Limbaje independente de context Limbaje formale și translatoare (Compilatoare)

December 2, 2020

Mihai-Lica Pura

Cuprins

Analiza sintactică descendentă

- Analiza sintactică predictivă
- Mașina abstractă de analiză predictivă
- Analiza sintactică descendentă cu reveniri
- ► Analiza sintactică LL(1)
- Mașina abstractă de analiză LL(1)
- Analiza sintactică prin coborâre recursivă

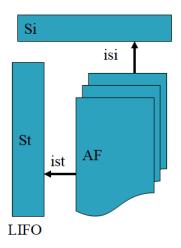
Analiza sintactică ascendentă

- Analiza sintactică deplasare reducere (shift reduce)
- Analiza sintactică ascendentă cu reveniri
- Analiza sintactică bazată pe relații de precedență
 - Analiza sintactică bazată pe precedenţa operator (Robert Floyd)
 - Analiza sintactică bazată pe precedenţa simplă (Wirth-Weber)
 - Analiza sintactică bazată pe precedența slabă (Ichbiach-Morse)

Analiza sintactică descendentă

Analiza sintactică descendentă

- încearcă construirea arborelui sintactic pentru propoziția dată pleacând de la simbolul de start către propoziție
- folosește două operații:
 - expandare
 - potrivire
- poate fi modelată prin intermediul unui automat finit cu stivă care lucrează asupra unui şir de intrare



- ➤ Si şirul de intrare (conține atomii lexicali obținuți în urma etapei de analiză lexicală)
- ▶ isi indice pentru Si
- ▶ St stiva (acces LIFO) pentru construirea arborelui sintactic
- ▶ ist vârful stivei

Algoritmul analizei sintactice predictive pentru un limbaj definit printr-o gramatică G este:

- 1. Analiza sintactică predictivă, fiind un tip de analiză sintactică descendentă, pleacă de la simbolul de start S, care este introdus în stivă.
- 2. Dacă în vârful stivei se află un neterminal, atunci se face **expandarea** vârfului stivei, alegând convenabil o regulă de producție.

- 3. Dacă în vârful stivei se află un terminal, acesta este comparat cu simbolul curent din sirul de intrare.
 - ▶ Dacă cele două simboluri sunt identice, atunci este scos simbolul din vârful stivei si se avansează un pas în sirul de intrare.
 - Altfel, se semnalează eroare.
- 4. La sfârsit:
 - Dacă stiva este goală și dacă s-a ajuns la sfârșitul șirului de intrare, atunci acesta este corect.
 - Altfel, sirul de intrare nu este corect.

- algoritm nedeterminist
 - dacă pentru neterminalul aflat în vârful stivei există mai multe reguli de producție
 - algoritmul NU precizează cum se alege regula de producție care va fi folosită pentru expandare
- poate fi implementat prin
 - mașina abstractă de analiză predictivă
 - analizor sintactic descendent cu reveniri
- însă este ineficient, presupunând încercarea tuturor variantelor posibile

- ► Fie G gramatica care definește limbajul pentru care se consturiește analizorul sintactic predictiv. În construirea arborelui sintactic, analiza sintactică predictivă folosește derivarea stânga:
- $ightharpoonup S \Rightarrow w_1 \Rightarrow \ldots \Rightarrow w_n$, unde:
 - \triangleright $w_i = x_i A \alpha_I, w_{i+1} = x_i \beta_i \alpha_I$
 - **•** cu proprietatea că $A \rightarrow \beta_i \in P$,
 - ▶ iar $x_i \in \Sigma^*$ si $\alpha_I \in (V_N \cup \Sigma)$

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, E, P \rangle$, unde:

```
\sum = \{+,*,id,(,)\}
V_N = \{E, T, E', T', F\}
► E
► P={
                   \mathsf{F} \to \mathsf{T} \mathsf{F}'
                   E' \rightarrow + T E'
                   \mathsf{E}' \to \epsilon
                   T \rightarrow F T'
                   T' \rightarrow * F T'
                  T' \rightarrow \epsilon
                   \mathsf{F} \to \mathsf{id}
                   \mathsf{F} \to (\mathsf{E}) }
```

Funcționarea automatului de analiză sintactică predictivă pentru analiza propoziției **id+(id*id)** date este:

Stack (top on left)	Input	Remarks
Е	id+(id*id)	replace
TE'	id+(id*id)	replace
FT'E'	id+(id*id)	replace
idT'E'	id+(id*id)	erase
T'E'	+(id*id)	replace
E'	+(id*id)	replace
+TE'	+(id*id)	erase
TE'	(id*id)	replace
FT'E'	(id*id)	replace
(E) T'E'	(id*id)	erase
E)T'E'	id*id)	replace
TE')T'E'	id*id)	replace
FT' E')T'E'	id*id)	replace
idT'E')T'E'	id* id)	erase

Stack (top on left)	Input	Remarks
T'E')T'E'	*id)	replace
* FT' E')T'E'	*id)	erase
FT'E')T'E'	id)	replace
idT'E')T'E'	id)	erase
T'E')T'E')	replace
E')T'E')	replace
)T'E')	erase
T'E'	ϵ	replace
E'	ϵ	replace
ϵ	ϵ	accept

Automatul finit cu stivă

- ► Modelul matematic al analizorului sintactic descendent este automatul finit cu stivă:
- ► AP=<Q, Σ , Γ ,f, q_0 , z_0 ,F>, unde:
 - Q multimea stărilor
 - Σ alfabetul automatului
 - Γ alfabetul stivei
 - $ightharpoonup z_0$ simbolul initial al stivei
 - q₀ starea iniţială
 - F multimea stărilor finale
 - ▶ f funcția de tranziție
 - $f: Qx(\Sigma \cup \{\varepsilon\})x\Gamma \to P(Qx\Gamma^*),$
 - P fiind o mulțime de perechi

Automatul finit cu stivă

Configurația automatului

- ▶ (q,x,γ) , $q\in Q$, $x\in \Sigma^*$, $\gamma\in \Gamma^*$
- **c** configurația inițială: (q_0, x, S)

Relaţia de mişcare

$$(q_1,\mathsf{ax},\mathsf{z}\gamma) \vdash (q_2,\mathsf{x},\alpha\gamma) \Leftrightarrow (q_2,\alpha) \in \mathsf{f}(q_1,\mathsf{a},\mathsf{z})$$

- ▶ Un șir $w \in \Sigma^*$ este **acceptat** de către automat:
 - riteriul stării vide: $(q_0, w, z_0) \vdash^+ (q, \varepsilon, \varepsilon)$
 - riteriul stării finale: $(q_0, w, z_0) \vdash^+ (q, \varepsilon, \gamma), q \in F$

Automatul finit cu stivă

► f

• $f(q,a,a)=\{(q,\epsilon)\}, \forall a \in \Sigma - (potrivire)$ • $f(q,\epsilon,A)=\{(q,\alpha)\}, \forall A \to \alpha \in P - (expandare)$ • $f(q,\epsilon,\epsilon)=\{(q,\epsilon)\} - (accept)$ • $f(q,\epsilon,\alpha) - (error)$

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, E, P \rangle$, unde:

```
► \sum = \{+, *, (,), i\}

► V_N = \{E, T, F\}

► E

► P = \{

E \rightarrow E + T | T

T \rightarrow T * F | F

F \rightarrow i | (E)
```

Automatul de analiza sintactică predictivă corespunzător gramaticii este:

$$AP = \langle Q, \Sigma, \Gamma, f, q_0, z_0, F \rangle$$

- ► Q={q}
- $\sum = \{+,*,(,),i\}$
- $\tau = \{E, T, F, +, *, (,), i\}$
- $ightharpoonup z_0 = E$
- $ightharpoonup q_0 = q$
- ► *F* = ∅

▶ f

• $f(q,a,a) = \{(q,\epsilon)\}, \forall a \in \Sigma$ • $f(q,\epsilon,A) = \{(q,\alpha)\}, \forall A \to \alpha \in P$ • $f(q,\epsilon,E) = \{(q,E+T),(q,T)\}$ • $f(q,\epsilon,T) = \{(q,T*F),(q,F)\}$ • $f(q,\epsilon,F) = \{(q,i),(q,(E))\}$

Succesiunea de relații de mișcare ale automatului pentru analiza propoziției i*i+i este:

```
(q, i*i+i, E)
\vdash (q, i*i+i, E+T)
\vdash (q, i*i+i, T+T)
\vdash (q, i*i+i , T*F+T)
\vdash (q, i*i+i , F*F+T)
\vdash (q, i*i+i , i*F+T)
\vdash (q, *i+i, *F+T)
\vdash (q, i+i, F+T)
\vdash (q, i+i, i+T)
\vdash (q, +i, +T)
\vdash (q, i, T)
\vdash (q, i, F)
\vdash (q, i, i)
\vdash (q. \epsilon, \epsilon)
```

Condiții

Fie G o gramatică. Pentru a se putea construi un analizor sintactic predictiv pentru limbajul definit de gramatica G, aceasta trebuie să îndeplinească condițiile:

- în cadrul regulile de producție, nu se folosește recursivitate stânga (directă sau indirectă):
 - ▶ nu există niciun neterminal A astfel încât $A \Rightarrow^+ A\alpha$
 - îndeplinirea acestei condiții asigură faptul că stiva nu se va extinde la infinit, având în vedere că, pentru înlocuirea neterminalelor, se folosește derivarea stânga

Condiții

- pentru orice neterminal, părțile drepte ale regulilor sale de producție încep diferit:
 - lacktriangle nu există două reguli de producție A olphaeta și $A olpha\gamma$, cu $lpha
 eq\epsilon$
 - această condiție asigură identificarea ușoară a regulii de producție care trebuie folosită pentru a expanda neterminalul din vârful stivei, pe baza simbolului curent din șirul de intrare

Eliminarea recursivității stânga

▶ Dacă există reguli de producție care folosesc recursivitatea stânga, de exemplu:

$$A \rightarrow A\alpha$$

$$A \rightarrow \beta$$

- Atunci:
 - ightharpoonup se adaugă în mulțimea V_N a gramaticii un nou neterminal A'
 - iar cele două reguli de producție din mulțimea P se înlocuiesc cu:

$$A \rightarrow \beta A'$$

$$A' \rightarrow \alpha A'$$

$$\mathsf{A'}{\to}\;\epsilon$$

Eliminarea recursivității stânga

Exemplu:

- $E \rightarrow E + T$ $E \rightarrow T$

Eliminarea regulilor cu același început

▶ Dacă nu este îndeplinită a doua condiție, iar gramatica conține, de exemplu, regulile de producție:

$$\mathsf{A}{\to}\;\alpha\beta$$

$$A \rightarrow \alpha \gamma$$

- atunci:
 - ightharpoonup se adaugă în mulțimea V_N a gramaticii un nou neterminal A'
 - iar cele două reguli de producție sunt înlocuite cu:

$$A \rightarrow \alpha A'$$

$$A' \rightarrow \beta$$

$$\mathsf{A'}{\to}\ \gamma$$

Eliminarea regulilor cu același început

Exemplu:

- C→if t then C endif C→if t then C else C endif
- C→if t then C C' C'→endif C'→else C endif

Eliminarea recursivității stânga

Un exemplu mai complex:

- $A \rightarrow Ac$
- $A{
 ightarrow}Aa$
- $A \rightarrow b$
 - Soluția este:
 - $A \rightarrow bA'$
 - A'→aA'
 - $A' \rightarrow cA'$
 - $\mathsf{A'} \!\to \epsilon$
 - după cum se observă, a mai apărut o tranziție pentru A'. Acum există câte o tranziție pentru A' pentru fiecare regulă a lui A care folosește recursivitate stânga

Eliminarea regulilor cu același început

Un exemplu mai complex:

 $A \rightarrow ab$

 $A{
ightarrow}ac$

 $A \rightarrow Aa$

Mai întâi se rezolvă problema primelor două reguli de producție, obtinând:

 $A \rightarrow Aa$

 $A \rightarrow aA'$

 $A' {\rightarrow} b$

 $A' \rightarrow c$

Apoi, pentru primele două reguli de productie se aplică transforamea pentru eliminarea recursivității stânga:

A→aA'A"

A"→aA"

 $A" \rightarrow \epsilon$

 $A' \rightarrow b$

 $A' \rightarrow c$

Exercițiu

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, E, P \rangle$, unde:

```
► \sum = \{+,-,*,/,id\}

► V_N = \{E\}

► E

► P = \{

E \rightarrow +EE

E \rightarrow -EE

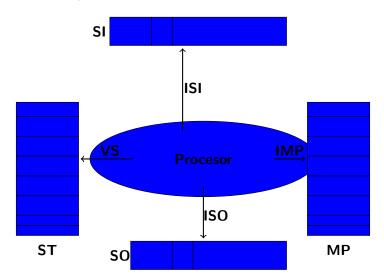
E \rightarrow *EE

E \rightarrow /EE

E \rightarrow id \}
```

Să se construiască automatul finit cu stivă pentru analiza sintactică predictivă pentru limbajul definit de gramatică și să se analizeze sintactic propozitia /*idid-idid

Structura mașinii de analiză predictivă



- Procesorul este unitatea centrală virtuală care interpretează programele și le execută.
- ► SI este şirul de intrare cu indicele ISI care marchează poziția atomului lexical curent de analizat
- ▶ **SO** este șirul de ieșire cu indicele <u>ISO</u> care marchează ultimul element introdus în șir
- ▶ **ST** este o memorie de tip stivă, cu <u>VS</u> vârful stivei
- ▶ **MP** este memoria program, accesibilă doar la citire, cu <u>IMP</u> indicele instrucțiunii curente

- Procesorul citește programele din MP și le executa la fel ca și procesorul oricărui calculator real
- ► El poate citi un atom din SI, poate scrie un atom lexical în SO și poate scrie sau citi din vârful stivei ST

MAP recunoaște și execută patru instrucțiuni:

- 1. Instructiunea de test (V)
- 2. Instructiunea de apel cu revenire (A)
- 3. Instrucțiunea adevărat (T)
- 4. Instrucțiunea fals (F)

Instrucțiunea de test

$$V(a), E_1, E_2$$

- Instrucțiunea de test face verificarea identității dintre atomul lexical curent din SI și atomul lexical indicat între paranteze, adică a.
- În caz de identitate:
 - a este scris în şirul SO
 - se avansează în SI
 - și se continuă execuția cu instrucțiunea E₁
- În caz contrar:
 - se continuă execuția cu instrucțiunea E2



Instrucțiunea de test

$$V(a), E_1, E_2$$

- Dacă câmpurile E_1 si E_2 sunt vide, atunci execuția se continuă cu următoarea instrucțiune din MP
- $ightharpoonup E_1$ și E_2 pot fi etichete ale unor instrucțiuni din MP, sau pot fi una dintre instrucțiunile T și F

