AULA 1

Experiências com projéteis e ondas

Meta da aula

Descrever experiências de interferência por uma fenda dupla com projéteis e ondas.

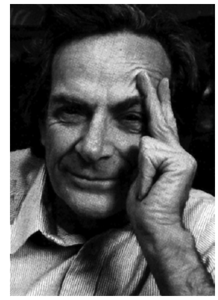
objetivos

- analisar o comportamento de projéteis ao passar por uma fenda dupla;
- avaliar o comportamento de ondas ao passar por uma fenda dupla;
- relembrar o conceito de interferência em ondas.

Pré-requisitos

Para esta aula, é importante revisar interferência de ondas: Aula 12 da disciplina Física 2B e Aula 8 da disciplina Física 4A.

Não leve essa aula muito a sério... apenas relaxe e desfrute dela. Vou contar para vocês como a natureza se comporta. Se você admitir simplesmente que ela tem esse comportamento, você a considerará encantadora e cativante. Não fique dizendo para si próprio: "Mas como ela pode ser assim?" porque nesse caso você entrará em um beco sem saída do qual ninguém escapou ainda. Ninguém sabe como a natureza pode ser assim.



Richard Feynman
Prêmio Nobel de Física 1965

A MECÂNICA DOS OBJETOS MICROSCÓPICOS

Iniciamos nosso estudo de Física pela chamada mecânica newtoniana ou mecânica clássica. A mecânica clássica, que foi o objeto de estudo nas disciplinas Física 1A e Física 1B, é a mecânica dos objetos *macroscópicos*, ou seja, aqueles de dimensões palpáveis ou visíveis a olho nu: bolas, projéteis, carros, aviões, planetas etc. Aprendemos que tais objetos obedecem muito bem às leis de Newton. Em muitas situações, podem ser descritos como *partículas* ou *corpúsculos*, ou seja, sua estrutura interna pode muitas vezes ser ignorada e eles podem ser descritos como objetos pontuais que se movem no espaço. O comportamento destes objetos consiste na física mais corriqueira do nosso dia-a-dia, aquela que aprendemos de forma intuitiva desde que somos bebês, de modo que pensamos ter uma noção bem clara de como deve se comportar uma partícula em uma determinada situação.

Em seguida, aprendemos a física das *ondas* na disciplina Física 2A. Por exemplo, vimos que as ondas sonoras ou as ondas na superfície de um lago apresentam um comportamento bem diferente daquele das partículas (apesar de o ar e a água, os meios onde estas ondas se propagam, serem formados por partículas). Surgem, por exemplo, os fenômenos de *difração* e *interferência*, que não podem ser descritos pela mecânica das partículas. Aprendemos, ainda, na disciplina Física 4A, que a luz é um tipo de onda eletromagnética.

Neste curso, iremos introduzir uma mecânica completamente nova e diferente da mecânica clássica e da mecânica ondulatória. É a mecânica que descreve os objetos microscópicos, como átomos e elétrons, por exemplo. Veremos que tais objetos se comportam em muitas situações como partículas e, em outras, como ondas. Mas não são nem uma coisa nem outra! Eles obedecem às leis da *mecânica quântica*.

!

Você teve uma breve introdução a algumas idéias e experimentos iniciais da física quântica na disciplina Física 4B. Na presente disciplina, vamos explorar com muito mais profundidade o mundo quântico.

Apesar de lidar com objetos de dimensões atômicas, pouco familiares a nós, a mecânica quântica não é uma teoria abstrata ou sem aplicações no mundo real. Pelo contrário, muitas invenções que fazem parte do nosso dia-a-dia só foram possíveis por causa da mecânica quântica: o computador, o laser, a energia nuclear, as imagens de ressonância magnética etc. Em 2000, a revista *Scientific American* estimou que 1/3 do produto interno bruto dos EUA estava ligado à mecânica quântica!

