

Barreira de potencial: exemplos e aplicações

Meta da aula

Discutir alguns exemplos e aplicações do efeito-túnel que podem ser modelados pela barreira de potencial, tais como o microscópio de tunelamento, a emissão de partículas alfa, a fusão nuclear e a emissão de elétrons por metais frios.

objetivos

- explicar como funciona um microscópio de tunelamento e a emissão de elétrons por metais frios;
- analisar a emissão de partículas alfa pelos núcleos e a fusão nuclear;
- identificar a importância conceitual e prática do efeito-túnel na Física.

Pré-requisito

Para uma melhor compreensão desta aula, é importante que você revise a Aula 11 desta disciplina.

O MICROSCÓPIO ELETRÔNICO DE VARREDURA POR TUNELAMENTO (STM): ENXERGANDO OS ÁTOMOS

O físico americano Richard Feynman fez o seguinte questionamento:

Se, por algum cataclisma, todo conhecimento científico fosse destruído, e apenas uma frase pudesse ser passada às próximas gerações, qual afirmação conteria o máximo de informação no menor número de palavras? Creio que é a *hipótese atômica*, ou seja, que *todas as coisas são feitas de átomos*.

Essa afirmação de Feynman descreve bem a importância da teoria atômica da matéria, não só para a Física, mas para todas as ciências. Mas como sabemos que os átomos realmente existem? Será que podemos, por meio de um microscópio, enxergar os átomos?

Bem, veremos que isso é possível, mas a verdade é que a nossa convicção sobre a existência dos átomos vem de muito antes. Nesse caso, não foi necessário “ver para crer”. O desenvolvimento da teoria atômica teve uma longa e bela história, que começou como filosofia com o grego Demócrito, no século V a.C. Depois, virou ciência com os trabalhos de Dalton, Boltzmann, Brown, Einstein, J. J. Thomson, Moseley, Chadwick e outros. Mas, ainda que soubessem da existência dos átomos e de muitas de suas características, os microscopistas nunca desistiram do que parecia o objetivo final: vê-los com os próprios olhos!

Como dissemos na Aula 3, os instrumentos óticos possuem a limitação do comprimento de onda da luz visível, dada pelo critério de difração de Rayleigh. Um sistema ótico é capaz de “resolver” (ou seja, ver separadamente) duas fontes pontuais, se os diagramas de difração dessas duas fontes estão suficientemente separados para serem distinguidos. Calculando numericamente, conclui-se que só podem ser resolvidos objetos de 200 a 350 nm, ou seja, com tamanhos da ordem da metade do comprimento de onda da luz visível. Como os átomos são muito menores do que isso, como fazer para observá-los?

Em 1981, Gerd Binnig e Heinrich Rohrer, da IBM de Zurique, inventaram o microscópio de varredura por tunelamento (*scanning tunneling microscope*, ou simplesmente STM). O STM foi o primeiro instrumento capaz de gerar imagens reais de superfícies com resolução atômica. Em 1986, seus inventores, mostrados na **Figura 12.1**, ganharam o Prêmio Nobel de Física.

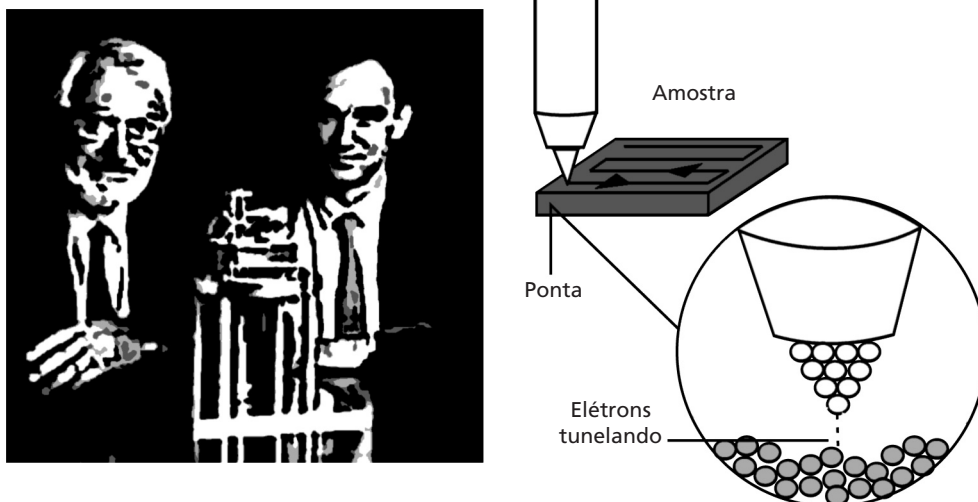


Figura 12.1: Os inventores do STM, Heinrich Rohrer e Gerd Binnig (à esquerda) e o mecanismo de funcionamento do mesmo (à direita).