Instrucțiunea de apel cu revenire

$$A(E), E_1, E_2$$

- Permite execuția secvenței de program de la eticheta E
- Înainte de execuția primei instrucțiuni de la eticheta E, se salvează starea mașinii de analiză, adică tripletul (ISI, ISO, IMP), în ST
- Dacă returul din secvență se face cu instrucțiunea adevarat (T), atunci se va executa în continuare instructiunea E_1
- Dacă returul din secvență se face cu instrucțiunea fals (F), atunci se va executa în continuare instrucțiunea E_2



Instrucțiunea de apel cu revenire

$$A(E), E_1, E_2$$

- Dacă câmpurile E_1 și E_2 sunt vide, atunci execuția se continuă cu următoarea instrucțiune din MP
- $ightharpoonup E_1$ și E_2 pot fi etichete ale unor instrucțiuni din MP, sau pot fi una dintre instrucțiunile T și F

Algoritmul mașinii de analiză predictivă

```
ISI,ISO,VS,IMP←0
repeta
daca MP(IMP)=A
atunci *A
altfel *V
```

Instrucțiunea V

```
k=1 daca MP(IMP+1)=SI(ISI) atunci  \begin{array}{c} \text{ISI} \leftarrow \text{ISI} + 1 \\ \text{SO}(\text{ISO}) \leftarrow \text{MP}(\text{IMP} + 1) \\ \text{ISO} \leftarrow \text{ISO} + 1 \\ \text{K1} \leftarrow \text{IMP} + 2 \end{array}  altfel  \begin{array}{c} \text{K1} \leftarrow \text{IMP} + 3 \end{array}
```

Intrucțiunea V

```
repeta pana cand k=0
      daca MP(K1)=blank
           atunci IMP = IMP + 4; K=0
      altfel
           daca MP(K1)=T
               atunci *T
           altfel
               daca MP(K1)=F
                    atunci *F
               altfel IMP = MP(K1); K=0
```

Instrucțiunea A

```
\begin{array}{l} \mathsf{ST}(\mathsf{VS}) = & \mathsf{ISI}, \mathsf{ISO}, \mathsf{IMP} \\ \mathsf{VS} = & \mathsf{VS} + 3 \\ \mathsf{IMP} \leftarrow & \mathsf{MP}(\mathsf{IMP} + 1) \end{array}
```

Intrucțiunea F

```
daca VS=0
atunci *esec
altfel
IMP=ST(VS)
ISO=ST(VS)
ISI=ST(VS)
K1=IMP+3
VS=VS-3
```

Intrucțiunea T

```
daca VS != 0 atunci IMP = ST(VS) VS = VS-3 SO(ISO) = MP(IMP+1) ISO = ISO + 1 K1 = IMP + 2 altfel daca VS=0 atunci daca SI(ISI-1) = \epsilon atunci *succes altfel *esec
```

Algoritmul mașinii de analiză predictivă

Pentru a putea utiliza mașina de analiză predictivă:

gramatica generatoare a limbajului țintă trebuie să îndeplinească numai prima condiție dintre cele cerute pentru analiza sintactică predictivă

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, X, P \rangle$, unde:

- $\sum = \{+,*,-,a,(,)\}$ $V_N = \{X, Y, Z, W\}$ ➤ X ► *P*={ $X \rightarrow Y$ $Y \rightarrow Z + W$ $Y \rightarrow Z * W$ $Y \rightarrow 7$ $Z \rightarrow -W$ $Z \rightarrow W$ $W \rightarrow a$ $W \rightarrow (Y)$ }
- Scrieti programul mașinii de analiză predictivă pentru limbajul definit de gramatica G.
- ► Analizați propoziția a+(-a).

	+	*	-	а	()
X			Y	Y	Y	
Y			Z+W Z*W	Z+W Z*W	Z+W Z*W	
			Z*W	Z*W	Z*W	
			Z	Z	Z	
Z			-W	W	W	
W				a	(Y)	

```
00 X: A(Y), ,F
04 : \mathbf{V}(\epsilon), T, F
08 Y: A(Z), ,F
12 : V(+),Y1,
16 : V(*),Y1,T
20 Y1: A(W),T,F
24 Z: V(-), ,
28 : A(W),T,F
32 W: V(a),T,
36 : V((), ,F
40 : A(Y), ,F
44 : V()),T,F
```

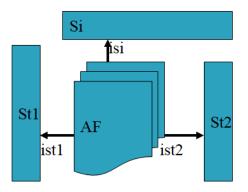
SI	ISI	ISO	IMP	SO	ST
$\underline{a} + (-a)$ \$	0	0	0	-	
$\underline{a} + (-a)$ \$	0	0	0	-	(0,0,0)
$\underline{a} + (-a)$ \$	0	0	8	-	(8,0,0)(0,0,0)
$\underline{a} + (-a)$ \$	0	0	24	-	(8,0,0)(0,0,8)
$\underline{a} + (-a)$ \$	0	0	28	-	(0,0,0)(0,0,8)(0,0,28)
$\underline{a} + (-a)$ \$	0	0	32	-	(0,0,0)(0,0,8)(0,0,28)
a <u>+</u> (−a)\$	1	2	28	aw	(8,0,0)(0,0,0)
a <u>+</u> (−a)\$	1	3	8	awz	(0,0,0)
$a\underline{+}(-a)$ \$	1	3	12	awz	(0,0,0)



SI	ISI	ISO	IMP	SO	ST
a + <u>(</u> – a)\$	2	4	20	awz+	(0,0,0)
$a+\underline{(-a)}$ \$	2	4	32	awz+	(0,0,0)(2,2,20)
a+(-a)\$	2	4	36	awz+	(0,0,0)(2,2,20)
a + (<u>-</u> a)\$	3	5	40	awz+((0,0,0)(2,2,20)
a + (<u>-</u> a)\$	3	5	8	awz+((0,0,0)(2,2,20)(3,3,40)
a + (<u>-</u> a)\$	3	5	24	awz+((0,0,0)(2,2,20)(3,3,40)(3,3,8)
a + (- <u>a</u>)\$	4	6	28	awz + (-	(0,0,0)(2,2,20)(3,3,40)(3,3,8)
a + (- <u>a</u>)\$	4	6	32	awz + (-	(0,0,0)(2,2,20)(3,3,40)(3,3,8)(4,4,28)
a + (−a <u>)</u> \$	5	8	28	awz+(-aw	(0,0,0)(2,2,20)(3,3,40)(3,3,8)

SI	ISI	ISO	IMP	SO	ST
a + (-a)\$	5	9	8	awz + (-awz	(0,0,0)(2,2,20)(3,3,40)
a + (-a)\$	5	9	12	awz + (-awz	(0,0,0)(2,2,20)(3,3,40)
a + (-a)\$	5	9	16	awz + (-awz	(0,0,0)(2,2,20)(3,3,40)
a + (-a)\$	5	10	40	awz + (-awzy	(0,0,0)(2,2,20)
a + (-a)\$	6	11	20	$\mathit{awz} + (-\mathit{awzy})$	(0,0,0)
a + (-a)\$	6	12	0	awz + (-awzy)w	_
a + (-a)\$	6	13	4	awz + (-awzy)wv	_

 Analiza sintactică descendetă cu reveniri este o implementare deterministă a analizei sintactice predictive



- ➤ Si șirul de intrare (conține atomii lexicali obtinuți în urma etapei de analiză lexicală)
- ▶ isi indice pentru Si
- St1 stiva (acces LIFO) pentru construirea arborelui sintactic
- ist1 vårful stivei St1
- St2 stiva de retur
- ► Ist2 vârful stivei St2

Configurația automatului finit cu memorie: (s, i, α , β)

- **s** starea automatului finit, care poate fi:
 - ▶ q (stare normală)
 - b (stare de revenire)
 - (stare de eroare)
 - a (stare de acceptare)
- ▶ j indicele șirurului de intrare
- $\sim \alpha$ șirul din stiva St2, formată din atomi lexicali deja recunoscuți în șirul de intrare și din indicii regulilor de producție utilizate în relatiile de derivare
- ightharpoonup eta șirul din stiva St1

1. configurația inițială (q, 0, ϵ , S)

2. expandarea

(q, j,
$$\alpha$$
, A β) \rightarrow (q, j, α A1, $\alpha_1\beta$) unde A1: A \rightarrow α_1 este prima regulă de producție pentru neterminalul A din vârful stivei St1 (A va fi expandat conform primei alternative)

3. avans

(q, j,
$$\alpha$$
, a β) \rightarrow (q, j+1, α a, β), cand în vârful stivei St1 se află un terminal identic cu cel din poziția curentă (j) a șirului de intrare

4. necoincidenta

$$(q, j, \alpha, i\beta) \rightarrow (b, j, \alpha, i\beta)$$

când în vârful stivei St1 se află un terminal care nu este identic cu cel din poziția curentă (j) a șirului de intrare

5. revenire

- 5.1 (b, j, α i, β) \rightarrow (b, j-1, α , i β)
 - când în vârful stivei St2 se află un terminal
 - pasul 5.1 se repetă atâta timp cât se află un terminal în vârful stivei St2
- 5.2 (b, j, αA_i , $\alpha_i \beta$) \rightarrow (q, j, αA_{i+1} , $\alpha_{i+1} \beta$)
 - se sare la pasul 3
- 5.3 (b, j, αA_n , $\alpha_n \beta$) \rightarrow (b, j, α , $A\beta$)
 - se sare la pasul 5.1

6 eșec (b, j,
$$\alpha$$
, S β) \rightarrow (e, j, α , S β)
7 succes (q, n+1, α , ϵ) \rightarrow (a, n+1, α , ϵ)

Pentru a putea utiliza analiza sintactică cu reveniri:

gramatica generatoare a limbajului țintă trebuie să îndeplinească numai prima condiție dintre cele cerute pentru analiza sintactică predictivă

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, S, P \rangle$, unde:

```
\sum = \{a,b,c\}
V_N = \{S,A,B\}
► P={
         (S1)S \rightarrow Ab
            (S2)S \rightarrow Ac
            (A1)A \rightarrow a
             (A2)A \rightarrow bAB
            (B1)B \rightarrow a
```

Folosind automatul finit cu memorie cu reveniri, analizați propozițiile:

- bbaaab
- bbaabab

```
\vdash (3)
           (q,3,S1A2bA2b,ABBb)
                                                 //avans
\vdash (2)
           (q, 3, S1A2bA2bA1, aBBb)
                                                 //expandare
\vdash (3)
           (q, 4, S1A2bA2bA1a, BBb)
                                                 //avans
\vdash (2)
           (q, 4, S1A2bA2bA1aB1, aBb)
                                                //expandare
\vdash (3)
           (q, 5, S1A2bA2bA1aB1a, Bb)
                                                 //avans
\vdash (2)
           (q, 5, S1A2bA2bA1aB1aB1, ab)
                                                //expandare
\vdash (3)
           (q, 6, S1A2bA2bA1aB1aB1a, b)
                                                //avans
           (q,7,S1A2bA2bA1aB1aB1ab,\$)
\vdash (3)
                                              //avans
\vdash (7)
           (q,7,S1A2bA2bA1aB1aB1ab,\epsilon)
                                               //succes
⊢ (7)
           (a, 7, S1A2bA2bA1aB1aB1ab, \epsilon)
```

- ► Analiza LL(k)
 - tip de analiză sintactică descendentă
 - analizează intrarea de la stânga la dreapta (Left to right)
 - construiește o derivare stânga pentru aceasta (Leftmost derivation)
 - de aici denumirea de LL
 - decizia de a folosi a anumită regulă de producție pentru a expanda vâtful stivei se ia după inspectarea în avans a unui număr de k atomi lexicali din şirul de intrare
 - ► de aici denumirea de LL(k)
 - n consencință, analiza nu folosește reveniri

- ▶ Dacă pentru a anumită gramatică generatoare G se poate defini un analizor LL(k), atunci gramatica se numește gramtică LL(k)
- Limbajul definit printr-o astfel de gramatică se numește limbaj LL(k)
- Cele mai răspândite sunt gramaticile LL(1)
 - ▶ analizorul trebuie să inspecteze doar următorul atom lexical din şirul de intrare pentru a putea lua deciziile de analiză

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, S, P \rangle$, unde:

```
► \Sigma={a,b,c}

► V_N={S,A}

► S

► P={

(1.1) S \rightarrow aSAc

(1.2) S \rightarrow \epsilon

(2.1) A \rightarrow bA

(2.2) A \rightarrow \epsilon
```

	а	b	С	
S	1.1	1.2	1.2	
Α		2.1	2.2	

Succesiunea de relații de mișcare ale automatului finit cu memorie, conform algoritmului de analiză LL(1) pentru propoziția: aabcc

```
(q,0,S) - a următorul atom, deci alegem 1.1

\vdash (q,0,aSAc) - a următorul atom, deci alegem 1.1

\vdash (q,1,SAc) - a următorul atom, deci alegem 1.1

\vdash (q,1,aSAcAc) - b următorul atom, deci alegem 1.2

\vdash (q,2,SAcAc) - b următorul atom, deci alegem 2.1
```

```
\vdash (q, 2, bAcAc)
```

$$\vdash$$
 $(q, 3, AcAc)$

$$\vdash$$
 $(q, 3, cAc)$

$$\vdash$$
 $(q, 4, Ac)$

$$\vdash (q, 4, c)$$

$$\vdash (q, 5, \epsilon)$$

- c următorul atom, deci alegem 2.2
- c următorul atom, deci alegem 2.2

Gramatici LL(1)

- Pentru a putea construi un analizor LL(1) pentru o gramatică $G = \langle \Sigma, V_N, S, P \rangle$, aceasta trebuie să fie o **gramatică LL(1)**
- Condiții necesare și suficiente pentru ca o gramatică independentă de context să fie o gramatică LL(1):

$$\forall A \in V_N, A \rightarrow \alpha_1 | \alpha_2 | \dots | \alpha_n \in P$$

- ▶ 1. $FIRST^+(\alpha_i) \cap FIRST^+(\alpha_i) = \emptyset, \forall i \neq j$
- ▶ 2. $FOLLOW^+(A) \cap FIRST^+(\alpha_j) = \emptyset, \forall i, \alpha_i \Rightarrow^* \epsilon \land \forall j$

FIRST+

Pentru fiecare $A \to \alpha_1 |\alpha_2| \dots |\alpha_n \in P, A \in V_N, \forall i \ \alpha_i \neq \epsilon$

- ► FIRST⁺(α_i) = { $a \in \Sigma | \alpha_i \Rightarrow^* a\gamma, \gamma \in V^*$ }
- Dacă $\alpha_i \Rightarrow^* \epsilon$, atunci trebuie să se țină cont de ceea ce urmează după A
- (În cazul metodei LL1 se analizează în avans un singur atom lexical.)