Apesar de estarmos descrevendo-a como "nova", a mecânica quântica já é uma anciã, tem mais de 100 anos de idade! E ela não surgiu de uma inspiração teórica, pelo contrário, foi uma necessidade imposta (a contragosto de muitos) pelos experimentos realizados naquela época, que mostravam resultados em contradição marcante com a física clássica. A história destes experimentos e do desenvolvimento e aceitação graduais da nova teoria quântica está descrita em vários livros e é extremamente rica e interessante, mas está além dos objetivos desta disciplina.

UMA EXPERIÊNCIA COM PROJÉTEIS

Para mostrar que os objetos microscópicos não se comportam nem como ondas nem como partículas, escolhemos um experimento onde este comportamento se manifesta de forma marcante: a experiência de interferência por uma fenda dupla. Você se lembra quando viu esta experiência no caso de ondas de luz na Aula 8 da disciplina Física 4A? Tornaremos a tratar deste caso (ondas) em breve, mas, inicialmente, iremos descrever o comportamento de projéteis (balas de canhão ou bolinhas de gude, por exemplo) ao passar por uma fenda dupla. Em seguida, iremos analisar o comportamento das ondas e, finalmente, o de objetos microscópicos, como os elétrons.

O aparato experimental está esquematizado na **Figura 1.1.a**. Há uma metralhadora que dispara projéteis, um de cada vez, em direções aleatórias. Em frente à metralhadora, há uma parede que impede a passagem dos projéteis, exceto por dois pequenos buracos. Mais adiante, há um anteparo, onde os projéteis que conseguem passar pelos buracos se alojam, e sua chegada é verificada por um detetor deslocável. Este detetor pode ser uma caixa com areia, por exemplo, onde os projéteis se depositam. Depois, podemos contar quantos projéteis chegaram em cada posição da parede em um certo intervalo de tempo. A posição ao longo da parede é descrita por uma coordenada x, medida a partir do centro.

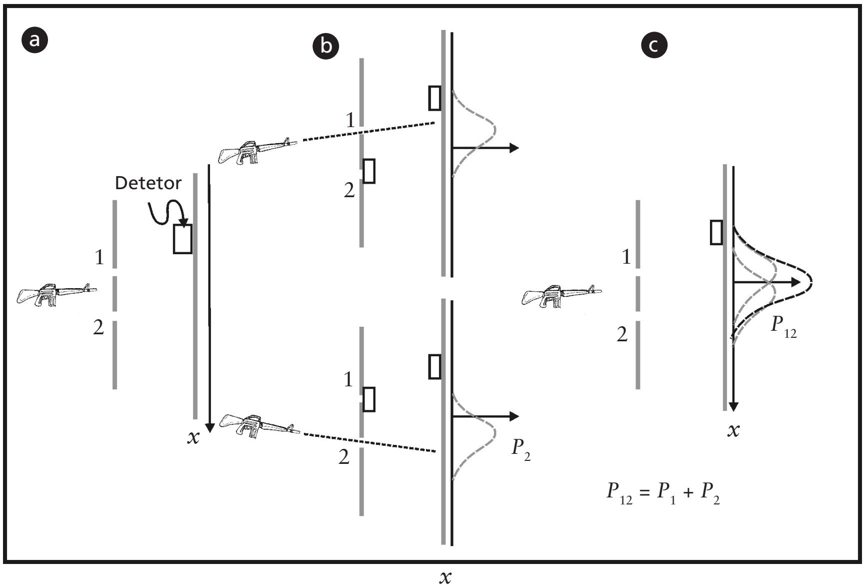


Figura 1.1: (a) Esquema do experimento de fenda dupla com projéteis. (b) Situação experimental e distribuições de probabilidades obtidas quando uma das fendas é fechada. (c) Situação experimental e distribuição de probabilidade obtida quando as duas fendas estão abertas.