O princípio de funcionamento do STM é surpreendentemente simples e está esquematizado na **Figura 12.1**. Aproxima-se da superfície que se quer analisar uma ponta metálica muito fina. Quando a distância ponta-amostra for suficientemente pequena (veja a Atividade 1), os elétrons da amostra começam a tunelar da amostra para a ponta (ou vice-versa), através da barreira de potencial que ocorre na região de vácuo entre a ponta e a amostra, como mostra a **Figura 12.2**. O sentido dessa corrente de tunelamento depende da polaridade de uma voltagem aplicada entre a ponta e a amostra.

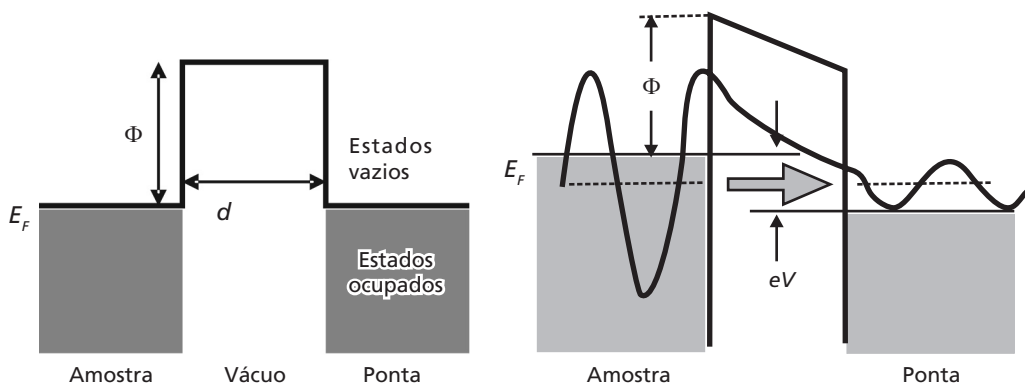


Figura 12.2: Esquema de energias para o problema de tunelamento em um STM. À esquerda, temos o caso em que não há diferença de potencial entre a ponta e a amostra. Nesse caso, a função trabalho vale Φ , as energias de Fermi da amostra e da ponta valem E_F e a espessura da camada de vácuo (ou seja, a distância entre a ponta e a amostra) é igual a d . No painel à direita, mostramos como a situação se altera, quando se aplica uma voltagem igual a V entre a ponta e a amostra, possibilitando o tunelamento. A figura mostra, de forma esquemática, a função de onda para uma partícula que tunela da amostra para a ponta.

PRINCÍPIO DE EXCLUSÃO DE PAULI

O Princípio de Exclusão de Pauli foi formulado pelo físico austríaco Wolfgang Pauli (Figura 12.3), em 1925. É um dos princípios mais importantes da Mecânica Quântica. Você pode não ter se dado conta, mas aplicou o Princípio de Exclusão em seus estudos de Química do Ensino Médio, quando estudou a distribuição dos elétrons pelos orbitais atômicos. De fato, o Princípio de Exclusão de Pauli explica a estrutura de camadas dos átomos e, portanto, a existência da Tabela Periódica dos Elementos, que norteia toda a Química. Você se lembra, de seus estudos, que cada orbital atômico só pode ser ocupado por dois elétrons, um com *spin* para cima e outro com *spin* para baixo? Pois bem, em sua formulação mais simples, essa é a essência do Princípio de Exclusão. As partículas quânticas podem se classificar em férmions (como o elétron, próton, nêutron) e bósons (como as partículas alfa, píons, dêutrons). Os férmions estão sujeitos ao Princípio de Exclusão: dois férmions não podem ocupar simultaneamente o mesmo estado quântico (e isso inclui também a orientação do *spin*). É por isso que, no processo de tunelamento mostrado na Figura 12.2, só pode haver transporte de elétrons dos estados ocupados da amostra para os estados vazios da ponta: os elétrons estão “excluídos” de entrar nos estados já ocupados. Formulações mais rigorosas do Princípio de Exclusão, e a própria noção de *spin*, são objeto de estudo de cursos mais avançados de Mecânica Quântica.