FOLLOW+

Pentru $A \rightarrow \epsilon \in P, A \in V_N$

- ► FOLLOW⁺(A) = {a ∈ Σ |(S ⇒* α Aa β , α , β ∈ V*) \vee (S ⇒* \times AY, a ∈ FIRST⁺(Y), x ∈ Σ *) \vee (S ⇒* α A, a ∈ FOLLOW⁺(S))}
- ▶ (În cazul metodei LL1 se analizează în avans **un singur** atom lexical.)

Pentru a putea construi un analizor sintactic LL(1):

 gramatica generatoare a limbajului țintă trebuie să îndeplinească ambele condiții cerute pentru analiza sintactică predictivă

Etapele analizei sintactice LL(1):

- Construirea analizorului sintactic LL(1):
 - Modificarea gramaticii astfel încât să respecte cele două condiții cerute pentru analiza sintactică predictivă
 - Calcularea mulțimilor de simboli directori (mulțimile FIRST⁺ sau FOLLOW⁺)
 - Verificarea îndeplinirii condițiilor pentru ca G să fie o gramatică LL(1)
 - ► Construirea tabelei de analiză sintactică
 - ► Implementarea analizorului sintactic LL(1)
- Analiza propriu-zisă a unei propoziții

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, E, P \rangle$, unde:

```
► \sum = \{+, *, (,), a\}

► V_N = \{E, T, F\}

► E

► P = \{

E \rightarrow E + T \mid T

T \rightarrow T * F \mid F

F \rightarrow a \mid (E)

}
```

- Gramatica folosește recursivitatea stânga
 - pentru a se putea construi un analizor sintactic LL(1) (descendent), ea trebuie să fie modificată

Gramatica modificată este $G=\langle \Sigma, V_N, E, P \rangle$, unde:

```
\sum = \{+,*,(,),a\}
V_N = \{E, E1, T, T1, F\}
► E
► P={
               1. E \rightarrow TE_1
               2. E_1 \rightarrow +TE_1
               3. E_1 \rightarrow \varepsilon
               4. T \rightarrow FT_1
               5. T_1 \rightarrow *FT_1
               6. T_1 \rightarrow \varepsilon
               7. F→(E)
               8. F→a
```

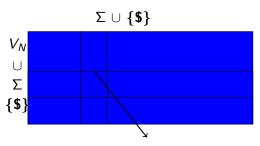
- Se calculează mulțimile de simboli directori:
- \triangleright D₁=FIRST⁺(TE₁)=FIRST⁺(F)={(,a}
- ▶ D_2 =FIRST⁺(+TE₁)={+}
- \triangleright D₃=FOLLOW⁺(E₁)=FOLLOW⁺(E)={)}
- \triangleright D₄=FIRST⁺(FT₁)=FIRST⁺(F)={(,a}
- ▶ D_6 =FOLLOW⁺(T₁)=FOLLOW⁺(T)= FIRST⁺(E₁)∪FOLLOW⁺(E)={+}∪{)}={+,)}
- ▶ $D_7 = FIRST^+((E)) = \{(\}$
- \triangleright D₈=FIRST⁺(a)={a}

► Se verifică îndeplinirea condițiile pentru ca G să fie o gramatică LL(1):

- ▶ Rezultă faptul că gramatica este o gramatica LL(1)

Tabela de analiză sintactică

 pe baza mulțimilor FIRST și FOLLOW calculate, se generează tabela de analiză sintactică



- P pop scoate un simbol din stivă și înaintează în SI
- A accept propoziția este corectă
- ► E error propoziția este incorectă
- R n replace se inlocuiește VS cu partea dreaptă a regulii de producție n, după care n se scrie în SO
- simbolul \$reprezintă terminatorul de şir pentru \$I



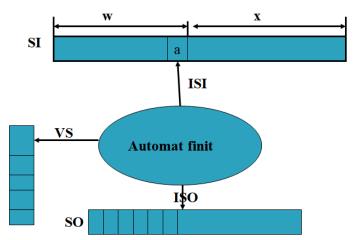
Tabela de analiză sintactică

Algoritmul de construcție a tabelei de analiză sintactică:

- ▶ Pentru fiecare regulă de producție $n: A \rightarrow \alpha \in P$
 - Pentru fiecare terminal din $FIRST^+(\alpha)$, se completează cu R n celula din tabelă corespunzătoare coloanei terminalului respectiv și liniei neterminalului A
 - sau
 - pentru fiecare terminal din FOLLOW+(A), se completează cu R n celula din tabelă corespunzătoare terminalului respectiv și liniei neterminalului A

Analiza sintactica LL(1)

▶ pe baza tabelei de analiză sintactică se poate implementa un analizor sintactic determinist cu structura



▶ pentru exemplul anterior, tabela de analiză sintactică este (celulele goale reprezintă E):

	а	()	+	*	\$
Ε	R 1	R 1				
E_1			R 3	R 2		R 3
T	R 4	R 4				
T_1			R 6	R 6	R 5	R 6
F	R 8	R 7				
а	Р					
(Р				
)			Р			
+				Р		
*					Р	
\$						Α

Algoritmul de analiză sintactică LL(1)

```
\begin{array}{l} \mathsf{sf} \leftarrow \mathsf{false} \\ \mathsf{repeta} \ \mathsf{pana} \ \mathsf{cand} \ \mathsf{sf} = \mathsf{true} \\ \mathsf{daca} \ \mathsf{St}(\mathsf{VS}) \in \Sigma \land \mathsf{St}(\mathsf{VS}) = \mathsf{SI}(\mathsf{ISI}) \\ \mathsf{atunci} \\ \mathsf{pop} \\ \mathsf{ISI} = \mathsf{ISI} + 1 \\ \mathsf{sau} \ \mathsf{St}(\mathsf{VS}) \in \Sigma \ \mathsf{si} \ \mathsf{St}(\mathsf{VS}) \ != \mathsf{SI}(\mathsf{ISI}) \\ \mathsf{atunci} \\ \mathsf{error} \end{array}
```

Algoritmul de analiză sintactică LL(1)

```
sau St(VS) = A \in V_N
atunci
       replace n
       SO(ISO) = n
        ISO = ISO +1
sau St(VS) = SI(ISI) = $
atunci
       accept
       sf \leftarrow true
altfel
       error
       sf \leftarrow true
```

Analiza sintactică LL(1)

- Modelul matematic al acestui tip de analiză rămâne automatul finit cu stivă
 - un element suplimentar: șirul de iesire
- ▶ Functia de tranzitie $(a, b, i, x \in \Sigma)$:
 - $f(q, a, a) = \{(q, \epsilon)\}$ pop
 - ▶ $f(q, \$, \$) = \{(a, \epsilon)\}$ accept
 - $f(q, b, A) = \{(q, \alpha)\}$ replace $A \rightarrow b\alpha$ conform tabelei de analiză sintactică
 - $f(q, i, x) = \{(e, \epsilon)\}$ error

Analiza sintactică LL(1)

Configurația automatului:

- ightharpoonup (q,x, γ ,y)
- q starea automatului
- x sirul de intrare rămas de analizat
- $ightharpoonup \gamma$ stiva
- y şirul de iesire, format din indicii regulilor de producție utilizate în derivări
- ▶ Configurații posibile: $(a, b, i \in \Sigma, x \in \Sigma^*)$
 - ightharpoonup (q,ax,a γ ,y) \rightarrow (q,x, γ ,y) pop
 - $lackbox{(q,ax,A$\gamma,y)}
 ightarrow (q,x,lpha\gamma,yi)$ replace i, conform tabelei de analiză
 - $ightharpoonup (q,\$,\$,y)
 ightarrow (a,\epsilon,\epsilon,y)$ accept
 - $ightharpoonup (q,bx,i\gamma,y)
 ightarrow (e,\epsilon,\epsilon,y)$ error

Succesiunea relațiilor de mișcare pentru analiza propoziției a * a + a de către automatul construit în cadrul exemplului:

$$(q, a*a + a\$, E\$, \epsilon)$$

 $\vdash^{r} (q, a*a + a\$, TE_{1}\$, 1)$
 $\vdash^{r} (q, a*a + a\$, FT_{1}E_{1}\$, 14)$
 $\vdash^{r} (q, a*a + a\$, aT_{1}E_{1}\$, 148)$
 $\vdash^{p} (q, *a + a\$, FT_{1}E_{1}\$, 148)$
 $\vdash^{r} (q, *a + a\$, *FT_{1}E_{1}\$, 1485)$
 $\vdash^{p} (q, a + a\$, FT_{1}E_{1}\$, 1485)$
 $\vdash^{r} (q, a + a\$, aT_{1}E_{1}\$, 14858)$
 $\vdash^{p} (q, +a\$, aT_{1}E_{1}\$, 14858)$

Succesiunea relațiilor de mișcare pentru analiza propoziției a * a + a de către automatul construit în cadrul exemplului:

```
\vdash^{r} (q, +a\$, aE_1\$, 148586)
\vdash^{r} (q, +a\$, +TE_1\$, 1485862)
\vdash^{p} (q, a\$, TE_1\$, 1485862)
\vdash^{r} (q, a\$, FT_1E_1\$, 14858624)
\vdash^{r} (q, a\$, aT_1E_1\$, 148586248)
\vdash^{p} (q, \$, T_1E_1\$, 148586248)
\vdash^{r} (q, \$, E_1\$, 1485862486)
\vdash^{r} (q, \$, \$, 14858624863)
\vdash^{a} (a, \$, \$, 14858624863)
```

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, < instructione >, P \rangle$, unde:

- $ightharpoonup \sum = \{if,then,(,),else,repeat, until, :=,<,<=,i,,\}$
- V_N={<instructiune>,<expr-logica>,<factor>,<lista>}
- < instructiune >

```
► P={
     1. \langle \text{instructione} \rangle \rightarrow \text{if } \langle \text{expr-logica} \rangle then (\langle \text{instructione} \rangle) else
     <instructiune> ]
     2. <instructiune> → repeat <instructiune> until <expr-logica>
     3. \langle \text{instructione} \rangle \rightarrow \langle \text{factor} \rangle := \langle \text{factor} \rangle
     4. \langle expr-logica \rangle \rightarrow \langle factor \rangle \langle \langle factor \rangle \langle =
     <factor>
     5. \langle factor \rangle \rightarrow i \mid i (\langle lista \rangle)
     6. \langle \text{lista} \rangle \rightarrow \text{i} \mid \langle \text{lista} \rangle, i
```

Gramatica modificată este $G=\langle \Sigma, V_N, < instructiune >, P \rangle$, unde:

- $ightharpoonup \sum = \{if,then,(,),else,repeat, until, :=,<,<=,i,,\}$
- $V_N = \{ < \text{instructiune} >, < \text{expr-logica} >, < \text{factor} >, < \text{lista} >, \text{I1,E1,F1,L1} \}$
- < instructiune >

- ► *P*={
 - 1. $\langle \text{instructiune} \rangle \rightarrow \text{if } \langle \text{expr-logica} \rangle \text{ then } (\langle \text{instructiune} \rangle) \text{ I1}$
 - 2. $I1 \rightarrow else < instructione >$
 - 3. I1 $\rightarrow \epsilon$
 - 4. $\langle \text{instructiune} \rangle \rightarrow \text{repeat } \langle \text{instructiune} \rangle \text{ until } \langle \text{expr-logica} \rangle$
 - 5. $\langle \text{instructione} \rangle \rightarrow \langle \text{factor} \rangle := \langle \text{factor} \rangle$
 - 6. $\langle expr\text{-logica} \rangle \rightarrow \langle factor \rangle E1$
 - 7. $E1 \rightarrow < <$ factor>

```
 \begin{array}{l} \bullet \quad \text{8. E1} \rightarrow <= <\text{factor}> \\ 9. <\text{factor}> \rightarrow \text{i F1} \\ 10. \ \text{F1} \rightarrow (<\text{lista}>) \\ 11. \ \text{F1} \rightarrow \epsilon \\ 12. <\text{lista}> \rightarrow \text{i L1} \\ 13. \ \text{L1} \rightarrow \text{, i < lista}> \\ 14. \ \text{L1} \rightarrow \epsilon \\ \end{array}
```

```
► FIRST<sup>+</sup>
                                     { if }
► FIRST<sup>+</sup>
                                     { else }
▶ FOLLOW<sup>+</sup>
                                          { ) until $ }
► FIRST<sup>+</sup>
                                     { repeat }
                                     { i }
► FIRST<sup>+</sup>
                                     { i }
► FIRST<sup>+</sup>
► FIRST<sup>+</sup>
                                     { < }
► FIRST<sup>+</sup>
                                     \{ <= \}
                                     { i }
► FIRST<sup>+</sup>
► FIRST<sup>+</sup>
                                     { ( }
```

```
    FOLLOW<sup>+</sup>(F1)=FOLLOW<sup>+</sup>(<factor>)
        = { := } ∪ FIRST<sup>+</sup>(E1) = { := < <= } ∪
        FOLLOW<sup>+</sup>(E1)∪FOLLOW<sup>+</sup>(<instructione>)
        = { := < <= then) until $}</li>
    FIRST<sup>+</sup> { i }
    FOLLOW<sup>+</sup> { , }
```

Mașina abstractă de analiză LL(1)

► Structura mașinii de analiză LL(1) corespunde cu structura mașinii abstracte de analiză predictivă

Mașina abstractă de analiză LL(1)

- ▶ Setul de instrucțiuni al procesorului acestei mașini este format din:
- ► check(a) L
 - verifică dacă atomul lexical curent din șirul de intrare este identic cu
 a
 - daca da, atunci execuția se continuă cu instrucțiunea de la eticheta L
 - daca nu, se continuă execuția cu instrucțiunea următoare
- call A
 - apel cu revenire la eticheta A

Mașina abstractă de analiză LL(1)

- return
 - revenire dintr-un call
- pop
 - avansare în șirul de intrare
- accept
 - încheiere execuție program propoziția este corectă
- error
 - ▶ încheiere execuție program propoziția este incorectă

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, E, P \rangle$, unde:

```
\sum = \{+,*,(,),a,,\}
V_N = \{E, T, F, L\}
► E
► P={
                E \rightarrow E + T
                E \rightarrow T
                T \rightarrow T * F
                T \rightarrow F
                F \rightarrow a
                F \rightarrow a(L)
                F \rightarrow (E)
               L \rightarrow E
               L \rightarrow E, L
```

- Să se constuiască analizorul sintactic LL(1) pentru limbajul definit de G.
- ► Să se scrie programul pentru mașina abstractă de analiză LL(1) pentru analizorul construit.

