Електротехнички факултет, Универзитет у Београду - Летњи семестар 2023.

Белешке - Квантна Механика

Михаило Стојковић

22. април 2023.

Садржај

Предавање - 8.3.2023.

Само предавање креће са тим да посматрамо стационарну Шредингерову једначину:

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + U(x)\psi = E\psi} \tag{1}$$

али у случају када је $U(x) = 0$. Заменом $k^2 \equiv \frac{2mE}{\hbar^2}$ у претходну једначину[1] добијамо диференцијалну једначину:

[1] Оваква смена се често појављује у курсу тако да после неког времена постане стандардно да када год се појави неко k сматрамо да је једнако наведеном изразу

$$\boxed{\psi^{''} + k\psi = 0} \tag{2}$$

Решење ове диференцијалне једначине можемо изразити у два облика:

1. Као збир експоненцијала[2]: $\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$
2. Као збир синуса и косинуса[3]: $\psi(x) = C\sin(kx) + D\cos(kx)$

[2] Овај облик решења је јако користан у ситуацијама где нам се Шредингерова једначина сведе на облик сличан једначини (2), где ако је испред коефицијента уз ψ знак минус, функција ће бити чисто реална. Решења у овом облику се често узимају у ситуацијама где разматрамо константну потенцијалну енергију или честицу која се налази у коначној баријери

[3] Овај облик решења је јако користан ако на интервалу решавања имамо неку бесконачну баријеру

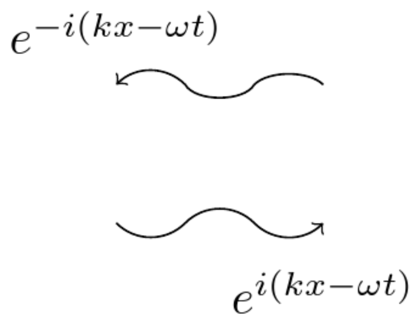
Оба облика су решење дате диференцијалне једначине и може се лако показати како једно можемо представити преко другог.

Посматрамо решење у експоненцијалном облику. Због хомогености диференцијалне једначине, негативно и позитивно решење можемо посматрати као два засебна решења са додатом функцијом времена.

$$\psi_1(x,t) = A_1 e^{i(kx-\omega t)} \tag{3}$$

$$\psi_2(x,t) = B_1 e^{-i(kx-\omega t)} \tag{4}$$

и заправо, једначина (3) представља талас који се креће на десно, а једначина (4) представља талас који се креће на лево.



Слика 1: Кретање таласа

Питање које се увек поставља при добитку неког решења једначине: "Да ли ово може представљати таласну једначину". Услови који морају бити испуњени за таласну функцију на неком интервалу су следећи:

1. Таласна функција мора бити нормирана
2. Таласна функција мора бити непрекидна
3. Први извод таласна функције мора бити непрекидан

При почетку решавања проблема нисмо експлицитно специфицирали интервал решавања, тако да сматрамо да је интервал цело поље $\mathbb{R}$. Овде настаје сада проблем јер решење које смо добили не може да се нормира.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1^* \psi_1 dx = |A_1|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dx \not< \infty \tag{5}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_2^* \psi_2 dx = |B_1|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dx \not< \infty \tag{6}$$

$$\tag{7}$$

Предавање - 10.3.2023.

Предавање - 22.3.2023.

Предавање - 24.3.2023.

Предавање - 29.3.2023.

Предавање - 5.4.2023.

Предавање - 7.4.2023.

Предавање - 12.4.2023.