Figura 12.3: O físico austríaco Wolfgang Pauli (1900-1958), agraciado com o Prêmio Nobel de Física em 1945 pela descoberta do Princípio de Exclusão.

A Figura 12.2 descreve detalhadamente como surge a corrente de tunelamento. No painel à esquerda, mostramos o perfil de energia de potencial, quando não se aplica uma voltagem entre a amostra e a ponta. A região acinzentada mostra os níveis de energia de estados quânticos que estão ocupados por elétrons em um metal. A energia dos elétrons mais energéticos é conhecida como *energia de Fermi* (E_F). Há níveis com energia maior que E_F , mas eles não estão ocupados por elétrons. São estados vazios, cuja energia está na região branca da figura, acima do nível de Fermi. Vamos supor, por simplicidade, que tanto a amostra quanto a ponta sejam metálicas e tenham a mesma função trabalho Φ . Como vimos na discussão sobre o efeito fotoelétrico na Aula 8 de Física 4B e na Figura 12.2, a função trabalho é a diferença de energia entre o nível de Fermi e o nível de vácuo. Na situação mostrada no painel da esquerda da Figura 12.2, não há corrente de tunelamento, pois os elétrons só podem tunelar de estados ocupados para estados vazios com a mesma energia, devido ao **PRINCÍPIO DE EXCLUSÃO DE PAULI**.

No painel à direita da Figura 12.2, vemos como a situação se modifica quando se aplica uma voltagem igual a V entre a amostra e a ponta: as energias de Fermi ficam desbalanceadas por uma diferença de energia igual a eV , em que e é a carga elementar. Agora, os elétrons podem tunelar da amostra para a ponta, já que há estados ocupados da amostra com a mesma energia de estados vazios da ponta. Podemos também obter a dependência da corrente de tunelamento com a função trabalho e com a distância d entre a ponta e a amostra. Para isso, vamos usar o formalismo desenvolvido na aula passada. Perceba que, no entanto, a barreira mostrada na Figura 12.2 não é retangular. Porém, no limite de baixas voltagens ($eV \ll \Phi$), podemos usar a aproximação de uma barreira retangular de altura Φ . Assim, a corrente de tunelamento será proporcional ao coeficiente de transmissão de um elétron incidente com energia E_F sobre essa barreira. Segundo o resultado aproximado obtido na Atividade 2 da aula passada, iremos mostrar (Atividade 1 desta aula) que o coeficiente de transmissão é dado por:

$$T = \frac{16E_F\Phi}{(E_F + \Phi)^2} \exp\left[-\frac{\sqrt{8m\Phi}}{\hbar}d\right]. \quad (12.1)$$

A corrente de tunelamento é proporcional ao coeficiente de transmissão da Equação (12.1). Além disso, deve ser proporcional ao número de estados disponíveis para tunelar. Olhando a **Figura 12.2**, vemos que a quantidade desses estados será tanto maior quanto maior for a diferença de potencial V . Assim, a corrente de tunelamento é proporcional a V . Combinando esse resultado com a Equação (12.1), chegamos ao importante resultado para a corrente de tunelamento I :

$$I \propto V \exp\left(-\frac{d}{\lambda}\right), \quad (12.2)$$

em que $\lambda = \frac{\hbar}{\sqrt{8m\Phi}}$ é um comprimento característico de decaimento da corrente. Em outras palavras, poderemos observar uma corrente de tunelamento apreciável, quando a distância d entre a ponta e a amostra não for muito maior que λ . A Equação (12.2) é bastante útil na análise dos experimentos de STM.

ATIVIDADE



1. a. Demonstre a Equação (12.1).
1. b. A função trabalho do cobre vale 4.7 eV. Calcule o comprimento de decaimento da corrente de tunelamento (λ) para o cobre.

RESPOSTA COMENTADA

1. a. Partindo do resultado obtido na Atividade 2 da Aula 11, a saber:

$$T = \frac{16k^2K^2}{(k^2 + K^2)^2} e^{-2Ka},$$

usando as definições $E_F = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ e $\Phi = \frac{\hbar^2 K^2}{2m}$, e identificando $d = a$ e $\lambda = 1/2K$,

chegamos ao resultado esperado.