Se modifică gramatica pentru a respecta condițiile pentru implementarea analizei sintactice predictive:

Gramatica modificată este $G=\langle \Sigma, V_N, E, P \rangle$, unde:

- $\sum = \{+,*,(,),a,,\}$
- $V_N = \{E,T,F,L\}$
- ► E
- ► *P*={
- $1.E \rightarrow TE_1$
- $2.\textit{E}_1 \rightarrow +\textit{TE}_1$
- $3.E_1 \rightarrow \epsilon$
- $4.T \rightarrow FT_1$

```
5. T_1 
ightarrow *FT_1 \ 6. T_1 
ightarrow \epsilon \ 7. F 
ightarrow aF_1 \ 8. F 
ightarrow (E) \ 9. F_1 
ightarrow (L) \ 10. F_1 
ightarrow \epsilon \ 11. L 
ightarrow EL_1 \ 12. L_1 
ightarrow , L \ 13. L_1 
ightarrow \epsilon
```

Calculăm mulțimile de simboli directori:

$$\begin{split} &D_1 = FIRST^+(TE_1) = \{a; (\} \\ &D_2 = FIRST^+(+TE_1) = \{+\} \\ &D_3 = FOLLOW^+(E_1) = FOLLOW^+(E) = \{\}; ,\} \cup FOLLOW^+\{L_1\} = \{\}; ,; \$\} \\ &D_4 = FIRST^+(FT_1) = FIRST^+(F) = \{a; (\} \\ &D_5 = FIRST^+(*FT_1) = \{*\} \\ &D_6 = FOLLOW^+(T_1) = FOLLOW^+(T) = FIRST^+(E_1) \cup FOLLOW^+(E_1) = \{+\} \cup \{\}\} \cup FIRST^+(L_1) = \{+; \}; ,; \$\} \end{split}$$

```
\begin{array}{l} D_{7} = FIRST^{+}(*aF_{1}) = \{a\} \\ D_{8} = FIRST^{+}((E)) = \{(\} \\ D_{9} = FIRST^{+}((L)) = \{(\} \\ D_{1}0 = FOLLOW^{+}(F_{1}) = FOLLOW^{+}(F) = \\ FIRST^{+}(T_{1}) \cup FOLLOW^{+}(T_{1}) = \{*\} \cup \{+;\};,;\$\} = \{*;\};,;\$\} \\ D_{1}1 = FIRST^{+}(EL_{1}) = FIRST^{+}(F) = \{a;(\} \\ D_{1}2 = FIRST^{+}(,L) = \{,\} \\ D_{1}3 = FOLLOW^{+}(L_{1}) = FOLLOW^{+}(L) = \{\}\} \end{array}
```

Construim tabelul de analiză LL(1):

	+	*	а	()	,	\$
Ε			R 1	R 1			
E_1	R 2				R 3	R 3	R 3
T			R 4	R 4			
T_1	R 6	R 5			R 6	R 6	R 6
F			R 7	R 8			
F_1	R 10	R 10		R 9	R 10	R 10	R 10
L			R 11	R 11			
L_1					R 13	R 12	
+	Р						
*		Р					
а			Р				
(Р			
)					Р		
,						Р	
\$				4 🗆 🕨 👍	₩ ♦ ₹ ₽	∢∄	A

PP: call E

check(\$) EE

error

EE: accept

```
E: check(a) EA
check(() EA
error
EA: call T
call E1
return
```

```
E1: check(+) E1A
check()) E1B
check(,) E1B
check($) E1B
error
E1A: pop (+)
call T
call E1
E1B: return
```

```
T: check(a) TA
check(() TA
error
TA: call F
call T1
return
```

```
T1: check(*) T1A
check(+) T1B
check()) T1B
check(,) T1B
check($) T1B
error
T1A: pop (*)
call F
call T1
T1B: return
```

```
F: check(a) FA
   check(() FB
   error
FA: pop (a)
   call F1
   return
FB: pop (()
   call E
   check()) FC
   error
FC: pop ())
   return
```

```
F1: check (() F1A
    check (+) F1B
    check (*) F1B
    check ()) F1B
    check (,) F1B
    check ($) E1B
    error
F1A: pop (()
    call L
    check ()) F1C
    error
F1C: pop ())
F1B: return
```

```
L: check(a) LA
check(() LA
error
LA: call E
call L1
return
```

```
L1: check(,) L1A
check()) L1B
error
L1A: pop (<)
call L
L1B: return
```

Exercițiu

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, E, P \rangle$, unde:

```
► \sum = \{+,-,*,/,(,),a,,\}

► V_N = \{E,T,F,L\}

► E

► P = \{

E \to E + T|E - T|T

T \to T * F|T/F|F

F \to a|a(L)|(E)

L \to E|E,L
```

Să se scrie programul mașinii abstracte de analiză predictivă LL(1) pentru limbajul definit de gramatica G.

- **▶** implementare a analizei sintactice predictive
- ▶ fiecare neterminal devine un nume de funcție
- funcția principală
 - apelează funcția corespunzătoare simbolului de start
 - apoi verifică daca s-a ajuns la sfâtșitul șirului de intrare
- funcția corespunzătoare unui anumit neterminal
 - este responsabilă să verifice dacă, de la poziția curentă din șirul de intrare, se poate găsi o derivare care pornește de la acest neterminal
 - dacă nu este posibil, funcția trebuie să sară peste ceea ce a găsit și să semnaleze o eroare
- există o funcție next care face un avans cu o poziție în șirul de intrare

Exemplificarea implementării analizei sintactice LL(1) prin coborâre recursivă pentru limbajul definit de gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, E, P \rangle$:

```
 \sum = \{+,*,(,),a\} 
 V_N = \{E,T,F\} 
 E 
 P = \{ E \rightarrow E + T \mid T 
 T \rightarrow T * F \mid F 
 F \rightarrow a \mid (E)
```

Gramatica modificată este $G=\langle \Sigma, V_N, E, P \rangle$, unde:

```
\sum = \{+,*,(,),a\}
V_N = \{E, E1, T, T1, F\}
► E
► P={
               1. E \rightarrow TE_1
               2. E_1 \rightarrow +TE_1
               3. E_1 \rightarrow \varepsilon
               4. T \rightarrow FT_1
               5. T_1 \rightarrow *FT_1
               6. T_1 \rightarrow \varepsilon
               7. F→(E)
               8. F→a
```

- Se calculează mulțimile de simboli directori:
- \triangleright D₁=FIRST⁺(TE₁)=FIRST⁺(F)={(,a}
- ▶ D_2 =FIRST⁺(+TE₁)={+}
- \triangleright D₃=FOLLOW⁺(E₁)=FOLLOW⁺(E)={)}
- \triangleright D₄=FIRST⁺(FT₁)=FIRST⁺(F)={(,a}
- \triangleright D₅=FIRST⁺(*FT₁)={*}
- ▶ D_6 =FOLLOW⁺(T₁)=FOLLOW⁺(T)= FIRST⁺(E₁)∪FOLLOW⁺(E)={+}∪{)}={+,)}
- ▶ $D_7 = FIRST^+((E)) = \{(\}$
- \triangleright D₈=FIRST⁺(a)={a}

► Se verifică îndeplinirea condițiile pentru ca G să fie o gramatică LL(1):

- $D_2 \cap D_3 = \emptyset$
- $D_5 \cap D_6 = \emptyset$
- ▶ Rezultă faptul că gramatica este o gramatica LL(1)

	а	()	+	*	\$
Ε	R 1	R 1				
E_1			R 3	R 2		R 3
T	R 4	R 4				
T_1			R 6	R 6	R 5	R 6
F	R 8	R 7				
а	Р					
(Р				
)			Р			
+				Р		
*					Р	
\$						Α

```
PROCEDURE MAIN IS
BEGIN

E;
IF input is empty
THEN

accept;
ELSE

error;
ENDIF;
END MAIN;
```

```
PROCEDURE E IS
BEGIN
       IF head of input='a' OR
         head of input='('
       THEN
             T;
             E1:
       ELSE
             error;
       ENDIF:
END E;
```

```
PROCEDURE E1 IS
BEGIN
      IF head of input='+'
      THEN
            next;
            T:
            E1;
      ELSEIF
                   head of input=')' OR
                   head of input= \epsilon
      THEN
      ELSE
            error;
      EDIF:
END E1:
```

```
PROCEDURE F IS
BEGIN
               head of input='a'
      THEN next
      ELSEIF head of input='('
      THEN next:
            E:
                     head of input=')'
            THEN next:
            ELSE error:
            ENDIF:
      ELSE error:
      ENDIF:
END F:
```

Exercițiu

- 1. Să se scrie funcțiile corespunzătoare neterminalelor T și T1 pentru gramatica anterioară.
- 2. Să se analizeze propoziția "(a)", reprezentând stările stivei de apeluri.

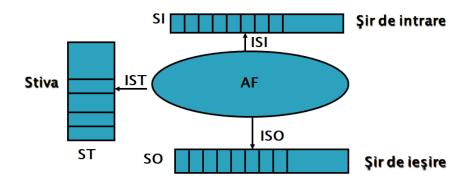
- Fie $AP = (Q, \Sigma, \Gamma, f, q_0, z_0, F)$ un automat finit cu stivă care implementează analiza sintactică descendentă pentru gramatica $G = (\Sigma, V_N, S, P)$. Scrieți care este configurația inițială a automatului pentru analiza propoziției p date și explicați.
- ▶ În cazul în care s-ar folosi derivarea dreapta, enumerați care ar fi restricțiile pe care ar trebui să le îndeplinească o gramatică G, pentru a se putea construi un analizor sintactic descendent care să verifice dacă o propoziție dată aparține mulțimii L(G).
- ► Explicați de ce este nedeterminist algoritmul general de analiză sintactică descendentă.

- Explicați în ce scop analizorul LL(1) citește un atom lexical în avans.
- Explicați de ce nu se poate aplica analiza sintactică descendentă în cazul unei propoziții care aparține limbajului definit de o gramatică ale cărei reguli de producție folosesc recursivitatea stânga.
- Care sunt intrarea și ieșirea analizei sintactice?

- Explicați care ar fi avantajul utilizării analizei LL(k), k > 1, față de analiza LL(1).
- Explicați de ce, în cazul gramaticilor LL(1), intersecția mulțimilor de simboli directori calculate pentru regulile de producție ale aceluiași neterminal trebuie să fie mulțimea vidă.
- Explicați ce rol are recursivitatea în cadrul analizei sintactice prin coborâre recursivă.

- Explicați cum rezolvă analiza sintactică descendentă cu reveniri nedeterminismul analizei sintactice predictive.
- Explicați cum rezolvă analiza LL(1) nedeterminismul analizei sintactice predictive.

- încearcă construirea arborelui sintactic pentru propoziția dată pleacând de la propoziție către simbolul de start
- folosește două operații:
 - căutarea frazei simple (priza) shift
 - reducerea frazei simple reduce
- poate fi modelată prin intermediul unui automat finit cu stivă care lucrează asupra unui şir de intrare



Algoritmul analizei sintactice ascendente pentru un limbaj definit printr-o gramatică G este:

- ▶ 1. Stiva este inițial goala.
- 2. Se deplaseaza un atom lexical din şirul de intrare în vârful stivei (shift).
- ▶ 3. Se repetă pasul al 2-lea până când în vârful stivei se regăsește partea dreaptă a unei reguli de producție.

- 4. Se înlocuiește vârful stivei care reprezintă partea dreaptă a unei reguli de producție, cu partea stângă a regulii de producție respective (reduce).
- ▶ 5. Se repetă pașii 2, 3, 4.
- ▶ 6. La sfarsit:
 - Dacă s-a ajuns la sfârșitul șirului de intrare și dacă stiva conține numai simbolul de start, atunci acesta este corect.
 - Altfel, sirul nu este corect.

algoritm nedeterminist

- dacă vârful stivei coincide cu părțile drepte ale mai multor reguli de producție
 - algoritmul NU precizează cum se alege regula de producție care va fi folosită pentru reducere
- dacă vârful stivei coincide cu partea dreapta a unei reguli de producție și dacă mai există atomi lexicali în șirul de intrare
 - algoritmul NU precizează cum se va alege operația care va fi realizată: shift sau reduce

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, E, P \rangle$, unde:

```
► \sum = \{id,(,),+\}

► V_N = \{E\}

► E

► P = \{

1. E \rightarrow (E+E)

2. E \rightarrow id

}
```

Propoziția de analizat:

$$(\mathsf{id} + (\mathsf{id} + \mathsf{id})) \in \Sigma^*$$

Stack	Input	Comments	
ϵ	(id+(id+id))	shift, shift	
(id	+(id+id))	reduce 2	
(E	+(id+id))	shift, shift, shift	
(E+(id	+id))	reduce 2	
(E+(E	+id))	shift, shift	
(E+(E+id)))	reduce 2	
(E+(E+E))	shift	
(E+(E+E))	reduce 1	
(E+E)	shift	
(E+E)	ϵ	reduce 1	
E	ϵ	accept	

Automatul finit cu stivă

- ► Modelul matematic al analizorului sintactic ascendent este automatul finit cu stivă:
- \triangleright AP=<Q, Σ , Γ ,f, q_0 , z_0 ,F>, unde:
 - Q multimea stărilor
 - Σ alfabetul automatului
 - Γ alfabetul stivei
 - z₀ simbolul inițial al stivei
 - q₀ starea iniţială
 - F multimea stărilor finale
 - ▶ f funcția de tranziție
 - $f:\ \textit{Qx}(\Sigma \cup \{\varepsilon\})x\Gamma \rightarrow \textit{P(Qx}\Gamma^*),$
 - P fiind o mulțime de perechi

Automatul finit cu stivă

Configurația automatului

- $(q,x,\gamma), q \in Q, x \in \Sigma^*, \gamma \in \Gamma^*$
- ightharpoonup configurația inițială: (q_0, x, ϵ)

Relaţia de mişcare

$$(q_1,\mathsf{ax},\alpha\beta) \vdash (q_2,\mathsf{x},\alpha\gamma) \Leftrightarrow (q_2,\gamma) \in \mathsf{f}(q_1,\mathsf{a},\beta)$$

- ▶ Un șir $w \in \Sigma^*$ este **acceptat** de către automat:
 - riteriul stării vide: $(q_0, w, z_0) \vdash^+ (q, \epsilon, S)$
 - riteriul stării finale: $(q_0, w, z_0) \vdash^+ (q, \varepsilon, \gamma), q \in F$

Automatul finit cu stivă

```
▶ f

• f(q,a,\alpha)=\{(q,a\alpha)\} - (shift)

• f(q,\epsilon,\alpha\beta)=\{(q,A\beta)\}\Leftrightarrow A\to\alpha\in P - (reduce)

• f(q,\epsilon,S)=\{(q,\epsilon)\} - (accept)

• f(q,\epsilon,\alpha) - (error)
```

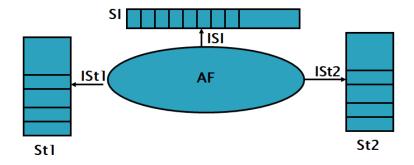
Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, S, P \rangle$, unde:

