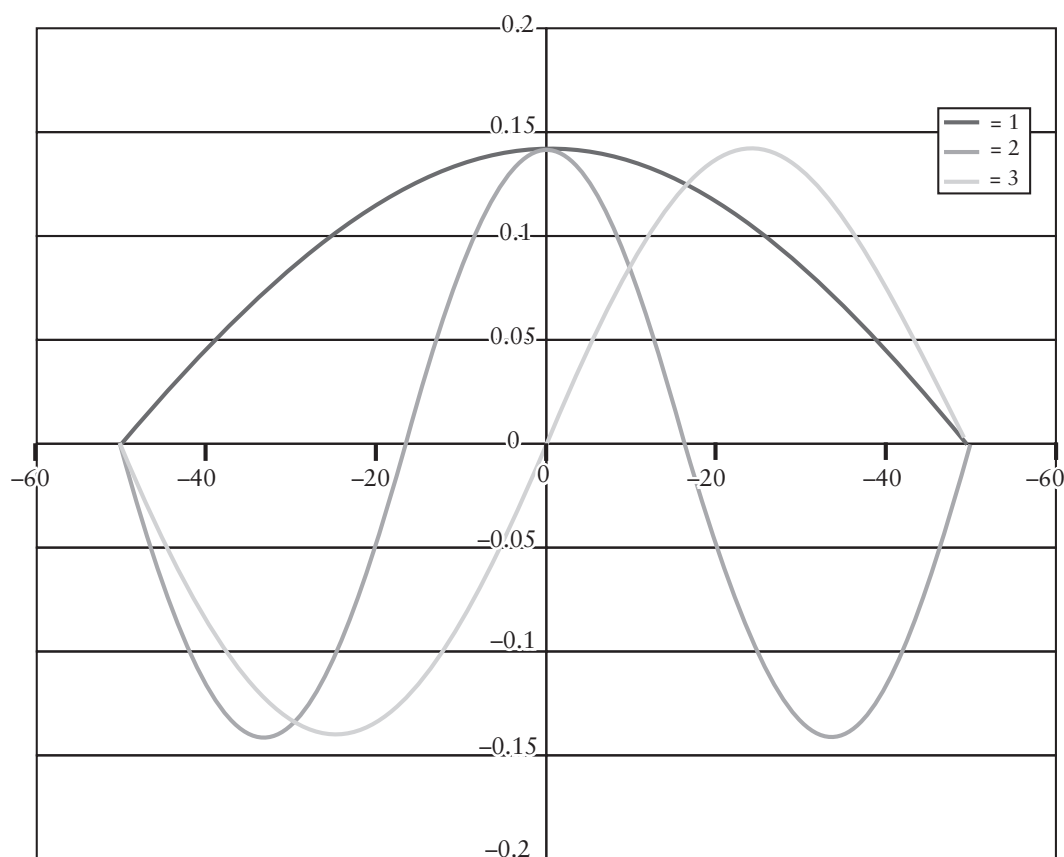
Os níveis de energia do poço infinito estão mostrados na **Figura 14.2**. Vemos que o espectro de energias consiste em um número infinito de níveis discretos de energia. Veja também que as energias dos estados aumentam em forma quadrática com o valor de  $n$ . Note que, como existe apenas uma função de onda para uma dada energia, esses níveis de energia são chamados *não-degenerados*. Veremos, em outras aulas, que nem sempre é assim. Em algumas situações, dois ou mais estados quânticos podem ter a mesma energia. Quando isso acontece, o nível de energia correspondente é chamado *degenerado*.



**Figura 14.2:** Os três primeiros níveis de energia do poço de potencial infinito.

As funções de onda correspondentes aos três estados de energia mais baixa do poço infinito estão mostradas na **Figura 14.3**. Veja também, a partir das Equações (14.10) e (14.11), que a  $n$ -ésima função de onda,  $\psi_n(x)$ , tem  $(n-1)$  nodos na região interna (sem contar os extremos  $x = \pm a/2$ ). Desta forma, assim como no caso do poço finito, perceba que quanto maior for número de nodos da função de onda, maior será a energia da partícula. Você também pode verificar que as funções de onda  $\psi_n(x)$  e  $\psi_m(x)$  associadas a energias diferentes,  $E_n$  e  $E_m$ , são ortogonais, ou seja,

$$\int_{-a/2}^{a/2} \psi_n^*(x) \psi_m(x) dx = 0, \quad n \neq m. \quad (14.13)$$