Nossa primeira observação parece um pouco óbvia, dada nossa grande intuição com partículas clássicas: cada projétil chega intacto ao detetor, como se fossem "pacotes" idênticos, um de cada vez. É claro, estamos supondo que são projéteis indestrutíveis... Não se observa a chegada de "meio projétil" ou a chegada de dois projéteis simultaneamente em lugares diferentes. *Projéteis sempre chegam em pacotes idênticos.*

Em seguida, usando esse aparato simples, podemos tentar responder à seguinte pergunta: "Qual a probabilidade de um projétil acertar a posição x?" Naturalmente, temos de falar em probabilidades, pois é impossível saber com certeza absoluta a trajetória de cada partícula, já que elas são lançadas em direções aleatórias e podem ricochetear de forma imprevisível nas bordas dos buracos. Mas a probabilidade pode ser facilmente medida, tomando-se a fração de projéteis que chegam a uma certa posição em relação ao número total de projéteis que acertam todo o anteparo, no mesmo intervalo de tempo. Se fizermos a medida, obteremos a distribuição de probabilidades P_{12} mostrada na **Figura 1.1.c**, que tem este nome porque os projéteis podem passar tanto pelo buraco 1 como pelo buraco 2. A curva P_{12} tem um máximo em torno de $x = 0$ e decai para valores muito pequenos se tomamos valores de x muito distantes da origem.

Mas por que o valor máximo de P_{12} fica em torno de $x = 0$? De fato, isto acontece apenas se a distância entre os buracos for suficientemente pequena (veja a Atividade 1 desta aula), mas é com esta situação que queremos lidar. Podemos entender isto se fizermos novamente o experimento, mas, desta vez, fechando um dos buracos, como mostra a **Figura 1.1.b**. Se fechamos o buraco 2, medimos a distribuição de probabilidades P_1 mostrada no painel superior. E se fechamos o buraco 1, medimos a distribuição P_2 mostrada do painel inferior. Como esperado, a distribuição P_1 tem seu valor máximo na posição x na parede que está ao longo da reta tracejada que vai da metralhadora ao buraco 1. E a distribuição P_2 se comporta de forma análoga.

A distribuição conjunta P_{12} é simplesmente a soma das distribuições parciais:

$$P_{12} = P_1 + P_2 \quad (1.1)$$

Ou seja, o efeito obtido quando temos os dois buracos abertos é a soma dos efeitos de cada buraco individualmente. Isto quer dizer que *projéteis não sofrem interferência*, como veremos a seguir que ocorre com ondas.

Isto resume nosso entendimento sobre projéteis incidindo em uma fenda dupla: primeiro, eles chegam em pacotes idênticos; segundo, não apresentam interferência.

ATIVIDADE

Uma metralhadora despeja balas em uma fenda dupla, como mostrado na **Figura 1.1**. As balas passam pelo buraco 1. Elas, então, se depositam no anteparo, de acordo com uma distribuição de probabilidades que pode ser aproximada por uma gaussiana com largura σ e máximo em $x = d$, ou seja, $P_1(x) = Ae^{-(x-d)^2/2\sigma^2}$, onde A é um fator de normalização. Já as balas que passam pelo buraco 2 se depositam em torno de $x = -d$ de forma análoga: $P_2(x) = Ae^{-(x+d)^2/2\sigma^2}$. Se a largura σ for muito maior que d, a distribuição resultante ($P_{12} = P_1 + P_2$) terá um único pico, como na **Figura 1.1.c.** Porém, se σ for muito menor que d, a distribuição resultante terá dois picos. Encontre, em função de d, o valor de σ que separa estes dois regimes.