- ► $\sum = \{a,b,c\}$ ► $V_N = \{S,A\}$ ► S► $P = \{$ 1. $S \rightarrow aAc$ 2. $A \rightarrow bA$
 - $3. \ A{\rightarrow} \ b$

}

Propoziția de analizat: $abbbc \in \Sigma^*$

```
(q, abbbc$, $)
\vdash^s (q, bbbc$, a$)
\vdash^s (q, bbc$, ab$)
\vdash^s (q, bc$, abb$)
\vdash^s (q, c$, abbb$)
\vdash^{r(3)} (q, c$, abbA$)
\vdash^{r(2)} (q, c$, abA$)
\vdash^{r(2)} (q, c$, aA$)
\vdash^s (q, $, aAc$)
\vdash^{r(1)} (q. $. S$)
\vdash^a (q, \$, \$)
```



- 1. SI șirul de intrare (conține atomii lexicali obtinuți în urma etapei de analiză lexicală)
- 2. ISI indice pentru SI
- 3. St1 stiva (acces LIFO) pentru construirea arborelui sintactic
- 4. ISt1 vârful stivei St1
- 5. St2 stiva de retur
- 6. ISt2 vârful stivei St2

► (1) Configurația inițială:

$$(q,0,\$,\epsilon)$$

- ► (2) reduce:
 - $(q, i, \beta\alpha, \gamma) \vdash (q, i, \beta A, \gamma j) \Leftrightarrow \exists j : A \rightarrow \alpha \in P$
 - regulile de producție sunt ordonate crescator, după lungimea părților drepte
 - se buclează (2) atât timp cât se mai poate face o reducere

- ▶ (3) shift
 - $(q, i, \alpha, \gamma) \vdash (q, i+1, \alpha a, \gamma/)$
 - ▶ / indică un avans în sirul de intrare
 - ▶ dacă i < n+1, atunci se sare la (2)
 - ▶ dacă i = n+1, atunci se sare la (4)
- ► (4) accept

$$(q, n+1, \$S\$, \gamma) \vdash (a, n+1, \$S\$, \gamma)$$

- $ightharpoonup \gamma$ va conține șirul derivărilor stânga
- dacă nu se poate aplica (4), atunci se sare la (5)

(5) revenire

$$(q, n+1, \alpha, \gamma) \vdash (b, n+1, \alpha, \gamma)$$

- 5.1. **(b, i,** αa , $\gamma /) \vdash$ **(b, i-1,** α , γ) se ciclează cât timp există / în vârful St2
- 5.2. **(b, i,** αA , γj) \vdash **(q, i,** α "B, γk) $\Leftrightarrow \alpha = \alpha'' \alpha'$ $\Leftrightarrow \exists k : B \to \alpha' \beta \Leftrightarrow j : A \to \beta \in P$ se sare apoi la (2)
- 5.3. **(b, i,** αA , γj **)** \vdash **(q, i+1,** $\alpha \beta a$, $\gamma /$ **)** $\Leftrightarrow i < n$ se sare apoi la (2)
- 5.4. **(b, n+1,** αA , γj) \vdash **(q, n+1,** $\alpha \beta$, γ) se sare apoi la (2)

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, S, P \rangle$, unde:

```
\triangleright \sum = \{a,b,c\}
V_N = \{S,A,B,C\}
► P={
                1. S \rightarrow Bab
               2. S \rightarrow Cac
               3. A \rightarrow BA
               4. A \rightarrow a
               5. B \rightarrow a
               6. C \rightarrow a
```

Propoziția de analizat: aab

```
(q,0,\$,\varepsilon)
\vdash^{s} (g. 1. $a. /)
\vdash^r (q. 1, $A, /4)
\vdash^{s} (q. 2, $Aa, /4/)
\vdash^r (g. 2, $AA, /4/4)
\vdash^{s} (q, 3, $AAb, /4/4/)
\vdash^b (b, 3, $AAb, /4/4/)
\vdash_{\epsilon_1}^b (b, 2, $AA, /4/4)
\vdash_{\epsilon_2}^b (q. 2, $AB, /4/5)
\vdash^{s} (a, 3, $ABb, /4/5/)
\vdash^{s} (b, 3, $ABb, /4/5/)
\vdash_{c_1}^b (b, 2, $AB, /4/5)
```

```
\vdash_{\epsilon_2}^b (q, 2, $AC, /4/6)
\vdash^{s} (q. 3, $ACb, /4/6/)
\vdash_{\epsilon}^{b} (b, 3, $ACb, /4/6/)
\vdash_{\epsilon_1}^b (b, 2, $AC, /4/6)
\vdash_{c,3}^{b} (q, 3, $Aab, /4//)
\vdash_{\epsilon}^{b} (b, 3, $Aab, /4//)
\vdash_{c,1}^{b} (b, 1, $A, /4)
\vdash_{c}^{b} (q. 1, $B, /5)
\vdash^{s} (g. 2, $Ba, /5/)
\vdash^r (g. 2, $BA, /5/4)
\vdash^r (a. 2. $A. /5/43)
\vdash^r (q, 3, $Ab, /5/43/)
\vdash^r (b. 3. $Ab. /5/43/)
\vdash^r (b. 2, $A, /5/43)
\vdash^{s} (q. 3. $BAb. /5/4/)
```

```
\vdash^{s} (b, 3, $BAb, /5/4/)
\vdash^{s.1} (b, 2, $BA, /5/4)
\vdash^{s.2} (q, 2, $BB, /5/5)
\vdash^{5.2} (q, 2, $BB, /5/5)
\vdash^{s} (q. 3, $BBb, /5/5/)
\vdash^{5} (b. 3, $BBb, /5/5/)
\vdash^{5.1} (b, 2, $BB, /5/5)
\vdash^{5.2} (q, 2, $BC, /5/6)
\vdash^{s} (q. 3, $BCb, /5/6/)
\vdash^5 (b, 3, $BCb, /5/6/)
\vdash^{5.1} (b, 2, $BC, /5/6)
\vdash^{5.3} (q. 3, $Bab, /5//)
```

```
\vdash^r (q, 3, $$, /5//1)
\vdash^s (q, 4, $$$, /5//1)
\vdash (a, 4, $$$, /5//1)
```

Şirul reducerilor stânga: 5 1 aab $\rightarrow^{(5)}$ Bab $\rightarrow^{(1)}$ S

Şirul derivărilor stânga: 1 5 S \Rightarrow ⁽⁵⁾ Bab \Rightarrow ⁽¹⁾ aab

Analiza sintactică bazată pe relații de precedență

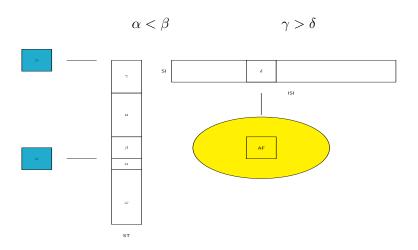
- ▶ mulțimea limbajelor de precedență ⊂ mulțimea limbajelor independente de context
- ▶ relații de precedență < 😑 >
 - operator
 - simplă
 - slabă
- pentru a determina un capăt se analizează relațiile de precedență dintre ST(IST) și SI(ISI)

Analiza sintactică bazată pe relații de precedență

$$S \Rightarrow^* \ \omega \ \alpha \ \underline{A} \ \delta \ \nu \ \Rightarrow \ \omega \ \alpha \ \underline{\beta} \ \underline{v} \ \underline{\gamma} \ \delta \ \nu \ , \exists \ A \to \beta \underline{v} \underline{\gamma} \in P$$

$$\alpha \in (V_N \cup \Sigma)$$
 $\beta \in (V_N \cup \Sigma)$ $\upsilon \in (V_N \cup \Sigma)^*$
 $\gamma \in (V_N \cup \Sigma)$ $\delta \in \Sigma$ $\upsilon \in \Sigma^*$

Analiza sintactică bazată pe relații de precedență



Analiza sintactică bazată pe precedența operator (Robert Floyd)

Robert Floyd

Carnegie Mellon University, Stanford University

Lucrari in:

theory of parsing, semantics of programming languages, automatic program verification, automatic program synthesis, and analysis of algorithms





O gramatică

- ▶ independentă de context
- ► fără reguli vide

este o gramatică în forma operator dacă

- nu are reguli de producție vide
- nu are reguli de producție de forma:

$$\mathbf{A}
ightarrow lpha \mathrm{BC}eta$$
 și $\mathrm{A}
ightarrow \mathrm{B}$

$$\alpha, \beta \in (V_N \cup \Sigma)^*$$
, B, C, $\in V_N$
(Adică în partea dreaptă a oricărei reguli d

(Adică în partea dreaptă a oricărei reguli de producție nu există două neterminale unul după celălalt, și nici un singur neterminal.)

Într-o astfel de gramatică operanzii sunt neterminalele, iar operatorii sunt terminalele.

Orice gramatică independentă de context poate fi adusă la forma operator fără a afecta limbajul definit de gramatică.

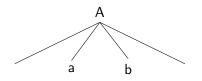
Definirea relațiilor de precedență operator

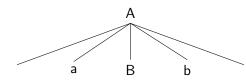
- se face pentru simbolurile terminale
- ▶ are scopul de a elimina ambiguitățile algoritmului general de analiză sintactică descendentă si anume:
 - de a identifica partea dreaptă a regulii de producție care va fi folosită pentru reducere (atunci când există mai multe variante posibile)
 - de a identifica operația care fi executată (shift sau reduce) atunci când ambele sunt posibile

- $ightharpoonup <_o$ Determină capătul din stânga al părții drepte a regulii de producție
- $ightharpoonup >_o$ Determină capătul din dreapta al părții drepte a regulii de producție
- $ightharpoonup =_o$ Determină interiorul părții drepte al regulii de producție

$$a =_{o} b \Leftrightarrow \exists A \rightarrow \alpha ab\beta \in P \text{ sau } A \rightarrow \alpha aBb\beta \in P$$

unde $a, b \in \Sigma$, $A, B \in V_N$ și $\alpha, \beta \in V^*$

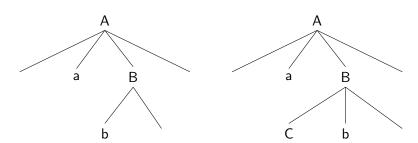




$$a <_o b \Leftrightarrow \exists A \to \alpha aB\beta \in P \text{ și } B \Rightarrow^+ b\gamma \text{ sau } B \Rightarrow^+ Cb\gamma$$

unde $a, b \in \Sigma$, $A, B, C \in V_N$ și $\alpha, \beta \in V^*$ și se scrie $a <_o FIRST \sim^+(B)$

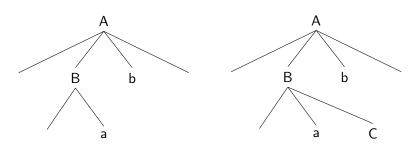
(FIRST \sim^+ = terminalul care apare pe prima poziție sau terminalul care apare pe a doua poziție, dacă pe prima este un neterminal)



$$a >_o b \Leftrightarrow \exists A \to \alpha Bb\beta \in P \text{ si } B \Rightarrow^+ \gamma a \text{ sau } B \Rightarrow^+ \gamma a C$$

unde $a, b \in \Sigma$, $A, B, C \in V_N$ și $\alpha, \beta \in V^*$ și se scrie $LAST \sim^+ (B)>_o b$

(LAST \sim^+ = terminalul care apare pe ultima poziție sau terminalul care apare pe penultima poziție, dacă pe ultima este un neterminal)



$$S <_o a \Leftrightarrow S \Rightarrow^* a\alpha \text{ sau } S \Rightarrow^* Aa\alpha$$

\$ este mai mic decât orice terminal care apare pe prima poziție sau pe a doua, dacă pe prima este un neterminal, în formele propoziționale

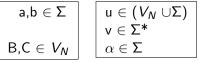
$$a>_o \$\Leftrightarrow S\Rightarrow^* \alpha a$$
 sau $S\Rightarrow^* \alpha aA$

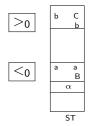
este mai mare decât \$ orice terminal care apare pe ultima poziție sau pe penultima, dacă pe ultima este un neterminal, în formele propoziționale

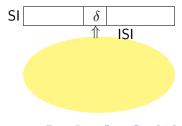
- ▶ la fel ca și la calculul mulțimilor $FIRST^+$ și $FALLOW^+$ de la analiza LL(1), și în cazul mulțimilor $FIRST \sim^+$ și $LAST \sim^-$ de la precedența operator se merge (în adâncime) până la nivelul maxim posibil
- ▶ e.g. dacă, în cazul relației de precedență operator mai mic, se află un neterminal pe prima poziție, atunci se ia terminalul de după, dar se și continuă aplicând pe $FIRST \sim^+$ și pentru acel neterminal
- > analog și în cazul relației de precedență operator mai mare

relatii de ordine
$$\boxed{<_0}$$
 $\boxed{>_0}$ $\boxed{$ S \Rightarrow w $\alpha \underline{A}$ $\delta v \Rightarrow$ w $\alpha \beta u \gamma \delta v$, \exists A $\rightarrow \beta u \gamma$

$$eta = (a) \ v \ (aB)$$
 $a,b \in \Sigma$ $\gamma = (b) \ v \ (bC)$ $\delta \in \Sigma$ $B,C \in V_N$



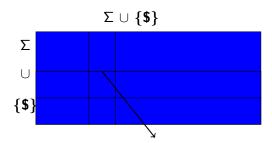




Etapele analizei sintactice bazate pe precedența operator:

- Construirea analizorului sintactic bazat pe precedența operator:
 - Modificarea gramaticii astfel încât să respecte condițiile cerute pentru gramaticile operator
 - ▶ Calcularea relațiile de precedență operator (pe baza mulțimilor $FIRST \sim^+$ sau $LAST \sim^+$)
 - Construirea matricei de precedență operator
 - Implementarea analizorului bazat pe relațiile de precedență operator
- Analiza propriu-zisă a unei propoziții

Matricea de precedență operator



- relația de precedență operator existentă între terminalul de pe linia i și terminalul de pe coloana j
- ▶ în celula corespunzătoare perechii (\$,\$) relația este "accept" propoziția este acceptată
- în toate celulele care rămân necompletate relația este "error" propoziția nu este acceptată

Algoritmul de analiză pe baza matricei de precedență operator

```
ISI \leftarrow 0
repetă
        dacă ST(IST) = $ și SI(ISI) = $ atunci propoziția este acceptată
        altfel
               a \leftarrow ST(IST)
               b \leftarrow SI(ISI)
               dacă a <_{o} b sau a =_{o} b atunci
                      shift b în stivă
                      |\mathsf{SI} \leftarrow |\mathsf{SI} + 1|
               altfel dacă a >_o b atunci
               repetă
                        scoate un terminal din stivă până când
                       ST(IST) <_o decât ultimul terminal scos din stivă
               altfel eroare
```

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, E, P \rangle$, unde:

```
\sum = \{+,*,(,),a\}
V_N = \{E, T, F, S, D\}
► E
► P={
               E \rightarrow E + T
               E \rightarrow T
                T \rightarrow T * F
                T \rightarrow F
                F \rightarrow SFD
               F \rightarrow a
               S \rightarrow 0
               D \rightarrow)
```

Să se analizeze sintactic propoziția (a + (a + a) * a), folosind modelul automatului finit cu stivă.

