

Примерни варианти
от задачи за писмен изпит по Увод в програмирането
(време за работа за вариант – 3 астр. часа)

Вариант 1

Зад. 1. Да се напише булева функция, която проверява дали дадено естествено число е просто.

Зад. 2. Да се напише програма, която проверява дали в частта над главния диагонал на квадратна матрица от естествени числа съществува просто число.

Зад. 3. Дадена е правоъгълна таблица от думи, представени чрез символни низове. Да се намери изречението, което се образува след последователното конкатениране на думите, обхождайки таблицата по редове, започвайки от долния ред и отдясно, наляво.

Зад. 4. Да се напише рекурсивна функция, която намира всички ациклични пътища между два дадени върха в граф, които минават през трети, предварително зададен връх на графа.

Вариант 2

Зад. 1. Да се напише булева функция, която проверява дали дадено естествено число е число на Фибоначи (Числата на Фибоначи се образуват по следния начин: първите две числа са 0 и 1; всяко следващо число е сума на предшестващите го две. Редицата от числа на Фибоначи е: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...).

Зад. 2. Да се напише програма, която проверява дали в частта над вторичния главен диагонал на квадратна матрица от естествени числа съществува число на Фибоначи.

Зад. 3. Дадена е правоъгълна таблица $n \times m$ ($1 \leq n, m \leq 10$) от цифри (числа от 0 до 9). Да се намерят числата, което се образуват след последователното слепване на цифрите на всеки стълб на таблицата, обхождайки стълбовете отдолу нагоре.

Зад. 4. Дадена е квадратна мрежа от клетки, всяка от които е празна или запълнена. Запълнените клетки, които са свързани, т.е. имат съседни в хоризонтално, вертикално или диагонално направление, образуват област. Да се напише програма, която намира броя на областите и размера (в брой клетки) на всяка област.

Вариант 3

Зад. 1. Числата A и B се наричат *числа близнаци* (или сдвоени прости числа), ако са прости и ако $A + 2 = B$. Да се намерят първите 20 числа близнаци.

Зад. 2. Всяка редица от равни числа в едномерен сортиран масив се нарича *площадка*. Да се напише програма, която намира началото и дължината на най-дългата площадка в даден, сортиран във възходящ ред, едномерен масив. Например за редицата 1, 1, 1, 1, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 6 началото на най-дългата площадка е 4, а дължината ѝ е 5. За редицата 1, 2, 3, 4, 5 началото на най-дългата площадка е 0, а дължината ѝ е 1.

Зад. 3. Да се напише програма, която проверява дали квадратна матрица от естествени числа е симетрична относно главния ѝ диагонал.

Зад. 4. Дадена е правоъгълна матрица от цели числа. Елементите на матрицата, които са различни от 0 и имат поне един съседен в хоризонтално, вертикално или диагонално направление елемент, който е различен от 0, образуват област. Област образува и само един, различен от 0 елемент, който е ограден от нулеви елементи. Да се напише програма, която по зададена правоъгълна матрица от цели числа проверява дали в нея има област с площ (сума на елементите) S .

Вариант 4

Зад. 1. За дадено цяло k да се намерят всички k -цифрени числа, които са точни квадрати и се записват само с четни цифри.

Зад. 2. Да се напише програма, която определя дали в дадена редица от n цели числа ($1 \leq n \leq 100$) има k числа, които са степени на p .

Зад. 3. Да се напише програма, която проверява дали квадратна матрица от естествени числа е симетрична относно вторичния ѝ главен диагонал.

Зад. 4. Дадена е правоъгълна матрица от цели числа. Елементите на матрицата, които са различни от 0 и имат поне един съседен в хоризонтално, вертикално или диагонално направление елемент, който е различен от 0, образуват област. Област образува и само един, различен от 0 елемент, който е ограден от нулеви елементи. Да се напише програма, която по зададена правоъгълна матрица от цели числа намира площите (сума на елементите) на всички области.

Вариант 5

Зад. 1. Редиците u_0, u_1, u_2, \dots и v_0, v_1, v_2, \dots са дефинирани по следния начин:

$$u_0 = u_1 = 0,$$

$$v_0 = v_1 = 1,$$

$$u_{i+2} = \frac{u_{i+1} + 1 - 2u_i v_{i+1} + 1 - v_i}{1 - u_{i+1}^2 + v_i^2},$$

$$v_{i+2} = \frac{u_{i+1} + 1 - v_{i+1}}{2 + |u_{i+1} + v_{i+1}|}, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

Да се напише програма, която намира u_{200} и v_{200} .

Зад. 2. Даден е едномерен масив от цели числа a_0, a_1, \dots, a_{n-1} ($1 \leq n \leq 100$). Да се напише програма, която определя най-големия от квадратите на онези елементи на масива, за които корените на уравнението $a_i x^2 - (a_i^2 - a_i + 19)x + 10 = 0$ са реални и сумата им е по-голяма от -2 .