____

____

____

RESPOSTA COMENTADA

Graficamente, é muito claro observar se uma curva tem um pico ou dois picos. A dificuldade deste problema está em expressar matematicamente estas situações. Bem, sabemos que uma função que apresenta um máximo local tem derivada nula neste ponto e derivada segunda negativa. Já se a função tiver um mínimo local, ela terá derivada nula e derivada segunda positiva. Faça agora um esboço da distribuição P_{12} nas duas situações: com um pico e com dois picos. Quais as diferenças essenciais entre os dois gráficos que você fez? Uma delas é óbvia: uma distribuição tem um pico e a outra tem dois. Mas repare também no comportamento de P_{12} na posição $x = 0$. Note que P_{12} será máxima neste ponto se tiver um pico (na verdade, o pico ocorre precisamente em $x = 0$) ou será mínima se tiver dois picos. Como dissemos, o que distingue matematicamente estas duas situações é o sinal da derivada segunda. Assim, o valor limítrofe de d *que separa estes dois regimes pode ser encontrado impondo a condição de derivada nula, ou seja, nem positiva nem negativa. Portanto, imponha a condição* $\left.\frac{d^2 P_{12}}{dx^2}\right|_{x=0} = 0$ *que você chegará na resposta depois de fazer um pouco de álgebra.*

UMA EXPERIÊNCIA COM ONDAS

Vamos ver agora o que acontece quando usamos o mesmo aparato experimental para estudar o comportamento de ondas de água (e não mais de projéteis). O esquema da experiência está mostrado na **Figura 1.2**. No lugar do canhão, temos agora um dispositivo gerador de ondas circulares, uma *fonte de ondas*. Pode ser, por exemplo, um pequeno objeto que oscila para cima e para baixo na superfície da água. Temos ainda a parede com dois buracos e, mais adiante, um anteparo absorvedor de ondas, construído de modo que as ondas não sejam refletidas ao incidirem sobre ele (uma praia em miniatura, por exemplo). No anteparo absorvedor, coloca-se um pequeno detetor da intensidade das ondas, do qual podemos variar a posição x. Este detetor pode ser uma pequena bóia que oscila para cima e para baixo, ao sabor das ondas que chegam até ela. Lembre-se da Aula 11 de Física 2A: a intensidade da onda não é exatamente a amplitude da oscilação deste objeto, mas sim proporcional ao quadrado da amplitude!

O que observamos quando fazemos o experimento? Em primeiro lugar, observa-se que a onda que chega ao detetor pode ter qualquer intensidade. Ou seja, a bóia pode ser mover com qualquer amplitude, ainda que seja muito pequena. Este resultado é bastante diferente do que observamos com projéteis: partículas “chegam” ou “não chegam” em pacotes iguais, ou seja, com intensidades “discretas” ou “quantizadas”. Já as ondas chegam com qualquer intensidade, ou seja, a intensidade varia de forma “contínua”.

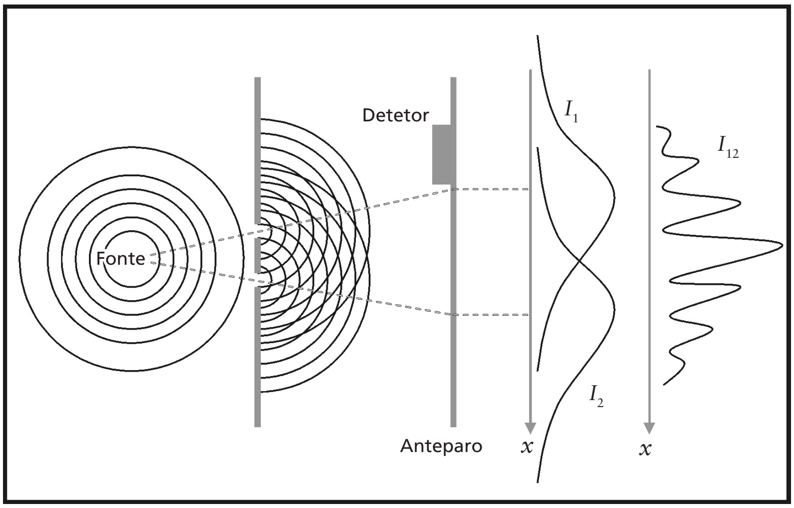


Figura 1.2: Esquema do experimento de fenda dupla com ondas. As intensidades I_1 e I_2 correspondem às situações onde apenas os buracos 1 ou 2 estão abertos, respectivamente. Já a intensidade I_{12} corresponde à situação em que os dois buracos estão abertos simultanemente.