Gramatica dată nu este o gramatică operator deoarece:

- ightharpoonup are terminale inutile $(E \to T, T \to F)$
- lacktriangle în partea dreaptă a unor reguli de producție există neterminale unul lângă celălalt (F o SED)
- prin urmare, pentru a construi un analizor sintactic ascendent bazat pe relațiile de precedență operator, gramatica trebuie transformată într-o gramatică operator

Gramatica modificată este $G=\langle \Sigma, V_N, F, P \rangle$, unde:

```
► \sum = \{+, *, (,), a\}

► V_N = \{F\}

► F

► P = \{

1. F \rightarrow F + F

2. F \rightarrow F * F

3. F \rightarrow (F)
```

4. $F \rightarrow a$

Se calculează relațiile de precedență operator:

- $(1) + <_{o} FIRST \sim^{+} (F)$
- (1) LAST \sim^+ (F) $>_o$ +
- (2) * $<_o FIRST \sim^+ (F)$
- (2) LAST \sim^+ (F) $>_o *$
- $(3) (=_o)$
- (3) ($<_o FIRST \sim^+ (F)$
- (3) LAST \sim^+ (F) $>_o$)
- $<_o FIRST \sim^+ (F)$ LAST $\sim^+ (F) >_o $$

Calculând mulțimile $FIRST \sim^+$ și $LAST \sim^+$ se obține:

LAST
$$\sim^+$$
 (F) = {+,*,), a}
FIRST \sim^+ (F) = {+,*, (, a}

Atunci, relațiile de precedență operator ar fi:

$$(1) + <_o FIRST \sim^+ (F)$$

$$ir FIRST \sim^+ (F) = \{+, *, (, a\})$$

(1) LAST
$$\sim^+$$
 (F) $>_o$ +

$$\text{si } LAST \sim^+ (F) = \{+, *,), a\}$$

▶ +
$$<_o$$
 + $>_o$ +

$$\triangleright$$
 + <_o ()>_o +

$$ightharpoonup + <_o a \qquad a>_o +$$

(2) *
$$<_o FIRST \sim^+ (F)$$

$$ir FIRST \sim^+ (F) = \{+, *, (, a\}$$

(2) LAST
$$\sim^+$$
 (F) $>_o *$

$$si LAST \sim^+ (F) = \{+, *,), a\}$$

$$ightharpoonup * <_o + +>_o *$$

$$\blacktriangleright * <_o * \qquad * >_o *$$

$$ightharpoonup * <_o ()>_o *$$

$$ightharpoonup * <_o a \qquad a>_o *$$

$$\blacktriangleright$$
 (= $_o$)

(3) (
$$<_o FIRST \sim^+ (F)$$

și FIRST
$$\sim^+$$
 (F) = $\{+,*,(,a\}$

(3) LAST
$$\sim^+$$
 (F) $>_o$)

$$idesi LAST \sim^+ (F) = \{+, *,), a\}$$

$$ightharpoonup (<_o + +>_o)$$

$$\blacktriangleright$$
 (<_o ()>_o)

$$ightharpoonup (<_o a \quad a>_o)$$

$$\text{si } FIRST \sim^+ (F) = \{+, *, (, a\}$$

$$si LAST \sim^+ (F) = \{+, *,), a\}$$

Se construiește matricea de precedență:

	+	*	()	а	\$
+	<,>	<,>	<	>	<	>
*	<,>	<,>	<	>	<	>
(<	<	<	=	<	
)	>	>		>		>
а	>	>		>		>
\$	<	<	<		<	accept

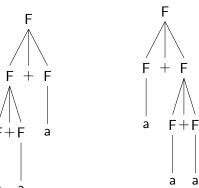
Ambiguitatea limbajelor

- dacă un limbaj L(G) este un limbaj ambiguu, atunci există propoziții ale acestui limbaj pentru care se pot construi doi sau mai mulți arbori sintactici distincți
- dacă un limbaj L(G) este ambiguu, atunci nu este obligatoriu ca pentru toate propozițiile sale să se poată construi mai mulți arbori sintactici distincți
- în cazul unui limbaj ambiguu, calculul relațiilor de precedență operator în baza gramaticii care îl defineste va duce la situația:
 - între aceleași două terminale vor exista două relații de precedență operator diferite

Ambiguitatea limbajelor

pentru propoziția "a+a+a" se pot construi doi arbori sintactici distincti:

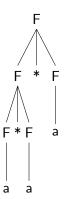
$$+>_{o}+$$
 - asociativitate $+<_{o}+$ - asociativitate dreapta stânga



Ambiguitatea limbajelor

▶ la fel, pentru propoziția "a*a*a" se pot construi doi arbori sintactici distincți:

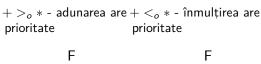
$$*>_o *$$
 - asociativitate $*<_o *$ - asociativitate dreapta stânga

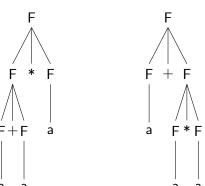




Ambiguitatea limbajelor

de asemenea, pentru propoziția "a+a*a" se pot construi doi arbori sintactici distincți:





Ambiguitatea limbajelor

- în aceste cazuri, trebuie stabilită care este precedența și asociativitatea operatorilor
- pentru acest exemplu, se va stabili că:
 - adunarea este asociativă la stânga
 - ▶ se va păstra relația + >_o +
 - înmulțirea este asociativă la stânga
 - ▶ se va păstra relația * >_o *
 - înmulţirea are precedenţa mai mare decât adunarea
 - se vor păstra relațiile $+ <_o *$ și $* >_o +$

Prin urmare, matricea de precedență va fi:

	+	*	()	а	\$
+	>	<	<	>	<	>
*	>	>	<	>	<	>
(<	<	<	=	<	
)	>	>		>		>
а	>	>		>		>
\$	<	<	<		<	accept

$$(q, \$, (a+(a+a)*a)\$, \epsilon)$$
 $\vdash^d (q, \$(,a+(a+a)*a)\$, \epsilon)$
 $\vdash^d (q, \$(a,+(a+a)*a)\$, \epsilon)$
 $\vdash^r (q, \$(F,+(a+a)*a)\$, 4)$
 $\vdash^d (q, \$(F+, (a+a)*a)\$, 4)$
 $\vdash^d (q, \$(F+(a+a)*a)\$, 4)$
 $\vdash^d (q, \$(F+(a,+a)*a)\$, 4)$
 $\vdash^d (q, \$(F+(a,+a)*a)\$, 4)$
 $\vdash^r (q, \$(F+(F,+a)*a)\$, 4)$

$$\vdash^d (q, (F+(F+,a)*a),44)$$

$$\vdash^d (q, (F+(F+a,)*a),44)$$

$$\vdash^r (q, \{(F+(F+F))^*a)\},444)$$

$$\vdash^r (q, (F+(F,)*a),4441)$$

$$\vdash^d (q, (F+(F),*a),4441)$$

$$\vdash^r$$
 (q, $(F+F,*a)$,44413)

$$\vdash^d (q, (F+F^*,a),44413)$$

$$\vdash^d (q, (F+F*a),44413)$$

$$\vdash^r (q, (F+F*F,),444134)$$

$$\vdash^r$$
 (q, \$(F+F,)\$,4441342)

$$\vdash^r$$
 (q, $(F+F,),4441342$)

$$\vdash^r (q, \$(F,)\$,44413421)$$

$$\vdash^d$$
 (q, \$(F),\$,44413421)

$$\vdash^r$$
 (q, \$F,\$,444134213)

$$\vdash^r$$
 (a, \$F,\$,444134213)

Exercitiu

Fie gramatica $G=\langle \Sigma, V_N, < instructiune >, P \rangle$, unde:

- $ightharpoonup \sum = \{for,to,step,let,call,i,(,),,,=,*,**\}$
- $ightharpoonup V_N = \{ < instructionup >, < atribuire >, < lista >, < expresie > \}$
- < instructiune >
- ▶ $P = \{$ < instructiune >→ for < atribuire > to < expresie > [step < expresie >]
 < instructiune >→ let < atribuire >
 < instructiune >→ call i (< lista >)
 < lista >→ i | i, < lista >
 < atribuire >→ i =< expresie >
 < expresie >→ i* < expresie > |i * * < expresie > |i }
 }

Să se construiască un analizor sintactic ascendent bazat pe relațiile de precedență operator.

Analiză sintactică bazată pe precedența simplă (Wirth-Weber)

Nikolaus Wirth Inventatorul Iui: Algol W, Euler, Modula, Oberon, Pascal

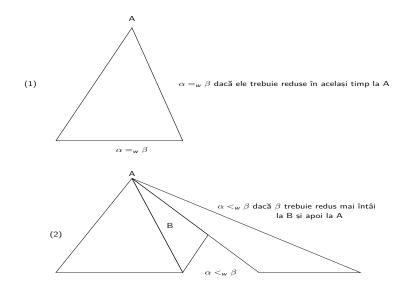


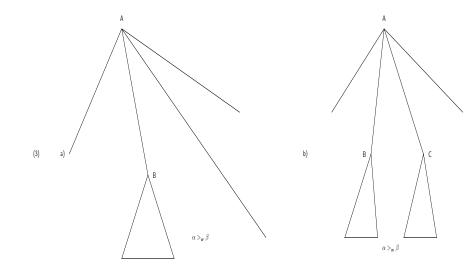
Relațiile de precedență simplă (Wirth-Weber)

$$<_w,=_w,>_w$$

Fie $\alpha, \beta \in V_N \cup \Sigma$

- (1) $\alpha =_{\mathbf{w}} \beta \iff \exists A \to x \alpha \beta y \in P$
- (2) $\alpha <_{\mathbf{w}} \beta \iff \exists A \to x \alpha B y \in P \land B \Rightarrow^{+} \beta z$
- (3) $\alpha >_{w} \beta \iff \exists A \to xB\beta y \in P \land B \Rightarrow^{+} z\alpha$ sau $\iff \exists A \to xBCy \in P \land B \Rightarrow^{+} z\alpha \land C \Rightarrow^{+} \beta w$





Observație:

Relațiile de precență Wirth-Weber nu sunt simetrice, adică dacă $\alpha>_w\beta$ nu înseamnă că și $\beta<_w\alpha$.

Definiție:

- O gramatică Wirth-Weber este o gramatică independentă de context, fără reguli vide, reversibilă şi în care orice pereche α, β verifică cel mult una din relațiile <_w, =_w, >_w.
- ▶ O gramatică este <u>reversibilă</u> dacă nu există mai multe producții cu aceeași parte dreaptă, căci din $A \rightarrow \alpha$ și $B \rightarrow \alpha \Rightarrow A=B$.
- Relațiile sunt <u>disjuncte</u> dacă între oricare două simboluri α, β există cel mult o relație în același timp.

Calculul relatiilor Wirth-Weber:

- (1) $\alpha =_{w} \beta \rightarrow$ este o relație între toate simbolurile succesive (vecine) din partea dreaptă a regulilor de producție
- (2) $\alpha <_{\mathbf{W}} \beta \iff \mathbf{A} \to \mathbf{x} \alpha \mathbf{B} \mathbf{y} \in P \land \beta \in FIRST^{+}(\mathbf{B})$
- (3) $\alpha >_w \beta \iff A \to xB\beta y \in P \land \alpha \in LAST^+(B)$
- \vee A \rightarrow xBCy \in P, $\alpha \in LAST^{+}(B)$, $\beta \in FIRST^{+}(C)$

Observatie:

În urma calculului relațiilor de precedență simplă pot apărea conflicte:

```
(1) \alpha =_{\mathbf{w}} \beta se transformă în <_{\mathbf{w}} : A \to \mathbf{x} \alpha \beta \mathbf{y}

\alpha <_{\mathbf{w}} \beta A \to \mathbf{x} \alpha \mathbf{D} \mathbf{y} și \mathbf{D} \Rightarrow^+ \beta \mathbf{z}
```

(2)
$$\alpha =_{\mathbf{w}} \beta$$
 se transformă în $>_{\mathbf{w}} : A \to \mathbf{x}\alpha\beta\mathbf{y}$
 $\alpha >_{\mathbf{w}} \beta$ $A \to \mathbf{x}C\beta\mathbf{y}$ și $C \Rightarrow^+ z\alpha$

Fie gramatica:

- 1. $S \rightarrow aSAb$
- $2. \ \mathsf{S} \to \mathsf{d}$
- 3. $A \rightarrow S$
- 4. $A \rightarrow c$

Calculul relațiilor de precedență simplă:

$$=_{w}$$

$$a =_w S$$

$$S =_w A$$

$$A =_w b$$

Fie gramatica:

- 1. $S \rightarrow aSAb$
- 2. $S \rightarrow d$
- 3. $A \rightarrow S$
- 4. $A \rightarrow c$

Calculul relațiilor de precedență simplă:

$$<_{\mathsf{w}}$$

$$a <_w FIRST^+(S)$$

 $S <_w FIRST^+(A)$
 $S <_w FIRST^+(S)$
(\$ S \$)

$$\label{eq:first} \begin{split} &\textit{FIRST}^+(S) {=} \{ \mathsf{a}, \, \mathsf{d} \} \\ &\textit{FIRST}^+(\mathsf{A}) {=} \{ \mathsf{a}, \, \mathsf{c}, \, \mathsf{d}, \, \mathsf{S} \} \end{split}$$

Fie gramatica:

- 1. $S \rightarrow aSAb$
- $2.\ S\to d$
- 3. $A \rightarrow S$
- 4. $A \rightarrow c$

Calculul relațiilor de precedență simplă:

$$>_{w}$$

$$LAST^{+}(S)>_{w}FIRST^{+}(A)$$

 $LAST^{+}(A)>_{w}\{b\}$
 $LAST^{+}(S)>_{w}\{b\}$
 (SS)

$${b, d} >_w {a, c, d, S}$$

 ${S, c, b, d} >_w {b}$
 ${b, d} >_w {}$

	S	Α	а	b	С	d	\$
S	< _w	$=_{w}$	<w< td=""><td>>_w</td><td><_w</td><td><w< td=""><td></td></w<></td></w<>	> _w	< _w	<w< td=""><td></td></w<>	
Α				$=_{w}$			
a	$=_{w}$		<w< td=""><td></td><td></td><td><w< td=""><td></td></w<></td></w<>			<w< td=""><td></td></w<>	
b	$>_w$		>w	> _w	$>_w$	>w	>w
С				> _w			
d	>w		> _w	> _w	>w	>w	> _w
\$			< _w			< _w	