**Figura 14.3:** As funções de onda do poço quadrado infinito no caso  $a = 100$ , para  $n = 1, 2, 3$ .

**ATIVIDADE****2. Verifique a Equação (14.13).****RESPOSTA COMENTADA**

Vamos substituir as Expressões (14.10) e (14.11) na Equação (14.13) para verificar sua validade. Há três casos a considerar: as duas funções de onda  $\psi_n(x)$  e  $\psi_m(x)$  podem ser do tipo (14.10), as duas podem ser do tipo (14.11) ou, finalmente, podemos ter uma de cada tipo. No primeiro caso, a integral da Equação (14.13) torna-se:

$$\frac{2}{a} \int_{-a/2}^{a/2} \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx.$$

Fazendo a substituição  $\theta = \frac{\pi x}{a}$ , temos:

$$\frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(n\theta) \cos(m\theta) d\theta$$

Você pode verificar em uma tabela de integrais que essa integral é nula para  $m \neq n$ . Possivelmente você já viu esse resultado antes, quando estudou séries de Fourier. Analogamente, os outros dois casos vão resultar nas integrais

$$\frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin(n\theta) \sin(m\theta) d\theta \text{ e } \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin(n\theta) \cos(m\theta) d\theta,$$

que também são nulas pelos mesmos motivos.

Dizer que duas funções de onda são “ortogonais” é, de certa forma, tomar emprestado uma expressão que você conhece melhor do seu curso de Álgebra Linear. Naquele caso, dizia-se que dois vetores são ortogonais quando o produto escalar entre eles é zero. O uso dessa expressão para funções de onda nos remete à equivalência entre o formalismo de Schrödinger (baseado em funções de onda) e o formalismo de Heisenberg (baseado na álgebra de vetores e matrizes). Discutimos brevemente esse ponto na Aula 6. A Equação (14.13) corresponde precisamente, no formalismo de Heisenberg, ao produto escalar entre dois “vetores” (que representam os dois estados quânticos) ser nulo.



## ENERGIA DE PONTO ZERO E O PRINCÍPIO DA INCERTEZA

Note que não existe um estado com energia zero. O estado de menor energia é o  $E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2}$ , cujo valor é chamado de *energia de ponto zero* do poço infinito, e será visto em outros exemplos nas próximas aulas. Perceba que isso está em contraste com a Mecânica Clássica, segundo a qual seria possível que uma partícula estivesse parada dentro do poço e, portanto, com energia zero. De certa forma, a Mecânica Quântica impede que a partícula esteja “parada”. Isso pode ser visto como uma consequência do Princípio de Incerteza, já que, como a incerteza na posição é da ordem de  $\Delta x = a$ , não é possível ter o valor do momento com incerteza nula, como seria o caso se a energia fosse 0.

### ATIVIDADE



3. Usando o Princípio da Incerteza, obtenha um limite mínimo para a energia do estado fundamental do poço infinito e verifique se o valor que calculamos obedece a esse limite.

### RESPOSTA COMENTADA

Como a partícula está confinada dentro do poço, sua incerteza na posição tem de ser menor que a largura do poço, ou seja,  $\Delta x \leq a$ . Assim, usando o Princípio da Incerteza, podemos obter um valor máximo para a incerteza no momento:

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2 \Rightarrow \Delta p \geq \hbar/2a.$$

Portanto, podemos obter um valor mínimo da energia permitido

pelo Princípio da Incerteza:  $E \approx \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{8ma^2}$ . O valor que

calculamos,  $E_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2}$  é certamente maior que esse limite.

## PARIDADE DA FUNÇÃO DE ONDA

Verificamos, assim como aconteceu no caso do poço finito, que as soluções que encontramos são pares ou ímpares. As funções descritas pela Equação (14.10) satisfazem  $\psi_n(-x) = \psi_n(x)$  e são, portanto, *funções pares* de  $x$ , enquanto as descritas pela Equação (14.11) satisfazem  $\psi_n(-x) = -\psi_n(x)$  e são, portanto, *funções ímpares* de  $x$ . Pode ser mostrado que essa divisão das autofunções  $\psi_n(x)$  em autofunções de *paridade* definida (par para o primeiro grupo, ímpar para o segundo) é uma consequência direta do fato de o potencial ser simétrico em torno de  $x = 0$ , ou seja,  $V(-x) = V(x)$ .

As funções de onda pares terão um número par de nodos, e as ímpares, um número ímpar de nodos. Como consequência disso, quando ordenamos as funções de onda de forma crescente em relação à sua energia, as funções de onda vão ser, alternadamente, pares e ímpares, com o estado fundamental sendo sempre uma função par. Como vimos nesta aula, os resultados para o poço de potencial infinito concordam com esse resultado, e se revirmos a aula anterior, veremos que também é esse o caso para o poço de potencial finito. Na próxima aula, veremos o oscilador harmônico, em que também é verificada esta propriedade geral das funções de onda em potenciais simétricos.

