

Proiect – Rezolvarea numerică a ecuației de difuzie a căldurii

Metoda diferențelor finite în Python

Cerință

Implementarea în Python pe echipe formate din 2-3 persoane a metodei diferențelor finite pentru rezolvarea unei ecuații cu derivate parțiale cu date la frontieră cu accent pe:

- complexitatea fizică și geometrică a problemei,
- claritatea documentației,
- eficiența codului.

Proiectul va fi trimis de unul din membrii echipei la adresa de e-mail mihai.bucataru@g.unibuc.ro până în data de **1 iunie 2025, ora 23:59**.

Modelul matematic

Ecuația pe care o considerați va respecta modelul generic:

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (k(x, y) \nabla u(x, y)) = f(x, y), & \text{în } \Omega, \\ u(x, y) = g_D(x, y), & \text{pe } \Gamma_D \subset \partial\Omega, \\ k(x, y) \frac{\partial u}{\partial n}(x, y) = g_N(x, y), & \text{pe } \Gamma_N = \partial\Omega \setminus \Gamma_D. \end{cases}$$

unde cu $\frac{\partial u}{\partial n}(x, y)$ s-a notat derivata normală a funcției u la frontieră. Voi veți alege:

- Domeniul Ω 2D (dreptunghi, în formă de L, circular, etc.) sau 3D.
- O partiție a frontierei $\partial\Omega$ în două, $\Gamma_D \subset \partial\Omega$, porțiunea de frontieră pe care se aplică data Dirichlet, și $\Gamma_N = \partial\Omega \setminus \Gamma_D$, porțiunea de frontieră pe care se aplică data Neumann.
- Datele la frontieră pe această partiție, $g_D(x, y)$ și $g_N(x, y)$.
- Conductivitate termică a materialului, $k(x, y)$ (constant sau dependent de spațiu).
- Sursa internă de căldură a materialului, $f(x, y)$.

Documentație

Codul va fi însoțit de un fișier explicativ ce va conține:

1. Explicații matematice detaliate privind aplicarea metodei:
 - Modelul ales;
 - Discretizarea domeniului și numerotarea nodurilor;
 - Aproximarea ecuației cu diferențe finite;
 - Sistemul liniar obținut și metoda cu care este rezolvat;
 - Construcția aproximării finale folosind o interpolare;
2. Comentarii privind eficiența și claritatea codului.
3. Grafice cu o aproximare a soluției exacte cu cea numerică obținută de voi.
4. Analiza ordinului de descreștere a erorii, i.e. un grafic (preferabil, logaritmic), care să ilustreze descreșterea erorii de aproximare în raport cu descreșterea pasului de discretizare h (i.e. în raport cu creșterea numărului de noduri în discretizare).

Barem de evaluare

Criteriu	Punctaj
Complexitatea geometrică a domeniului	1p
Complexitatea datelor la frontieră	1p
Complexitatea fizică (variabilitatea lui k)	2p
Calitatea codului Python (modularitate, eficiență)	2p
Claritatea și coerența documentației	2p
Vizualizarea și interpretarea rezultatelor	1p
Oficiu	1p
Total	10p