Quando medimos a intensidade da onda I_{12} em função da posição x do detetor, obtemos o gráfico mostrado na **Figura 1.2**. Note que a intensidade oscila fortemente com a posição, passando por valores máximos (picos) e mínimos (vales). Este gráfico nos é familiar dos nossos estudos em física ondulatória e ótica (Física 2A e Física 4A): trata-se do conhecido padrão de *interferência* por uma fenda dupla. Conceitualmente, ele pode ser entendido a partir da idéia de que os buracos atuam como geradores de novas ondas circulares, que interferem construtiva ou destrutivamente. Se tamparmos um dos buracos, a interferência desaparece. A curva I_1 da referida figura corresponde à situação em que apenas o buraco 1 é deixado aberto e, para a curva I_2, apenas o buraco 2 é aberto. Note que estas curvas não têm as oscilações fortes da curva I_{12}, de modo que, claramente, notamos que $I_{12} \neq I_1 + I_2$.

Se $I_{12} \neq I_1 + I_2$, como podemos então obter matematicamente uma expressão para a intensidade I_{12}? Lembre-se: quando há interferência, a função que representa a onda resultante é a soma das funções das ondas que a compõem. No caso de ondas na superfície da água, a função de onda apropriada é a altura do nível da água. Se soubermos a altura como função da posição e do tempo, teremos a informação completa sobre a propagação da onda. Assim, podemos representar a altura da onda que chega no detetor a partir do buraco 1 pela seguinte função:

$$h_1(x) = A_1(x)e^{i\omega t}, \qquad (1.2)$$

onde x é a posição do detetor. O fator exponencial complexo $e^{i\omega t}$ dá conta da dependência temporal da altura, enquanto a amplitude A_1 é um número real e positivo, que depende da posição x. Como dissemos, a intensidade desta onda é proporcional a A_1^2. Para nossa argumentação, não é necessário saber exatamente quanto vale o fator de proporcionalidade, de modo que podemos definir a intensidade desta onda simplesmente como

$$I_1 = A_1^2\,. \qquad (1.3)$$

De forma semelhante, a altura h_2 da onda que chega no detetor a partir do buraco 2 é dada por:

$$h_2(x) = A_2(x)e^{i(\omega t + \delta)}. \qquad (1.4)$$

Note que surge uma *diferença de fase* δ entre as duas ondas devido à diferença entre as distâncias percorridas desde os dois buracos até o ponto x. Da mesma forma, a intensidade é dada pelo quadrado da amplitude:

$$I_2 = A_2^2\,. \qquad (1.5)$$

Na verdade, a altura deve ser uma quantidade real, de modo que altura da onda que vem do buraco 1 é, de fato, a *parte real de* $h_1(x)$. O mesmo vale para a onda 2. Mas usamos o já familiar artifício matemático de generalizar as funções de onda para valores complexos, de modo a facilitar as contas, tendo sempre o cuidado de tomar a parte real no final delas. Note que a intensidade é real, como deve ser!