O fato de as autofunções da equação de Schrödinger no caso  $V(-x) = V(x)$  poderem sempre ser escolhidas como sendo pares ou ímpares simplifica alguns cálculos. Em particular, é suficiente obter as autofunções para valores positivos de  $x$ , e sabemos que as autofunções ímpares são nulas na origem, e as pares têm derivada nula para  $x = 0$ . Com isto vamos conseguir uma maior eficiência no estudo dos próximos sistemas quânticos.

## ATIVIDADES FINAIS

1. Considere uma partícula de massa  $m$  em um poço infinito de largura  $a$ .
  - a. Supondo que a partícula esteja no estado fundamental, calcule a densidade de probabilidade como função de  $x$ . Faça um esboço do seu resultado.
  - b. Qual a probabilidade de encontrar a partícula na metade direita da caixa, ou seja, entre 0 e  $a/2$ ?
  - c. Qual a probabilidade de encontrá-la na metade central da caixa, entre  $-a/4$  e  $a/4$ ?
  - d. Repita os itens a, b e c, supondo agora que a partícula esteja no primeiro estado excitado.

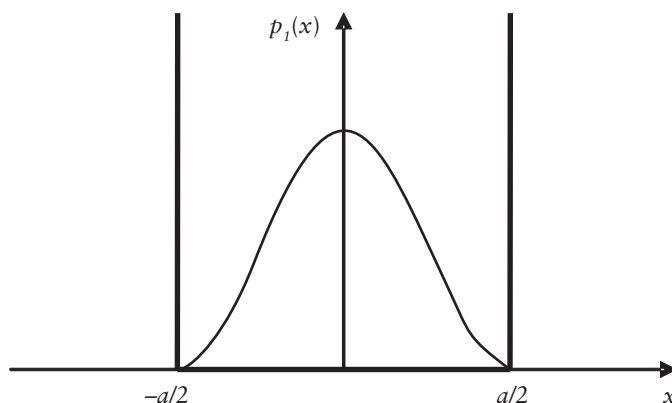
## RESPOSTA COMENTADA

a. No estado fundamental, a função de onda é dada por  $\psi_1(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)$

dentro do poço. Assim, a densidade de probabilidade dentro do poço é

$$p_1(x) = |\psi_1(x)|^2 = \frac{2}{a} \cos^2\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$

Fora do poço, a densidade de probabilidade é zero, pois  $\psi(x) = 0$ . O esboço da densidade de probabilidade está mostrado a seguir:



b. A probabilidade de encontrar a partícula na metade direita da caixa é:

$$P[0, a/2] = \int_0^{a/2} \frac{2}{a} \cos^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = \frac{1}{a} \int_0^{a/2} \left[ \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) + 1 \right] dx = \frac{1}{2}.$$

Poderíamos ter antecipado esse resultado pela simetria do problema, ou seja, a partícula tem igual probabilidade de estar na metade esquerda ou na metade direita.

c. A probabilidade de encontrarmos a partícula na metade central da caixa é:

$$P[-a/4, a/4] = \int_{-a/4}^{a/4} \frac{2}{a} \cos^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = \frac{1}{a} \int_{-a/4}^{a/4} \left[ \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) + 1 \right] dx = \frac{1}{a} \left[ \frac{a}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) + \frac{a}{2} \right]_{-a/4}^{a/4} = \left( \frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \right) \approx 82\%.$$

Ou seja, há uma probabilidade maior de encontrarmos a partícula na região central do que próximo às bordas da caixa.

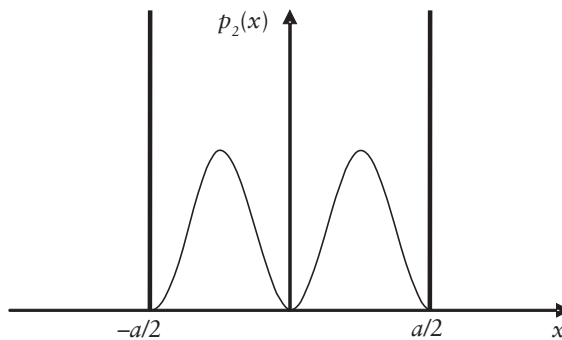
d. No caso de a partícula estar no primeiro estado excitado, a função de

onda é dada por  $\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right)$  dentro do poço. Assim,

a densidade de probabilidade dentro do poço é  $p_2(x) = |\psi_2(x)|^2 = \frac{2}{a} \sin^2\left(\frac{2\pi x}{a}\right)$ .

Fora do poço, a densidade de probabilidade é novamente zero, pois  $\psi(x) = 0$ .