1. b. Usando a definição $\lambda = \frac{\hbar}{\sqrt{8m\Phi}}$, obtemos $\lambda = 50 \text{ pm}$. No entanto, os equipamentos de STM apresentam uma alta sensibilidade, podendo, em alguns casos, medir correntes de tunelamento menores que 1 pA . Isso faz com que a distância entre a ponta e a amostra possa chegar a 1 nm .

Mas como podemos fazer imagens de STM com resolução atômica? Bem, toda a análise que fizemos até agora foi bastante simplificada. Na verdade, as funções de onda dos elétrons em um material não são exatamente ondas planas, mas são fortemente localizadas em torno dos átomos que o compõem. Assim, é muito mais fácil “encontrar” um elétron para tunelar, quando a ponta está bem acima de um dos átomos da superfície. A corrente de tunelamento aumenta nesse caso. Mas, obviamente, para que tudo isso seja possível, é importante que a ponta do microscópio seja bastante fina, tendo precisamente um átomo em sua região mais inferior, como mostra a **Figura 12.1**. Podemos, então, varrendo a superfície e mapeando os altos e baixos da corrente de tunelamento, obter uma imagem da mesma com resolução atômica, como a que está mostrada na **Figura 12.4**.

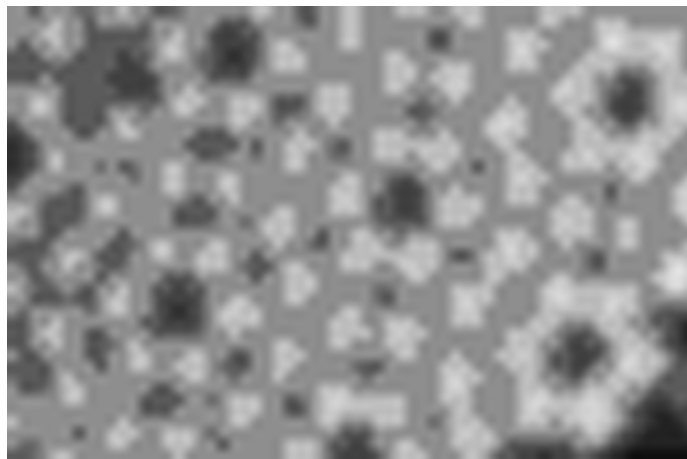


Figura 12.4: Imagem de uma superfície de silício com resolução atômica. Os círculos brilhantes indicam as posições de átomos individuais. Cortesia: Fernando Stavale, Instituto Nacional de Metrologia, Padronização e Qualidade Industrial (INMETRO).

EMIÇÃO DE ELÉTRONS DE METAIS FRIOS

Um mecanismo semelhante ao funcionamento do STM é responsável pela emissão de elétrons de metais frios, observada pela primeira vez em 1922. Na ocasião, notou-se que elétrons podem ser extraídos de metais, através da aplicação de um campo elétrico alto. Para entender esse fenômeno, vamos analisar o diagrama de energias mostrado na **Figura 12.5**. Como no caso do STM, os elétrons mais energéticos do metal têm energia E_F e estão presos a ele por um degrau de potencial de altura Φ (função trabalho). Essa situação está mostrada no lado esquerdo da figura, em que não existe nenhum campo elétrico aplicado. Ao aplicarmos um campo elétrico na região do vácuo e perpendicular à superfície do metal, temos a situação mostrada no lado direito. Veja que a energia potencial não é mais constante na região do vácuo, mas varia como $V(x) = E_F + \Phi - eEx$, em que E é o campo elétrico aplicado e x é a distância até a superfície. Perceba que agora surge uma barreira triangular, através da qual o elétron pode tunelar. O cálculo da probabilidade de tunelamento não é tão simples quanto o da barreira retangular, que vimos na Aula 10, mas pode ser realizado usando-se a aproximação WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin), que é vista em cursos mais avançados de Mecânica Quântica. Esse cálculo foi realizado pela primeira vez por Fowler e Nordheim em 1928. Eles obtiveram a corrente de elétrons emitidos como função do campo elétrico aplicado, explicando os resultados experimentais. Essa foi uma das primeiras demonstrações claras da importância do efeito-túnel.