Estamos agora prontos para obter a altura da onda resultante h_{12}. Basta somarmos as alturas das duas ondas:

$$h_{12}(x) = h_1(x) + h_2(x) = A_1(x)e^{i\omega t} + A_2(x)e^{i(\omega t+\delta)}. \quad (1.6)$$

É mais fácil fazer esta soma graficamente, usando o conceito de *fasores*, como você viu na Aula 19 de Física 4A. Isto está mostrado na **Figura 1.3**. A partir da lei dos cossenos, obtemos a intensidade da onda resultante:

$$I_{12} = A_{12}^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta. \quad (1.7)$$

ou, em termos das intensidades:

$$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta. \quad (1.8)$$

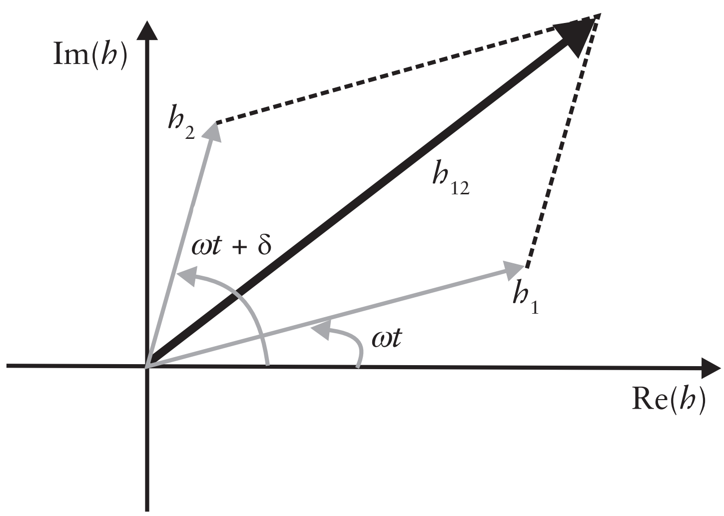


Figura 1.3: Esquema da soma das duas funções complexas h_1 e h_2 através de fasores.

O último termo é precisamente o *termo de interferência*. É por causa dele que $I_{12} \neq I_1 + I_2$.

Podemos, então, resumir nosso entendimento sobre o experimento da fenda dupla com ondas de água nos seguintes resultados principais: primeiro, a intensidade pode ter qualquer valor; segundo, há interferência.

Vamos recordar os conceitos mais importantes associados à interferência? Diz-se que há *interferência construtiva* quando a intensidade atinge um valor máximo (picos na curva I_{12}). Isto ocorre quando as ondas provenientes dos dois buracos estão em fase (ou seja, $\delta = 0$). Note que a intensidade da onda resultante é maior que a soma das intensidades das duas ondas! Geometricamente, esta condição é obtida quando a diferença entre as distâncias percorridas pelas duas ondas, desde os respectivos buracos até o detetor, for um múltiplo inteiro n do comprimento de onda λ:

$$|d_1 - d_2| = n\lambda \quad \text{(interferência construtiva)}$$

Já a situação de *interferência destrutiva* corresponde aos mínimos de intensidade, ocorrendo quando as duas ondas estiverem fora de fase (ou, mais precisamente, com uma diferença de fase de π). Esta condição é obtida quando a diferença das distâncias percorridas for um múltiplo inteiro ímpar de um meio comprimento de onda:

$$|d_1 - d_2| = (2n+1)\,\frac{\lambda}{2} \quad \text{(interferência destrutiva)}$$

ATIVIDADE FINAL

Obtenha algebricamente a Equação (1.8) a partir da Equação (1.6).

___

___

___

RESPOSTA COMENTADA

Para chegar à resposta, você precisará apenas lembrar que $e^{i\theta} = cos\theta + isen\theta$ *e, depois de chegar a uma expressão para* h_{12}*, obter seu módulo ao quadrado* $|h_{12}|^2$.

RESUMO

Analisamos o experimento de fenda dupla realizado de duas formas distintas: uma com projéteis e a outra com ondas. Observamos que projéteis chegam ao detetor em pacotes idênticos e não apresentam interferência. Em contraste com este comportamento, as ondas podem ser detetadas com qualquer intensidade e apresentam interferência. Esses comportamentos são característicos das partículas e das ondas clássicas. Será interessante compará-los com o comportamento de partículas quânticas, o que faremos na próxima aula.

INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, descreveremos o experimento de fenda dupla realizado com partículas quânticas, como elétrons.