Algoritmul de analiză sintactică bazat pe relațiile de precendență simplă este de tip deplasare - reducere

- $(q, \alpha a, bx, \beta) \vdash^{d} (q, \alpha ab, x, \beta) \\ \iff f(a, b) = \mathsf{depl}$
- $(q, \alpha c \gamma a, bx, \beta) \vdash^r (q, \alpha c A, bx, \beta i)$ $\iff f(a, b) = \text{red}, g(c \gamma a) = i, i: A \rightarrow \gamma a \in P$

- f funcția de deplasare-reducere f: $(V_N \cup \Sigma) \times \Sigma \rightarrow \{\text{depl, red, accept, error}\}$
 - $ightharpoonup f(\alpha,a) = depl \iff \alpha <_w a sau \alpha =_w a$
 - $ightharpoonup f(\alpha,a) = \underline{red} \iff \alpha >_w a$
 - $f(\alpha,a) = \underline{error} \iff \hat{n}tre \ \alpha \ \text{si} \ a \ nu \ există relație de precedență simplă}$
 - $f(\$S,\$) = \underline{\mathsf{accept}}$

- g funcția de reducere g : $(V_N \cup \Sigma)^* \rightarrow \{1, 2, 3, ...\}$ unde:
 - $ightharpoonup (V_N \cup \Sigma)^*$ vârful stivei
 - ► {1,2,3, ... } indicele regulilor de producție

$$\mathbf{g}(\beta x_1, x_2, \dots, x_n) = i \iff \exists i : A \to x_1, x_2, \dots, x_n \in P \land \beta <_w x_1$$

Valorile funcția f rezultă imediat din matricea relațiilor de precendență simplă.

```
e.g. f(S, a) = depl f(S, b) = red
```

Valorile funcției g rezultă imediat din regulile de producție.

e.g. g (SaSAb) = 1 g (aaSAb) = 1 g (\$aSAb) = 1 g (Sd) = 2 g (ad) = 2

g(\$d) = 2g(\$S) = 3

g(Sc) = 4

	S	Α	а	b	С	d	\$
S	<	=	<	>	<	<	
Α				=			
а	=		<			<	
b	>		>	>	>	>	>
С				>			
d \$	>		>	>	>	>	>
\$			<			<	

```
(q_0, \$, adadcbb\$, \epsilon)
\vdash^d (a. a.dadcbb.1)
\vdash^d (q, $ad, adcbb$, 1)
\vdash^r (q, aS,adcbb,2)
\vdash^d (q, aSa,dcbb,2)
\vdash^d (g. $aSad,cbb$,2)
\vdash^r (q. aSaS.cbb.22)
\vdash^d (q. aSaSc.bb, 22)
\vdash^r (g. aSaSA.bb, 224)
\vdash^d (g. $a$a$Ab,b$,224)
\vdash^r (g. $aSS,b$,2241)
\vdash^r (g. $a$A,b$,22413)
\vdash^d (q. $aSAb,$,22413)
\vdash^r (q. $S,$,224131)
```

Algoritmul de analiză este următorul:

```
step ← false
ISI: ISO: IST \leftarrow 1
ST(IST) = $
   repeta
                             ST(IST) \leftarrow SI(ISI)
                             ISI \leftarrow ISI + 1
         ori daca f(ST(IST), SI(ISI)) = reducere
              atunci * cauta in jos in stiva doua simboluri x, y a.i x <_w y
                         *redu sirul y\alpha si inlocuieste varful stivei conform
                         g(xy\alpha) (i: A \rightarrow y\alpha)
                         SO(ISO) \leftarrow g(xy\alpha) = i
                         ISO \leftarrow ISO + 1
         ori daca f(ST(IST), SI(ISI)) = accept
              atunci * OK
                  step \leftarrow true
         ori daca f(ST(IST), SI(ISI)) = error
               atunci * NOT OK
               step \leftarrow true
   până când step este true
```

1. $E \rightarrow E + T$ 2. $E \rightarrow T$ 3. $T \rightarrow T * F$ 4. $T \rightarrow F$ 5. $F \rightarrow a$ 6. $F \rightarrow a(L)$

7. $F \rightarrow (E)$ 8. $L \rightarrow E$ 9. $L \rightarrow E, L$

◆ロ → ◆部 → ◆注 → ◆注 → うく(*)

Analiză sintactică bazată pe precedența slabă (Ichbiach - Morse)

$$\beta \in \Sigma \quad \alpha \in V_N \cup \Sigma$$

$$(1) \quad \alpha <_I \beta \iff \exists (A \to x\alpha\beta y \in P) \lor (A \to x\alpha B y \in P),$$
unde:
$$B \Rightarrow^+ \beta \gamma$$

$$(2) \quad \alpha >_I \beta \iff \exists (A \to xB\beta y \in P) \lor (A \to xBC y \in P),$$
unde:

 $\mathsf{B} \Rightarrow^+ \gamma \alpha$ $\mathsf{C} \Rightarrow^+ \beta \mathsf{z}$

Analiză sintactică bazată pe precedența slabă (Ichbiach - Morse)

Gramatici cu precedenta slaba (Ichbiach - Morse)

O gramatică cu precedență slabă (Ichbiach - Morse) este o gramatica independenta de context, fara reguli vide si fara variabile inutile și care îndeplinește următoarele două condiții:

- (1) $<_I \text{ si }>_I \text{ sunt disjuncte}$
- (2) Pentru regulile de producție de forma $A \to x\alpha y$, $B \to y$ nu exista o relatie intre α si **B** (imbricare ilegala)

Conflicte posibile:

$$\alpha <_I \beta \text{ si } \alpha >_I \beta$$
 $\iff \exists A \to x \alpha \beta y \lor A \to x B \beta y (B \Rightarrow^+ z \alpha)$

Rezolvare:

Se introduce un neterminal C, o regula de producție $C \to \alpha$ și se fac inlocuirile:

$$A \rightarrow xC\beta y$$

sau respectiv
 $A \rightarrow xCBy$
rezultând
 $\alpha > \beta$

Algoritmul de analiza este de tipul deplasare-reducere

```
\begin{array}{l} f(\alpha, \mathsf{a}) = \underline{\mathsf{depl}}, \ \alpha <_I \ \mathsf{a} \\ f(\alpha, \mathsf{a}) = \underline{\mathsf{red}}, \ \alpha >_I \ \mathsf{a} \\ f(\$\mathsf{S},\$) = \underline{\mathsf{accept}} \\ f(\alpha, \mathsf{a}) = \underline{\mathsf{error}} \iff (\alpha, \mathsf{a}) \notin \mathsf{R}, \ \mathsf{unde} \ \mathsf{R} \ \mathsf{este} \ \mathsf{multimea} \ \mathsf{relatiilor} \ \mathsf{de} \\ \mathsf{precedent} \ \mathsf{a} \ \mathsf{slab} \ \mathsf{a} \end{array}
```

g

$$g(\alpha\beta)=i$$

$$\stackrel{\cdot}{\Longleftrightarrow}$$

(\exists) i: B $\rightarrow \beta \in P$ (se alege regula de producție cu partea dreapta cea mai lunga, care are sufixul β)

Λ

(
$$∄$$
) j: A \rightarrow x $\alpha\beta$ ∈ P, j>i

Observatie:

Regulile de productie sunt ordonate descrescator in functie de lungimea partii drepte.

Fie gramatica:

- 1. $E \rightarrow E+T$
- $2. \ \mathsf{E} \to \mathsf{T}$
- 3. $T \rightarrow T*F$
- 4. $T \rightarrow F$
- 5. $F \rightarrow (E)$
- 6. $F \rightarrow (a)$

```
• LAST<sup>+</sup> (E)>, \{+\} => \{ ), a \}>_{i} \{+\}
 • \{+\} <_{l} FIRST^{+}(T) => \{+\} <_{l} \{\},a\}
 • T<,{ * }, { * }<, F
 • LAST<sup>+</sup> (T)>, { * }
 • { * }<, FIRST+(F)
 • { ( }<, E, E <, { ) }
 • { ( <_I \text{ FIRST}^+(E) =>  { ( <_I \text{ } <_
 • LAST<sup>+</sup> (E)><sub>1</sub> { ) } => { T, F, ), a } ><sub>1</sub> { ) }
 • $ <, FIRST+(E)

    LAST<sup>+</sup> (E)>₁$

 Analiza conflictelor:
 \mathsf{E} \to \mathsf{E} + \mathsf{T}
                                                                                                                        , verif. (+, E) => nu exista relatie
 \mathsf{F} \to \mathsf{T}
T \rightarrow T*F
                                                                                                                       , verif. (+, E) => nu exista relatie
```

 $T \rightarrow F$

=> nu exista imbricari ilegale

	Ε	Т	F	а	()	+	*	\$
E						<1	<1		
Т						>1	>1	<1	>1
F						>1	>1	>1	>1
а						>1	>1	>1	>1
(<1	<1	<1	<1	<1				
)						>1	>1	>1	>1
+		<1	<1	<1	<1				
*			<1	<1	<1				
\$	<1	<1	<1	<1	<1				

```
f()
 f(E,) = deplasare
 f(E,+) = deplasare
 f(T_1) = reducere
g()
 g(E+T) = 1
 g(T*F) = 3
 g((E)) = 5
 g(T) = 2
 g(F) = 4
 g(a) = 6
In sirul de intrare
nu se introduc decat terminalele.
```

 $(\$,a*(a+a)\$,\wedge) \xrightarrow{d} (\$a,*(a+a)\$,\wedge)$ $\stackrel{r}{\mapsto}$ (\$F,*(a+a)\$,6) $\stackrel{r}{\mapsto}$ (\$T,*(a+a)\$,64) \xrightarrow{d} (\$T*,(a+a)\$,64) \xrightarrow{d} (\$T*(,a+a)\$,64) \xrightarrow{d} (\$T*(a,+a)\$,64) $\stackrel{r}{\mapsto}$ (\$T*(F,+a)\$,646) $\stackrel{r}{\mapsto}$ (\$T*(T,+a)\$,6464) $\stackrel{r}{\mapsto}$ (\$T*(E,+a)\$,64642) $\stackrel{d}{\mapsto}$ (\$T*(E+,a)\$,64642) $\stackrel{d}{\longmapsto}$ (\$T*(E+a,)\$,64642) \xrightarrow{r} (\$T*(E+F,)\$,646426) \xrightarrow{r} (\$T*(E+T,)\$,6464264) $\stackrel{r}{\mapsto}$ (\$T*(E,)\$,64642641) $\stackrel{d}{\mapsto}$ (\$T*(E),\$,64642641) $\stackrel{r}{\mapsto}$ (\$T*F,\$,646426415) \xrightarrow{r} (\$T,\$,6464264153) → (\$TE,\$,64642641532) Sirul reducerilor stanga 64642641532 Sirul derivarifor dreapta 23514624646

```
1. E \rightarrow E+T
2. E \rightarrow T
3. T \rightarrow T*F
4. T \rightarrow F
5. F \rightarrow a
6. F \rightarrow a(L)
7. F \rightarrow (E)
8. L \rightarrow E
9. L \rightarrow E.L
```

1.Calcul relatii W-W

```
• E = +
\bullet + = T

    Last (E) > +

                                 { T, F, a, ) } > +

    + < First (T)</li>

                                 + < { T, F, a, ( }
• T = *
• * = F

    Last (T) > *

                                 \{F, a, \} > *
                                 * < { a, ( }

    * < First (F)</li>

• a = (
\bullet ( = L
\bullet L = )
                                ( < {E, T, F, a, (}

    ( < First (L)</li>

• Last (L) > )
                                {E, L, T, F, a )} > )
• ( = E
• E = )
• ( < First (E)
                                ( < {E, T, F, a, (}
                                {T, F, a, ) } > )

    Last (E) > )

• E = ,
. = L

    , < First (L)</li>

                                , < {E, T, F, a, (}

    Last (E) > ,

                                \{T, F, a, \} > ,
$E$
• $ = E
• E = $
• $ < First (E)
                                 $ < {E, T, F, a, (}

    Last (E) > $

                                 {T, F, a, ) } > $
                                                 900€
```

	Е	Т	F	L	+	*	а	()	,	\$
Е					=				=>	=	=
Т					>	Ш			>	>	>
F					>	^			>	>	>
L									=		
+		=<	<				<	<	>		
*			=				<	<			
a					>	>	<	=	>	>	>
(=<	<	<	=			<	<			
)					>	^			>	>	>
,	<	<	<	=			\	\			
\$	=<	<	<				<	<			

• Nu este gramatica W-W se incearca I-M

- 1. $E \rightarrow E+T$
- $\textbf{2. E} \rightarrow \textbf{T}$
- 3. $T \rightarrow T*F$
- 4. $T \rightarrow F$
- 5. $F \rightarrow a$
- 6. $F \rightarrow a(L)$
- 7. $F \rightarrow (E)$
- 8. L \rightarrow E
- 9. $L \rightarrow E,L$

- $(1){<}\mathsf{instr}{>} \to \mathsf{CALL}\ \mathsf{i}\ ({<}\mathsf{parametrii}{>})$
- (2)<parametrii> \rightarrow <expr>/<parametrii>, <expr>
- (3)<expresie> \rightarrow <term>/<expr>+term/<expr>-< term>
- (4)<term> \rightarrow <factor>/<term>*<factor>/<term>/<factor>
- $(5){<}\mathsf{fact}{>} \to \mathsf{i}(\mathsf{i}({<}\mathsf{expr}{>}))$
- a).Sa se construiasca matricea rel de precedenta IM pentru instructiunea FORTRAN de apel subrutine CALL
- b). Sa se verifice functionarea masinii pe instructiunea CALL polinom

$$(A+B|C, T1 (D2*D3(E))F)$$

Aplicatie 2 gramatici slaba (I-M)