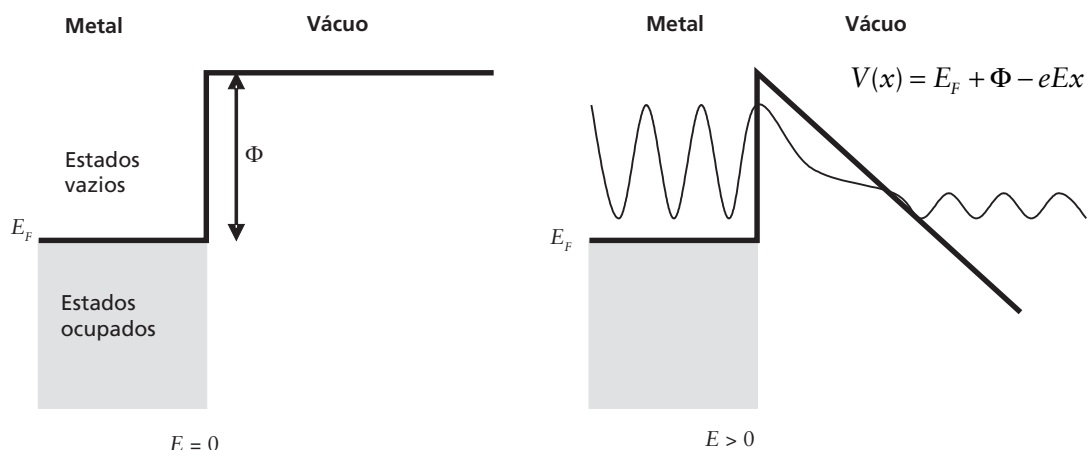
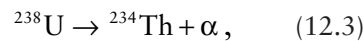


Figura 12.5: Diagrama de energias para o problema de emissão de elétrons por metais frios. O painel da esquerda mostra a situação em que não há campo elétrico aplicado, enquanto que o painel da direita mostra o que ocorre quando um campo elétrico é aplicado.

A EMISSÃO DE PARTÍCULAS ALFA E A FUSÃO NUCLEAR

Uma outra situação importante em que ocorre o fenômeno de tunelamento é na emissão de *partículas alfa* pelos núcleos. Partículas alfa são compostas por dois prótons e dois nêutrons, ou seja, são núcleos de He. Essas partículas são emitidas quando ocorre o decaimento de núcleos radioativos. Por exemplo, o núcleo de ^{238}U pode sofrer o seguinte decaimento:



com a emissão de uma partícula alfa.

Em 1928, os físicos Gamow, Condon e Gurney resolveram um problema há muito existente em relação à emissão das partículas alfa pelos núcleos. Sabia-se, desde os experimentos do físico neozelandês Ernest Rutherford em 1910, que o potencial de interação entre uma partícula alfa e o núcleo de ^{238}U era, para distâncias de separação r suficientemente grandes, o potencial de uma repulsão coulombiana entre a partícula alfa com carga $2e$ e o núcleo com carga Ze :

$$V(r) = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (12.4)$$

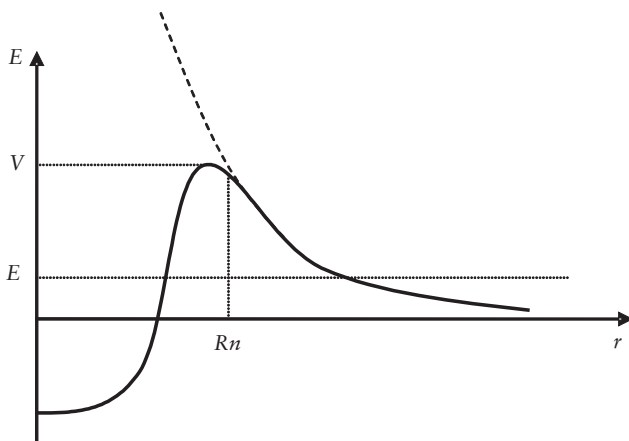


Figura 12.6: Energia potencial de uma partícula alfa interagindo com um núcleo de ^{238}U . A linha cheia mostra, de forma esquemática, o potencial de interação real, contendo uma região repulsiva coulombiana (linha tracejada) e uma região atrativa onde predominam as interações nucleares. Para que as partículas alfa escapem do núcleo com energia $E < V$, elas têm de tunelar através de uma barreira de potencial.

Esse potencial está mostrado na linha tracejada da **Figura 12.6**. Rutherford mostrou esse resultado através de seus experimentos de espalhamento (veja uma descrição desses experimentos na Aula 10 de Mecânica). Segundo esses experimentos e outros posteriores, o potencial de interação obedece à Equação (12.4) para distâncias maiores que o raio do núcleo de urânio (R_n), algo em torno de 10^{-14} m. Para distâncias dessa ordem ou menores, as interações nucleares passam a ser importantes, e o potencial se torna atrativo, como se vê na **Figura 12.6**.