O esboço da densidade de probabilidade está mostrado a seguir:



A probabilidade de encontrarmos a partícula na metade direita da caixa agora é:

$$P[0, a/2] = \int_0^{a/2} \frac{2}{a} \sin^2\left(\frac{2\pi x}{a}\right) dx = \frac{1}{a} \int_0^{a/2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{4\pi x}{a}\right) \right] dx = \frac{1}{2}.$$

Novamente, poderíamos ter obtido este resultado por simetria.

A probabilidade de encontrarmos a partícula na metade central da caixa é:

$$P[-a/4, a/4] = \int_{-a/4}^{a/4} \frac{2}{a} \sin^2\left(\frac{2\pi x}{a}\right) dx = \frac{1}{a} \int_{-a/4}^{a/4} \left[1 - \cos\left(\frac{4\pi x}{a}\right)\right] dx =$$

$$\frac{1}{a} \left[ \frac{x}{1} - \frac{a}{4\pi} \sin\left(\frac{4\pi x}{a}\right) \right]_{-a/4}^{a/4} = \frac{1}{2}.$$

Desta vez, há igual probabilidade de encontrarmos a partícula na região central e nas regiões laterais da caixa.

2. Considere 8 elétrons dentro de um poço infinito de largura  $a$ . Suponha que a interação entre os elétrons é fraca, de modo que eles sentem apenas o potencial do poço, como se estivessem isolados uns dos outros. O Princípio de Exclusão de Pauli permite apenas que 2 elétrons ocupem cada nível, cada um com uma orientação de *spin*.

a. Preenchendo cada nível de energia com 2 elétrons, obtenha a energia interna total do sistema de 8 elétrons.

b. Suponha agora que um agente externo diminui o tamanho da caixa, comprimindo-a de uma largura de  $a$  para  $a - \Delta a$ . Qual a variação da energia interna do sistema de 8 elétrons, no limite  $\Delta a \ll a$ ?

c. Qual o trabalho que o agente externo teve de realizar?

#### RESPOSTA COMENTADA

a. Se temos um total de 8 elétrons, os 4 níveis de energia mais baixos estão ocupados com dois elétrons cada. Assim a energia total do sistema será:

$$E_T = 2E_1 + 2E_2 + 2E_3 + 2E_4 = 2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} (1 + 4 + 9 + 16) = \frac{30\hbar^2 \pi^2}{ma^2}.$$

b. Se diminuimos o tamanho da caixa para  $a - \Delta a$ , a nova energia interna será  $E'_T = \frac{30\hbar^2 \pi^2}{m(a - \Delta a)^2}$ . No limite  $\Delta a \ll a$ , obtemos

$$E'_T = \frac{30\hbar^2 \pi^2}{ma^2 (1 - \Delta a/a)^2} \approx \frac{30\hbar^2 \pi^2}{ma^2 (1 - 2\Delta a/a)} \approx \frac{30\hbar^2 \pi^2}{ma^2} (1 + 2\Delta a/a)$$

A variação da energia interna é a diferença entre energia final e a energia

inicial:  $\Delta E = E'_T - E_T = \frac{60\hbar^2 \pi^2 \Delta a}{ma^3}$ . Notamos então que a energia interna do sistema aumenta.

b. Pela conservação da energia, o trabalho realizado pelo agente externo é igual à variação de energia interna do sistema.

Portanto,  $W = \Delta E = \frac{60\hbar^2\pi^2\Delta a}{ma^3}$ , ou seja, o trabalho é positivo.

Se fizermos uma analogia entre esse problema e o problema de um gás ideal em um recipiente fechado, que estudamos em Física 2B, chegamos à conclusão de que o sistema de elétrons parece estar exercendo pressão sobre as paredes do recipiente. Isto é intrigante, já que aprendemos em Termodinâmica que a pressão em um gás surge da transferência de momento que ocorre nas colisões das moléculas do gás e as paredes do recipiente que o contém, e será tanto maior quanto maior for a velocidade média das moléculas do gás. Por sua vez, a velocidade média das moléculas do gás é proporcional à temperatura do mesmo. Assim, em um gás ideal clássico a pressão vai a zero quando a temperatura vai a zero. No entanto, no caso quântico, os elétrons exercem pressão sobre as paredes da caixa também no caso em que a temperatura é nula! O surgimento desta pressão é mais um efeito puramente quântico.

## RESUMO

O poço de potencial infinito apresenta estados ligados que, assim como no poço finito, também podem ser pares ou ímpares. As funções de onda apresentam um número de nodos que, como no caso do poço finito, aumenta com a energia da partícula.

## INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, vamos resolver um dos problemas mais importantes da Mecânica Quântica: o oscilador harmônico.