	<instr></instr>	<param/>	<expr></expr>	<term></term>	<fact></fact>	CALL	i	()	+	-	*	/	,	\$
<instr></instr>															
<param/>									<					<	
<expr></expr>									>	<	<			>	
<term></term>									>	>	>	<	<	>	
<fact></fact>									>	>	>	>	>	>	
CALL							<								
I								<	>	>	>	>	>		
(<	<	<	<		<								
)									>	>	>	>	>	>	>
+				<	<		<								
-				<	<		<								
*					<		<								
/					<		<								
,			<	<	<		<								
\$	<					<									

```
Pentru a rezolva conflictul rescriu productia (5)
(1)<instr> \rightarrow call i(<param>)
(2)<param> \rightarrow <expr>/<param>,<expr>
(3)<expr> \rightarrow <term>/<expr>+<term>/<expr>-<term>
(4)<term> \rightarrow <fact>/<term>+<fact>/<term>/<fact>
(5)<fact> \rightarrow <i/i<expr1>)
(6)<expr1> \rightarrow (<expr>
Rescriu productiile in ordinea descrescatoare a lungimii.
(1)<instr> call i(<param>)
(2)<fact> i <expr1>)
(3)<param> \rightarrow<param>,<expr>*
(4) < \exp r > \rightarrow < \exp r > + < term > *
(5)<expr> \rightarrow<expr>-<term>*
(6)<term> \rightarrow<term>*<fact>*
(7)<term> \rightarrow<term>/<fact>*
(8)<fact> \rightarrow i
(9)<expr1>\rightarrow (<expr>
(10)<param>\rightarrow<expr>*
(11)<\text{term}>\rightarrow <\text{fact}>*
(12)<\exp > \rightarrow < term>*
Trebuie verificate si conditiile de imbricare:
Daca avem +.- nu are rel cu <expr>
*./ nu are rel cu <term>
nu are rel cu <param>
```

```
(\$,call\ i(i+i/i,i(i*i(i)),i)\$,\Lambda)F
\stackrel{d}{\mapsto} ($ call,i(i+i/i,i(i*i(i)),i)$,\Lambda)
\stackrel{d}{\mapsto} ($ call i(i,+i/i,i(i*i(i)),i)$.\Lambda)
\stackrel{r}{\mapsto} ($ call i(<fact>,+i/i,i(i*i(i)),i)$,9)
\stackrel{r}{\mapsto} (\$ \text{ call } i(<\exp r>, +i/i, i(i*i(i)), i)\$, 9 \text{ } 11 \text{ } 12)
\stackrel{d}{\mapsto} ($ call i(\langle \exp r \rangle +, i/i, i(i*i(i)), i)$,9 11 12)
\langle \mathsf{instr} \rangle \to \mathsf{call} \; \mathsf{i} \; (\langle \mathsf{lista} \rangle)
\langle \mathsf{instr} \rangle \to \mathsf{n} \mathsf{ call } \mathsf{i} (\langle \mathsf{lista} \rangle)
\langle \text{lista} \rangle \rightarrow \langle \text{expr} \rangle / \langle \text{lista} \rangle, \langle \text{expr} \rangle
\langle expr \rangle \rightarrow \langle expr \rangle + \langle term \rangle / \langle expr \rangle - \langle term \rangle / \langle term \rangle
<term> \rightarrow <term>*<fact>/<term>/<fact>/<fact>
\langle fact \rangle \rightarrow i/i(\langle lista \rangle)
```

```
\begin{array}{l} 1.E \rightarrow E+T \\ 2.E \rightarrow T \\ 3.T \rightarrow T^*F \\ 4.T \rightarrow F \\ 5.F \rightarrow a \\ 6.F \rightarrow a(L) \\ 7.F \rightarrow (E) \\ 8.L \rightarrow E \\ 9.L \rightarrow E, L \end{array}
```

1. Calculul relatiilor W-W

\$E\$

	Е	Т	F	L	+	*	a	()	,	\$
Е					=				=>	=	=
Т					>	=			>	>	>
F					>	>			>	>	>
L									=		
+		=<	<				<	<	>		
*			=				<	<			
а					>	>		=	>	>	>
(=<	<	<	=			<	<			
)					>	>			>	>	>
,	<	\	<	=			<	<			
\$	=<	<	<				<	<			

2. Modificarea gramaticii

```
1. \mathsf{E} \to \mathsf{EPT}
2. P \rightarrow +
3. F \rightarrow a(L)
4. F \rightarrow SED
5. D \rightarrow )
6. S \rightarrow (
7. E \rightarrow T
8. T \rightarrow T*F
9. T \rightarrow F
10. \mathsf{F} \to \mathsf{a}
11. L \rightarrow E
```

12. $L \rightarrow E, L$

```
 \begin{array}{l} \textbf{3. Calculul relatiilor W-W} \\ E \rightarrow EPT \\ E \rightarrow T \\ T \rightarrow T^*F \\ T \rightarrow F \\ F \rightarrow a(L) \\ F \rightarrow SED \\ F \rightarrow a \\ L \rightarrow E, L \\ S \rightarrow (D \rightarrow D) \\ \end{array}
```

 $P \rightarrow +$

\$E\$

	Е	Т	F	L	D	S	Р	+	*	a	()	,	\$
Ε					=		=	<				<>	=	=
Т								>	=			>	>	>
F								>	>			>	>	>
L												=>		
D	<	<	<			<		>	>	<	<	>	>	>
S	=<	<	<			<				<	<			
Р		=<	<			<				<	<			
+		>	>			>				>	>			
*			=			<				<	<			
а								>	>		=	>	>	>
(>	>	>	=		>				>	>			
)								>	>			>	>	>
,	<	<	<	=		<				<	<			
\$	=<	<	<			<				<	<			

CONCLUZIE:

Gramatica nu este W-W; se va incerca analiza cu LL1 sau precedenta slaba (I-M)

Se considera urmatoarea gramatica de limbaj de tip PASCAL:

- (1) <instructiune>::=if<exprl>then(<instructiune>)[else<instructiune>]
- (2) <instructiune>::=repeat<instructiune>until<exprl>
- (3) <instructiune>::=<factor>:=<factor>
- (4) <exprl>::=<factor><<factor>|<factor><=<factor>
- (5) <factor>::=i|i(<lista>)
- (6) sta>::=i|i,<lista>
- (7) <comentariu>::=</{<orice caracter>}/>

Întrebări recapitulative

- Fie $AP1 = (Q, \Sigma, \Gamma, f, q_0, z_0, F)$ un automat finit cu stivă care implementează analiza sintactică descendentă pentru gramatica $G = (\Sigma, V_N, S, P)$ și fie $AP2 = (Q', \Sigma', \Gamma', f', q'_0, z'_0, F')$ un automat finit cu stivă care implementează analiza sintactică ascendentă pentru aceeași gramatică. Arătați care sunt diferențele dintre elementele care definesc AP1 și cele care îl definesc pe AP2 și explicați.
- ► Explicați de ce este nedeterminist algoritmul general de analiză sintactică ascendentă.
- Explicați rolul relației de precedență operator mai mare în analiza sintactică corespunzătoare.

Întrebări recapitulative

- Enumerați și explicați diferențele dintre automatul finit cu stivă definit pentru analiza sintactică descendentă și automatul finit cu stivă definit pentru analiza sintactică ascendentă.
- Explicați care este diferența dintre configurația inițială a automatului finit cu stivă pentru analiza sintactică LL(1) și pentru analiza sintactică bazată pe precedența operator.
- Explicați cum rezolvă analiza sintactică bazată pe relațiile de precedență operator nedeterminismul algoritmului generic de analiză sintactică ascendentă.

```
G = \langle \Sigma, V_N, \langle IFlogic \rangle, P \rangle, unde:
  \triangleright \Sigma = \{n, IF, (,), GOTO, i, =, +, .EQ.\}
  V_N = \{ \langle IFlogic \rangle, \langle IFneetichetat \rangle, \langle expresie - logica \rangle, \}
      < instructiune >, < expresie - aritmetica >,
      < operator - logic > \}
  < IFlogic >
  ► P={
      < IFlogic > \rightarrow n < IFneetichetat > | < IFneetichetat >
      < IFneetichetat > \rightarrow IF(< expresie - logica >) < instructione >
      < instructione > \rightarrow GOTO n
      < instructione > \rightarrow i = n < expresie - aritmetica >
      < expresie - logica > \rightarrow < expresie - aritmetica > <
      operator - logic >< expresie - aritmetica >
      < expresie - aritmetica > \rightarrow < expresie - aritmetica > +i \mid i
      < operator - logic > \rightarrow .EQ.
```

```
G = \langle \Sigma, V_N, \langle instructione \rangle, P \rangle, unde:
  \Sigma = \{if_{,,i}:=,next, sentence,+,is,<,>,,\}
  V_N = \{ < instruction >, < cond >, < instruction = 1 >, 
      < operand >, < cond >, < operator >, < oprel >, < zona >
  < instructiune >
  ► P={
      < instructione > \rightarrow < iif > \mid < imove >
      \langle iif \rangle \rightarrow if \langle cond \rangle; \langle instructione1 \rangle [else \langle
      instructiune1 > 1
      < instructione1 > \rightarrow i :=< operand > |next sentence
      < cond > \rightarrow < operand > < operator > < operand >
      < operand >\rightarrow i | < operand >+i
      < operator > \rightarrow is < oprel > | < oprel >
      < oprel > \rightarrow < | >
      < imove > \rightarrow move < zona > | to < zona >
      < zona >\rightarrow i |< zona >, i
```

 $G = \langle \Sigma, V_N, \langle instructione \rangle, P \rangle$, unde:

```
\triangleright \Sigma = \{if,then,else,i,:=,.or.,.and.,(,),.not. \}
V_N = \{ < instruction > , < expressio > , < atribuiro > , < termon > ,
   < factor > }
< instructiune >
► P={
   < instructione > \rightarrow if < expresse > then < atribuire > [else <
   atribuire >1
   < atribuire > \rightarrow i := < expresie >
   < expresie > \rightarrow < expresie > .or. < termen > | < termen >
   < termen > \rightarrow < termen > .and. < factor > | < factor >
```

< factor $> \rightarrow i | (< expresie >) | .not. < factor >$

```
G = \langle \Sigma, V_N, \langle instructione \rangle, P \rangle, unde:
  \Sigma = \{ \text{if,then,else,} = +, i, (,), \}
  V_N=\{< instruction > , < expressio > , < atribuiro > ,
      < variabila >, < lista > 
  < instructiune >
  ► P={
      < instructione > \rightarrow if < expresse > then < atribuire > [else <
      |atribuire>| | < atribuire>|
      < atribuire > \rightarrow < variabila > = < expresie >
      < expresie > \rightarrow < variabila > | < expresie > + < variabila >
      < varibila >\rightarrow i | i(< lista >)
      < lista >\rightarrow i \mid < lista >, i
```

```
G=\langle \Sigma, V_N, \langle instr.DO \rangle, P \rangle, unde:
  \triangleright \Sigma = \{DO, n, i, =,, \}
  V_N = \{ \langle instr.DO \rangle, \langle et \rangle, \langle expresie \rangle, \langle var \rangle \}
  \triangleright < instr.DO >
  ► P={
       < instr.DO > \rightarrow < et > DO < et > < expresie >
       < instr.DO > \rightarrow DO < et > < expresie >
       \langle et \rangle \rightarrow n
       < expresie > \rightarrow i = < lista >
       < lista > \rightarrow < var >, < var >, < var >
       < var > \rightarrow i
       < var > \rightarrow n
```

```
G = \langle \Sigma, V_N, \langle decl \rangle, P \rangle, unde:
  \triangleright \Sigma = \{LET, i, =, +, -, *, /, FOR, TO, STEP, CALL,,,(,) \}
  V_N = \{ \langle decl \rangle, \langle declLET \rangle, \langle declFOR \rangle, \langle declCALL \rangle, \}
      < expr >, < term >, < fact >, < lista > \}
  < decl >
  ► P={
      < decl> \rightarrow < declLET > | < declFOR > | < declCALL >
      < declLET > \rightarrow LET i = < expr >
      < expr > \rightarrow < expr > + < term > | < expr > - < term >
      | < term >
      < term > \rightarrow < term > * < fact > | < term > / < fact > | <
      fact >
      < fact >\rightarrow i|(< expr >)
      < declFOR > \rightarrow FOR i = < expr > TO < expr > STEP <
      expr >
      < declCALL >\rightarrow CALL i(< lista >)
      < lista >\rightarrow i |< lista >, i
```

4ロ → 4周 → 4 差 → 4 差 → 9 Q @

```
G = \langle \Sigma, V_N, \langle instr \rangle, P \rangle, unde:
 \sum = \{CALL, i_{1}, +, -, *, /, (,) \}
  V_N = \{ < instr >, < parametrii >, < expr >, < term >, \}
     < factor > }
  < instr >
  ► P={
     < instr > \rightarrow CALL i(< parametrii >)
     < parametrii > \rightarrow < expr > | < parametrii >, < expr >
     < expr > \rightarrow < term > | < expr > + < term > | < expr >
     - < term >
     < term > \rightarrow < factor > | < term > * < factor > | < term >
     / < factor >
     < factor >\rightarrow i|(< expr>)
```

```
G = \langle \Sigma, V_N, \langle prog \rangle, P \rangle, unde:
```

- \(\sum_{=\{PROGRAM,VAR,BEGIN,END,id,;;;,INTEGER,,,:=,+,-,*,DIV,int,(,),READ,WRITE,FOR,DO,TO\)\}
- ▶ V_N ={< prog >, < prog name >, < dec list >, < stmt - list >, < dec >, < id - list >, < type >, < stmt >, < assign >, < read >, < write >, < for >, < exp >, < term >, < factor > }
- ► < prog >
- ► *P*={

- 1. $< prog > \rightarrow PROGRAM < prog name > VAR < dec list > BEGIN < stmt list > END.$
- $2. < prog name > \rightarrow id$
- $3. < dec list > \rightarrow < dec > | < dec list >; < dec > |$
- 4. < dec $> \rightarrow <$ id list > :< type >
- 5. $< type > \rightarrow INTEGER$
- 6. $\langle id list \rangle \rightarrow id | \langle id list \rangle, id$

```
7. < stmt - list > \rightarrow < stmt > | < stmt - list >; < stmt > 
8. < stmt > \rightarrow < assign > | < read > | < write > | < for > 
9. < assign > \rightarrow id := < exp > 
10. < exp > \rightarrow < term > | < exp > + < term > | < exp > - < term > 
11. < term > \rightarrow < factor > | < term > * < factor > | < term > 
12. < factor > \rightarrow id|int|(< exp >)
```

```
13. < read > \rightarrow READ(< id - list >)

14. < write > \rightarrow WRITE(< id - list >)

15. < for > \rightarrow FOR < index - exp > DO < body >

16. < index - exp > \rightarrow id := < exp > TO < exp >

17. < body > \rightarrow < stmt > |BEGIN < stmt - list > END 

}
```

Bibliografie

- R.B. Yehezkael, Course Notes on Formal Languages and Compilers, Jerusalem College of Technology http://homedir.jct.ac.il/~rafi/formcomp.pdf
- Paul N. Hilfinger, Course Notes, University of California, Berkeley http://inst.eecs.berkeley.edu/~cs164/sp10/notes/ notes.pdf
- Gavrila lonut, Limbaje Formale şi Translatoare
 http:
 //facultate.regielive.ro/cursuri/calculatoare/
 limbaje_formale_si_translatoare-59028.html
- ► CIS 324: Language Design and Implementation, Operator Precedence Parsing http://homepages.gold.ac.uk/nikolaev/3246-2.doc