Зад. 3. Да се напише програма, която определя дали квадратна матрица A с размерност n ($1 \leq n \leq 20$) е магически квадрат, т.е. такава, че сумата от елементите от всички редове и стълбове е еднаква.

Зад. 4. Дадена е мрежа от $m \times n$ квадратчета ($1 \leq m, n \leq 20$). Във всяко квадратче е записана цифра от 0 до 9. Съседни за всяко квадратче на мрежата са клетките, с които то има обща стена. Две съседни квадратчета са свързани, ако в тях са записани равни цифри. Между две квадратчета има път, ако е възможно да се осъществи придвижане от едното до другото, минавайки само през свързани квадратчета. Множество от квадратчета образува област, ако между всеки две квадратчета от множеството има път и това множество е максималното по включване с това свойство. Да се напише програма, която намира броя на областите в мрежата, които съдържат дадена цифра.

Вариант 6

Зад. 1. Дадено е цяло число x . Ако $f_1(x) = x$,

$$f_{k+1}(x) = \begin{cases} \frac{f_k(x)}{2}, & \text{ако } f_k(x) \text{ е четно} \\ 3f_k(x) + 1, & \text{ако } f_k(x) \text{ е нечетно} \end{cases}$$

за $k = 1, 2, 3, \dots$ Да се напише програма, която завършва изпълнението си при $f_k(x) = 1$ или при $k = 500$.

Зад. 2. Дадени са два масива a и b , които отговарят на условията: a е сортиран във възходящ ред, а за всеки елемент на b е в сила: $b_0 = a_0$, $b_i = b_{i-1} + a_i$, където a_i , b_i ($i = 0, 1, \dots$) са компоненти на масивите a и b съответно. Да се напише програма, която слива a и b в сортиран във възходящ ред масив.

Зад. 3. Квадратна матрица A с размерност n ($1 \leq n \leq 20$) е триъгълна, ако за елементите a_{ij} е в сила: $a_{ij} = 0$, ако $i > j$ и $a_{ij} \neq 0$, ако $i \leq j$ или $a_{ij} = 0$, ако $i < j$ и $a_{ij} \neq 0$, ако $j \leq i$, за $i, j = 1, 2, \dots, n$. Да се напише програма, която определя дали A е триъгълна.

Зад. 4. Лабиринт е представен с булева квадратна матрица $A_{n \times n}$ ($n > 1$). Клетката (i, j) е или проходима (a_{ij} е истина), или е непроходима (a_{ij} е лъжа). В непроходима клетка може да се влезе, но от нея не може да се излезе. Да се напише програма, която проверява дали съществува път от съседни в диагонално направление проходими клетки на лабиринта, който започва от дадена клетка на лабиринта и завършва в долния му десен ъгъл. В случай, че път съществува програмата да намира и извежда координатите на клетките, през които пътят преминава, както и дължината му (броя на клетките от началната до крайната).

Вариант 7

Зад. 1. Дадена е дефинирана и непрекъсната в интервала $[a, b]$ функция f и естествено число n ($n > 0$). Да се напише програма, която приближено пресмята стойността на интеграла:

$$I = \int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} \frac{h}{2} (f(x_i) + f(x_{i+1}))$$

където $x_0 = a$, $x_i = x_{i-1} + h$ ($i = 1, 2, \dots, n$) и $h = \frac{b-a}{n}$.

Зад. 2. Даден е едномерен масив от цели числа a_0, a_1, \dots, a_{n-1} ($1 \leq n \leq 30$). Да се напише програма, която създава едномерен масив b_0, b_1, \dots, b_{n-1} , съдържащ елементите на масива a и елементите на който удовлетворяват: $b_0 < b_1 > b_2 < b_3 > \dots$

Зад. 3. Дадена е матрица от числа A с размерност $n \times m$ ($1 \leq n \leq 20$ и $1 \leq m \leq 30$), сортирана във възходящ ред по редове и стълбове. Да се напише програма, която определя дали дадено число принадлежи на матрицата и ако принадлежи, да се изведат индексите на мястото му.

Зад. 4. Да се напише програма, която въвежда от клавиатурата без грешка булев израз от вида

$\langle \text{булев_израз} \rangle ::= t \mid f \mid \langle \text{операция} \rangle (\langle \text{операнди} \rangle)$
 $\langle \text{операция} \rangle ::= n \mid a \mid o$
 $\langle \text{операнди} \rangle ::= \langle \text{операнд} \rangle \mid \langle \text{операнд} \rangle, \langle \text{операнди} \rangle$
 $\langle \text{операнд} \rangle ::= \langle \text{булев_израз} \rangle,$

където t и f означават истина и лъжа съответно, n има само един операнд, а a и o могат да имат произволен брой операнди и означават съответно логическо отрицание, конюнкция и дизюнкция. Програмата да намира и извежда стойността на булевия израз.