O problema era que as partículas alfa escapavam do núcleo de ^{238}U com uma energia E muito menor que a altura da barreira coulombiana, de altura V . Ou seja, segundo a mecânica clássica, seria impossível que as partículas alfa escapassem do núcleo com uma energia tão baixa. Gamow, Condon e Gurney propuseram que a emissão dessas partículas seria através do tunelamento pela barreira de potencial. Seus cálculos, em bom acordo com os resultados experimentais, mostraram que essa hipótese era essencialmente correta.

A *fusão nuclear* é um processo no qual dois núcleos colidem e, se tiverem energia suficiente, poderão vencer a barreira da repulsão coulombiana esquematizada na **Figura 12.6** e se fundir em um único núcleo. De certa forma, é o processo inverso ao que ocorre na emissão da partícula alfa. O processo de fusão libera uma grande quantidade de energia: a imensa energia produzida pelo Sol (e por todas as demais estrelas), e que chega até nós sob a forma de luz, é fruto dos processos de fusão nuclear. Infelizmente, a energia liberada na fusão nuclear pode ser também utilizada nas armas mas destrutivas que o homem já produziu, as bombas de hidrogênio.

Tunelamento em semicondutores e supercondutores

Em 1973, a importância do fenômeno de tunelamento para a Física, tanto a básica quanto a aplicada, foi reconhecida com o Prêmio Nobel. Foram agraciados os físicos Leo Esaki, do Japão, Ivar Giaever, da Noruega, e Brian Josephson, da Inglaterra. Esses cientistas descobriram efeitos quânticos devido ao tunelamento que podem ser usados para fabricar dispositivos eletrônicos. Esses dispositivos são bastante diferentes dos que estamos acostumados a ver em nossos estudos de eletricidade básica.

Leo Esaki inventou um dispositivo semicondutor conhecido como “diodo-túnel”, cujo funcionamento é baseado no fenômeno de tunelamento em materiais semicondutores. A curva característica, ou curva corrente-voltagem (I-V) do diodo-túnel está na **Figura 12.7**. Perceba como um diodo-túnel é bastante diferente de um resistor ôhmico ($V = RI$), cuja curva característica é uma reta. Em particular, há uma região de voltagens onde ocorre a chamada *resistência diferencial negativa*, ou seja, ao aumentarmos a voltagem, a corrente diminui!

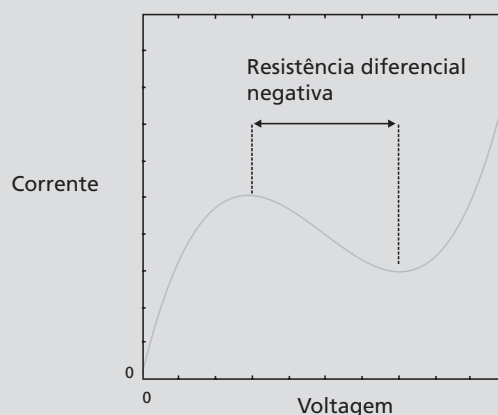


Figura 12.7: Curva característica do diodo-túnel.

Ivar Giaever e Brian Josephson descobriram fenômenos intrigantes de tunelamento em junções formadas por um material isolante entre dois materiais *supercondutores*. Um material supercondutor é aquele em que uma corrente elétrica pode ser transmitida sem nenhuma perda, ou seja, a resistência elétrica é nula. Tais junções são conhecidas hoje em dia como junções Josephson e apresentam comportamentos que podem parecer, à primeira vista, bastante exóticos. Por exemplo, ao se aplicar uma voltagem contínua a uma junção Josephson, surge uma corrente alternada e, ao se aplicar uma corrente alternada, surge uma voltagem contínua! Ainda mais interessante, a relação entre a frequência f aplicada e a voltagem contínua V envolve apenas constantes universais:

$$V = \frac{hf}{2e}, \quad (12.5)$$

em que h é a constante de Planck e e é a carga elementar. Por relacionar uma voltagem com uma frequência, que é uma grandeza que pode ser medida com bastante precisão, essa relação é usada em metrologia para definir um padrão preciso de voltagem.

