

# Proiect – Rezolvarea numerică a ecuației de difuzie a căldurii

Metoda diferențelor finite în Python

## Cerință

Implementarea în Python pe echipe formate din 2-3 persoane a metodei diferențelor finite pentru rezolvarea unei ecuații cu derivate parțiale cu date la frontieră cu accent pe:

- complexitatea fizică și geometrică a problemei,
- claritatea documentației,
- eficiența codului.

Proiectul va fi trimis de unul din membrii echipei la adresa de e-mail [mihai.bucataru@g.unibuc.ro](mailto:mihai.bucataru@g.unibuc.ro) până în data de **1 iunie 2025, ora 23:59**.

## Modelul matematic

Ecuația pe care o considerați va respecta modelul generic:

$$\begin{cases} -\nabla \cdot (k(x, y) \nabla u(x, y)) = f(x, y), & \text{în } \Omega, \\ u(x, y) = g_D(x, y), & \text{pe } \Gamma_D \subset \partial\Omega, \\ k(x, y) \frac{\partial u}{\partial n}(x, y) = g_N(x, y), & \text{pe } \Gamma_N = \partial\Omega \setminus \Gamma_D. \end{cases}$$

unde cu  $\frac{\partial u}{\partial n}(x, y)$  s-a notat derivata normală a funcției  $u$  la frontieră. Voi veți alege:

- Domeniul  $\Omega$  2D (dreptunghi, în formă de L, circular, etc.) sau 3D.
- O partiție a frontierei  $\partial\Omega$  în două,  $\Gamma_D \subset \partial\Omega$ , porțiunea de frontieră pe care se aplică data Dirichlet, și  $\Gamma_N = \partial\Omega \setminus \Gamma_D$ , porțiunea de frontieră pe care se aplică data Neumann.
- Datele la frontieră pe această partiție,  $g_D(x, y)$  și  $g_N(x, y)$ .
- Conductivitate termică a materialului,  $k(x, y)$  (constant sau dependent de spațiu).
- Sursa internă de căldură a materialului,  $f(x, y)$ .

# Documentație

Codul va fi însoțit de un fișier explicativ ce va conține:

1. Explicații matematice detaliate privind aplicarea metodei:
  - Modelul ales;
  - Discretizarea domeniului și numerotarea nodurilor;
  - Aproximarea ecuației cu diferențe finite;
  - Sistemul liniar obținut și metoda cu care este rezolvat;
  - Construcția aproximării finale folosind o interpolare;
2. Comentarii privind eficiența și claritatea codului.
3. Grafice cu o aproximare a soluției exacte cu cea numerică obținută de voi.
4. Analiza ordinului de descreștere a erorii, i.e. un grafic (preferabil, logaritm), care să illustreze descreșterea erorii de aproximare în raport cu descreșterea pasului de discretizare  $h$  (i.e. în raport cu creșterea numărului de noduri în discretizare).

## Barem de evaluare

Criteriu	Punctaj
Complexitatea geometrică a domeniului	1p
Complexitatea datelor la frontieră	1p
Complexitatea fizică (variabilitatea lui $k$ )	2p
Calitatea codului Python (modularitate, eficiență)	2p
Claritatea și coerența documentației	2p
Vizualizarea și interpretarea rezultatelor	1p
Oficiu	1p
Total	10p