Como vimos, o efeito-túnel é importante em muitas aplicações. Na maioria delas, a barreira não é retangular. Às vezes, a aproximação de uma barreira retangular é suficientemente boa, segundo a análise do STM, de modo que podemos usar os resultados obtidos na Aula 10. Em outros casos, isso não é possível, e cálculos mais sofisticados (por exemplo, usando a aproximação WKB ou mesmo buscando uma solução numérica da equação de Schrödinger) devem ser feitos. Mas, como esses correspondem a cursos mais avançados de Mecânica Quântica, não foram detalhados aqui. No entanto, mesmo nesses casos, o comportamento qualitativo pode ser entendido com modelos simples como o da barreira retangular.

ATIVIDADE FINAL

Uma reação de fusão importante na produção de energia solar envolve a captura de um próton por um núcleo de carbono, que tem a carga seis vezes maior do que a carga do próton e um raio de $R_n \approx 2 \times 10^{-15}$ m. (a) Faça uma estimativa do potencial coulombiano V que atua sobre o próton, se ele estiver na superfície nuclear. (b) O próton incide sobre o núcleo devido a seu movimento térmico. Podemos realisticamente supor que sua energia total seja da ordem de $10kT$, em que k é a constante de Boltzmann e T é a temperatura interna do Sol, que

é de aproximadamente 10^7 K. Faça uma estimativa da energia total do próton, comparando-a com a altura da barreira coulombiana. (c) Calcule a probabilidade de o próton penetrar em uma barreira retangular de altura V , que se estende de R_n a $2R_n$, ou seja, até o ponto no qual a barreira de potencial coulombiana cai a $V/2$.

(Eisberg-Resnick, Problema 10, Capítulo 6)

RESPOSTA COMENTADA

(a) Basta utilizar a expressão para a energia potencial entre duas partículas carregadas, o próton com carga $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C e o núcleo de carbono com carga $6e$:

$$V = \frac{6e^2}{4\pi\epsilon_0 R_n} = 6,9 \times 10^{-13} \text{ J} = 4,3 \text{ MeV}.$$

(b) Usando o valor da constante de Boltzmann, $k = 1,4 \times 10^{-23}$ J/K, obtemos $E = 10kT = 1,4 \times 10^{-15}$ J = 8,8 keV. Vale a pena explicar o motivo de termos usado o valor de $10kT$ para a energia térmica do próton. Segundo o resultado bem conhecido da teoria cinética dos gases (Aula 7 de Física 2A), a energia cinética média do próton é de apenas $\frac{3}{2}kT$. No entanto, esse é apenas o valor médio, ou seja, há prótons com energia maior e menor que esse valor. Os prótons mais energéticos, ainda que não correspondam a uma fração significativa de todo o conjunto de prótons, são os mais importantes para o nosso problema, porque eles terão maior probabilidade de participar da fusão nuclear.

(c) Usando a expressão para o coeficiente de transmissão (Equação (11.8) da Aula 11):

$$T = \left[1 + \frac{(k^2 + K^2)^2 \sinh^2(Ka)}{4k^2 K^2} \right]^{-1},$$

$$\text{em que } k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = 2,0 \times 10^{13} \text{ m}^{-1}; \quad K = \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar} = 4,5 \times 10^{14} \text{ m}^{-1}; \text{ e } ,$$

$a = R_n = 2 \times 10^{-15}$ m obtemos $T = 0,7$ %. Perceba que, mesmo para os prótons com energia cinética muito acima da média, a probabilidade de transmissão é muito baixa. Portanto, o processo de fusão de um número apreciável de átomos acontece muito lentamente, o que leva a um tempo de bilhões de anos para a vida de uma estrela como o Sol (quando terminar o processo de fusão, acabará o “combustível” que faz o Sol brilhar). Para estrelas maiores, e portanto mais quentes, esses processos são mais rápidos, e o tempo de vida dessas estrelas é consideravelmente menor.

RESUMO

O efeito-túnel é de fundamental importância, tanto na Física básica quanto na aplicada. Ele se manifesta em áreas bastante distintas, como a emissão de elétrons por metais frios e a emissão de partículas alfa pelos núcleos. É também usado em várias aplicações, como o microscópio de tunelamento, a fusão nuclear, o diodo-túnel e as junções Josephson.

INFORMAÇÃO SOBRE A PRÓXIMA AULA

Na próxima aula, faremos exercícios sobre tudo o que vimos até agora no Módulo II desta disciplina.